# ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

5ο Εξάμηνο Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Ε.Μ.Π.
Τυπολόγιο για τη χρήση κατά τις Εξετάσεις του Μαθήματος
Επιμέλεια: Κ.Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ *

30 Ιουλίου 2013

## 1 Αρχές Θερμοδυναμικής

- **Πρώτο Θερμοδυναμικό Αξίωμα:** Διατύπωση για κινούμενο κλειστό σύστημα: $dq + dw = du + d(V^2/2)$, όπου $q$ η θερμότητα, $w$ το έργο και $u$ η εσωτερική ενέργεια ανά μονάδα μάζας. Κατά σύμβαση, θετικά τα $q$, $w$ τα οποία λαμβάνει το σύστημα (ρευστό).

- **Ενεργειακός Ισολογισμός σε Συστήματα Μόνιμης Ροής:**

$$\begin{aligned} dq + dw &= du + d(V^2/2) + vdp + pdv \\ dq + dw &= d(h + \frac{V^2}{2}) = dh_t \end{aligned}$$

  όπου $v = 1/\rho$ είναι ο ειδικός όγκος και $h_t = h + V^2/2$ είναι η ολική ενθαλπία.

  Για ασυμπίεστη ροή: $dq + dw = d(p_t/\rho) + du$ όπου $p_t = p + \frac{1}{2}\rho V^2$ είναι η ολική πίεση.

- **Δεύτερο Θερμοδυναμικό Αξίωμα:** Ορισμός μεταβολής εντροπίας σε αναστρέψιμη (δείκτης $R$) μεταβολή: $dS = \frac{dq_R}{T}$.

  Ισότητα Clausius: $\oint dS = 0$, για κλειστή αναστρέψιμη μεταβολή. Ανισότητα Clausius: $\oint \frac{dq}{T} \leq 0$, για κλειστή πραγματική μεταβολή (κύκλο).

- **Χρήσιμες Σχέσεις:**

$$\begin{aligned} du = C_v dT \quad &\Rightarrow \quad u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_v dT, \\ dh = C_p dT \quad &\Rightarrow \quad h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT \end{aligned}$$

  με $C_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{v=const.}$, $C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_{p=const.}$, ενώ $R = C_p - C_v$, $C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1}R$ και $C_v = \frac{1}{\gamma-1}R$.

- **Εξίσωση Gibbs:**

$$\begin{aligned} TdS &= du + pdv = dh - vdp \\ dS &= C_p \frac{dT}{T} - R\frac{dp}{p} \end{aligned}$$

  και για μη-στοιχειώδη μεταβολή $1 \longrightarrow 2$:

$$S_2 - S_1 = C_p ln(T_2/T_1) - R ln(p_2/p_1)$$

- **Ισεντροπική Μεταβολή** $(1 \longrightarrow 2)$**:**

$$\begin{aligned} \frac{p_2}{p_1} &= \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{\gamma} \\ \frac{p_t}{p} &= \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \\ \frac{T_t}{T} &= 1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2 \end{aligned}$$

- **Αριθμός Mach:** της απόλυτης $M = \frac{V}{\sqrt{\gamma RT}}$ και της σχετικής ροής $M_R = \frac{W}{\sqrt{\gamma RT}}$.

*Το τυπολόγιο αυτό δημιουργήθηκε για να χρησιμοποιηθεί ως μοναδικό βοήθημα των φοιτητών κατά τις εξετάσεις του Μαθήματος. Παρόλο που ορισμένα τυπογραφικά λάθη της πρώτης έκδοσης έχουν διορθωθεί, είναι ακόμα πιθανό να υπάρχουν κάποια λάθη. Είναι ευθύνη του κάθε φοιτητή να το ελέγξει με βάση το βιβλίο και τις σημειώσεις του. Ο διδάσκων παρακαλεί να του δοθούν οι οποιεσδήποτε διορθώσεις. Είναι προφανώς ευπρόσδεκτες γενικότερες παρατηρήσεις και ιδέες για βελτίωση του τυπολόγιου. Επισημαίνεται η βοήθεια ομάδας φοιτητών του $4^{ου}$ έτους (2000-01) για την προετοιμασία του.

- **Παροχή Μάζας σε Διατομή:** Σε διατομή $A$ όπου η ροή ενός τέλειου αερίου $(\gamma, R)$ διέρχεται υπό γωνία $a$ ως προς την κάθετο στη διατομή, σε ολικές συνθήκες $(p_t, T_t)$, η παροχή μάζας εκφράζεται ως:

$$\dot{m}=Ap_t\sqrt{\frac{\gamma}{RT_t}}cosaM\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

$$\dot{m}=AVcosa\frac{p_t}{RT_t}\left(1-\frac{V^2}{2C_pT_t}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Τρόποι επαναληπτικής επίλυσης ως προς $M$:

$$\begin{aligned} M &= F\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \\ M &= \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}\left(\left(\frac{M}{F}\right)^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}}-1\right)} \end{aligned}$$

όπου

$$F=\frac{\dot{m}}{Ap_tcosa}\sqrt{\frac{RT_t}{\gamma}}$$

Τρόποι επίλυσης ως προς $V$:

$$\begin{aligned} V &= G\left(1-\frac{1}{2C_pT_t}V^2\right)^{-\frac{1}{\gamma-1}} \\ V &= \sqrt{2C_pT_t\left(1-\left(\frac{V}{G}\right)^{1-\gamma}\right)} \end{aligned}$$

όπου

$$G=\frac{\dot{m}RT_t}{p_tAcosa}$$

# 2 Βασικές Εξισώσεις της Ροής

- **Σχετικό και Απόλυτο Σύστημα:** Απόλυτη ταχύτητα $\overrightarrow{V}$, σχετική $\overrightarrow{W}$, γραμμική ταχύτητα περιστροφής $\overrightarrow{U}=\overrightarrow{\omega}\times\overrightarrow{r}$ με $\overrightarrow{V}=\overrightarrow{W}+\overrightarrow{U}$.

- **Εξίσωση της Συνέχειας:** (σχετικό σύστημα)

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\rho\overrightarrow{W}\right)=0$$

- **Εξίσωση της Ορμής:** (σχετικό σύστημα)

$$\frac{\partial(\rho\overrightarrow{W})}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\rho\overrightarrow{W}\overrightarrow{W}\right)= \rho\frac{\partial\overrightarrow{W}}{\partial t}+\rho\overrightarrow{W}\cdot\nabla\overrightarrow{W}= -2\rho\overrightarrow{\omega}\times\overrightarrow{W}-\rho\overrightarrow{\omega}\times(\overrightarrow{\omega}\times\overrightarrow{r})-\nabla p+\nabla\cdot\overline{\overline{\tau}}$$

όπου $\overline{\overline{\tau}}$ ο τανυστής των τάσεων.

- **Εξίσωση της Ορμής(Lamb):**

$$\frac{\partial\overrightarrow{W}}{\partial t}+\nabla h_{tR}= \overrightarrow{W}\times\left(\nabla\times\overrightarrow{W}+2\overrightarrow{\omega}\right)+T\nabla S+\frac{\nabla\cdot\overline{\overline{\tau}}}{\rho}$$

όπου $h_{tR}=h+\frac{1}{2}W^2-\frac{1}{2}U^2$ είναι η σχετική ολική ενθαλπία, ή για ασυμπίεστο ρευστό:

$$\frac{\partial\overrightarrow{W}}{\partial t}+\nabla\frac{p_{tR}}{\rho}= \overrightarrow{W}\times\left(\nabla\times\overrightarrow{W}+2\overrightarrow{\omega}\right)+\frac{\nabla\cdot\overline{\overline{\tau}}}{\rho}$$

όπου $p_{tR}=p+\frac{1}{2}\rho W^2-\frac{1}{2}\rho U^2$ είναι η σχετική ολική πίεση. Η περιστρεφόμενη ολική ενθαλπία ορίζεται ως $h_{tr}=h+\frac{1}{2}W^2$ και, για ασυμπίεστο ρευστό, η περιστρεφόμενη ολική πίεση ορίζεται ως $p_{tr}=p+\frac{1}{2}\rho W^2$.

- **Ενεργειακή Εξίσωση σε Τροχιά Ρευστοστοιχείου:**

$$d_R^{/}h_{tR}=d_R^{/}q-\frac{\partial(W^2/2)}{\partial t}dt$$

ή για ασυμπίεστο ρευστό:

$$d_R^{/}p_{tR}=-\frac{\partial(W^2/2)}{\partial t}dt+\overrightarrow{W}\cdot\frac{\nabla\cdot\overline{\overline{\tau}}}{\rho}dt$$

- **Θεώρημα Ροπής της Ορμής:**

$$h_{t1}-h_{t2}=U_1V_{u1}-U_2V_{u2}$$

ισοδύναμο της διατήρησης της σχετικής ολικής ενθαλπίας ($h_{tR1}=h_{tR2}$).

# 3 Πολυτροπική Μεταβολή

- **Σε Συμπιεστή** $(1 \longrightarrow 2)$:

$$\frac{T_t}{p_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma\eta_{p,C}}}} = const. \Rightarrow \frac{T_{t2}}{T_{t1}} = \left(\frac{p_{t2}}{p_{t1}}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Για τον πολυτροπικό εκθέτη $n$ ισχύει:

$$\frac{n-1}{n} = \frac{\gamma-1}{\gamma\eta_{pC}} \Rightarrow n = \frac{1}{1-\frac{\gamma-1}{\gamma\eta_{p,C}}}$$

Για τον πολυτροπικό βαθμό απόδοσης $\eta_{p,C}$ συμπιεστή ισχύει ότι $\eta_{p,C} \geq \eta_{is,C}$ με:

$$\eta_{is,C} = \eta_{t-t,C} = \frac{T_{t2}^{/} - T_{t1}}{T_{t2} - T_{t1}} = \frac{\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\pi_C^{\frac{n-1}{n}} - 1}$$

$$\Rightarrow \pi_C = \frac{p_{t2}}{p_{t1}} = \left(1 + \eta_{is,C}\left(\frac{T_{t2}}{T_{t1}} - 1\right)\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

- **Σε Στρόβιλο** $(1 \longrightarrow 2)$:

$$\frac{T_t}{p_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\eta_{p,T}}} = const. \Rightarrow \frac{T_{t2}}{T_{t1}} = \left(\frac{p_{t2}}{p_{t1}}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Για τον πολυτροπικό εκθέτη $n$ ισχύει:

$$\frac{n-1}{n} = \frac{\gamma-1}{\gamma}\eta_{p_T} \Rightarrow n = \frac{1}{1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\eta_{p,T}}$$

Για τον πολυτροπικό βαθμό απόδοσης $\eta_{p,T}$ στροβίλου ισχύει ότι $\eta_{p,T} \leq \eta_{is,T}$ με:

$$\eta_{is,T} = \eta_{t-t,T} = \frac{T_{t1} - T_{t2}}{T_{t1} - T_{t2}^{/}} = \frac{1-(1/\pi_T)^{\frac{n-1}{n}}}{1-(1/\pi_T)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$\Rightarrow \pi_T = \frac{p_{t1}}{p_{t2}} = \left(1 - \frac{1}{\eta_{is,T}}\left(1 - \frac{T_{t2}}{T_{t1}}\right)\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

# 4 Αγωγοί

- **Ακροφύσια:** Ισεντροπικός βαθμός απόδοσης στατικές-προς-στατικές συνθήκες:

$$\eta_{s-s,N} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_2^{/}}$$

Ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικές-προς-στατικές συνθήκες:

$$\eta_{t-s,N} = \frac{h_{t1} - h_2}{h_{t1} - h_2^{/}}$$

- **Διαχύτες:** Ισεντροπικός βαθμός απόδοσης στατικές-προς-στατικές συνθήκες:

$$\eta_{s-s,D} = \frac{h_2^{/} - h_1}{h_2 - h_1}$$

Για ασυμπίεστο ρευστό, αποδεικνύεται ότι:

$$\eta_{s-s,D} = \frac{1}{1 + \frac{p_{t1} - p_{t2}}{p_2 - p_1}}$$

Ισεντροπικός βαθμός απόδοσης στατικές-προς-ολικές συνθήκες:

$$\eta_{s-t,D} = \frac{h_{t2}^{/} - h_1}{h_{t2} - h_1}$$

- **Συντελεστής Ανάκτησης Πίεσης σε Διαχύτη:** Ο Συντελεστής Ανάκτησης Πίεσης ορίζεται ως $C_{pr} = \frac{p_2 - p_1}{p_{t1} - p_1}$ και για ασυμπίεστη-ατριβή ροή γράφεται και ως $C_{pr} = 1 - (V_2/V_1)^2$. Ο Θεωρητικός Συντελεστής Ανάκτησης Πίεσης ορίζεται ως $C_{pr,th}$=1–$(V_2/V_1)^2$ χωρίς προϋποθέσεις. Στις ασυμπίεστες ροές είναι $\eta_{s-s,D} = C_{pr}/C_{pr,th}$.

- **Κριτήριο de Haller:** Υποδεικνύει μέγιστο επιτρεπόμενο όριο επιβράδυνσης. Πρέπει $V_2/V_1$ ή (κατά περίπτωση) $W_2/W_1 \geq 0,72$.

# 5 Ανάλυση Πτερυγώσεων

Οι σχέσεις της Ενότητας 'Ανάλυση Πτερυγώσεων' έχουν προκύψει με την παραδοχή ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΗΣ ΡΟΗΣ:

- **Συντελεστής Απωλειών Ολικής Πίεσης:** Είναι το $\overline{\omega}_1$, με:

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho V_1^2/2} = 1 - \frac{V_2^2}{V_1^2} - \overline{\omega}_1\ , \quad \overline{\omega}_1 = \frac{\overline{\Delta p_t}}{\rho V_1^2/2}$$

όπου $\overline{\Delta p_t}$ είναι η απώλεια ολικής πίεσης στην πτερύγωση ($\overline{\Delta p_t} = p_{t1} - p_{t2}$).

- **Δυνάμεις σε Πτερύγωση:** Η αξονική και η περιφερειακή δύναμη (ανά μονάδα ύψους) σε κάθε πτερύγιο επίπεδης πτερύγωσης με βήμα $s$ είναι:

$$F_a = \frac{1}{2}\rho V_{a1}^2(tan^2a_1 - tan^2a_2)s - \overline{\Delta p_t}s$$
$$F_u = \rho V_{a1}^2(tana_1 - tana_2)s$$

Αναλύοντας τη συνολική δύναμη κατά τη και κάθετα στη διεύθυνση της μέσης γωνίας $a_m$, με $tana_m = \frac{1}{2}(tana_1 + tana_2)$ προκύπτει η άνωση $L$ και η έλκουσα $D$, ως:

$$L = \rho V_1^2 (tana_1 - tana_2) s \frac{cos^2 a_1}{cosa_m} - s\overline{\Delta p_t} sina_m$$
$$D = s\overline{\Delta p_t} cosa_m$$

- **Συντελεστές Άνωσης, Έλκουσας:**

$$C_L = \frac{2}{\sigma}(tana_1 - tana_2)\frac{cos^2 a_1}{cosa_m} - \frac{\overline{\omega_1}}{\sigma} sina_m$$
$$C_D = \frac{\overline{\omega_1}}{\sigma} cosa_m$$

όπου $\sigma = c/s$ η στερεότητα ($c$=χορδή).

- **Ανάλυση Πτερύγωσης Συμπιεστή:** Ισεντροπικός βαθμός απόδοσης στατικές-προς-στατικές συνθήκες:

$$\eta_{s-s,C} = \frac{h_2^{/} - h_1}{h_2 - h_1}$$

που για ασυμπίεστη ροή γράφεται:

$$\eta_{s-s,C} = 1 - \frac{\overline{\Delta p_t}}{\frac{1}{2}\rho V_a^2 (tan^2 a_1 - tan^2 a_2)}$$

Λόγος έλκουσας προς άνωση:

$$\epsilon = \frac{D}{L} = \frac{\overline{\Delta p_t} cos^2 a_m}{\rho V_a^2 (tana_1 - tana_2)}$$

ή $\eta_{s-s,C} \approx 1 - \frac{2\epsilon}{sin(2a_m)}$

- **Ανάλυση Πτερύγωσης Στροβίλου:** Ισεντροπικός βαθμός απόδοσης στατικές-προς-στατικές συνθήκες:

$$\eta_{s-s,T} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_2^{/}}$$

που για ασυμπίεστη ροή γράφεται:

$$\eta_{s-s,T} = \frac{1}{1 + \frac{2\overline{\Delta p_t}}{\rho V_a^2 (tan^2 a_2 - tan^2 a_1)}} \approx \frac{1}{1 + \frac{2\epsilon}{sin(2a_m)}}$$

# 6 Αξονικός Συμπιεστής

- **Συντελεστής Παροχής:** $\Phi = \frac{V_a}{U}$

Αν $U$ =σταθ. και $V_a$=σταθ. $\Rightarrow$

$$\Phi = \frac{V_{a,i}}{U_i} = \frac{V_{a,i}}{V_{u,i} - W_{u,i}} = \frac{1}{tan\alpha_i - tan\beta_i}$$

για $i = 1, 2, 3$

- **Συντελεστής Φόρτισης:**

$$\Psi = \frac{\Delta h_t}{U^2} = \frac{h_{t2} - h_{t1}}{U^2}$$

Αν $U$ =σταθ. και $V_a$=σταθ. $\Rightarrow$

$$\Psi = 1 + \Phi(tan\beta_2 - tan\alpha_1) = \Phi(tan\beta_2 - tan\beta_1)$$

- **Ισεντροπικός Συντελεστής Φόρτισης:** $\Psi_{is} = \frac{\Delta h_{t,is}}{U^2} = \eta_{is,C}\Psi$

- **Βαθμός Αντίδρασης:**

$$r = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1} \quad , \quad r = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_1} \quad (C_p = const.)$$

Αν $U$ =σταθ. και $V_a$=σταθ. και επαναληπτική βαθμίδα$\Rightarrow$

$$r = \frac{W_1^2 - W_2^2}{2U(V_{u2} - V_{u1})} = 1 - \frac{V_{u1} + V_{u2}}{2U}$$
$$= 1 - \frac{\Phi}{2}(tan\alpha_1 + tan\alpha_2)$$
$$= \frac{1}{2} - \frac{\Phi}{2}(tan\alpha_1 + tan\beta_2)$$

- **Θεωρητικός Βαθμός Αντίδρασης:**

$$r_{th} = 1 - \frac{V_{u1} + V_{u2}}{2U}$$

- **Επίλυση Τριγώνων Ταχυτήτων Αξονικού Συμπιεστή:**

Αν $U$ =σταθ. και $V_a$=σταθ. και επαναληπτική βαθμίδα$\Rightarrow$

$$\frac{V_{u1}}{U} = 1 - r - \frac{\Psi}{2} \quad , \quad \frac{V_{u2}}{U} = 1 - r + \frac{\Psi}{2} \; ,$$
$$\frac{W_{u1}}{U} = -r - \frac{\Psi}{2} \quad , \quad \frac{W_{u2}}{U} = -r + \frac{\Psi}{2}$$

$$\frac{V_1}{U} = \frac{V_3}{U} = \sqrt{\Phi^2 + (1 - r - \frac{\Psi}{2})^2} \ ,$$
$$\frac{V_2}{U} = \sqrt{\Phi^2 + (1 - r + \frac{\Psi}{2})^2} \ ,$$
$$\frac{W_1}{U} = \sqrt{\Phi^2 + (-r - \frac{\Psi}{2})^2} \ ,$$
$$\frac{W_2}{U} = \sqrt{\Phi^2 + (-r + \frac{\Psi}{2})^2}$$

$$tan\alpha_1 = tan\alpha_3 = \frac{1}{\Phi}(1 - r - \frac{\Psi}{2}) \ ,$$
$$tan\alpha_2 = \frac{1}{\Phi}(1 - r + \frac{\Psi}{2}) \ ,$$
$$tan\beta_1 = \frac{1}{\Phi}(-r - \frac{\Psi}{2}) \ ,$$
$$tan\beta_2 = \frac{1}{\Phi}(-r + \frac{\Psi}{2})$$

- **Γωνίες Απόκλισης της Ροής:**

$$\beta_1 - \beta_2 = tan^{-1}\left(\frac{-\Psi\Phi}{\Phi^2 + r^2 - \frac{\Psi^2}{4}}\right)$$
$$\alpha_2 - \alpha_3 = tan^{-1}\left(\frac{\Psi\Phi}{\Phi^2 + (1-r)^2 - \frac{\Psi^2}{4}}\right)$$

- **Θεωρητική Αδιάστατη Χαρακτηριστική Αξονικού Συμπιεστή:**

  Αν $(d)$ συμβολίζει λειτουργία στο σημείο σχεδιασμού, ισχύει $\frac{\Psi}{\Psi_d} = \frac{1}{\Psi_d} + \frac{\Phi}{\Phi_d}(1 - \frac{1}{\Psi_d})$, αν και μόνο αν $tan\alpha_1 - tan\beta_2 =$ σταθερό για 'λογικές' αλλαγές του σημείου λειτουργίας.

- **Βαθμός Απόδοσης Στατικές-προς-Στατικές Συνθήκες:**

$$\eta_{s-s,C} = \Phi\left(\frac{r^* - \Phi\epsilon_R}{\Phi + \epsilon_R r^*} + \frac{1 - r^* - \Phi\epsilon_S}{\Phi + \epsilon_S(1 - r^*)}\right)$$

  όπου $\epsilon_S$ και $\epsilon_R$ είναι ο λόγος έλκουσας πρός άνωση $(D/L)$ στη σταθερή και την κινητή πτερύγωση αντίστοιχα.

  Μέγιστο $\eta_{s-s,C}$ για

$$r^*_{opt} = \frac{1 + \frac{\Phi}{\epsilon_S}\left(1 - \sqrt{\frac{1+\epsilon_S^2}{1+\epsilon_R^2}}\right)}{1 + \frac{\epsilon_R}{\epsilon_S}\sqrt{\frac{1+\epsilon_S^2}{1+\epsilon_R^2}}}$$

- **Κριτήριο Ευσταθούς Λειτουργίας Συμπιεστή:** Παράμετρος του Greitzer $B = \frac{U}{2\omega_H L_C}$ όπου $\omega_H = a\sqrt{\frac{A}{L_C V}}$ ($U =$ περιφερειακή ταχύτητα στη μέση γραμμή, $a =$ ταχύτητα ήχου, $A=$ διατομή αγωγού, $L_C =$ μήκος αγωγού, $V =$ όγκος τροφοδοτούμενου θαλάμου). Αν $B > 0,7$ τότε έχουμε πάλμωση, αλλοιώς περιστροφική αποκόλληση.

- **Λειτουργία σε 'Συνθήκες Αναφοράς':** Εργαζόμενο μέσο ο αέρας, τέλειο αέριο, $\gamma = 1,4$ , $C_p = 1004,6 m^2/s^2K$ $R = 287,03 m^2/s^2K$, $p_{t1} = 1,0332 \times 10^5 Pa$, $T_{t1} = 288K$ , $\sqrt{\gamma R T_{t1}} = 340 m/s$.

- **Βασικές Σχέσεις:**

$$\dot{m}\frac{\sqrt{\gamma R T_{t1}}}{p_{t1}} = \gamma \Phi_1 A_1 \frac{U_1}{\sqrt{\gamma R T_{t1}}}$$

  (πρόκειται για προσεγγιστική σχέση που χρησιμοποιεί ότι $\rho_1 = \rho_{t1}$).

$$\frac{p_{t3}}{p_{t1}} = \left(1 + \Psi_{is,1}\frac{(\gamma - 1)U_1^2}{a_{t1}^2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

  όπου $a_{t1} = \sqrt{\gamma R T_{t1}}$, $\Psi_{is,1} = \frac{\Delta h_{t,is}}{U_1^2}$.

  Ορισμοί: $\sqrt{\vartheta} = \frac{\sqrt{\gamma R T_{t1}}}{340 m/s}$ , $\delta = \frac{p_{t1}}{1,0332 \times 10^5 Pa}$.

- **Λειτουργία σε Τυχαίο Σημείο και στις Συνθήκες Αναφοράς με ίδιο Ισεντροπικό Βαθμό Απόδοσης:**

  Προϋποθέτει διατήρηση του $\Phi$, δηλαδή

$$\frac{\dot{m}\sqrt{\vartheta}}{\delta} \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\sqrt{\vartheta}}{N} = \dot{m}_{ref} \cdot \frac{1}{1,4} \cdot \frac{1}{N_{ref}}$$

  και διατήρηση του $\Psi$, δηλαδή

$$\left(\left(\frac{N}{\sqrt{\vartheta}}\right)^2 (\gamma - 1)\right)^{-1} (\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1) =$$
$$\left(N_{ref}^2(1,4 - 1)\right)^{-1} (\pi_{C,ref}^{\frac{1}{3,5}} - 1)$$

- **Αντίστοιχα Σημεία Λειτουργίας:** Ισχύει $N_{ref} = N/\sqrt{\vartheta}$ και

$$\dot{m}_{ref} = \frac{\dot{m}\sqrt{\vartheta}}{\delta} \cdot \frac{1,4}{\gamma}$$

και

$$\pi_{C,ref} = \left(1 + \frac{0,4}{\gamma - 1}(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1)\right)^{3,5}$$

# 7 Αξονικός Στρόβιλος

- **Συντελεστής Παροχής:** $\Phi = \frac{V_a}{U}$ (ανάπτυξη σχέσεων όπως στο συμπιεστή).

- **Συντελεστής Φόρτισης:**

$$\Psi = \frac{\Delta h_t}{U^2} = \frac{h_{t2} - h_{t3}}{U^2}$$

Αν $U$=σταθ. και $V_a$=σταθ. $\Rightarrow$

$$\Psi = \Phi(tan\alpha_2 - tan\beta_3) - 1$$

- **Βαθμός Αντίδρασης:**

$$r = \frac{h_3 - h_2}{h_3 - h_1} \quad , \quad r = \frac{T_3 - T_2}{T_3 - T_1} \quad (C_p = const.)$$

Αν $U$ =σταθ., $V_a$ =σταθ. και επαναληπτική βαθμίδα$\Rightarrow$

$$\begin{aligned} r &= -\frac{\Phi}{2}(tan\beta_3 + tan\beta_2) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{\Phi}{2}(tan\beta_3 + tan\alpha_2) \\ &= 1 - \frac{V_{u2} + V_{u3}}{2U} \end{aligned}$$

- **Επίλυση Τριγώνων Ταχυτήτων Αξονικού Στρόβιλου:**

Αν $U$ =σταθ., $V_a$ =σταθ. και επαναληπτική βαθμίδα$\Rightarrow$

$$\frac{V_{u2}}{U} = 1 - r + \frac{\Psi}{2} \quad , \quad \frac{V_{u3}}{U} = 1 - r - \frac{\Psi}{2} \; ,$$
$$\frac{W_{u2}}{U} = -r + \frac{\Psi}{2} \quad , \quad \frac{W_{u3}}{U} = -r - \frac{\Psi}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{U} = \frac{V_3}{U} &= \sqrt{\Phi^2 + (1 - r - \frac{\Psi}{2})^2} \; , \\ \frac{V_2}{U} &= \sqrt{\Phi^2 + (1 - r + \frac{\Psi}{2})^2} \; , \\ \frac{W_3}{U} &= \sqrt{\Phi^2 + (r + \frac{\Psi}{2})^2} \; , \\ \frac{W_2}{U} &= \sqrt{\Phi^2 + (r - \frac{\Psi}{2})^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} tan\alpha_1 = tan\alpha_3 &= \frac{1}{\Phi}(1 - r - \frac{\Psi}{2}) \; , \\ tan\alpha_2 &= \frac{1}{\Phi}(1 - r + \frac{\Psi}{2}) \; , \\ tan\beta_2 &= \frac{1}{\Phi}(-r + \frac{\Psi}{2}) \; , \\ tan\beta_3 &= \frac{1}{\Phi}(-r - \frac{\Psi}{2}) \end{aligned}$$

- **Γωνίες Απόκλισης της Ροής:**

$$\begin{aligned} \alpha_1 - \alpha_2 &= tan^{-1}\left(\frac{-\Psi\Phi}{\Phi^2 + (1-r)^2 - \frac{\Psi^2}{4}}\right) \\ \beta_2 - \beta_3 &= tan^{-1}\left(\frac{\Psi\Phi}{\Phi^2 + r^2 - \frac{\Psi^2}{4}}\right) \end{aligned}$$

- **Θεωρητική Αδιάστατη Χαρακτηριστική Αξονικού Στρόβιλου:**

Αν $(d)$ συμβολίζει λειτουργία στο σημείο σχεδιασμού, ισχύει $\frac{\Psi}{\Psi_d} = \frac{\Phi}{\Phi_d}(1 + \frac{1}{\Psi_d}) - \frac{1}{\Psi_d}$ αν και μόνο αν $tan\alpha_2 - tan\beta_3$ = σταθερό για 'λογικές' αλλαγές του σημείου λειτουργίας.

- **Ανηγμένες Παράμετροι Παροχής και Φόρτισης:**

Ανηγμένη Παράμετρος Παροχής$= \frac{V_\alpha}{\sqrt{T_{t1}}}$ , με

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{\gamma R}} \cdot \frac{V_\alpha}{\sqrt{T_{t1}}} \cdot \frac{1}{M_u}$$

όπου $M_u^2 = \frac{U^2}{\gamma R T_{t1}}$

Ανηγμένη Παράμετρος Φόρτισης$= \frac{\Delta T_t}{T_{t1}}$ , με

$$\Psi = \frac{\Delta T_t}{T_{t1}} \cdot \frac{1}{\gamma - 1} \cdot \frac{\gamma R T_{t1}}{U^2}$$

- **Ανηγμένη Χαρακτηριστική:**

$$\frac{\Delta T_t}{T_{t1}} = \left(\frac{\gamma-1}{\sqrt{\gamma R}} M_u \frac{\Psi_d}{\Phi_d}(1+\frac{1}{\Psi_d})\right)\frac{V_\alpha}{\sqrt{T_{t1}}} -(\gamma-1)M_u^2$$

- **Χαρακτηριστική Πολυβάθμιου Στρόβιλου:**

  Η έλλειψη του Stodola:

$$\frac{\dot{m}\sqrt{T_{t1}}}{p_{t1}} = k\left(1-\left(\frac{P_{t,out}}{P_{t,in}}\right)^2\right)^{1/2}$$

# 8 Ακτινικός Συμπιεστής

- **Θεώρημα Ροπής της Ορμής:** Αν 1 ή είσοδος στην πτερωτή, 2 η έξοδος της πτερωτής και 3 η έξοδος του διαχύτη, είναι $\Delta h_t = h_{t3} - h_{t1} = \omega(R_2 V_{u2} - R_1 V_{u1})$.

- **Ολίσθηση:** Η ταχύτητα ολίσθησης $V_{us}$ ορίζεται ως: $V_{us} = V_{u2}^{/} - V_{u2}$, όπου $V_{u2}^{/} = V_{r2} tan a_2^{/}$, $V_{u2} = V_{r2} tan a_2$. Ο παράγοντας ολίσθησης ορίζεται ως

$$\sigma = \frac{V_{u2}}{V_{u2}^{/}} = 1 - \frac{V_{us}}{V_{u2}^{/}}$$

- **Εμπειρική Σχέση Stanitz:** Αν $n$ ο αριθμός των πτερυγίων, είναι:

$$\sigma = 1 - \frac{0,63\pi}{n}\frac{1}{1+\Phi_2 tan\beta_2^{/}}$$

  όπου $\Phi_2 = \frac{V_{r2}}{U_2}$ ο συντελεστής παροχής.

- **Συντελεστής Ανάκτησης Πίεσης του Διαχύτη του ακτινικού συμπιεστή:**

$$C_{pr} = \frac{p_3 - p_2}{p_{t2} - p_2}$$

# 9 Ακτινικός Στρόβιλος

- **Θεώρημα Ροπής της Ορμής:** Αν 1 η είσοδος στα ακροφύσια, 2 η είσοδος στην πτερωτή και 3 η έξοδος της πτερωτής, είναι $\Delta h_t = h_{t1} - h_{t3} = \omega(R_2 V_{u2} - R_3 V_{u3})$.

  Στον ακτινικό στρόβιλο, ισχύει ότι

$$h_{t1} - h_{t3} = \frac{1}{2}\left((U_2^2 - U_3^2) + (W_3^2 - W_2^2) + (V_2^2 - V_3^2)\right)$$

- **Ισεντροπική Ταχύτητα:**

$$\frac{1}{2}V_{is}^2 = h_{t1} - h_3^{/} = C_p T_{t1}\left(1 - \left(\frac{p_3}{p_{t1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)$$

- **Συντελεστές Απωλειών Ακροφυσίων - Πτερωτής:**

$$\zeta_N = \frac{h_2 - h_2^{/}}{\frac{1}{2}V_2^2} \quad , \quad \zeta_R = \frac{h_3 - h_3^{//}}{\frac{1}{2}W_3^2}$$

  Ισεντροπικός βαθμός απόδοσης ολικές-προς-στατικές συνθήκες:

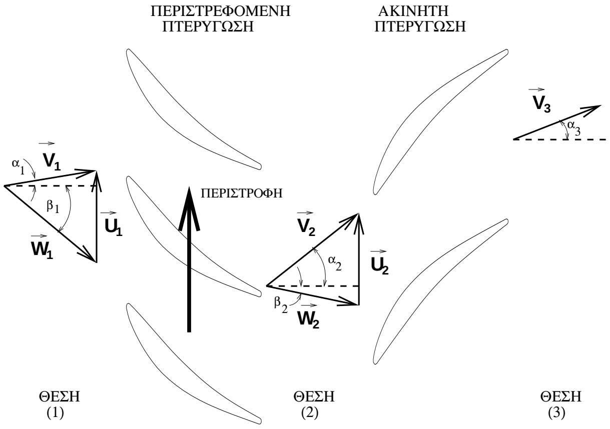
$$\eta_{t-s,T} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2(h_{t1} - h_{t3})}\left(V_3^2 + \zeta_R W_3^2 + \zeta_N \frac{T_3}{T_2} V_2^2\right)}$$

- **Χρήσιμες Σχέσεις :** Ο συντελεστής παροχής ορίζεται ως $\Phi = \frac{V_{a3}}{U_2}$. Ο συντελεστής φόρτισης ως $\Psi = \frac{\Delta h_t}{U_2^2} = \frac{V_{u2}}{U_2} - \left(\frac{R_3}{R_2}\right)\frac{V_{u3}}{U_2}$

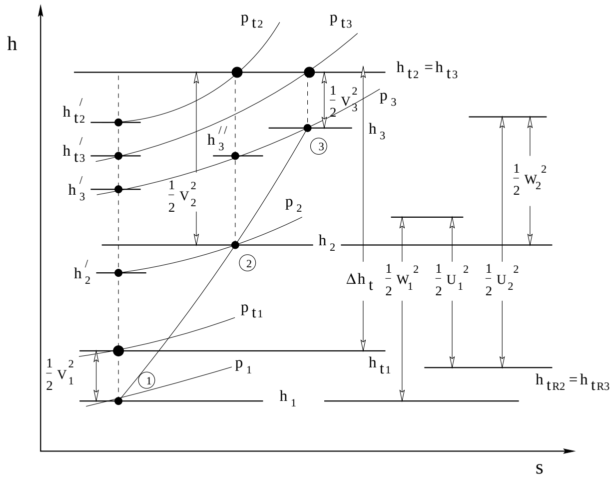
  Για $\beta_2 = 0^o$ και $\alpha_3 = 0^o$, ισχύει:

$$\frac{T_3}{T_2} = 1 - \frac{\gamma-1}{2}M_{u2}^2 \cdot \cdot\left(1 - \frac{1}{tan^2 a_2} + \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^2 \frac{1}{tan^2\beta_3}\right)$$

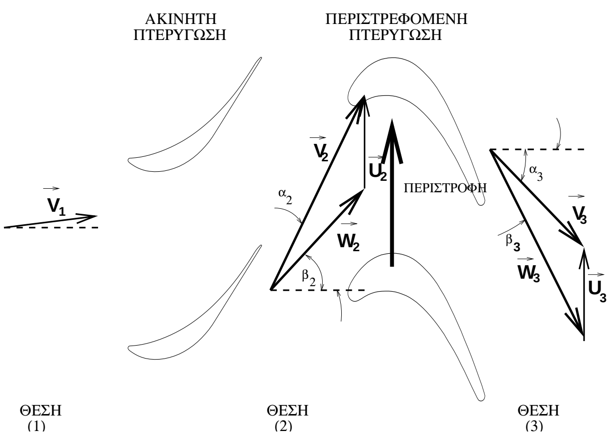
  όπου $M_{u2} = U_2/a_2$ και $a_2 = \sqrt{\gamma R T_2}$.



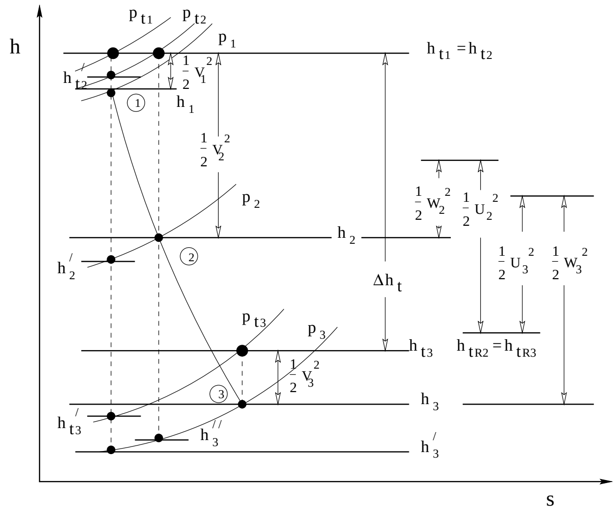

Σχήμα 1: Πτερύγωση Αξονικού Συμπιεστή.



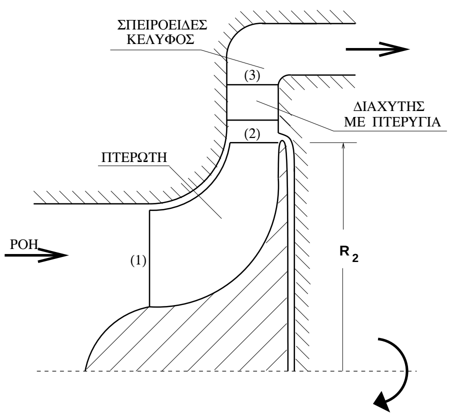
Σχήμα 2: Θερμοδυναμικό Διάγραμμα Βαθμίδας Συμπιεστή.



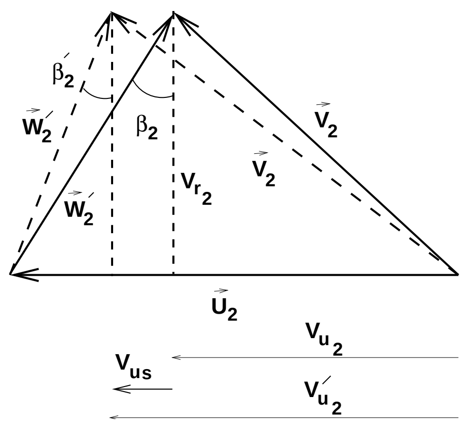

Σχήμα 3: Πτερύγωση Αξονικού Στρόβιλου.



Σχήμα 4: Θερμοδυναμικό Διάγραμμα Βαθμίδας Στρόβιλου.




Σχήμα 5: Σκαρίφημα Ακτινικού Συμπιεστή.



Σχήμα 6: Τρίγωνα στην Έξοδο της Πτερωτής Ακτινικού Συμπιεστή.