

6ο ΕΞ. ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΕΜΠ  
 ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ – Διδάσκων: Κ. Γιαννάκογλου - Ιούνιος 2024  
 ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

**Άσκηση 1 (7 μονάδες):** Αναλύετε μονοδιάστατα βαθμίδα αξονικού στροβίλου ισεντροπικού βαθμού απόδοσης ίσου με 0,8874. Στις τρεις θέσεις της (1-2-3), η ακτίνα του μονοδιάστατου υπολογισμού (αριθμητικός μέσος των ακτίνων ποδός και κεφαλής σε κάθε θέση) είναι σταθερή ( $R_m=20\text{cm}$ ) ενώ η διατομή σε κάθε θέση (πλην της 1) είναι κατά 5% μεγαλύτερη αυτής της προηγούμενης θέσης. Ο στρόβιλος διακινεί 37,1532 kg/sec καυσαερίου (τέλειο αέριο,  $\gamma=1,333$  &  $C_p=1185 \text{ J/kg/K}$ ), διαθέσιμου σε συνθήκες 8,1 bar και 1190 K. Πιθανή παρουσία οδηγών πτερυγίων εισόδου δεν συνυπολογίζεται στη βαθμίδα. Στα ακροφύσια, η εντροπία αυξάνει κατά  $0,006879C_p$ . Η κινητή πτερύγωση περιστρέφεται με 15200 RPM, εξασφαλίζοντας αξονική έξοδο της απόλυτης ροής από τη βαθμίδα, με ταχύτητα ίση με 404 m/sec, και κάνοντας την ολική πίεση εξόδου να είναι το 59,71% της ολικής πίεσης εισόδου στην κινητή πτερύγωση. Αφού, προφανώς, κάνετε αξιοπρεπή σκίτσα της βαθμίδας με τρίγωνα ταχυτήτων και θερμοδυναμικό διάγραμμα, επιλύστε αεροθερμοδυναμικά τη βαθμίδα. Υπολογίστε τις ακτίνες ποδός και κεφαλής στη θέση 3, και όλα τα μεθέθη που βλέπετε στον πίνακα (μεταφέρετε εδώ τα τελικά αποτελέσματα από τις κόλλες σας). **ΝΑ ΦΑΙΝΟΝΤΑΙ ΟΙ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ & ΟΙ ΕΝΔΙΑΜΕΣΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ή ΟΙ ΔΟΚΙΜΕΣ** (αν υπάρχουν). Παρακαλώ μην γράφετε στο συλ «έκανα δοκιμές στο κομπιουτεράκι και βρήκα τόσο!»

$R_{3,Hub}(m)=$ 0,17022	$R_{3,Shroud}(m)=$ 0,2298	$T_3(K)=$ 987,13	$p_3(\text{bar})=$ 3,5916
$\alpha_2(^{\circ})=$ 54,1°	$\beta_2(^{\circ})=$ 26,4°	$M_2=$ 0,968	$M_{R2}=$ 0,632
$V_{\alpha 2}(m/s)=$ 363,35	$V_{u2}(m/s)=$ 499,1	$T_2(K)=$ 1029,3	$P_2(\text{bar})=$ 4,41

**Λύση:** (ΧΩΡΙΣ ΤΙΣ ΕΝΔΙΑΜΕΣΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ ΠΟΥ ΕΞΕΙΣ ΟΦΕΛΕΤΕ ΝΑ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΕΤΕ)

Είναι σταθερά αερίου  $R_g = \frac{\gamma-1}{\gamma} C_p = 296,03 \text{ J/kgK}$   
 και  $\frac{\gamma}{\gamma-1} = \frac{1,333}{0,333} = 4,003$ . Είναι  $T_{t2}=T_{t1} = 1190 \text{ K}$

Αύξηση εντροπίας στα ακροφύσια (1→2):

$$\Delta S_{12} = C_p \ln\left(\frac{T_{t2}}{T_{t1}}\right) - \frac{\gamma-1}{\gamma} C_p \ln\left(\frac{P_{t2}}{P_{t1}}\right) \Rightarrow P_{t2} = 7,88 \text{ bar}$$

Οπότε:  $P_{t3} = 0,5971 \cdot P_{t2} = 4,7052 \text{ bar}$

Από  $\eta_{is,T} = \frac{T_{t3} - T_{t1}}{T_{t3}' - T_{t1}}$  όπου  $T_{t3}' = T_{t1} \left(\frac{P_{t3}}{P_{t1}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

προκύπτουν άμεσα ότι:  $T_{t3}' = 1039 \text{ K}$ ,  $T_{t3} = 1056 \text{ K}$ .

Στη θέση (3), όπου  $V_3 = 404 \frac{m}{s}$  και  $\alpha_3 = 0^{\circ}$ , είναι:

$$T_3 = T_{t3} - \frac{V_3^2}{2C_p} = 987,13 \text{ K}$$

$$P_3 = P_{t3} \left(\frac{T_3}{T_{t3}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 3,5916 \text{ bar}$$

$$\rho_3 = \frac{P_3}{R_g T_3} = 1,22907 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



Με  $\dot{m} = 37,1532 \text{ kg/sec}$  και  $V_{a3} = V_3$  (λόγω  $\alpha_3 = 0^\circ$ )

$$\Rightarrow A_3 = \frac{\dot{m}}{\rho_3 V_3} = 0,0748235 \text{ m}^2 \quad \text{και τότε}$$

$$A_3 = 2\pi R_3 b_3 \Rightarrow b_3 = \frac{A_3}{2\pi R_m} = 0,0595426 \text{ m}$$

όπου  $R_m$  η βραθερή μέση ακτίνα σε όλες τις θέσεις (1-2-3).

$$\text{Τότε } R_{3\text{HUB}} = \bar{R} - b_3/2 = 0,17022 \text{ m}$$

$$R_{3\text{SHROUD}} = \bar{R} + b_3/2 = 0,2298 \text{ m.}$$

Στη θέση 2, η διατομή είναι:  $A_2 = \frac{A_3}{1,05} = 0,07126 \text{ m}^2$

και το θεωρ. Euler δίνει:

$$C_p(T_{t2} - T_{t3}) = U_2 V_{u2} - U_3 V_{u3} \Rightarrow V_{u2} = 499,1 \text{ m/s}$$

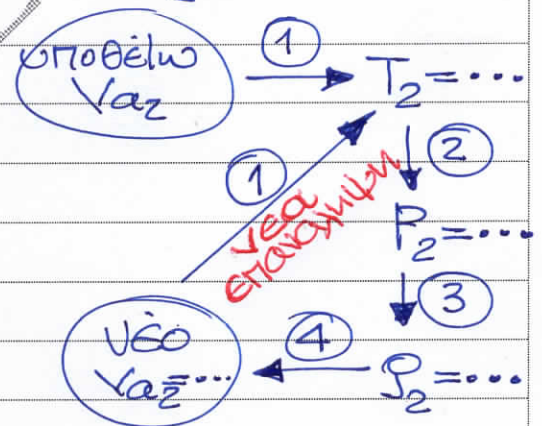
οπότε έχει ισχύει το σύστημα των 4 εξισώσεων:

$$\textcircled{1} \quad T_2 = T_{t2} - \frac{1}{2C_p} (V_{u2}^2 + V_{a2}^2)$$

$$\textcircled{2} \quad P_2 = P_{t2} \left( \frac{T_2}{T_{t2}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\textcircled{3} \quad \rho_2 = P_2 / RT_2$$

$$\textcircled{4} \quad V_{a2} = \frac{\dot{m}}{A_2 \rho_2}$$



Το παραπάνω σύστημα με αγνώστους  $V_{a2}, T_2, P_2, \rho_2$  λύνεται επαναληπτικά, π.χ. με αρχικοποίηση  $V_{a2} = 100 \text{ m/s}$  συζητώντας στις τιμές:

$$V_{a2} = 363,35 \text{ m/s}$$

$$T_2 = 1029,317 \text{ K}$$

$$P_2 = 4,40906 \text{ bar}$$

$$\rho_2 = 1,4469 \text{ kg/m}^3.$$

οπότε:  $M_2 = \frac{V_2}{\sqrt{\gamma RT_2}} = 0,968$ , αφού  $V_2 = (V_{a2}^2 + V_{u2}^2)^{1/2} = 617,1 \text{ m/s}$

$$W_{u2} = V_{u2} - U_2 = 180,75 \text{ m/s} \Rightarrow W_2 = 405,82 \text{ m/s}$$

$$M_{R2} = \frac{405,82}{637,3} = 0,632, \quad \alpha_2 = 54,1^\circ, \quad \beta_2 = 26,4^\circ.$$