ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης

ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ

(6ο Εξάμηνο Σχολής Μηχ.Μηχ. ΕΜΠ)

ΣΥΝΟΨΗ –ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΓΝΩΣΕΩΝ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου
Καθηγητής ΕΜΠ

kgianna@mail.ntua.gr

http://velos0.ltt.mech.ntua.gr/research/

Εισαγωγή

Η (μέσα σε ένα δίωρο) επανάληψη θεωρίας από τη Θερμοδυναμική δεν υποκαθιστά ή αντικαθιστά ύλη που κανονικά οφείλετε να γνωρίζετε από τα σχετικά μαθήματα προηγούμενων εξαμήνων.

Έχει στόχο να θυμίσει κάποια πράγματα και να προσαρμόσει την ορολογία σε αυτήν του μαθήματος των Θερμικών Στροβιλομηχανών.

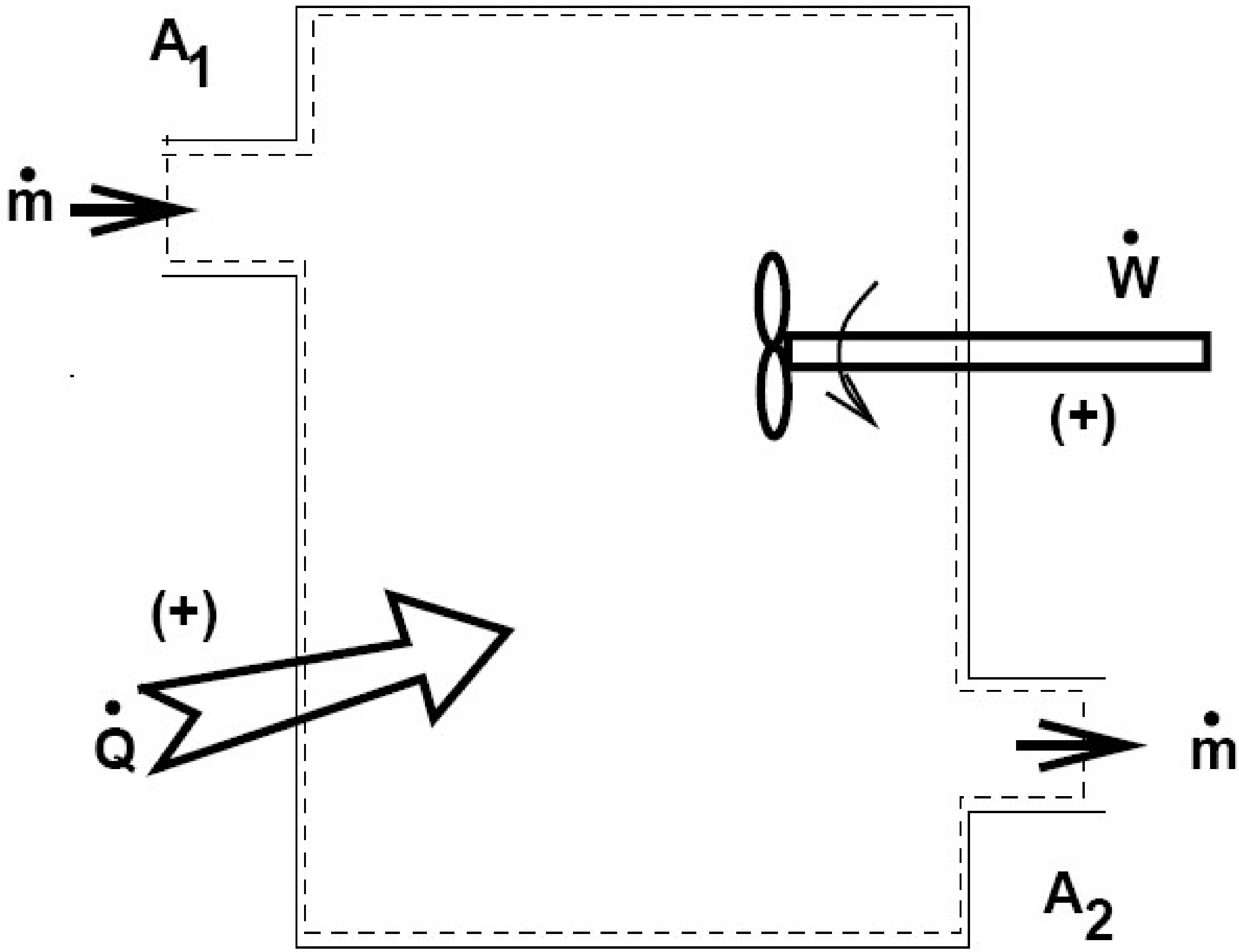
Κατηγορίες Θερμοδυναμικών Συστημάτων (Θ.Σ.)

- **Ανοικτό Θ.Σ.**
- **Κλειστό (ακίνητο) Θ.Σ.**
- **Κλειστό (κινούμενο) Θ.Σ.**

Αντιστοίχιση με το τι συμβαίνει στις στροβιλομηχανές!

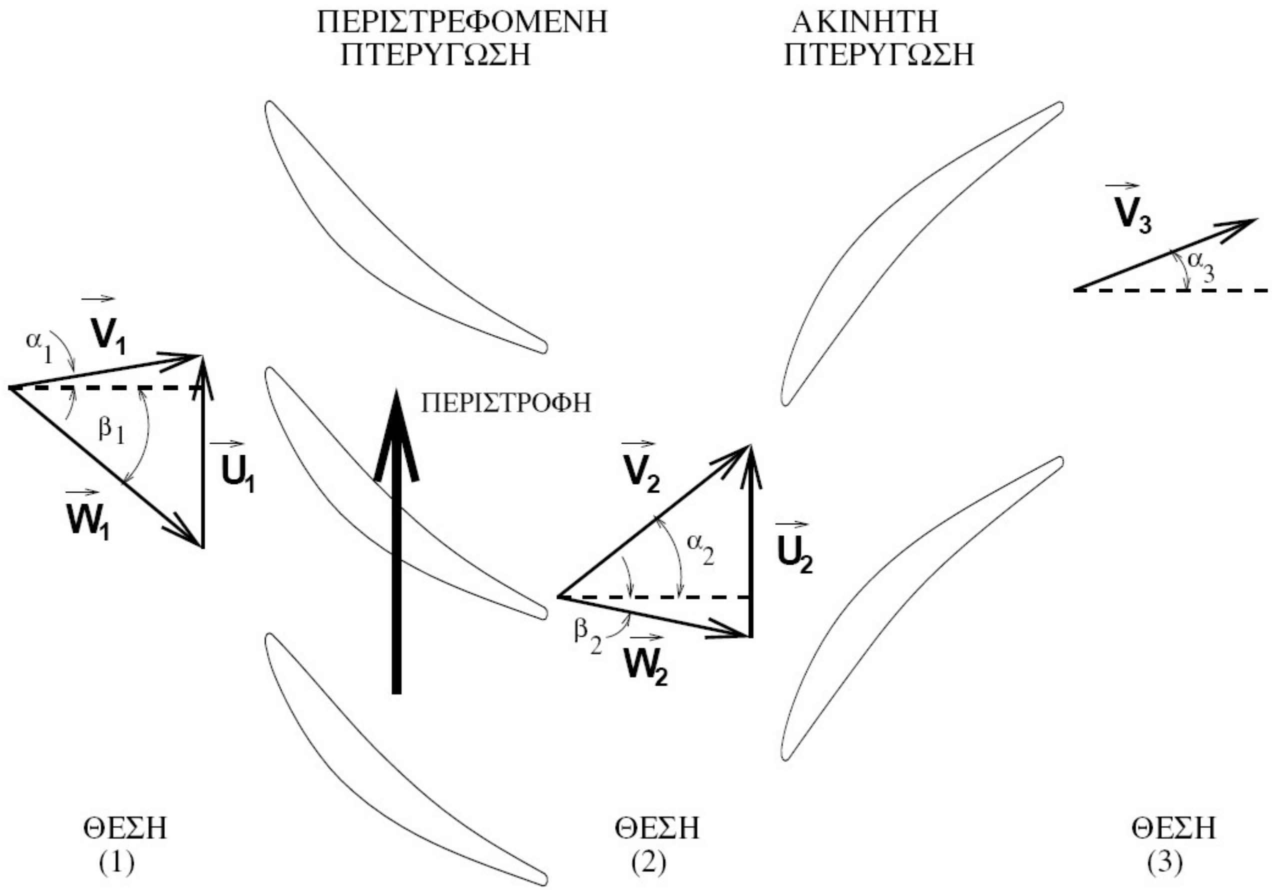
Α’ & Β’ Θερμοδυναμικό Αξίωμα

Ανοικτό Θερμοδυναμικό Σύστημα



<u>ΣΥΜΒΑΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ:</u> Έργο ή θερμότητα που προσδίδονται στο σύστημα (ρευστό) λογίζονται <u>θετικά</u>. Αν απάγονται, είναι <u>αρνητικά</u>.

Ανοικτό Θ.Σ. & Στροβιλομηχανές



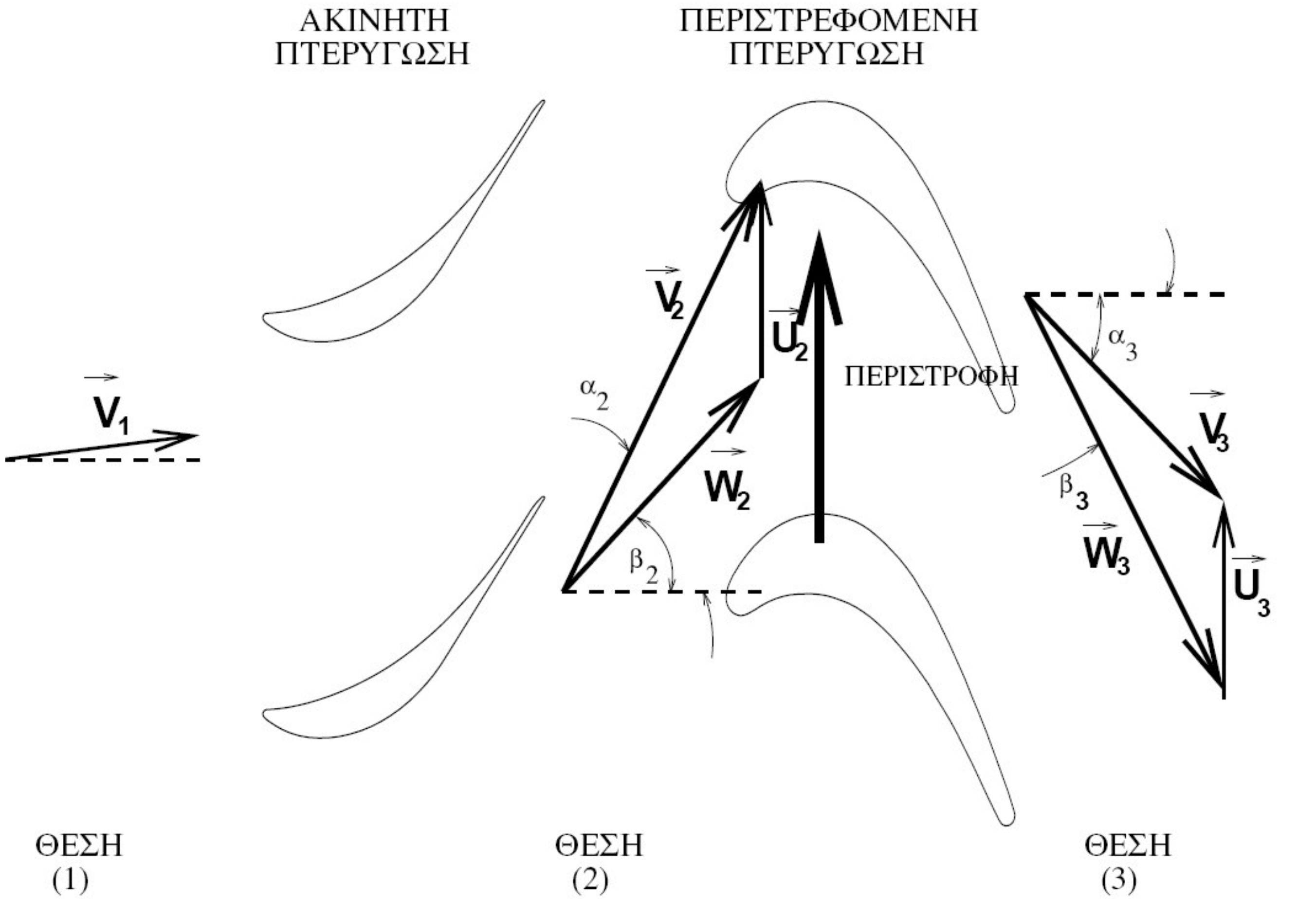
$$\dot{Q} = 0$$

$$\dot{W} > 0$$

Η ροή σε μια <u>βαθμίδα ΣΥΜΠΙΕΣΤΗ</u> μπορεί να μελετηθεί με τις αρχές που διέπουν ένα ανοικτό Θ.Σ.

<u>Συνήθεις Παραδοχές:</u> Χρονικά-Μόνιμη, Αδιαβατική Ροή.

Ανοικτό Θ.Σ. & Στροβιλομηχανές



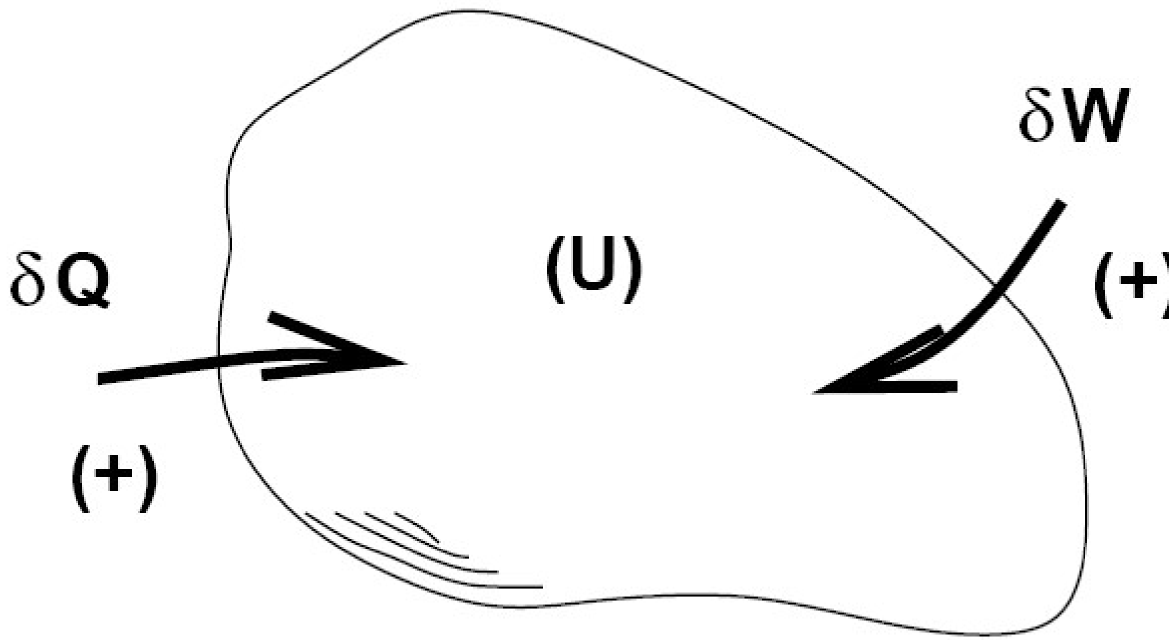
$$\dot{Q} = 0$$

$$\dot{W} < 0$$

Η ροή σε μια βαθμίδα ΣΤΡΟΒΙΛΟΥ μπορεί να μελετηθεί με τις αρχές που διέπουν ένα ανοικτό Θ.Σ.

Συνήθης Παραδοχή: Αδιαβατική Ροή.

Κλειστό Θερμοδυναμικό Σύστημα



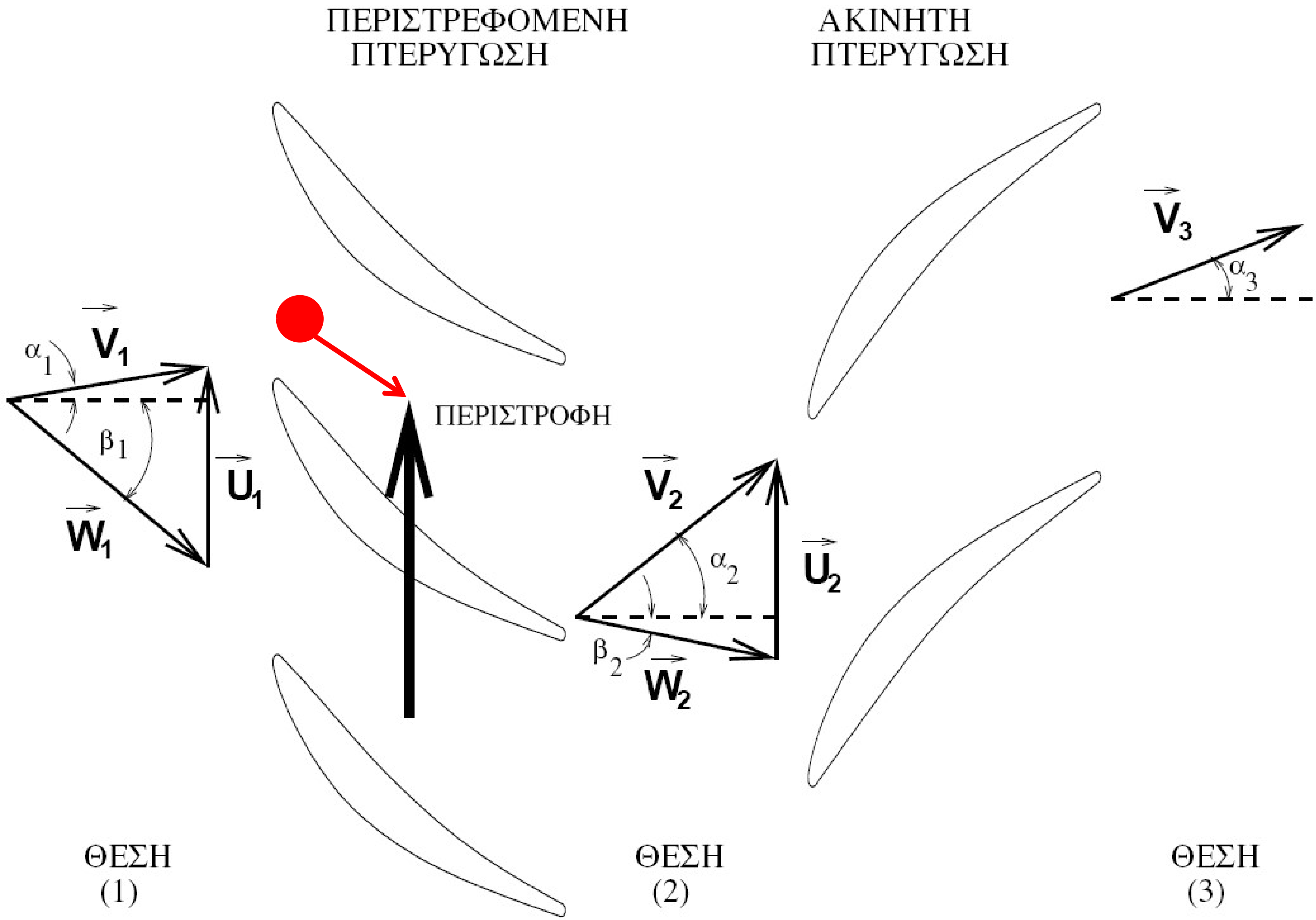
•~~Ακίνητο~~ ή κινούμενο κλειστό σύστημα.

•Το κινούμενο μπορεί να παραμορφώνεται ως σχήμα, κατά την κίνηση.

•Είτε ακίνητο είτε κινούμενο, μάζα ούτε εισέρχεται ούτε εξέρχεται σε αυτό.

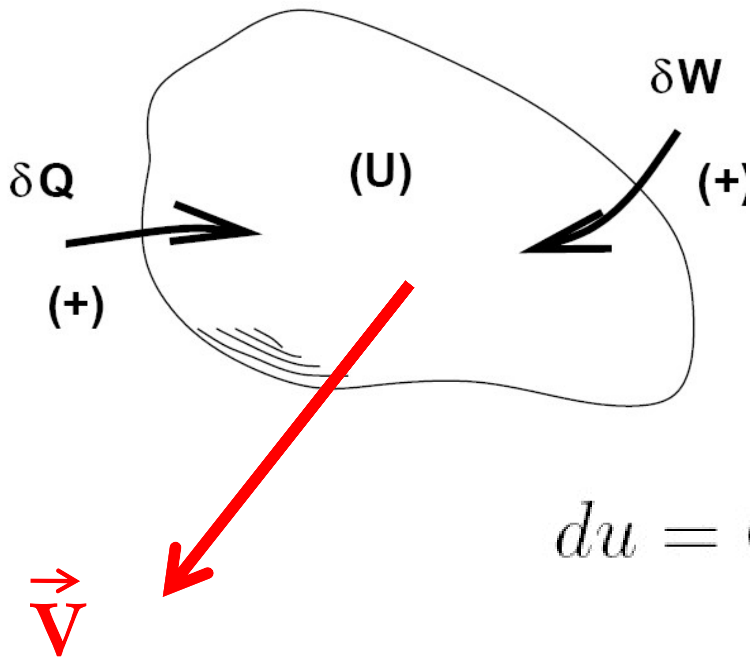
$$\dot{Q} = 0$$

$$\dot{W} > 0$$



Ένα κινούμενο Θ.Σ. (μια στοιχειώδης μάζα ρευστού) διατρέχει μια βαθμίδα συμπιεστή.

Α/ Θερμοδυναμικό Αξίωμα για Κινούμενο Κλειστό Θ.Σ.



Ανηγμένα ανά μονάδα μάζας:

$$dq + dw = du + d(V^2/2)$$

(Ειδική) εσωτερική ενέργεια (*θερμοχωρητικά τέλειο αέριο*):

$$du = C_v dT \quad \Rightarrow \quad u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_v dT,$$

$$C_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{v=const.}$$

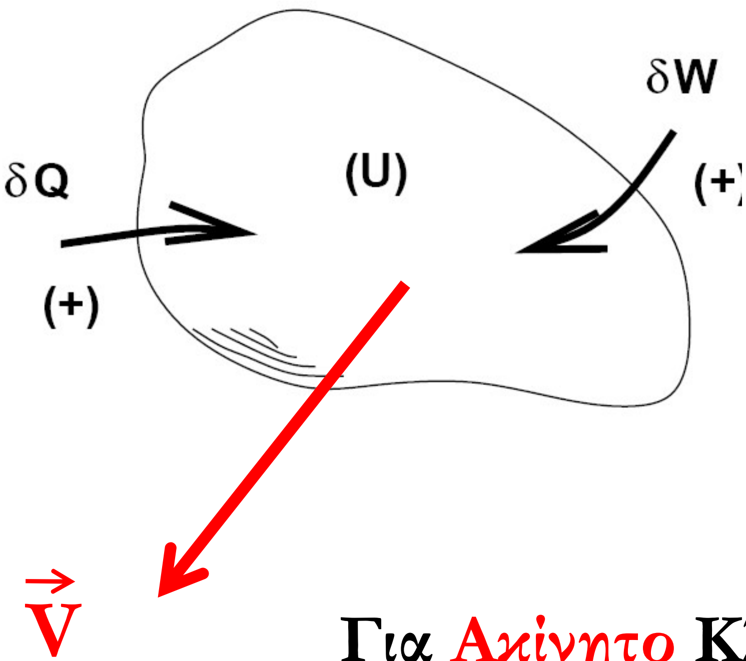
<u>Για τέλειο αέριο:</u>

$$C_v = \frac{1}{\gamma - 1} R.$$

<u>Για τον αέρα (τέλειο αέριο):</u>

$$\gamma = 1,4 \qquad\qquad R = 287,03 m^2/s^2 K$$

Α' Θερμοδυναμικό Αξίωμα για Κλειστό Θ.Σ.

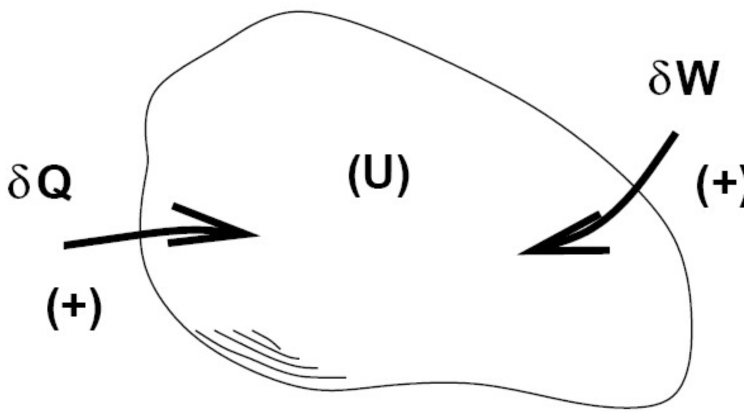


Ανηγμένα ανά μονάδα μάζας:

$$\bar{d}q + \bar{d}w = du + d(V^2/2)$$

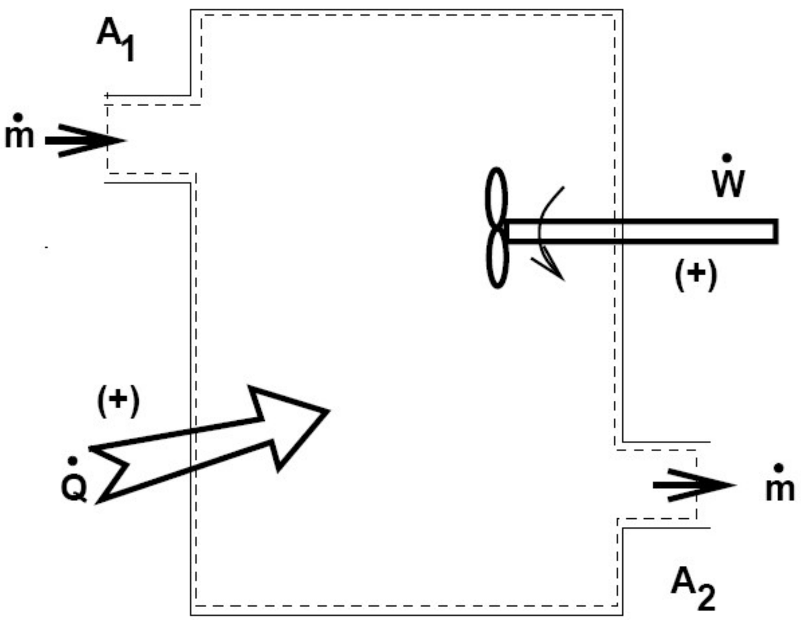
Μη-τέλεια διαφορικά

<u>Για Ακίνητο Κλειστό Θ.Σ.:</u>



$$dq + dw = du$$

Α’ Θερμοδυναμικό Αξίωμα για Ανοικτό Θ.Σ.



Ανηγμένα στη μονάδα του χρόνου:
(χρονικά μόνιμη ροή)

$$\dot{Q}+\dot{W}=\dot{m}\left([u]_1^2+\left[\frac{V^2}{2}\right]_1^2+[vp]_1^2\right)$$

Έργο εξώθησης

όπου: $v=\dfrac{1}{\rho}$

Αλλά: $$A\delta x p=\left(\frac{\delta m}{\rho V\delta t}\right)(V\delta t)\,p=\delta m\, vp$$

$$\Rightarrow \qquad \dot{q}+\dot{w}=[u]_1^2+\left[\frac{V^2}{2}\right]_1^2+[vp]_1^2 \qquad \left(\frac{W}{kg/s}=\frac{J}{kg}\right)$$

Σε διαφορική μορφή:

$$dq + dw = du + d\left(\frac{V^2}{2}\right) + d(pv) \qquad (\frac{m^2}{s^2} = \frac{J}{kg})$$

ή

$$dq + dw = \underline{du} + d(V^2/2) + \underline{vdp + pdv}$$

Θερμοδυναμικές ποσότητες

Ορισμός στατικής ενθαλπίας:	$h = u + pv$

$$\Rightarrow \quad dq + dw = dh + d\left(\frac{V^2}{2}\right)$$

Ορισμός ολικής ενθαλπίας:	$h_t = h + V^2/2$

$$\Rightarrow \quad \boxed{dq + dw = dh_t \qquad (\frac{m^2}{s^2} = \frac{J}{kg})}$$

Α/ Θ.Α.

Σε ολοκληρωματική/χρηστική μορφή:

$$\boxed{\dot{Q} + \dot{W} = \dot{m}[h_t]_1^2}$$

Α/ Θ.Α.

Ειδικά, για <u>αδιαβατική</u> ροή (μάλλον πάντα στο μάθημα):

$$\boxed{\cancel{\dot{Q}} + \dot{W} = \dot{m}[h_t]_1^2}$$

Άρα, Δh_t είναι <u>έργο ανά μονάδα μάζας</u>!

Τα παραπάνω παρουσιάστηκαν για <u>συμπιεστό ρευστό</u>, αλλά προφανώς ισχύουν και για <u>ασυμπίεστο</u> (αν και για το ασυμπίεστο ρευστό, «εξειδικεύονται» οι τύποι στη συνέχεια).

ρ, v = σταθερά.

$$dq + dw = d(p_t/\rho) + du$$

Ορισμός ολικής πίεσης: $p_t = p + \frac{1}{2}\rho V^2$

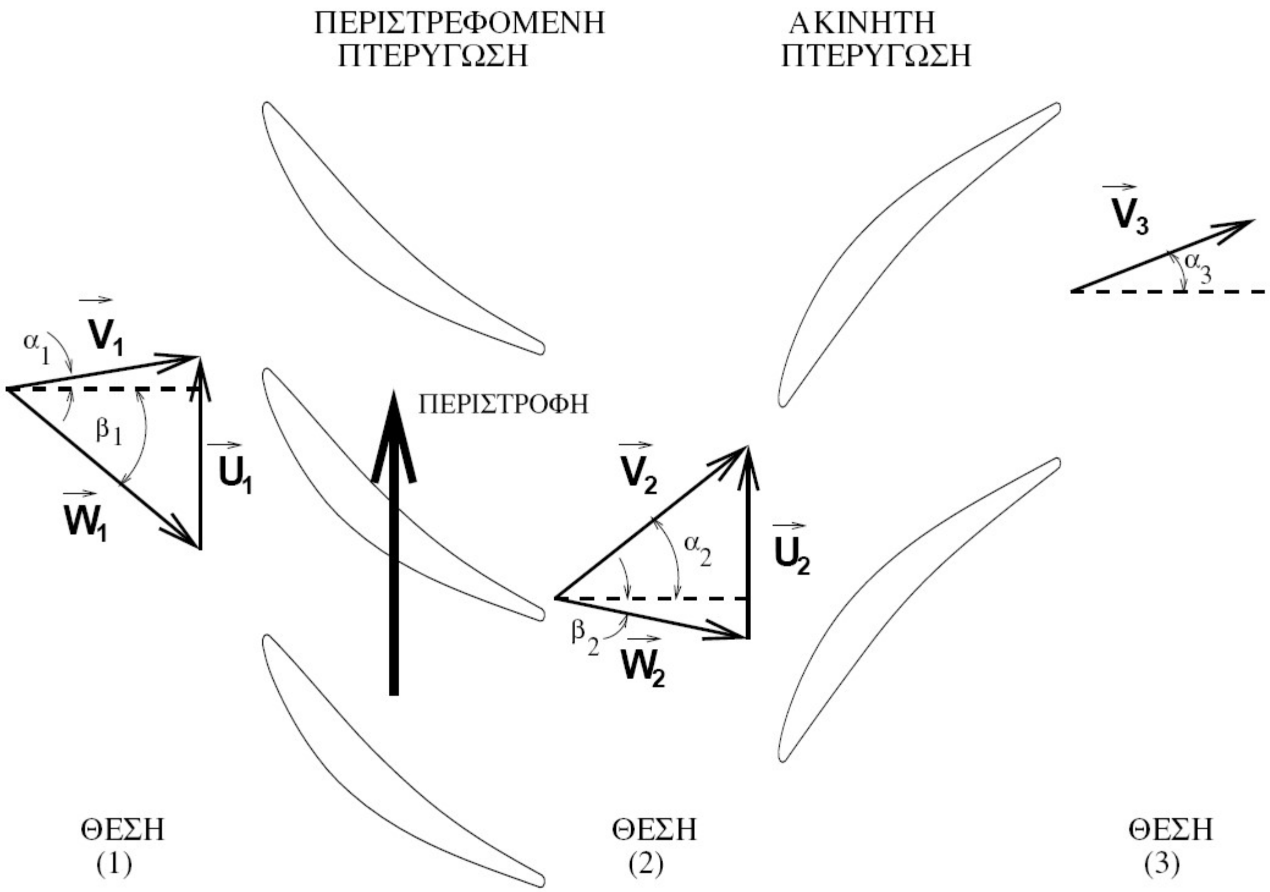
Μόνο στο ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΟ

$$\Rightarrow \qquad \dot{Q} + \dot{W} = \dot{m}\left[\frac{p_t}{\rho}\right]_1^2 + [u]_1^2$$

Φυσική σημασία!!!

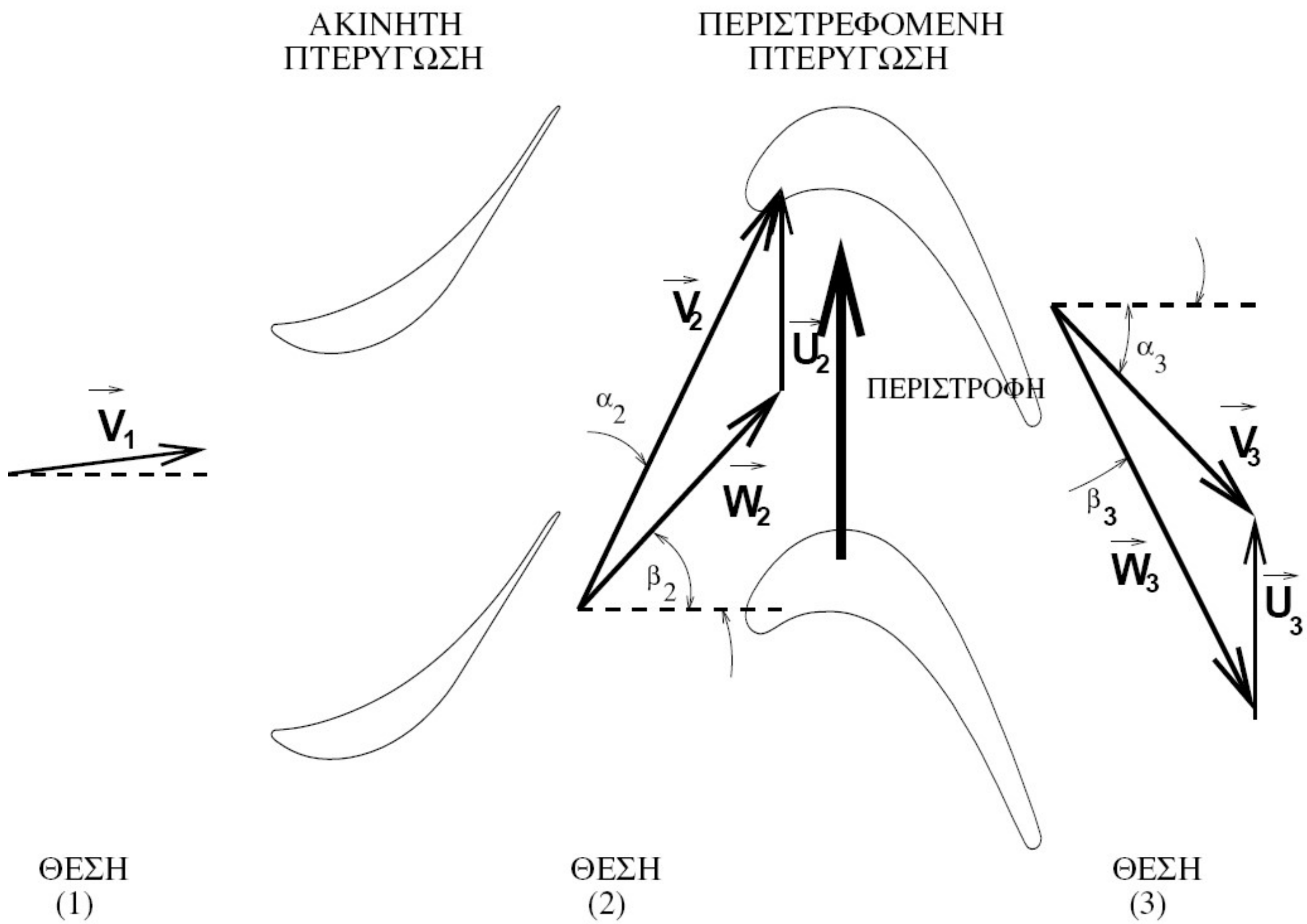
Στο συμπιεστό ρευστό, η ολική πίεση ορίζεται διαφορετικά (με χρήση των ισεντροπικών σχέσεων) αλλά τα ποιοτικά συμπεράσματα παραμένουν τα ίδια!

Πως μεταβάλλονται οι h_t & p_t σε βαθμίδα Συμπιεστή?



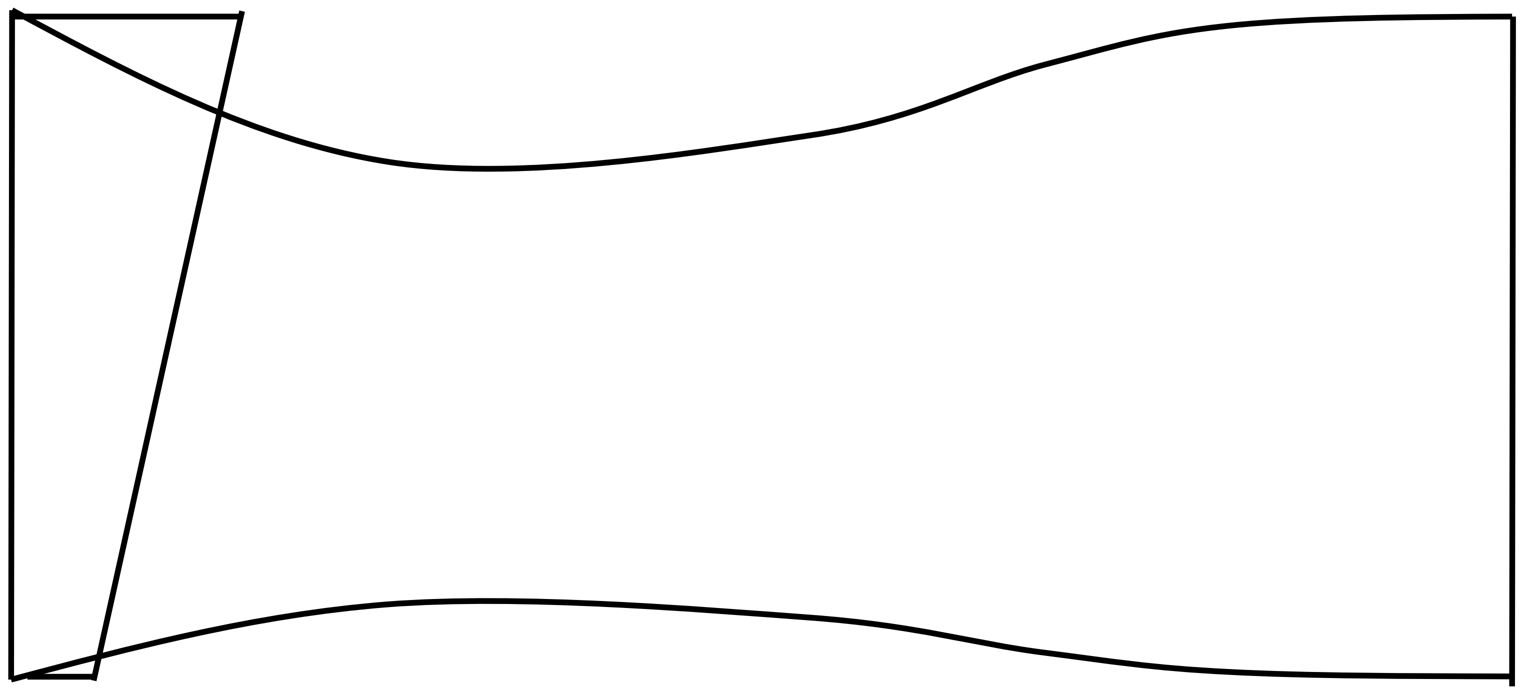
p_{t1}	p_{t2}	p_{t3}
h_{t1}	h_{t2}	h_{t3}

Πως μεταβάλλονται οι h_t & p_t σε βαθμίδα Στροβίλου?



p_{t1}	p_{t2}	p_{t3}
h_{t1}	h_{t2}	h_{t3}

Ερώτηση



Θερμικός Βαθμός Απόδοσης:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \qquad \eta_{th} < 1$$

Αναστρέψιμη Θερμοδυναμική Μεταβολή

(Ειδική) εντροπία:

$$dS = \frac{dq_R}{T}$$

Μη-στοιχειώδης μεταβολή:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dq_R}{T}$$

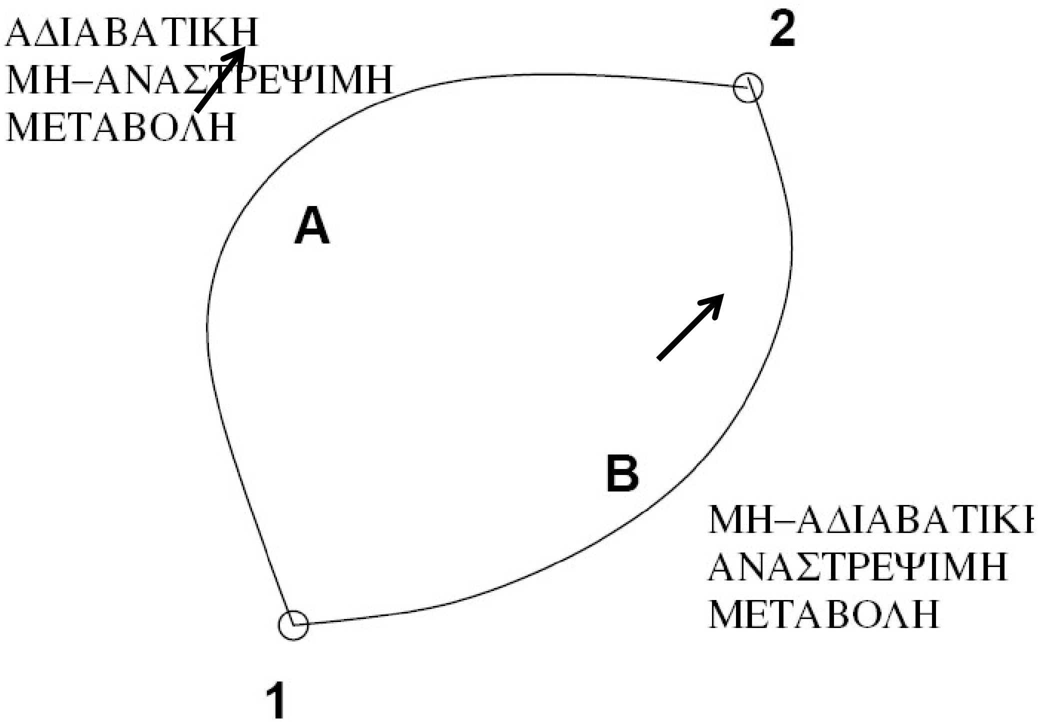
Κλειστή-αναστρέψιμη μεταβολή – Ισότητα Clausius:

$$\oint dS = 0$$

Κλειστή-μη αναστρέψιμη μεταβολή – Ανισο-ισότητα Clausius:

$$\oint \frac{dq}{T} < 0$$

Οι 2 τρόποι να δούμε μια θερμοδυναμική μεταβολή:



$$\int_1^2 \frac{dq}{T} = 0$$

$$\int_1^2 \frac{dq}{T} = S_2 - S_1$$

$$\int_2^1 \frac{dq}{T} = S_1 - S_2$$

$$\int_1^2 \frac{dq}{T} + \int_2^1 \frac{dq}{T} \leq 0 \qquad \Rightarrow \qquad S_2 \geq S_1$$

Εξίσωση Gibbs

$$dw + dq = du$$

Μηχανικό Έργο: $-pdv$ **Τριβές:** $dq_R = TdS$

Πρώτη έκφραση της εξ. Gibbs: $$\boxed{TdS = du + pdv}$$

όμως: $h = u + pv \Rightarrow dh = du + pdv + vdp$

Δεύτερη έκφραση της εξ. Gibbs: $$\boxed{TdS = dh - vdp}$$

ή

$$dS = C_p \frac{dT}{T} - \frac{dp}{\rho T}$$

$$dS = C_p \frac{dT}{T} - \frac{dp}{\rho T} \quad \Rightarrow \quad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} e^{-\frac{S_2-S_1}{R}}$$

$$S_2 - S_1 = C_p ln(T_2/T_1) - R ln(p_2/p_1)$$

Σχέσεις Ισεντροπικής Μεταβολής:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \qquad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{\gamma}$$

Για αέρα, τέλειο αέριο, γ=1.4

$$\frac{p}{p_t} = \left(\frac{T}{T_t}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \qquad \frac{p}{p_t} = \left(\frac{\rho}{\rho_t}\right)^{\gamma}$$

Σχέσεις θερμοδυναμικών μεταβολών

Οι σχέσεις ισεντροπικής μεταβολής εφαρμόζονται μεταξύ δύο σημείων A και B, που έχουν την ίδια εντροπία. Η εφαρμογή γίνεται με 4 διαφορετικούς τρόπους (ότι βολεύει μια άσκηση):

A_στατικό ←→B_στατικό

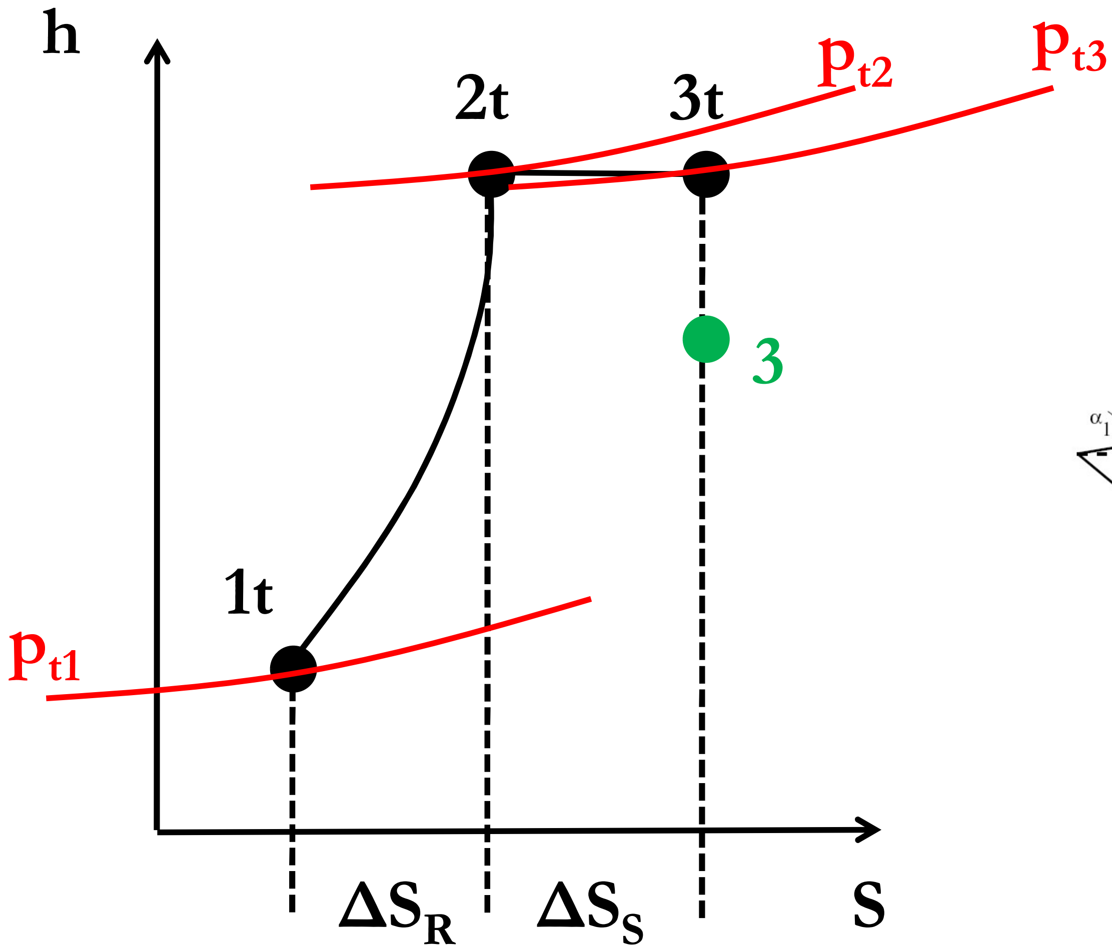
A_στατικό ←→B_ολικό

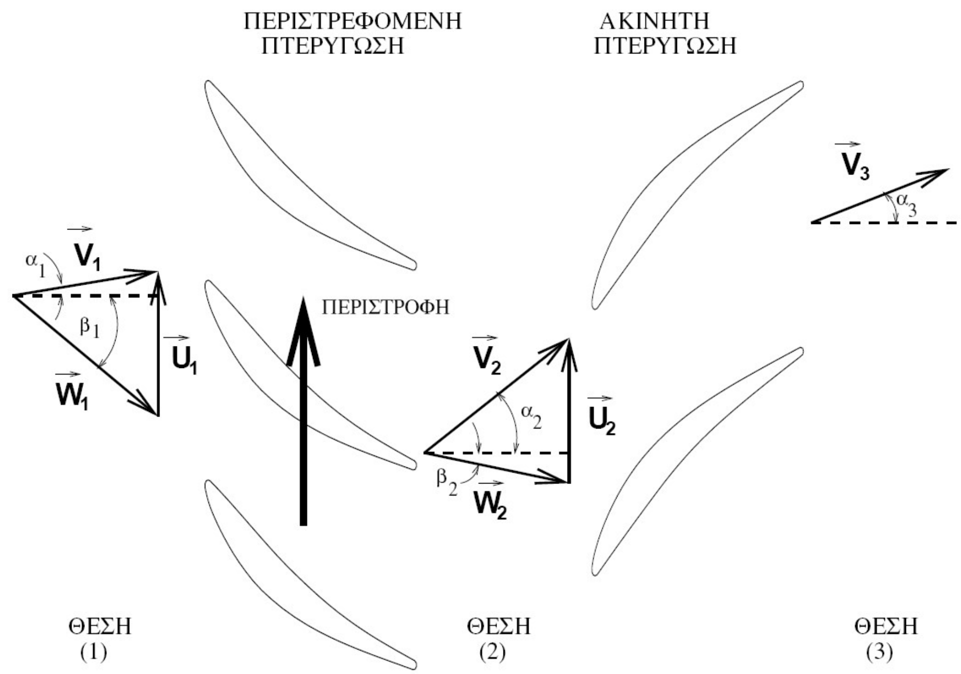
A_ ολικό ←→B_στατικό

A_ ολικό ←→B_ ολικό

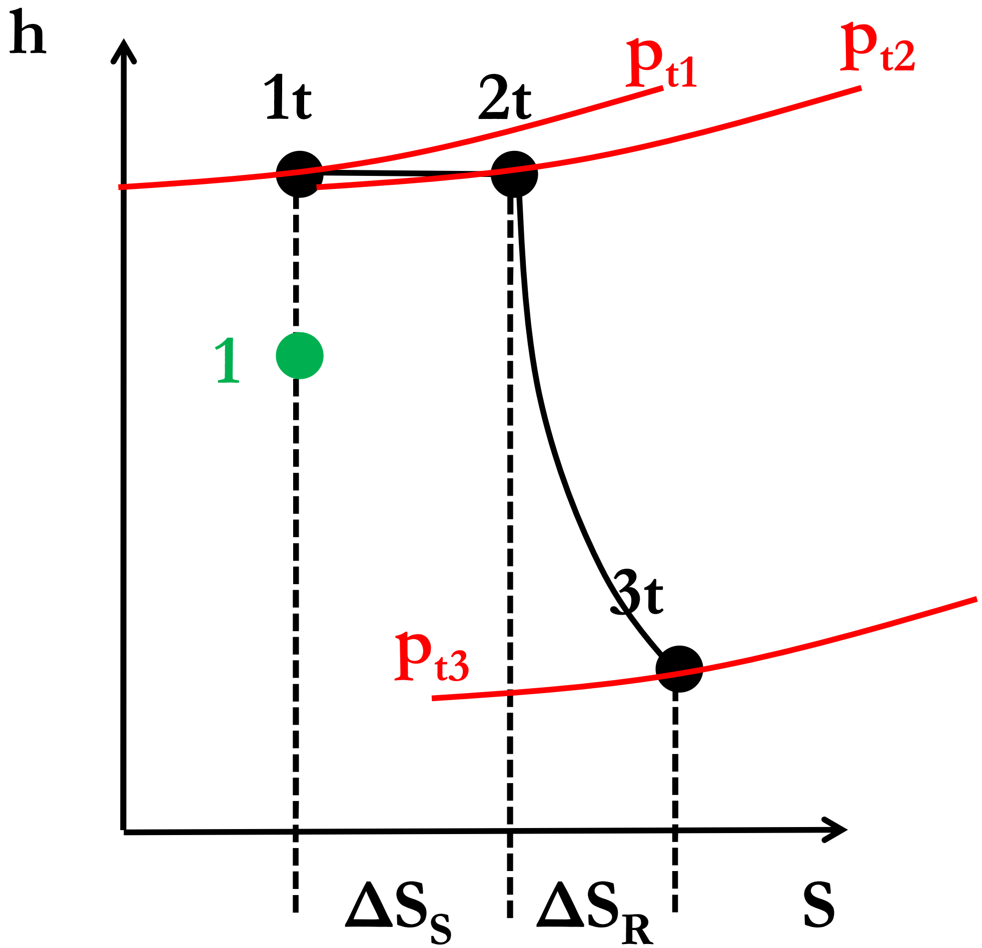
… Και μην τις εφαρμόζετε λχ. Σε μια στατική πτερύγωση εκτός αν «σας πουν» ότι δεν έχει απώλειες λόγω συνεκτικότητας ή ….

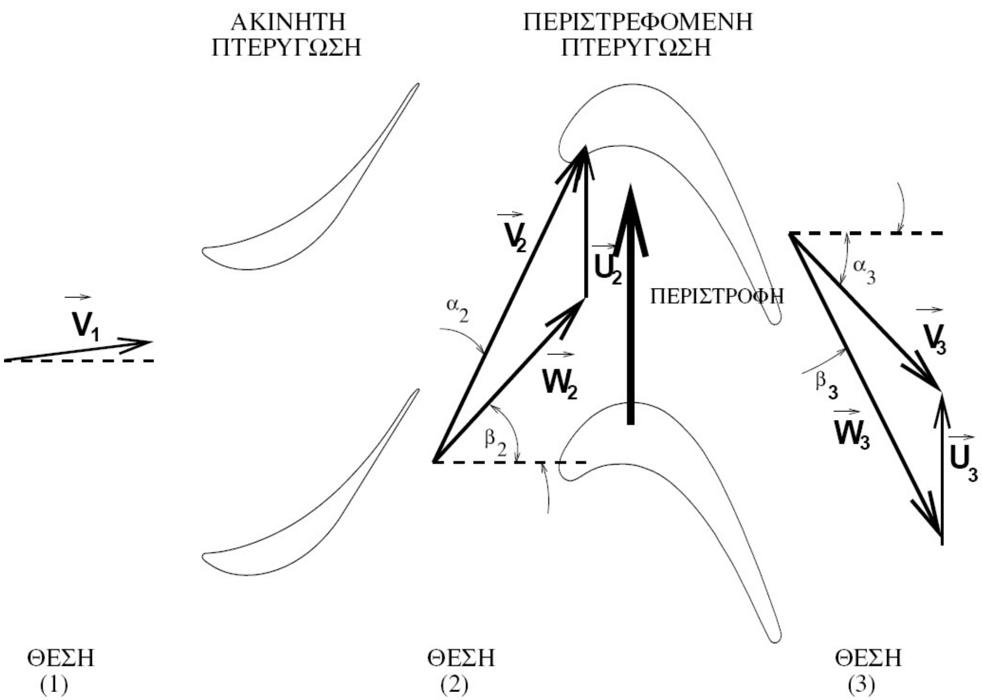
Διάγραμμα h-S ή T-S πτερύγωσης Συμπιεστή





Διάγραμμα h-S ή T-S πτερύγωσης Στροβίλου





Αριθμός Mach

<u>Αριθμός Mach της Απόλυτης Ροής</u>:

$$M = \frac{V}{\sqrt{\gamma R T}}$$

<u>Αριθμός Mach της Σχετικής Ροής</u>:

$$M_R = \frac{W}{\sqrt{\gamma R T}}$$

<u>Προσοχή</u>: Η ταχύτητα του ήχου ορίζεται από τις παραπάνω σχέσεις με τα στατικά (όχι τα ολικά) μεγέθη.

Συσχέτιση ολικών-στατικών θερμοδυναμικών μεγεθών

$$h_t = h + V^2/2 \qquad dh = C_p dT \;\Rightarrow\; h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_p dT$$

$$T_t = T + V^2/2C_p \qquad C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_{p=const.}$$

$$\frac{p}{p_t} = \left(\frac{T}{T_t}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \qquad \frac{p_t}{p} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{p}{p_t} = \left(\frac{\rho}{\rho_t}\right)^{\gamma} \qquad \frac{T_t}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2$$

Χρήσιμες Σχέσεις

Αφού: $$TdS = dh - vdp$$

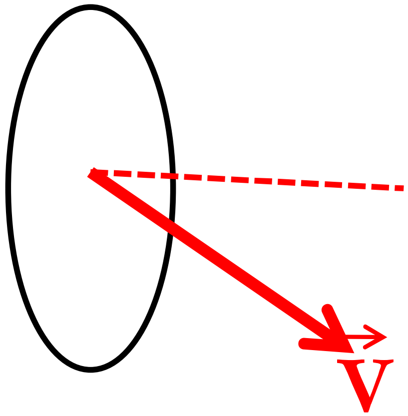
Για ισεντροπική ροή: $$dh = \frac{dp}{\rho}$$ **Πότε ισχύει;;;**

<u>Ερώτηση:</u> Πότε ισχύει η

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho}$$

(d=απειροστά μικρή μεταβολή, Δ=πραγματική μεταβολή)

Υπολογισμός ταχύτητας/Mach σε διατομή



Περισσότερα στον πίνακα και στο βιβλίο, όπου υπάρχουν και αριθμητικά παραδείγματα.

$$\dot{m} = A p_t \sqrt{\frac{\gamma}{R T_t}} cosa M \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

$$\dot{m} = A V cosa \frac{p_t}{R T_t} \left(1 - \frac{V^2}{2 C_p T_t}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Υπολογισμός Mach σε διατομή

Τρόποι επαναληπτικής επίλυσης ως προς M:

$$M = F\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

$$M = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}\left(\left(\frac{M}{F}\right)^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1}}-1\right)}$$

όπου

$$F = \frac{\dot{m}}{A p_t cosa}\sqrt{\frac{RT_t}{\gamma}}$$

Υπολογισμός ταχύτητας σε διατομή

Τρόποι επίλυσης ως προς V:

$$V = G\left(1-\frac{1}{2C_pT_t}V^2\right)^{-\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$V = \sqrt{2C_pT_t\left(1-\left(\frac{V}{G}\right)^{1-\gamma}\right)}$$

όπου

$$G=\frac{\dot{m}RT_t}{p_tAcosa}$$

Διευκρίνηση

Γιατί η παρακάτω σχέση ισχύει μόνο στο ασυμπίεστο ρευστό;

$$p_t = p + \frac{1}{2}\rho V^2$$

Απάντηση: **Ξεκινήστε από Taylor ανάπτυγμα της**

$$\frac{p_t}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Η συνέχεια στον πίνακα & στο βιβλίο…