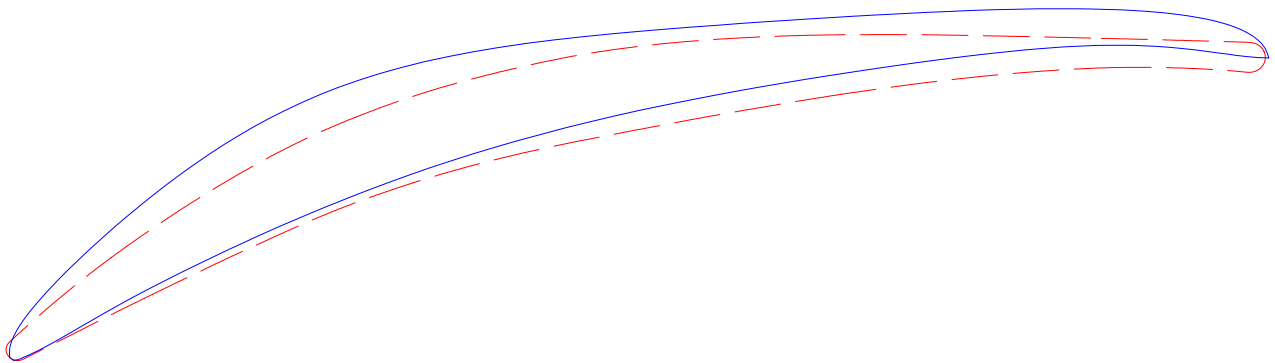




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Υπολογιστικό Θέμα: *Σχεδίαση Αεροτομής Βέλτιστου Πτερυγίου*
Συμπιεστή σε πολλαπλά Σημεία Λειτουργίας



Όνομα: Γιάννης Ρούσος

A.M.: 02101315

Εξάμηνο: 8^ο

Ακαδημαϊκό Έτος: 2004-2005

Επιβλέπων: Κ.Χ. Γιαννάκογλου

Κεντρικός Σκοπός – Μέσα

Ο σκοπός του θέματος είναι, με δεδομένη αρχικά μια αεροτομή πτερυγίου συμπίεστη στον οποίον έγιναν εκτενή πειράματα από τον Shreeve [1], να βρεθούν μία ή περισσότερες νέες αεροτομές (αναφερόμαστε σε γραμμική πτερύγωση με σταθερά τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά, γεωμετρικά και ροϊκα) βελτιωμένες ως προς την πτώση ολικής πίεσης και την στροφή της ροής σε σχέση με την αρχική, σε τρία διαφορετικά σημεία λειτουργίας. Οι συνθήκες ροής είναι σταθερές όπως αναφέρθηκε, εκτός, της γωνίας εισόδου που διακρίνει το κάθε σημείο λειτουργίας. Οι νέες λύσεις θα πρέπει να ικανοποιούν περιορισμούς που εξασφαλίζουν την μηχανική αντοχή του πτερυγίου, οι οποίοι σε πρώτη φάση εισάγονται ως κάτω όριο στο μέγιστο πάχος του.

Για την παραπάνω διαδικασία θα χρησιμοποιηθεί στο τμήμα της βελτιστοποίησης το πρόγραμμα εξελικτικών αλγορίθμων EASY [2] έκδοση 1.3.4 του εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ και στο τμήμα της ανάλυση πτερυγώσεων ο κώδικας MISES έκδοση 2.53 [3].

Το λογισμικό EASY έχει τη δυνατότητα για βελτιστοποίηση ενός ή και πολλαπλών στόχων με πληθώρα επιλογών για τον εξελικτικό αλγόριθμο που ενσωματώνει. Από την άλλη ο κώδικας MISES είναι μία ολοκληρωματική μέθοδος επίλυσης οριακών στρωμάτων, σε αλληλεπίδραση με έναν επιλύτη της εξωτερικής (ακριβούς) ροής, οπότε είναι πολύ γρήγορη σε σχέση με έναν επιλύτη εξισώσεων Navier-Stokes, διατηρώντας ικανοποιητική ακρίβεια για μη-αποκολλημένες ροές, και έτσι προσφέρεται για τη χρήση σε εξελικτικό αλγόριθμο βελτιστοποίησης όπου θα χρειαστούν πολλές αξιολογήσεις.

Συνθήκες ροής

Οι συνθήκες ροής που δίνονται για το πρόβλημα είναι:

Αριθμός Mach στην είσοδο **$M_1=0.25$**

Αριθμός Reynolds με βάση τη χορδή **$Re_c=700.000$**

Επίπεδο Τύρβης στη ροή εισόδου **$Tu=1.5\%$**

Η γωνία εισόδου **α_1** είναι **46°** για το πρώτο σημείο λειτουργίας που αντιπροσωπεύει συνθήκες πολύ μακριά του κανονικού σημείου λειτουργίας, **43.4°** για το δεύτερο (ενδιάμεσο) σημείο λειτουργίας, και **40°** για το τρίτο σημείο λειτουργίας που είναι περίπου το σημείο σχεδίασης της πτερύγωσης.

Γεωμετρία της πτερύγωσης

Η πτερύγωση δομείται με τα παρακάτω χαρακτηριστικά

$AVDR=1/1.025$ (Axial Velocity-Density Ratio $(\rho V_{ax})_{in}/(\rho V_{ax})_{out}$)

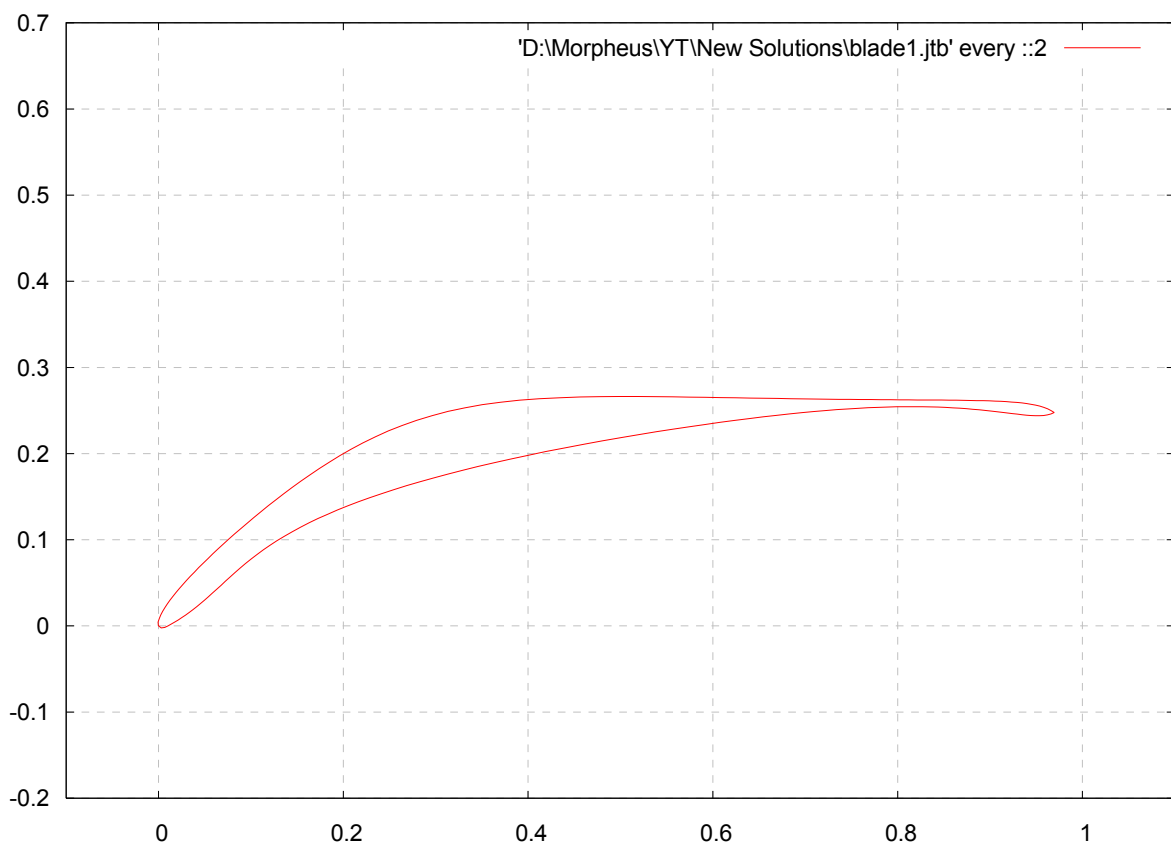
Χορδή **$c=12.73\text{cm}$**

Βήμα γραμμικής πτερύγωσης **7.72cm**

Γωνία κλίσης (Stagger angle) **14.4°**

Αντικειμενική Συνάρτηση – Περιορισμοί

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω ο βασικός στόχος της βελτιστοποίηση είναι η ελάττωση των απωλειών ολικής πίεσης και στα τρία σημεία λειτουργίας. Ως εκ τούτου η δόμηση της αντικειμενικής συνάρτησης ξεκινά από τις απώλειες ολικής πίεσης εκφρασμένες σε αδιάστατο συντελεστή ω . Καθώς όμως υπάρχει η ταυτόχρονη απαίτηση η προκύπτουσα αεροτομή να επιτυγχάνει κατά το δυνατό μεγαλύτερη στροφή της ροής, και σίγουρα πάνω από ένα ελάχιστο όριο, οι απώλειες ω προσαυξάνονται ανάλογα με το πόσο κοντά στο ελάχιστο όριο είναι η στροφή της ροής ($\alpha_1 - \alpha_2$). Επιπλέον όπως συμβαίνει συνήθως σε βελτιστοποίηση αεροτομών, απαιτούνται περιορισμοί μηχανικής αντοχής ως προς το πάχος του πτερυγίου (και οι αντίστοιχες ποινές) ώστε να μην κατευθυνθεί ο αλγόριθμος προς πολύ λεπτές και μη στιβαρές αεροτομές. Σε πρώτη προσέγγιση τέθηκε περιορισμός μόνο ως προς το μέγιστο πάχος της αεροτομής, ο οποίος όμως φάνηκε ότι ήταν ανεπαρκής καθώς οδήγησε σε αεροτομές σαν την εικονιζόμενη στο παρακάτω σχήμα, με ικανοποιητικό μέγιστο πάχος μεν αλλά έναν επικίνδυνο από άποψη μηχανικής αντοχής λαιμό προς την περιοχή κοντά στην ακμή εκφυγής.



Αεροτομή-λύση με περιορισμό μόνο στο μέγιστο πάχος

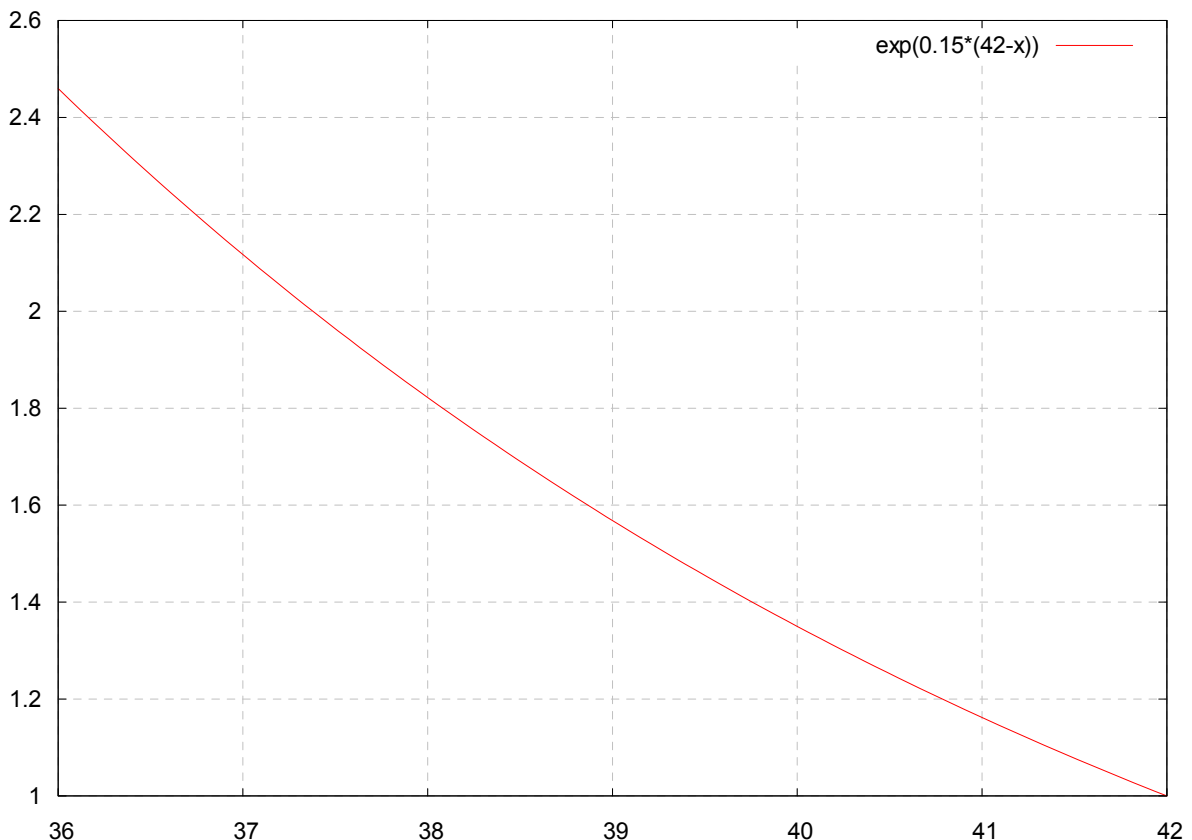
Το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε με την προσθήκη επιπλέον σημείων ελέγχου του πάχους του πτερυγίου στην επικίνδυνη περιοχή και των αντίστοιχων ποινών οπότε και οι προκύπτουσες λύσεις δεν εμφάνιζαν πλέον τον επικίνδυνο λαιμό. Αντίστοιχα σημεία ελέγχου προστέθηκαν και στο εμπρός μέρος του πτερυγίου καθώς σε ορισμένα «σενάρια» εμφανίστηκαν λύσεις με πολύ λεπτό εμπρός μέρος.

Όλες οι παραπάνω ποινές εφαρμόζονται με τη μορφή ενός συντελεστή με τον οποίον πολλαπλασιάζονται οι απώλειες ω , ο οποίος είναι (αύξουσα) εκθετική συνάρτηση της εγγύτητας στον εκάστοτε περιορισμό. Η τιμή του δίνεται από μια εξίσωση της μορφής:

$penalty = e^{(a(x_{max}-x))}$ όπου penalty η τιμή του συντελεστή ποινής για το μέγεθος x , και a και x_{max} παράμετροι. Συγκεκριμένα η τιμή x_{max} είναι η ανώτερη τιμή που δέχεται ποινή (αφού όλοι τα μεγέθη είναι περιορισμένα προς τα κάτω) και a ένας συντελεστής που καθορίζει τη μέγιστη τιμή της ποινής αμέσως πριν την ολοκληρωτική απόρριψη της λύσης. Συγκεκριμένα αν $[x_{min}, x_{max}]$ το διάστημα επιβολής ποινής, και επιθυμούμε η μέγιστη ποινή να είναι c τότε θα ισχύει $a = \frac{\ln c}{x_{max} - x_{min}}$. Για τις τιμές των x_{min} , x_{max} , a

δοκιμάστηκαν διάφοροι συνδυασμοί με ενδιαφέροντα αποτελέσματα.

Στις ποινές που επιβάλλονται στη στροφή της ροής αρχικά δοκιμάστηκαν για όλα τα σημεία λειτουργίας ίδια όρια: κατώτατο όριο $x_{min}=36^\circ$ και άνω όριο οι $x_{max}=42^\circ$. Η συνάρτηση ποινής παίρνει μέγιστη τιμή περίπου 2.5 ($a=15$) (αμέσως πριν την παραβίαση του κάτω ορίου) και ελάχιστη 1 (στις 42°). Για στροφή μικρότερη των 36° η λύση απορρίπτεται (ο συντελεστής ποινής γίνεται πολύ μεγάλος) και για μεγαλύτερη των 42° δεν επιβάλλεται ποινή. Η συνάρτηση ποινής στη στροφή με τις αυτές τις παραμέτρους παρουσιάζεται γραφικά στο ακόλουθο διάγραμμα, ενώ αντίστοιχη μορφή έχουν και οι συναρτήσεις ποινών στα πάχη.



Καθώς οι λύσεις που προέκυψαν έδιναν ακραίες τιμές στροφής, (48° περίπου για το off-design σημείο) δοκιμάστηκαν και πιο ανεκτικοί συνδυασμοί ώστε ο αλγόριθμος να έχει την ευχέρεια να ελαχιστοποιήσει τις απώλειες χωρίς τον τόσο πιεστικό περιορισμό για τη στροφή. Επιπλέον διαφοροποιήθηκαν τα όρια για κάθε σημείο λειτουργίας αφού η γωνία στροφής εξαρτάται από την γωνία εισόδου.

Αναφορικά με το μέγιστο πάχος τέθηκε κατώτατο όριο το 80% του αρχικού πτερυγίου και άνω όριο επιβολής ποινής το 90% (θεωρώντας ότι το αρχικό πτερύγιο έχει

περιθώριο ασφαλείας), ενώ για τα πάχη στα 8 επιπλέον σημεία (από το 30% της χορδής και εμπρός περίπου τα 4 και από το 70% και πίσω περίπου τα υπόλοιπα 4) το κάτω όριο τέθηκε στο 60% του πάχους του αρχικού πτερυγίου στην ίδια θέση, και το άνω στο 85%. Αν και ιδιαίτερα χαμηλό, το κάτω όριο στα σημειακά πάχη δεν δημιούργησε πρόβλημα καθώς οι τελικές λύσεις δεν το πλησίασαν. Ο μόνος λόγος που τέθηκε τόσο χαμηλό ήταν ώστε να μην απορρίπτονται όλες οι υποψήφια λύσεις στις πρώτες 2 έως 3 γενιές της διαδικασίας και να μπορεί να εκκινήσει η βελτιστοποίηση. Από τη στιγμή πάντως που ο αλγόριθμος εντόπιζε την περιοχή των βέλτιστων λύσεων έμενε αρκετά πάνω από το όριο αυτό.

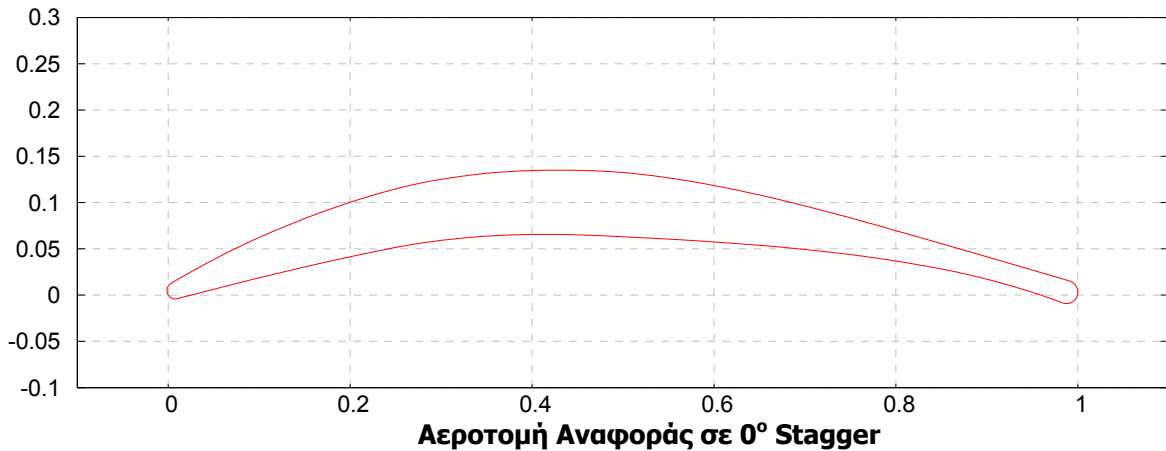
Καθώς το πρόβλημα αφορά 3 σημεία λειτουργίας για κάθε υποψήφια αεροτομή-λύση καλείται 3 φορές ο επιλύτης της ροής και προκύπτουν 3 τιμές για την αντικειμενική συνάρτηση. Από εδώ η διαδικασία συνεχίστηκε με 2 τρόπους:

- Συνθέτοντας μια νέα συνολική αντικειμενική συνάρτηση ως σταθμισμένο μέσο των 3 επιμέρους συναρτήσεων κόστους με συντελεστές που ορίζονται από τον χρήστη, και αντιμετωπίζοντας το πρόβλημα ως ενός στόχου
- Χρησιμοποιώντας την δυνατότητα του EASY για προβλήματα πολλαπλών στόχων και προσδιορισμό του 3-διάστατου μετώπου Pareto.

Για τη σύνθεση της συνολικής αντικειμενικής συνάρτησης στις περισσότερες περιπτώσεις χρησιμοποιήθηκαν ως συντελεστές βαρύτητας για τα 3 σημεία λειτουργίας οι τιμές (0.15, 0.25, 0.6) δίνοντας έτσι έμφαση στις συνθήκες κανονικής λειτουργίας και υποβαθμίζοντας σχετικά τη σημασία των off-design συνθηκών. Ως εκ τούτου όπου δεν αναφέρονται οι συντελεστές βαρύτητας θα εννοούνται οι παραπάνω. Για να φανεί η επιρροή των συντελεστών βαρύτητας έγιναν ορισμένες εκτελέσεις του αλγόριθμου βελτιστοποίησης με αρκετά διαφορετικές τιμές τους, ώστε να φανεί η όποια μεταβολή της τελικής λύσης.

Αεροτομή Αναφοράς - Παραμετροποίηση

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω ως αεροτομή αναφοράς για την εκκίνηση της διαδικασίας βελτιστοποίησης και τον καθορισμό αρχικά των ορίων διακύμανσης των παραμέτρων σχεδίασης θα χρησιμοποιηθεί η αεροτομή που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα [1]:



Η παραμετροποίηση θα γίνει με μοναδιαία χορδή και σε μηδενική γωνία κλίσης, με σημεία Bezier, αρχικά 10 εσωτερικά για κάθε πλευρά της αεροτομής. Επιπλέον οι ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής κατασκευάζονται ως τόξα κύκλου. Οι παράμετροι σχεδίασης είναι οι συντεταγμένες των 8 κεντρικών σημείων κάθε πλευράς, ενώ το δεύτερο και το προτελευταίο σημείο σε κάθε πλευρά υπολογίζονται από την ακτίνα καμπυλότητας του κυκλικού τόξου και την κλίση της μέσης γραμμής στην κάθε ακμή που δίνονται και αυτές ως παράμετροι σχεδίασης.

Η αεροτομή αναφοράς προσεγγίζεται με την παραπάνω παραμετροποίηση με τις ακόλουθες παραμέτρους σχεδίασης:

Leading Edge

(0,0) (x,y)Center
0.008 R LE
35 Phi LE

Trailing Edge

(1,0) (x,y)Center
0.01 R TE
150 Phi TE

Pressure Side Control Points

(0.0493671,-0.00506329)
(0.118987,0.0367089)
(0.18481,0.021519)
(0.306329,0.106329)
(0.492405,0.101266)
(0.625316,0.00886076)
(0.856962,0.0898734)
(0.958228,-0.0253165)

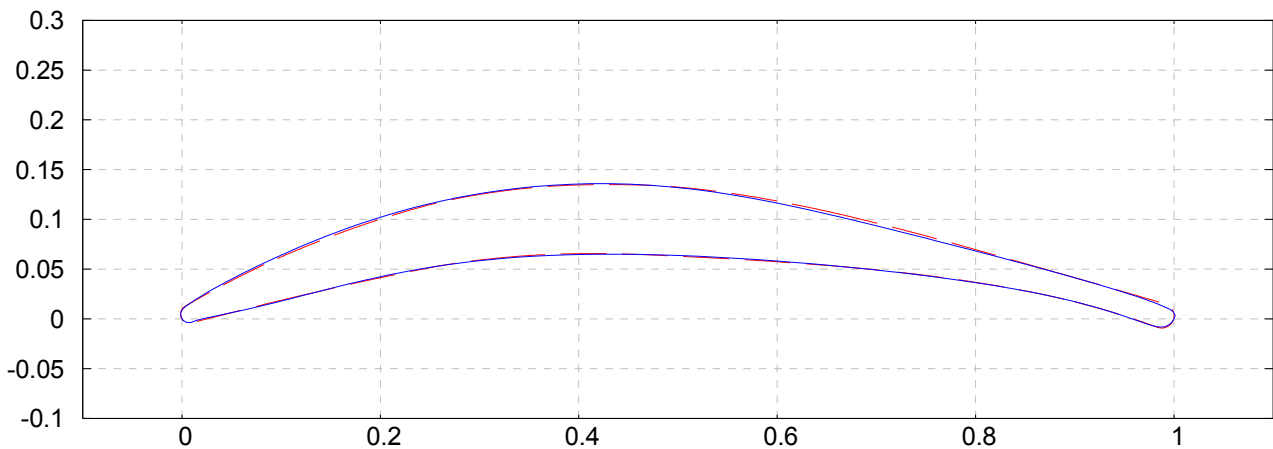
Suction Side Control Points

(0.0139241,0.0379747)
(0.198734,0.105063)
(0.306329,0.177215)
(0.431646,0.136709)
(0.539241,0.14557)
(0.626582,0.135443)
(0.773418,0.0582278)
(0.992405,0.0316456)

Οι παραπάνω τιμές για τις παραμέτρους σχεδίασης προέκυψαν από μια πρώτη βελτιστοποίηση με αντικειμενική συνάρτηση της πιστότητα αναπαράστασης της αεροτομής αναφοράς από της παραμετροποίηση που επιλέχθηκε. Συγκεκριμένα η αντικειμενική συνάρτηση που χρησιμοποιήθηκε είναι η $F_{obj} = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$ όπου y_i η τεταγμένη του σημείου i της προσέγγισης και \hat{y}_i η τεταγμένη της πραγματικής αεροτομής αναφοράς για το ίδιο σημείο (ίδια αδιάστατη τετμημένη x).

Ως εκ τούτου το αποτέλεσμα είναι οι τιμές εκείνες για τις παραμέτρους σχεδίασης που προσεγγίζουν με την καλύτερη δυνατή ακρίβεια την αεροτομή αναφοράς.

Στο ακόλουθο σχήμα παρουσιάζονται γραφικά η αεροτομή αναφοράς (με κόκκινη διακεκομμένη γραμμή) και η βέλτιστη προσέγγιση της (με μπλε συνεχή γραμμή). Η απόλυτη ταύτιση δεν έχει σημασία καθώς η μόνη χρησιμότητα της προσέγγισης αυτής είναι να υποδείξει τις περιοχές για τις παραμέτρους σχεδίασης γύρω από τις οποίες θα κληθεί ο EASY να αναζητήσει τη βέλτιστη αεροτομή.



Κατά τη βελτιστοποίηση οι τιμές των παραμέτρων σχεδίασης κωδικοποιούνται από το λογισμικό EASY σε ένα αρχείο *task.dat* το οποίο περιγράφει πλήρως το περίγραμμα κάθε αεροτομής, σε γωνία stagger 0° , και έχει την ακόλουθη μορφή:

Task.dat

```
48          //Συνολικό πλήθος παραμέτρων σχεδίασης
0           // x_LE
0           // y_LE
0.008      // R_LE
35         // Phi_LE
1          // x_TE
0          // y_TE
0.01       // R_TE
150        // Phi_TE
8          // Πλήθος εσωτερικών σημείων Bezier στη PS
0.0493671  // x3_PS
-0.00506329 // y3_PS
0.118987   // x4_PS
0.0367089  // y4_PS
0.18481    // x5_PS
0.021519   // y5_PS
0.306329   // x6_PS
0.106329   // y6_PS
0.492405   // x7_PS
0.101266   // y7_PS
0.625316   // x8_PS
0.00886076 // y8_PS
0.856962   // x9_PS
0.0898734  // y9_PS
0.958228   // x10_PS
-0.0253165 // y10_PS
8          //Πλήθος εσωτερικών σημείων ελέγχου στη PS
0.0139241  // x3_SS
0.0379747  // y3_SS
0.198734   // x4_SS
0.105063   // y4_SS
0.306329   // x5_SS
0.177215   // y5_SS
0.431646   // x6_SS
0.136709   // y6_SS
0.539241   // x7_SS
0.14557    // y7_SS
0.626582   // x8_SS
0.135443   // y8_SS
0.773418   // x9_SS
0.0582278  // y9_SS
0.992405   // x10_SS
0.0316456  // y10_SS
61
61
41
41
101
101
```

Οι τελευταίες 6 γραμμές είναι κοινές για όλα τα πτερύγια και καθορίζουν τον τρόπο με τον οποίο δημιουργείται η μορφή της αεροτομής στο επίπεδο XY.

Με βάση την αεροτομή αναφοράς καθορίστηκαν τα αρχικά διαστήματα διακύμανσης των παραμέτρων σχεδίασης, τα οποία φαίνονται παρακάτω:

id	Min	Max	Const	bits	Comment
1	0	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	x_LE (fixed)
2	0	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	y_LE (fixed)
3	0	0,015	<input type="checkbox"/>	4	R-LE
4	20	50	<input type="checkbox"/>	4	Phi_LE
5	1	1	<input checked="" type="checkbox"/>	0	x_TE (fixed)
6	0	0	<input checked="" type="checkbox"/>	0	y_TE (fixed)
7	0	0,1	<input type="checkbox"/>	4	R-TE
8	130	170	<input type="checkbox"/>	4	Phi_TE
9	8	8	<input checked="" type="checkbox"/>	0	for Shape.for, control points PS
10	0	0,15	<input type="checkbox"/>	6	x3 PS
11	-0,05	0,05	<input type="checkbox"/>	8	y3 PS
12	0,07	0,17	<input type="checkbox"/>	6	x4 PS
13	-0,01	0,11	<input type="checkbox"/>	8	y4 PS
14	0,13	0,23	<input type="checkbox"/>	6	x5 PS
15	-0,03	0,13	<input type="checkbox"/>	8	y5 PS
16	0,25	0,35	<input type="checkbox"/>	6	x6 PS
17	0,05	0,15	<input type="checkbox"/>	8	y6 PS
18	0,45	0,55	<input type="checkbox"/>	6	x7 PS
19	0,05	0,15	<input type="checkbox"/>	8	y7 PS
20	0,57	0,67	<input type="checkbox"/>	6	x8 PS
21	-0,05	0,05	<input type="checkbox"/>	8	y8 PS
22	0,8	0,9	<input type="checkbox"/>	6	x9 PS
23	0,05	0,15	<input type="checkbox"/>	8	y9 PS
24	0,9	1	<input type="checkbox"/>	6	x10 PS
25	-0,07	0,03	<input type="checkbox"/>	8	y10 PS
26	8	8	<input checked="" type="checkbox"/>	0	for Shape.for, control points SS
27	-0,04	0,06	<input type="checkbox"/>	6	x3 SS
28	-0,02	0,08	<input type="checkbox"/>	8	y3 SS
29	0,15	0,25	<input type="checkbox"/>	6	x4 SS
30	0,05	0,15	<input type="checkbox"/>	8	y4 SS
31	0,25	0,35	<input type="checkbox"/>	6	x5 SS
32	0,12	0,22	<input type="checkbox"/>	8	y5 SS
33	0,38	0,48	<input type="checkbox"/>	6	x6 SS
34	0,09	0,19	<input type="checkbox"/>	8	y6 SS
35	0,49	0,59	<input type="checkbox"/>	6	x7 SS
36	0,1	0,2	<input type="checkbox"/>	8	y7 SS
37	0,57	0,67	<input type="checkbox"/>	6	x8 SS
38	0,08	0,18	<input type="checkbox"/>	8	y8 SS
39	0,72	0,82	<input type="checkbox"/>	6	x9 SS
40	0	0,1	<input type="checkbox"/>	8	y9 SS
41	0,95	1,02	<input type="checkbox"/>	6	x10 SS
42	-0,02	0,08	<input type="checkbox"/>	8	y10 SS
43	61	61	<input checked="" type="checkbox"/>	0	see shape.for nnps
44	61	61	<input checked="" type="checkbox"/>	0	see shape.for nnss
45	41	41	<input checked="" type="checkbox"/>	0	see shape.for nnle circle
46	41	41	<input checked="" type="checkbox"/>	0	see shape.for nnte circle
47	101	101	<input checked="" type="checkbox"/>	0	knodPS
48	101	101	<input checked="" type="checkbox"/>	0	knodSS

Στον παραπάνω πίνακα από τις ρυθμίσεις του EASY φαίνονται τα άνω και κάτω όρια για κάθε μεταβλητή, καθώς και ο αριθμός των bits στο χρωμόσωμα για την κάθε μία. Όπως είναι φανερό, οι ελεύθερες μεταβλητές, οι οποίες και καθορίζουν τη μορφή του πτερυγίου είναι 36. Τα διαστήματα στα οποία κινούνται τέθηκαν γύρω από τις τιμές που βρέθηκαν ότι περιγράφουν κατά το δυνατόν πιστότερα την αεροτομή αναφοράς, σε ένα εύρος ± 0.05 για τα σημεία ελέγχου, $\pm 10^\circ$ για τις γωνίες και ± 0.008 για τις ακτίνες στις δύο ακμές, περίπου.

Σημειώνεται βέβαια πως χρησιμοποιήθηκε η προαιρετική δυνατότητα του κώδικα EASY να αναπροσαρμόζει τα διαστήματα κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης, μετατοπίζοντας τα γύρω από τις τιμές των καλύτερων μέχρι τότε λύσεων και μειώνοντας το εύρος τους ώστε να αυξηθεί η ανάλυση (resolution). Όσον αφορά στα διαθέσιμα bits σε κάθε μεταβλητή, τέθηκαν 4 για αυτές που καθορίζουν την μορφή των δύο ακμών (ακτίνες τόξων και κλίσεις μέσης γραμμής), 6 για τις οριζόντιες θέσεις των εσωτερικών σημείων ελέγχου (x) και 8 για τις κατακόρυφες θέσεις (y).

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Αεροτομή Αναφοράς

Η αξιολόγηση της αεροτομής αναφοράς με τον ίδιο τρόπο όπως και των υποψήφιων λύσεων έδωσε τα παρακάτω αποτελέσματα:

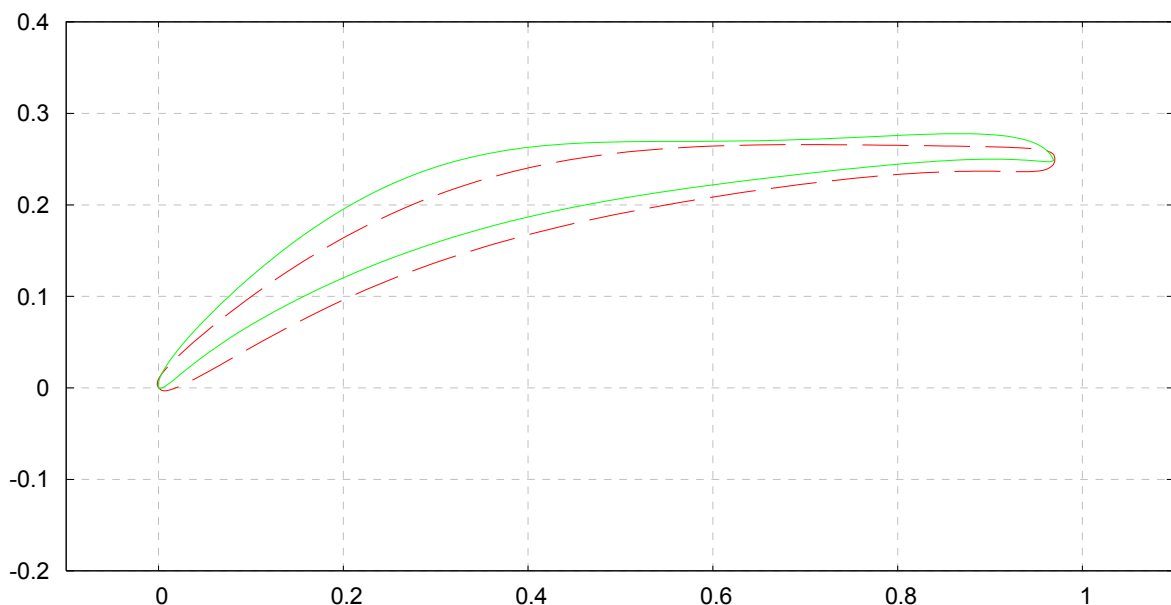
	$\alpha_1=46^\circ$	$\alpha_1=43.4^\circ$	$\alpha_1=40^\circ$
Απώλειες ω	25.5‰	22.7‰	21.2‰
Στροφή $\alpha_1-\alpha_2$	42.3°	39.3°	36.0°

Αντικειμενική συνάρτηση για το πρόβλημα ενός στόχου: $4.3668 \cdot 10^{-2}$
(Συμπεριλαμβάνει τις όποιες ποινές)

Αντικειμενικές συναρτήσεις για το πρόβλημα 3 στόχων: $2.5510 \cdot 10^{-2}$
(Συμπεριλαμβάνουν τις όποιες ποινές) $3.4250 \cdot 10^{-2}$
 $5.2131 \cdot 10^{-2}$

Πρόβλημα ενός στόχου (3 σημείων λειτουργίας)

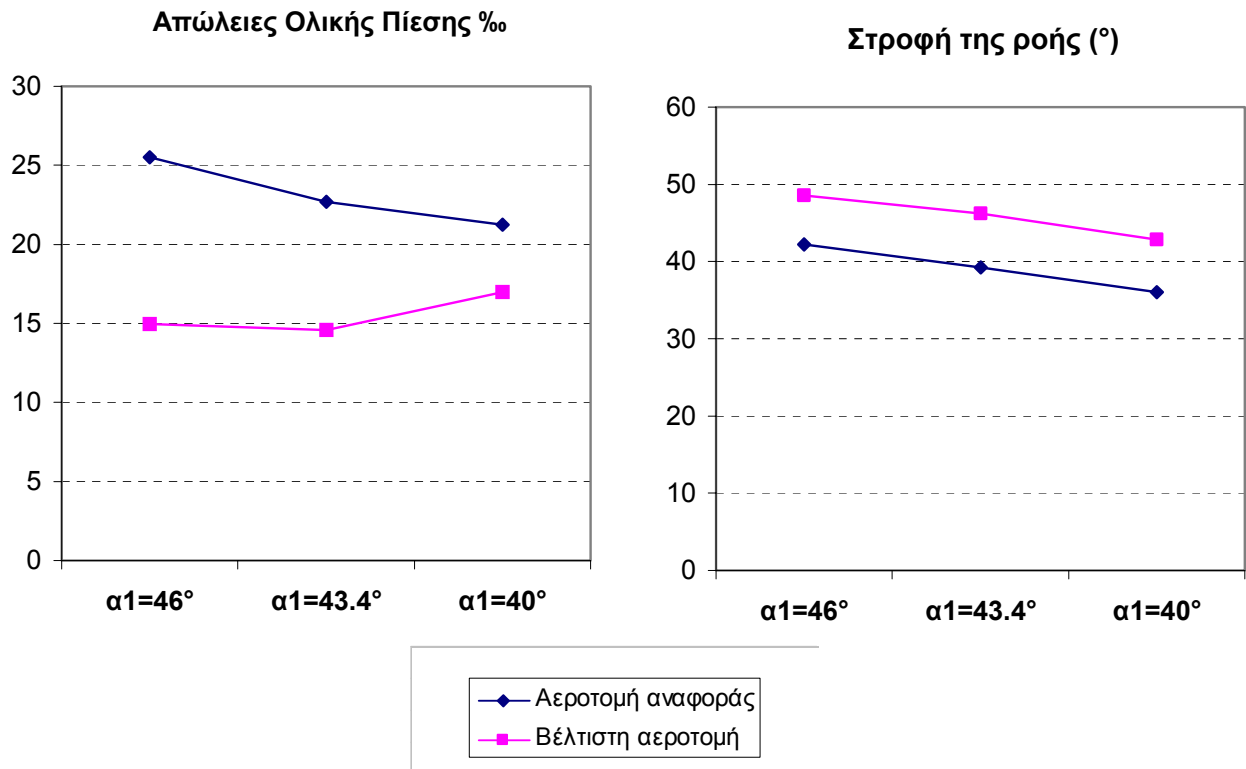
Μετά από αρκετές γενιές και αξιολογήσεις, οπότε πλέον είχε πρακτικώς συγκλίνει η διαδικασία, η βελτιστοποίηση για το πρόβλημα ενός στόχου με το αρχικό μοντέλο ποινών για τη γωνία στροφής (36° - 42°) ανέδειξε την παρακάτω αεροτομή που φαίνεται με **πράσινη** συνεχή γραμμή, μαζί με την αεροτομή αναφοράς με **κόκκινη** διακεκομμένη.



Οι επιδόσεις για την νέα αυτή λύση είναι:

	$\alpha_1=46^\circ$	$\alpha_1=43.4^\circ$	$\alpha_1=40^\circ$
Απώλειες ω	15.0‰	14.6‰	17.0‰
Στροφή $\alpha_1-\alpha_2$	48.6°	46.2°	43.0°

Και γραφικά σε σύγκριση με την αεροτομή αναφοράς:



Αντικειμενική συνάρτηση για το πρόβλημα ενός στόχου: $1.60820 \cdot 10^{-2}$
 (Συμπεριλαμβάνει τις όποιες ποινές)

Αντικειμενικές συναρτήσεις για το πρόβλημα 3 στόχων: $1.496 \cdot 10^{-2}$
 (Συμπεριλαμβάνουν τις όποιες ποινές) $1.460 \cdot 10^{-2}$
 $1.698 \cdot 10^{-2}$

Από το ότι οι επιμέρους αντικειμενικές συναρτήσεις ταυτίζονται με τις απώλειες συμπεραίνουμε ότι δεν επιβάλλονται καθόλου ποινές στη λύση αυτή άρα είναι εντός των ορίων που τέθηκαν αρχικά.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα με αυτά της αεροτομής αναφοράς βλέπουμε ότι η νέα λύση υπερέχει σε όλους τους τομείς, αφού έχει σημαντικά μικρότερες απώλειες, λόγω της πιο οξείας ακμής προσβολής αλλά πετυχαίνει και σημαντικά μεγαλύτερες στροφές της ροής, λόγω της πιο έντονης κυρτότητας της. Ιδιαίτερα στην off-design λειτουργία είναι εντυπωσιακή η τιμή των $48,5^\circ$. Η τάση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης προς αεροτομές με μεγάλες γωνίες στροφής προέκυψε από την απαίτηση για 42° στροφή στο σημείο λειτουργίας (όπως και στα άλλα δύο σημεία βέβαια). Το ότι και στα 3 σημεία λειτουργίας τα όρια για τις ποινές στη στροφή είναι ίδια έχει ως αποτέλεσμα πρακτικά να

ενεργοποιείται μόνο ο περιορισμός για το σημείο με τη μικρότερη γωνία εισόδου α_1 αφού δεδομένης της περίπου σταθερής γωνίας εξόδου α_2 (καθορίζεται εν πολλοίς από τη γεωμετρία της πτερύγωσης) η μεγαλύτερες γωνίες εισόδου δίνουν εύκολα μεγαλύτερες γωνίες στροφής. Ως εκ τούτου για $\alpha_1=40^\circ$ ο αλγόριθμος καταβάλλει προσπάθεια για την επίτευξη υψηλής στροφής ενώ για $\alpha_1=43.4^\circ$ και $\alpha_1=46^\circ$ η υψηλή στροφή προκύπτει εύκολα οπότε ο μόνος στόχος είναι η ελαχιστοποίηση των απωλειών. Αποτέλεσμα είναι στα δύο αρχικά off-design σημεία λειτουργίας να είναι μικρότερες απ' ότι στο αρχικά κανονικό σημείο λειτουργίας, υποδεικνύοντας ότι με τις ποινές που επιβλήθηκαν προέκυψε μια αεροτομή με μετατοπισμένο το σημείο λειτουργίας, προς υψηλότερες γωνίες εισόδου.

Από τα παραπάνω αποτελέσματα είναι εμφανές πως η ποινή για τη στροφή δεν πρέπει να επιβάλλεται στο ίδιο διάστημα τιμών και για τα τρία σημεία λειτουργίας. Ως εκ τούτου τροποποιήθηκε η διαδικασία αξιολόγησης των λύσεων ώστε να είναι δυνατή η αλλαγή των ορίων της ποινής, καθώς και η τιμή του συντελεστή ποινής αμέσως πριν την απόρριψη της λύσης, μέσω του αρχείου spen#.jtb όπου # το σημείο λειτουργίας. Με αυτή την αλλαγή εκτελέστηκε 3 φορές ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης με 3 διαφορετικές ρυθμίσεις στις ποινές. Και στις 3 εκτελέσεις η μέγιστη τιμή του συντελεστή ποινής (αμέσως πριν την απόρριψη της λύσης) ήταν 1.5, ενώ τα όρια των ποινών ήταν τα παρακάτω:

Ελαφρές ποινές (Mild)

Εδώ πρακτικώς απαιτήθηκε ένα πτερύγιο με στροφή ίδια με του αρχικού

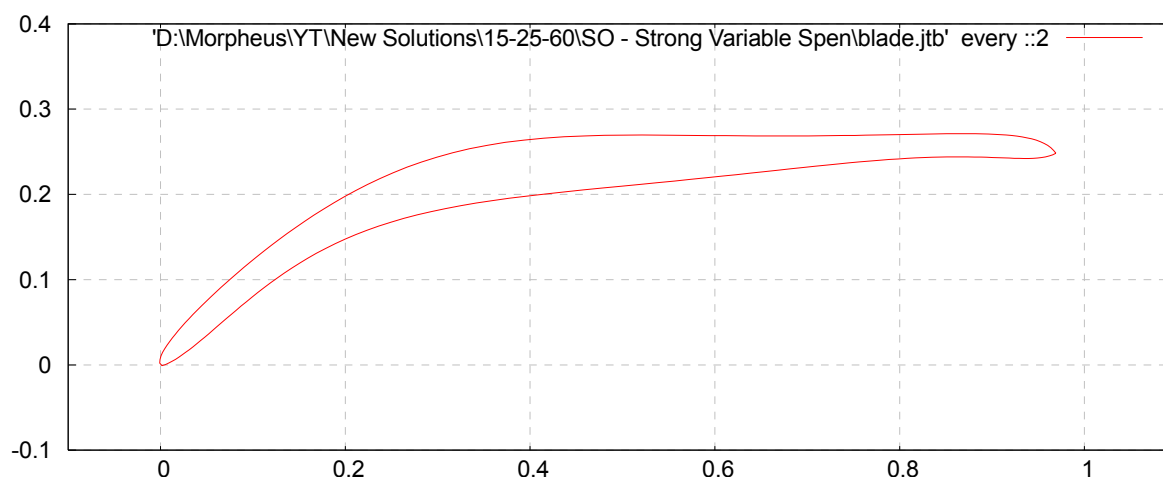
	$\alpha_1=46^\circ$	$\alpha_1=43.4^\circ$	$\alpha_1=40^\circ$
Ελάχιστη στροφή	39°	36°	33°
Μέγιστη στροφή	43°	40°	37°

Έντονες ποινές (Strong)

Εδώ απαιτήθηκε βελτίωση κατά 2° περίπου της στροφής σε κάθε σημείο λειτουργίας

	$\alpha_1=46^\circ$	$\alpha_1=43.4^\circ$	$\alpha_1=40^\circ$
Ελάχιστη στροφή	39°	36°	33°
Μέγιστη στροφή	45°	42°	39°

Σημειώνεται πως σε αυτήν την περίπτωση φάνηκε η ανάγκη για περιορισμό του ελάχιστου πάχους και στο εμπρός μέρος του πτερυγίου αφού χωρίς τον περιορισμό αυτό προέκυψαν πτερύγια παρόμοια με το παρακάτω:

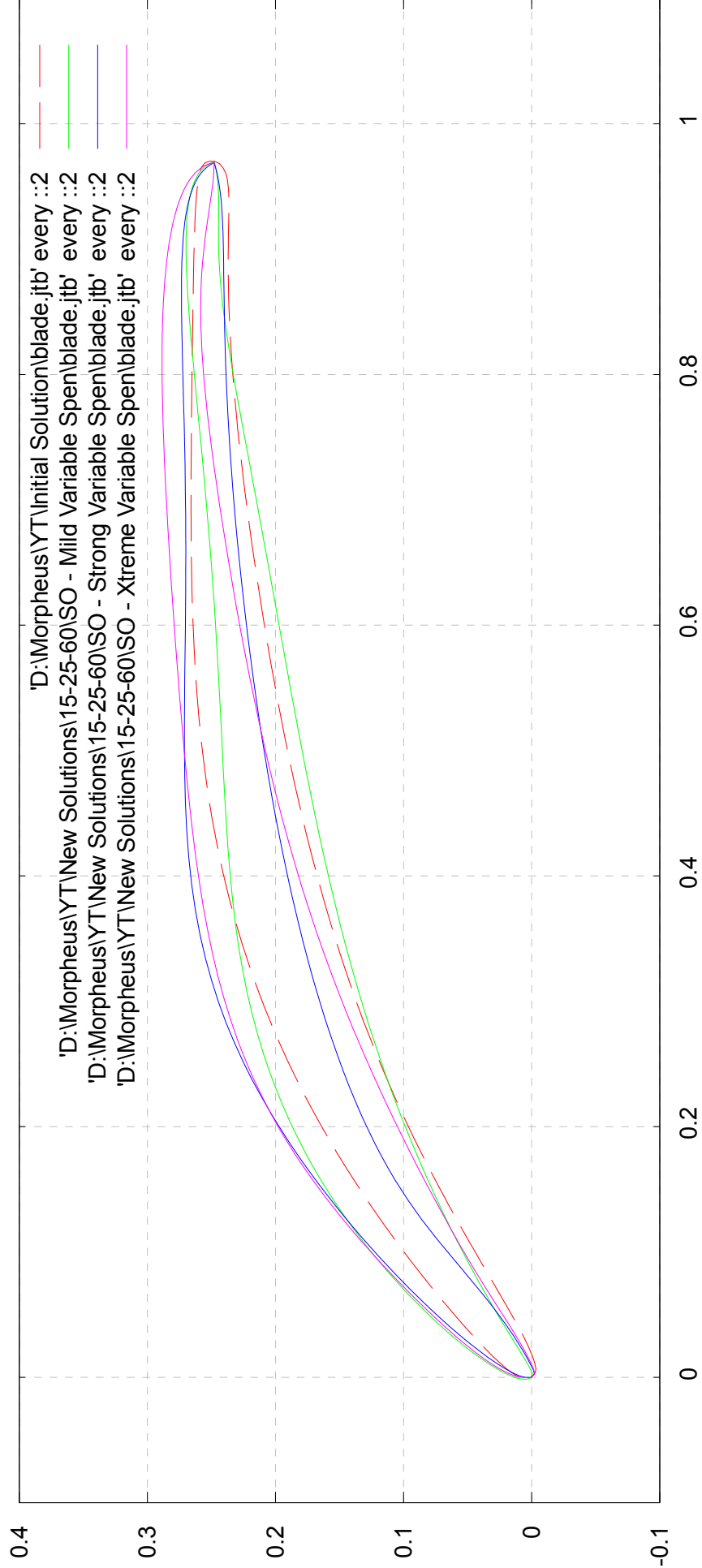


Ακραίες ποινές (Xtreme)

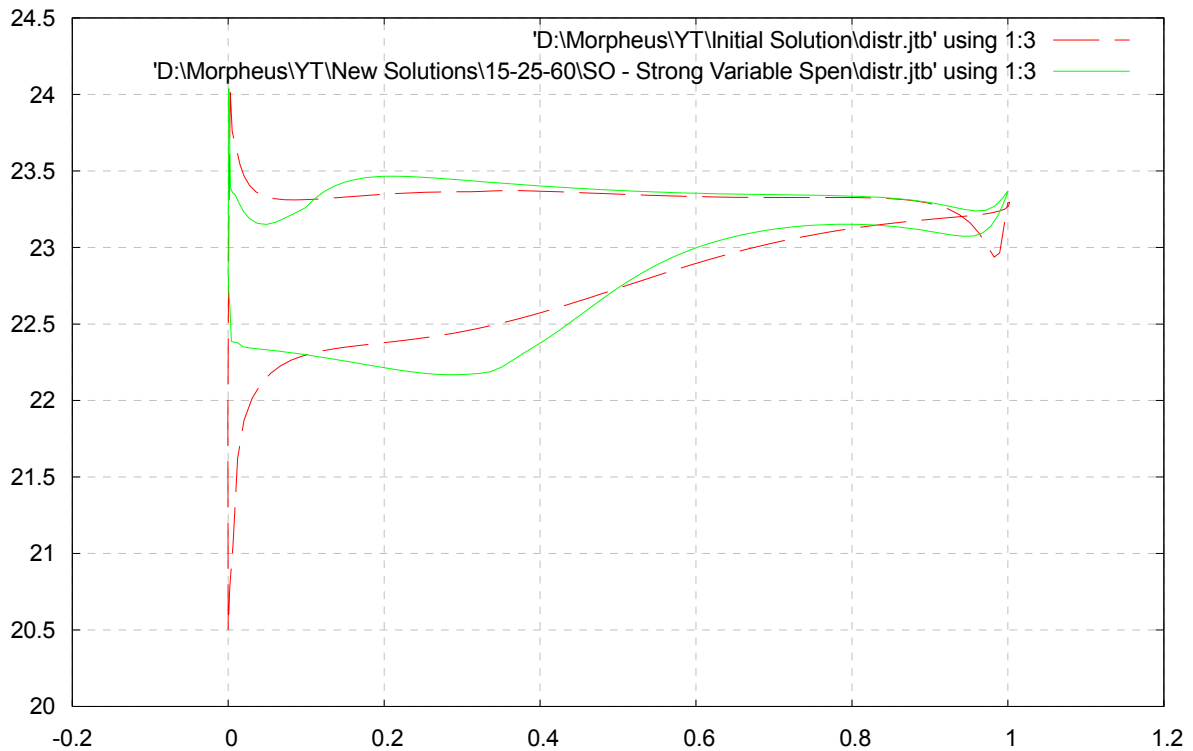
Εδώ επιβλήθηκαν πολύ απαιτητικές ποινές ώστε να εξερευνηθεί η μέγιστη στροφή που μπορεί να πετύχει το πτερύγιο.

	$\alpha_1=46^\circ$	$\alpha_1=43.4^\circ$	$\alpha_1=40^\circ$
Ελάχιστη στροφή	35°	34°	33°
Μέγιστη στροφή	48°	47°	44°

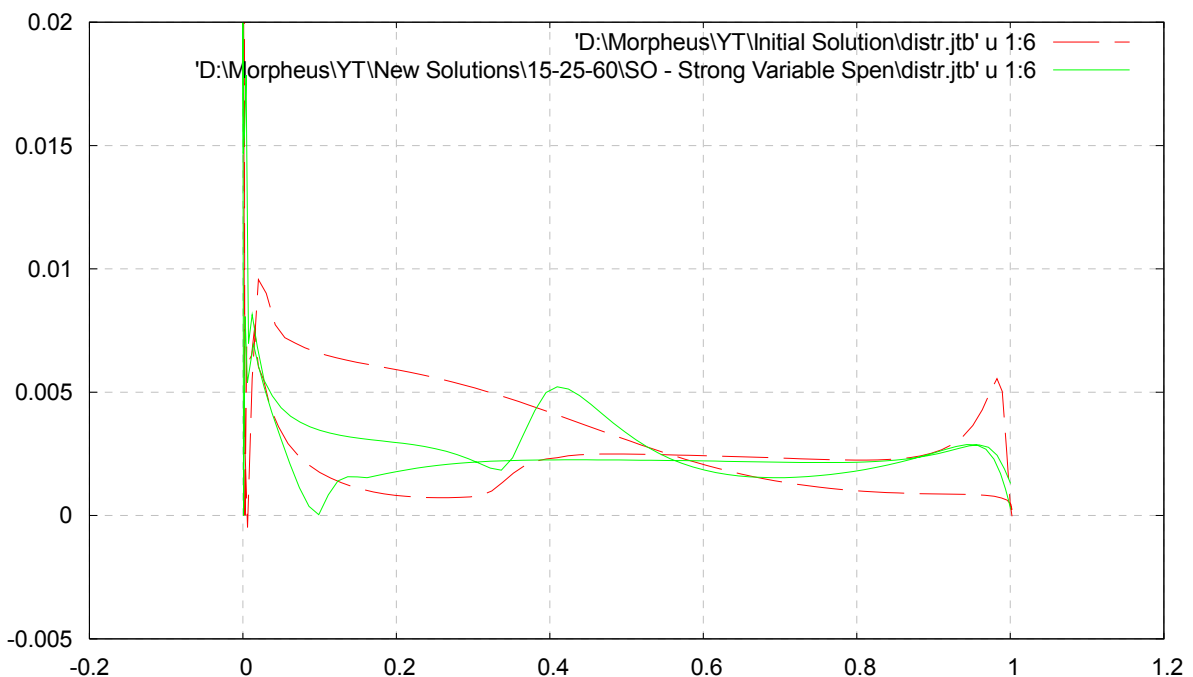
Τελικά μετά από την εκτέλεση του αλγόριθμου βελτιστοποίησης για κάθε μια από τις παραπάνω περιπτώσεις προέκυψαν 3 νέες βέλτιστες αεροτομές που φαίνονται στο ακόλουθο σχήμα:



Όλες οι βέλτιστες αεροτομές παρουσιάζουν μεγαλύτερη κλίση της μέσης γραμμής στην ακμή προσβολής, ειδικότερα δε η πλευρά υποπίεσης είναι σχεδόν ταυτόσημη και για τις 3 νέες αεροτομές στο πρώτο 20% περίπου της χορδής. Επιπλέον παρατηρούμε ότι όσο πιο μεγάλη είναι η απαιτούμενη γωνία στροφή τόσο πιο υπερυψωμένο είναι το πίσω άκρο της αεροτομής ώστε να επιτύχει μεγάλη κυρτότητα και τελικά υψηλή γωνία στροφής. Γενικά οι βέλτιστες λύσεις λόγω της έντονης κλίσης στο εμπρός φορτίζονται περισσότερο εμπρός και λιγότερο πίσω, όπως φαίνεται και από την κατανομή πίεσης (C_p) ενός εκ των βέλτιστων λύσεων σε σύγκριση με της αεροτομής αναφοράς:



Επίσης από το διάγραμμα του συντελεστή τριβής (C_f) βλέπουμε ότι αυτός δεν περνά σε αρνητικές τιμές και άρα δεν υπάρχει αποκόλληση της ροής.

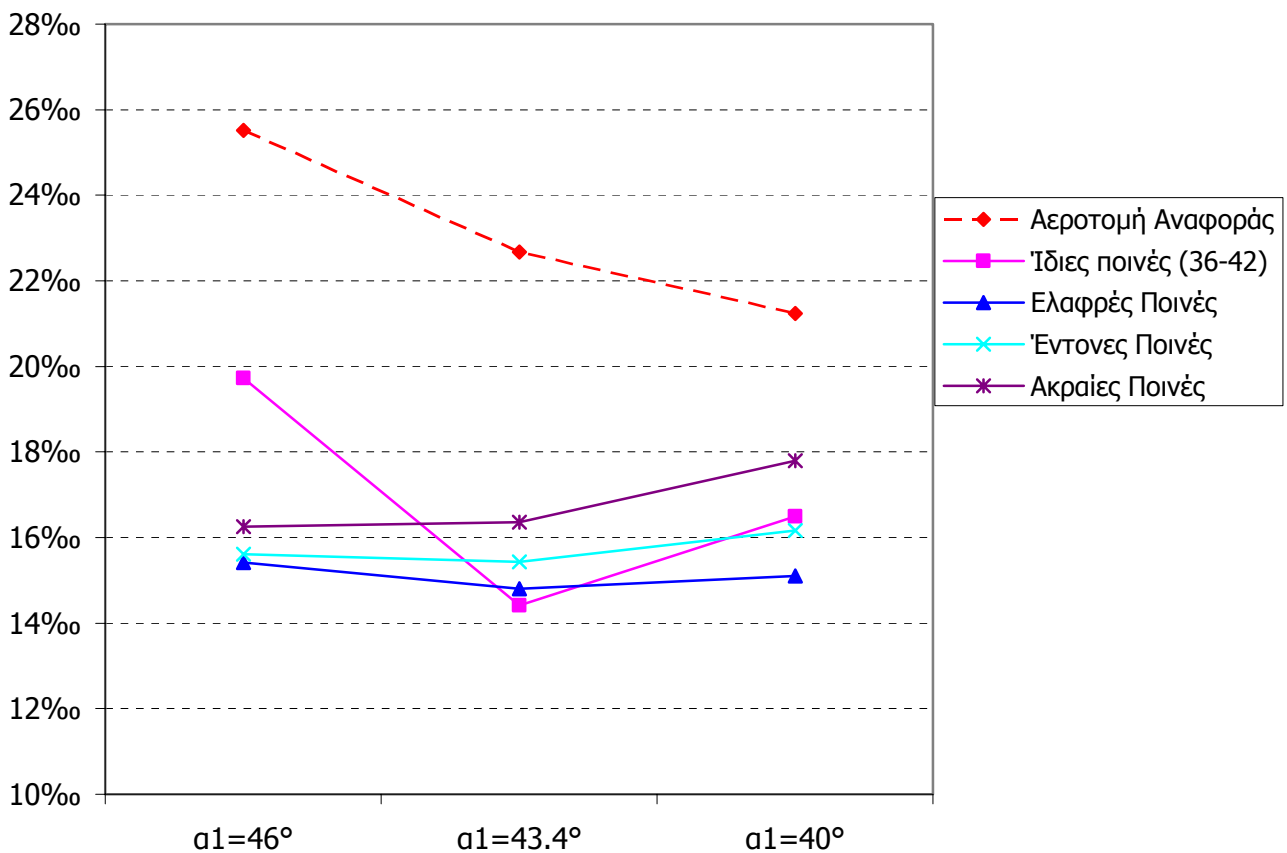


Οι επιδόσεις των βέλτιστων αεροτομών στον τομέα των απωλειών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

	$\alpha_1=46^\circ$	$\alpha_1=43.4^\circ$	$\alpha_1=40^\circ$
Αεροτομή Αναφοράς	25.5‰	22.7‰	21.2‰
Ίδιες ποινές (36-42)	19.7‰	14.4‰	16.5‰
Ελαφρές Ποινές	15.4‰	14.8‰	15.1‰
Έντονες Ποινές	15.6‰	15.4‰	16.2‰
Ακραίες Ποινές	16.3‰	16.4‰	17.8‰

Και γραφικά στο επόμενο σχήμα:

Απώλειες Ολικής Πίεσης



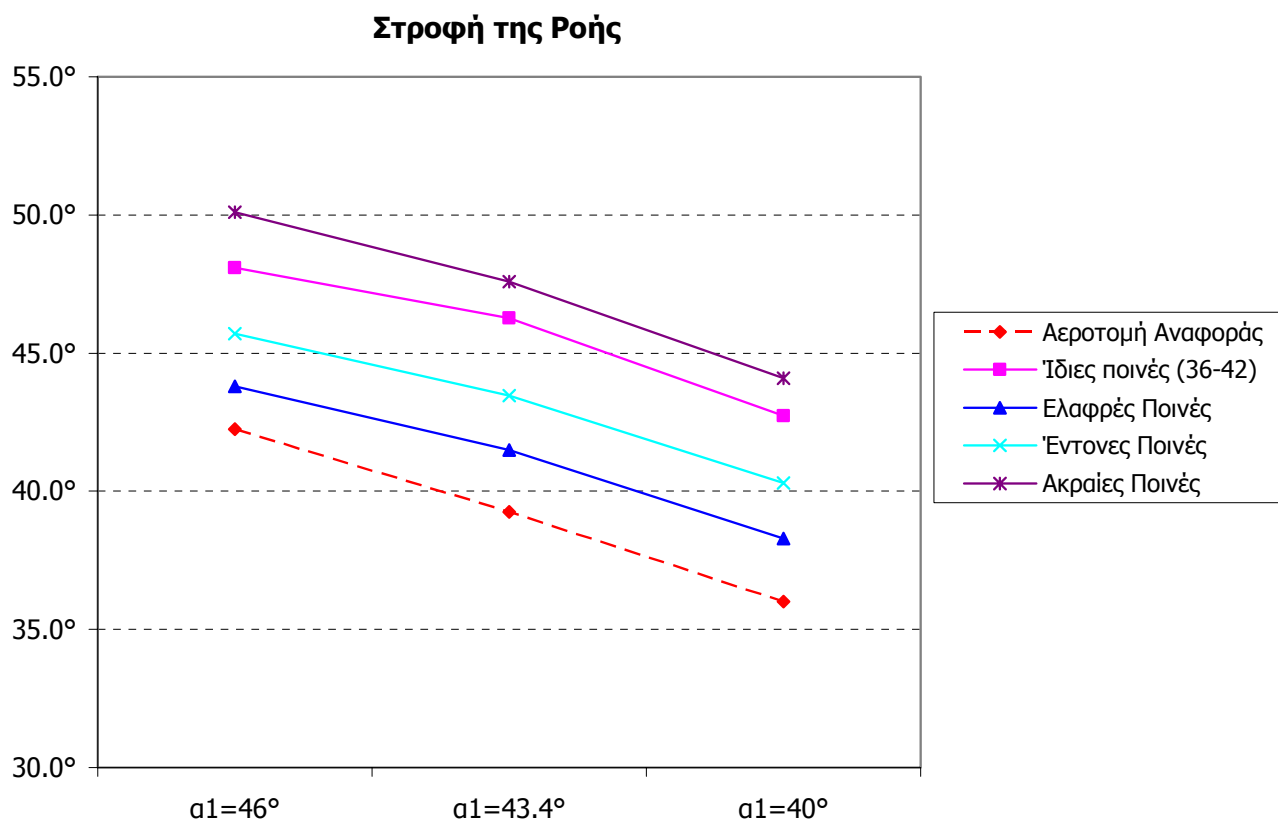
Βλέπουμε ότι οι βέλτιστες λύσεις επιτυγχάνουν σημαντικά μικρότερες απώλειες από την αεροτομή αναφοράς. Αξιοσημείωτο είναι ότι το σημείο κανονικής λειτουργίας δεν έχει μικρότερες απώλειες από τα άλλα δύο, αντιθέτως ορισμένες φορές έχει και ελαφρά υψηλότερες. Μάλιστα όσο μεγαλύτερη είναι η απαίτηση για στροφή τόσο πιο συμφέροντα γίνονται από μεριάς απωλειών τα σημεία 1 και 2 που λειτουργούν με μεγαλύτερες γωνίες εισόδου. Αυτό είναι λογικό όπως εξηγήθηκε και παραπάνω καθώς η επίτευξη μεγάλης στροφής ευνοείται από τη μεγάλη γωνία εισόδου.

Επιπλέον είναι εμφανής η ανοδική πορεία των απωλειών καθώς αυξάνονται οι απαιτήσεις για στροφή, στο ίδιο πάντα σημείο λειτουργίας.

Αντίστοιχα για τις γωνίες στροφής:

	$\alpha_1=46^\circ$	$\alpha_1=43.4^\circ$	$\alpha_1=40^\circ$
Αεροτομή Αναφοράς	42.3°	39.3°	36.0°
Ίδιες ποινές (36-42)	48.1°	46.3°	42.7°
Ελαφρές Ποινές	43.8°	41.5°	38.3°
Έντονες Ποινές	45.7°	43.5°	40.3°
Ακραίες Ποινές	50.1°	47.6°	44.1°

Και γραφικά:



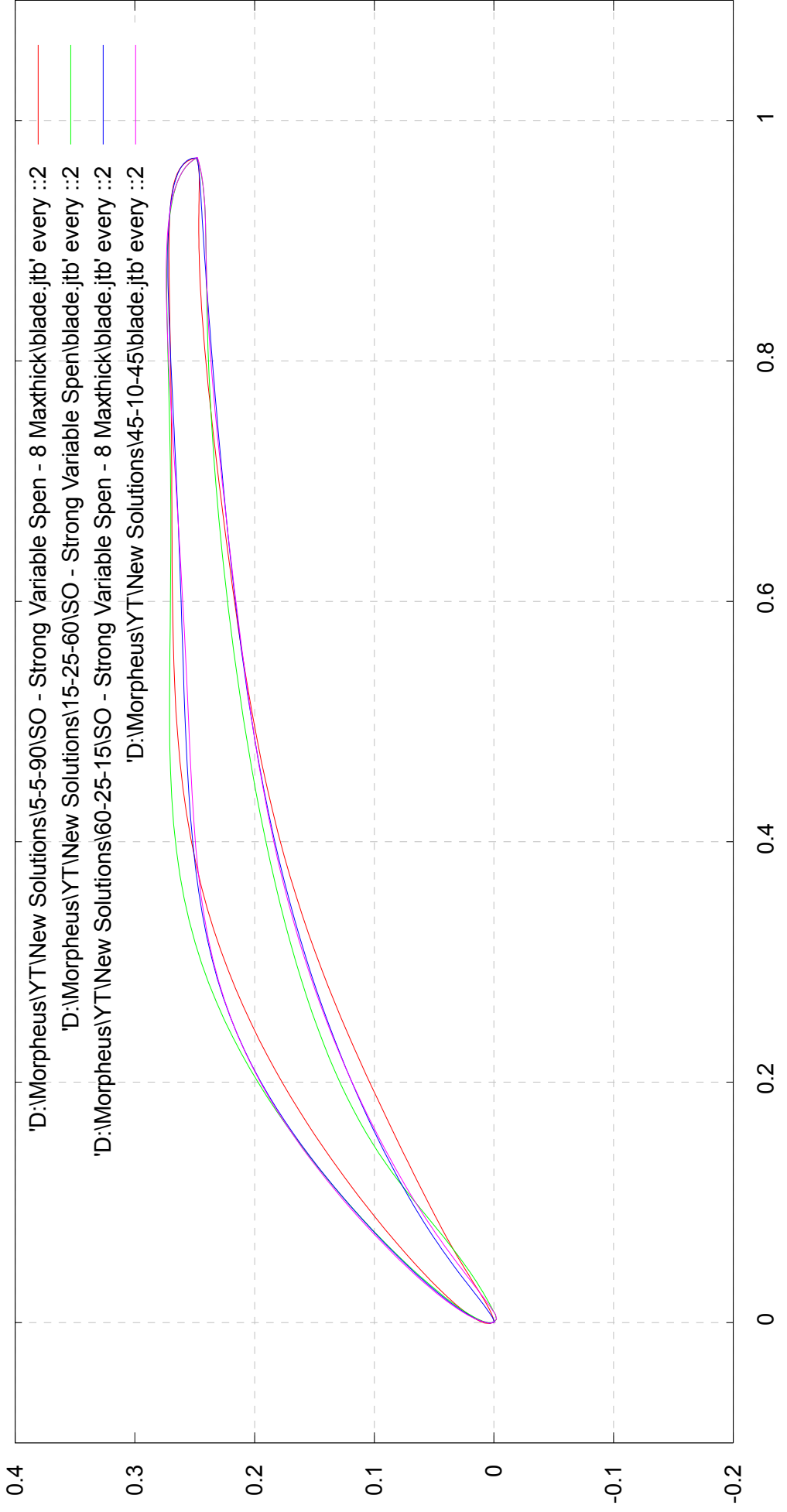
Σε αυτόν τον πίνακα με πράσινο χρώμα φαίνονται τα σημεία λειτουργίας που είναι πιο κοντά στο αντίστοιχο όριο στροφής, και αποτελούν άρα τον ενεργό περιορισμό σε κάθε μοντέλο ποινών. Στις δύο από τις τέσσερις περιπτώσεις το ρόλο αυτό έχει το σημείο λειτουργίας 3 και μάλιστα για το μοντέλο ακραίων ποινών η στρόφη είναι οριακά μεγαλύτερη της ελάχιστης απαιτούμενης (44°) ώστε να μην επιβληθεί ποινή.

Όσον αφορά στη λύση με σταθερά όρια ποινής για τη στρόφη (36°-42°) φαίνεται και από τους δύο πίνακες ότι κατατάσσεται σε αυστηρότητα μεταξύ των έντονων και των ακραίων ποινών, όπως άλλωστε συμβαίνει και με το άνω όριο ποινής για το σημείο 3 (που είναι ο ενεργός περιορισμός) (40<42<44).

Για την διερεύνηση της επιρροής των συντελεστών βαρύτητας των επιμέρους συναρτήσεων κόστους στην τελική λύση εκτελέσθηκε ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης για 2

επιπλέον τριάδες συντελεστών, αρκετά διαφορετικών από την (0.15, 0.25, 0.6). Συγκεκριμένα επιλέχθηκαν οι συντελεστές (0.05, 0.05, 0.9) πριμοδοτώντας πολύ το σημείο κανονικής λειτουργίας και αμελώντας τα άλλα 2, οι (0.6, 0.25, 0.15) που είναι ίδιοι με τους αρχικούς αν θεωρήσουμε ως σημείο λειτουργίας το σημείο 1 και όχι το 3 και οι (0.45, 0.1, 0.45) ώστε να συμβιβασθούν οι δύο ακραίοι στόχοι. Η αλλαγή του σημείου κανονικής λειτουργίας που θεωρείται με τους συντελεστές (0.6, 0.25, 0.15) υποδεικνύεται και από τις απώλειες των βέλτιστων αεροτομών που έχουν προκύψει με *έντονες* και *ακραίες* ποινές στη στροφή. Σε όλες τις περιπτώσεις εφαρμόστηκαν *έντονες* ποινές ως προς τη στροφή της ροής.

Μετά την εκτέλεση του αλγόριθμου βελτιστοποίησης προέκυψαν οι αεροτομές που φαίνονται στο ακόλουθο διάγραμμα.



Οι επιδόσεις τους συγκριτικά είναι:

Απώλειες

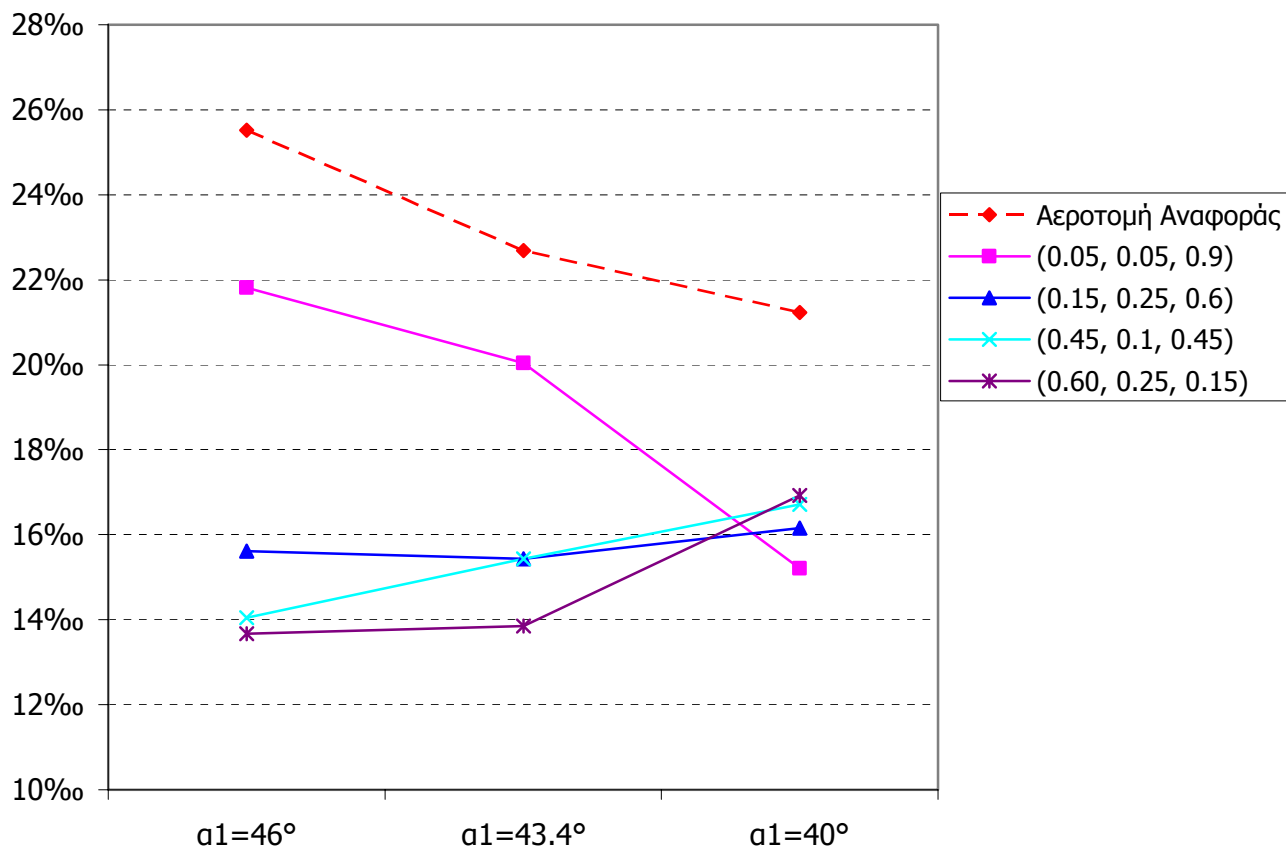
	$\alpha_1=46^\circ$	$\alpha_1=43.4^\circ$	$\alpha_1=40^\circ$
Αρχική Λύση	25.5‰	22.7‰	21.2‰
(0.05, 0.05, 0.9)	21.8‰	20.0‰	15.2‰
(0.15, 0.25, 0.6)	15.6‰	15.4‰	16.2‰
(0.45, 0.1, 0.45)	14.1‰	15.4‰	16.7‰
(0.60, 0.25, 0.15)	13.7‰	13.9‰	16.9‰

Γωνία Στροφής

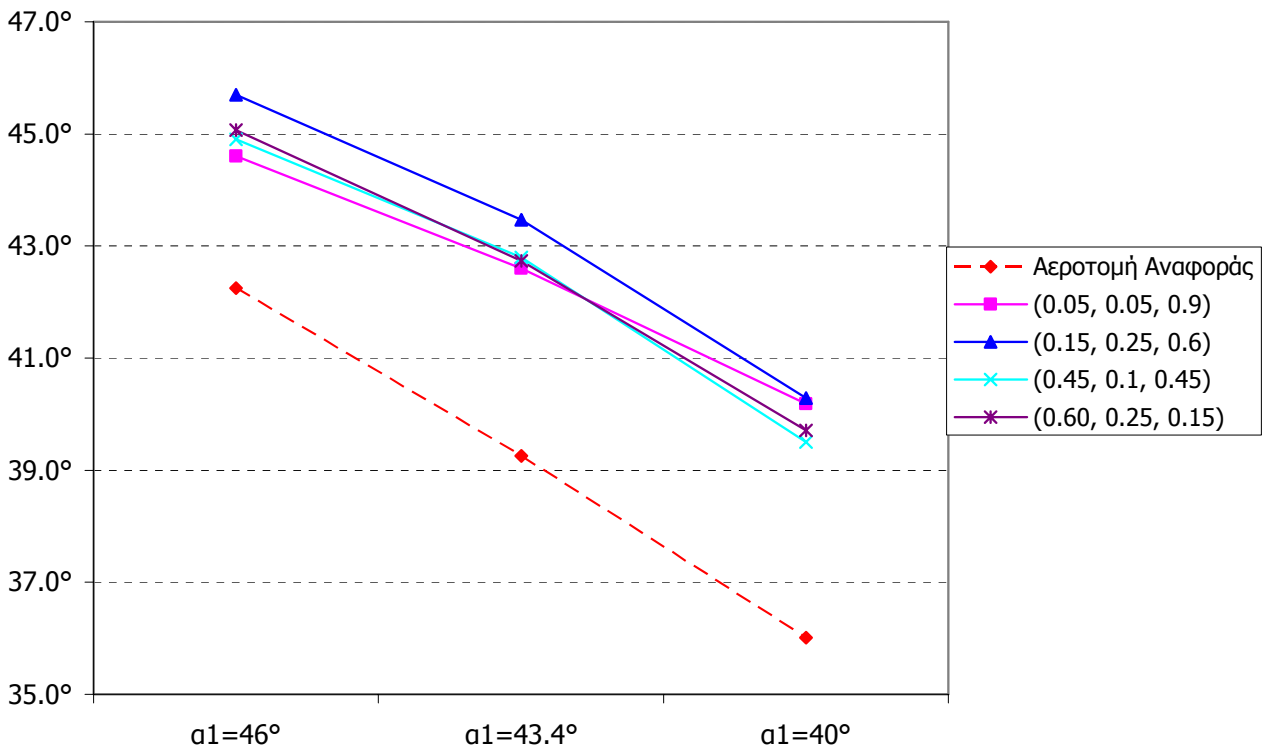
	$\alpha_1=46^\circ$	$\alpha_1=43.4^\circ$	$\alpha_1=40^\circ$
Αρχική Λύση	42.3°	39.3°	36.0°
(0.05, 0.05, 0.9)	44.6°	42.6°	40.2°
(0.15, 0.25, 0.6)	45.7°	43.5°	40.3°
(0.45, 0.1, 0.45)	44.9°	42.8°	39.5°
(0.60, 0.25, 0.15)	45.1°	42.7°	39.7°

Και γραφικά:

Απώλειες Ολικής Πίεσης



Στροφή της Ροής



Και σε αυτόν τον πίνακα με πράσινο χρώμα διακρίνονται τα σημεία λειτουργίας που είναι πιο κοντά στο αντίστοιχο κάτω όριο στροφής, και αποτελούν άρα τον ενεργό περιορισμό σε κάθε μοντέλο ποινών. Στις περισσότερες περιπτώσεις το ρόλο αυτό έχει το σημείο λειτουργίας 3 και μάλιστα η στροφή είναι οριακά μεγαλύτερη της ελάχιστης απαιτούμενης ώστε να μην επιβληθεί ποινή.

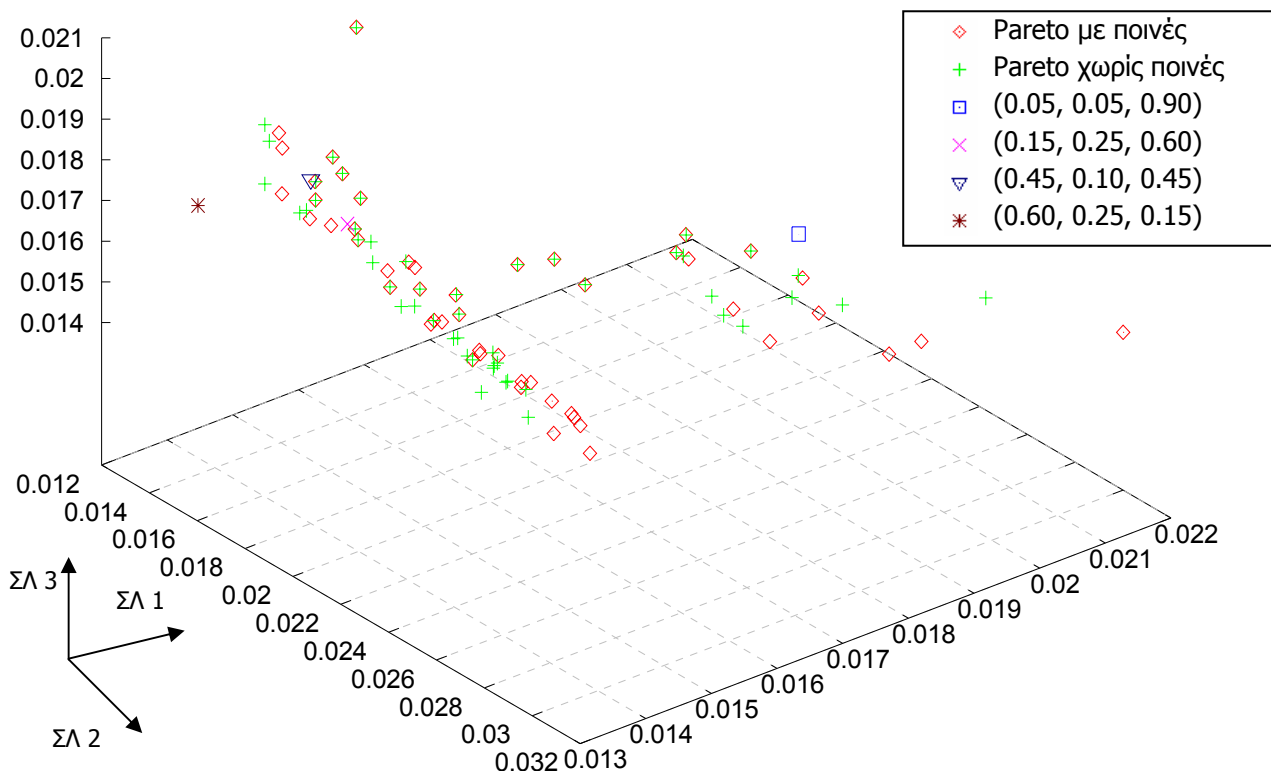
Επιπλέον με κόκκινο χρώμα διακρίνονται οι δύο περιπτώσεις όπου η στροφή είναι κάτω της ελάχιστης τιμής που δεν δέχεται ποινή. Αυτό συμβαίνει για τα βάρη (0.05, 0.05, 0.9) και (0.45, 0.1, 0.45) όπου η σημασία των σημείων λειτουργίας 1 και 2 είναι πολύ μικρή όποτε «συμφέρει» για τη συνολική αντικειμενική συνάρτηση μια μικρή παραβίαση του περιορισμού (το άνω όριο ποινής είναι 45°) ώστε να μειωθούν οι απώλειες στο σημείο 3 όπως φαίνεται και στον προηγούμενο πίνακα.

Τέλος, πρέπει να αναφερθεί ότι όλες οι βέλτιστες λύσεις ήταν εντός των ορίων που είχαν τεθεί για το ελάχιστο πάχος, δηλαδή δεν είχε επιβληθεί καμία ποινή λόγω πάχους.

Πρόβλημα πολλαπλών (3) στόχων

Μετά τις εκτελέσεις του αλγόριθμου βελτιστοποίησης για το πρόβλημα ενός στόχου φάνηκε ότι το μοντέλο *έντονων ποινών* αποτελεί έναν πολύ καλό συμβιβασμό μεταξύ των αντικρουόμενων σκοπών για ελαχιστοποίηση των απωλειών και επίτευξη υψηλής γωνίας στροφής. Συγκεκριμένα βλέπουμε πως οι απώλειες της λύσης που προέκυψε από το μοντέλο *έντονων ποινών* είναι οριακά μεγαλύτερες της λύσης των *ελαφρών ποινών* (και πάντα σημαντικά μικρότερες από της αεροτομής αναφοράς) ενώ οι γωνίες στροφής που επιτυγχάνει είναι 2^ο περίπου καλύτερες σε κάθε σημείο λειτουργίας. Ως εκ τούτου το πρόβλημα 3 στόχων αντιμετωπίστηκε με το μοντέλο *έντονων ποινών*. Απο την εκτέλεση του EASY προέκυψε ένα σύνολο λύσεων, οι κυριαρχούσες από τις οποίες αποτελούν το μέτωπο Pareto, το οποίο αποτελεί μια επιφάνεια στον 3-διάστατο χώρο των στόχων. Σημειώνεται πως έχουν βρεθεί και μέτωπα Pareto με τα άλλα μοντέλα ποινών, τα οποία έχουν παρόμοια μορφή και παραδίδονται σε ηλεκτρονική μορφή μαζί με την έκθεση για λόγους πληρότητας.

Η παρουσίαση του μετώπου Pareto θα γίνει όχι μόνο στον χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων όπως χρησιμοποιήθηκαν κατά τη βελτιστοποίηση, αλλά και στο χώρο των απωλειών, δηλαδή δεν θα υπάρχει η επιρροή των ποινών. Αυτή η αλλαγή στις περισσότερες των λύσεων δε θα έχει σημαντική επίδραση καθώς βρίσκονται εκτός ή οριακά εντός του διαστηματος επιβολής ποινών, όπως φάνηκε και από το πρόβλημα ενός στόχου, και άρα δεν αναμένεται να αλλάξει σημαντικά η μορφή του μετώπου Pareto. Με αυτήν την αλλαγή όμως το 3-διάστατο μέτωπο Pareto γίνεται πιο ευανάγνωστο καθώς στους 3 άξονες πλέον απεικονίζονται πραγματικές τιμές των απωλειών, οπότε είναι πιο εύκολη η επιλογή της λύσης που αποτελεί τον καλύτερο συμβιβασμό. Η μικρή διαφορά στο μέτωπο με και χωρίς την επιβολή ποινών φαίνεται και στο ακόλουθο διάγραμμα:

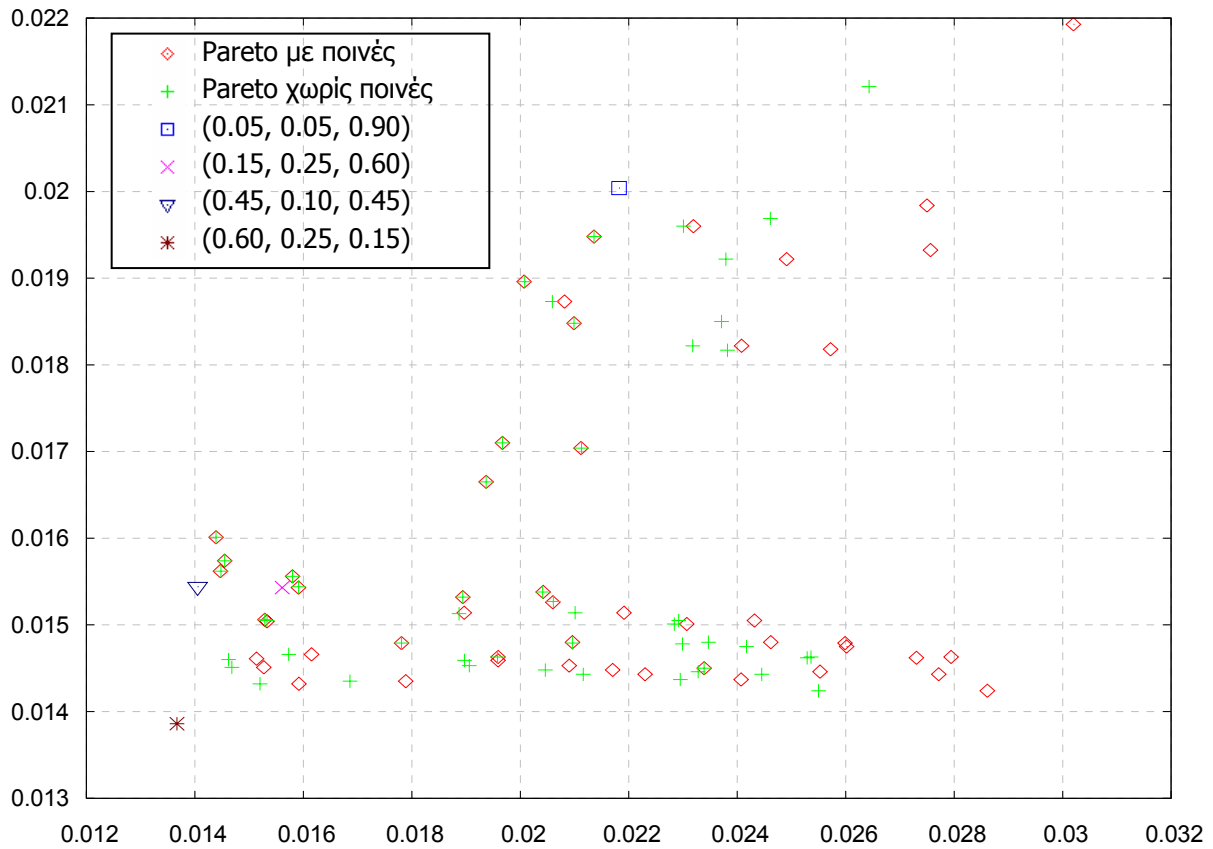


(Με κόκκινο χρώμα φαίνονται τα σημεία χωρίς τις ποινές και με πράσινο με τις ποινές)

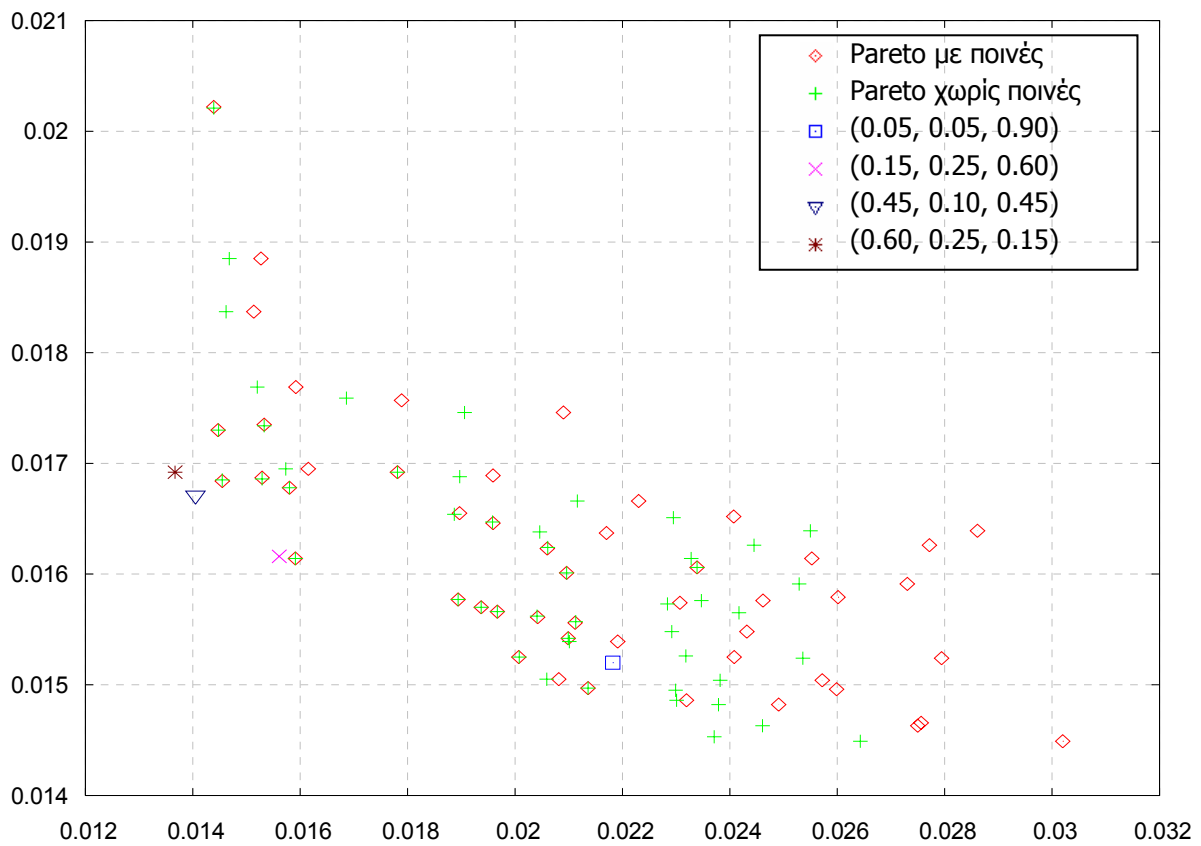
Επιπλέον παρουσιάζονται οι λύσεις που βρέθηκαν από τα προβλήματα ενός στόχου με διάφορους συντελεστές,

Για να γίνει πιο κατανοητό το 3-διάστατο μέτωπο παρουσιάζονται οι προβολές του στα 3 επίπεδα:

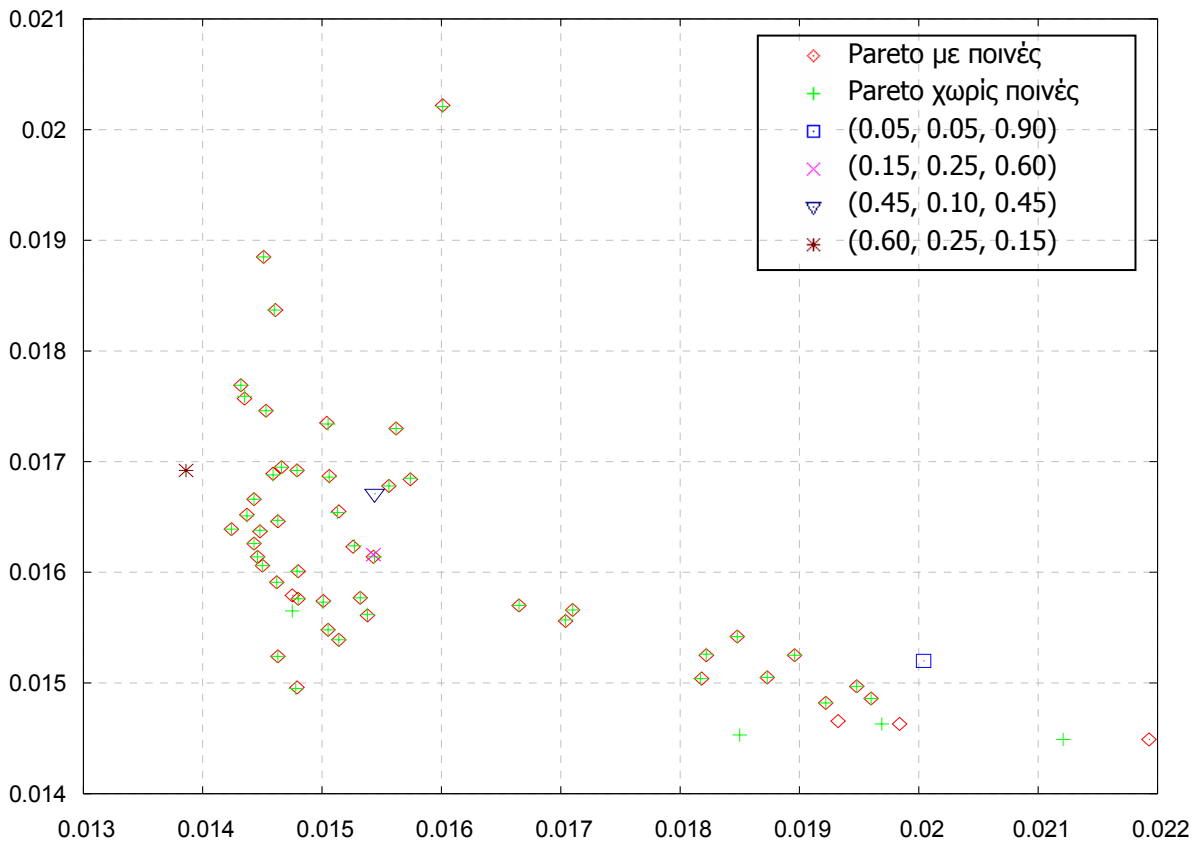
Συσχέτιση ΣΛ 1 με ΣΛ 2



Συσχέτιση ΣΛ 1 με ΣΛ 3



Συσχέτιση ΣΛ 2 με ΣΛ 3

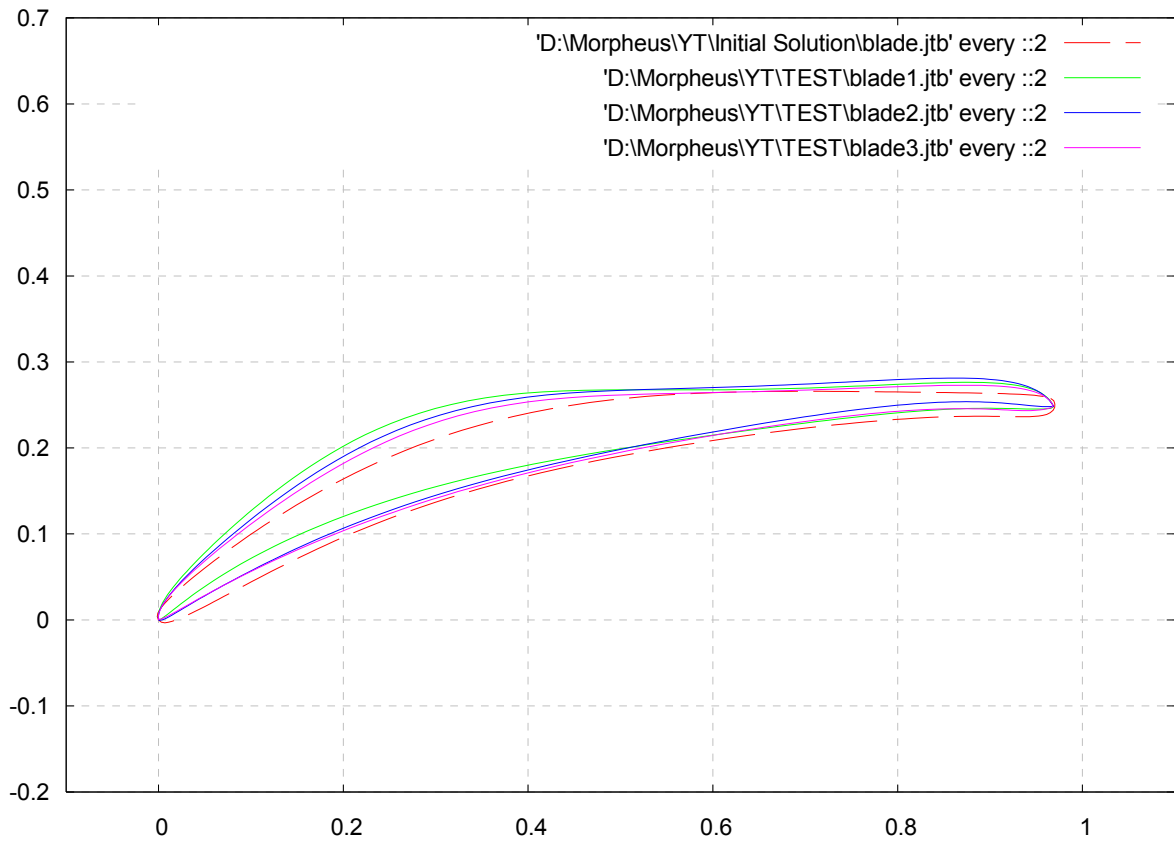


Από τα παραπάνω 3 διαγράμματα τα 2 τελευταία έχουν τη χαρακτηριστική μορφή μετώπου Pareto για αντικρουόμενους στόχους, ενώ το πρώτο έχει πιο ασυνήθιστη μορφή. Η ιδιαιτερότητα αυτή δεν οφείλεται σε ελλιπή αριθμό γενιών αφού εμφανίστηκε και για τα άλλα μοντέλα ποινών και παραμένει αναλλοίωτη για μεγάλο αριθμό γενεών.

Επιπλέον στα διαγράμματα παρουσιάζονται και οι λύσεις που βρέθηκαν από τη βελτιστοποίηση του προβλήματος ενός στόχου (με το ίδιο μοντέλο ποινών πάντα) για τους διάφορους συντελεστές βάρους. Όπως βλέπουμε οι λύσεις αυτές κείνται επί του μετώπου Pareto, όντας οριακά καλύτερες ή χειρότερες από αυτό, ανάλογα με την περίπτωση. Με καλή προσέγγιση οι μεμονωμένες αυτές λύσεις θα μπορούσαν να βρεθούν ως το σημείο επαφής της 3-διάστατης επιφάνειας του μετώπου και του επιπέδου που ορίζεται από την παραμετρική εξίσωση $F = F_1 \cdot w_1 + F_2 \cdot w_2 + F_3 \cdot w_3$ όπου F παράμετρος που έχει την ελάχιστη δυνατή τιμή ώστε να υπάρχει επαφή των δύο επιφανειών.

Όπως είναι λοιπόν εμφανές η αντιμετώπιση του προβλήματος ως πολλαπλών στόχων υπερέχει καθώς δίνει τη δυνατότητα να αποφασισθεί στο τέλος ποια λύση θα επιλεγεί παρουσιάζοντας μέσω του Μετώπου Pareto ποιοτικά και ποσοτικά την αλληλοεξάρτηση των διαφόρων στόχων. Με αυτόν τον τρόπο η επιλογής της τελικής λύσης γίνεται γνωρίζοντας τους συμβιβασμούς μεταξύ των διάφορων στόχων, χωρίς να απαιτούνται οι εν μέρει αυθαίρετοι συντελεστές βαρύτητας που προδικάζουν το αποτέλεσμα, και δεν δίνουν τη γενική εικόνα που δίνει το μέτωπο Pareto. Βέβαια η κατασκευή του μετώπου Pareto απαιτεί γενικώς περισσότερες γενιές και αξιολογήσεις, άρα και υπολογιστικού χρόνου, απ' ότι το πρόβλημα ενός στόχου. Επιπλέον ενδέχεται το μέτωπο Pareto να μην εξαντλήσει πλήρως τα περιθώρια βελτίωσης δηλαδή το πρόβλημα ενός στόχου να δώσει λύση καλύτερη από τις λύσεις του Pareto στην περιοχή του. Αυτό φαίνεται και στα παρακάτω διαγράμματα όπου η λύση για συντελεστές βάρους (0.60, 0.25, 0.15) κυριαρχεί επί του μετώπου Pareto στην περιοχή της.

Για να δοθεί μια εικόνα των ορίων στα οποία κυμαίνονται οι αεροτομές του μετώπου Pareto παρουσιάζεται το ακόλουθο διάγραμμα που απεικονίζει τις 3 ακραίες λύσεις, δηλαδή αυτές που έχουν την ελάχιστη τιμή σε κάθε μια από τις συναρτήσεις κόστους



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Elazar Y. and Shreeve R.P. , "Viscous Flow in a Controlled Diffusion Compressor Cascade with Increasing Incidence", Transactions of the ASME, J. of Turbomachinery, Vol. 12, p.256-26 ,April1990.
- [2] <http://velos0.ltt.mech.ntua.gr/EASY/>
- [3] Mark Drela and Harold Youngren, "A User's Guide to MISES 2.53", MIT Computational Aerospace Sciences Laboratory, December1998