

**ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ – Κ.Χ. ΓΙΑΝΝΑΚΟΓΛΟΥ**  
**ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΙ ΛΥΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΑΠΟ ΤΟΝ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΑ**  
**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2021**

**Άσκηση στην Εξέταση με Φυσική Παρουσία (μόνο βοήθημα το βιβλίο)**

Μονοβάθμιος αξονικός συμπιεστής διακινεί 5.6 kg/s αέρα (τέλειο αέριο) που βρίσκεται στις συνθήκες 101325 Pa και 300 K. Αγνοούμε τι προηγείται της περιστρεφόμενης (με 12700 RPM) πτερύγωσης (1-2), δια μέσου της οποίας, όμως, η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας και η ακτίνα του 1Δ υπολογισμού διατηρούνται σταθερές. Στη θέση 1 γνωρίζουμε την ακτίνα ποδός 12 cm και την ακτίνα κεφαλής 18 cm και εκεί ο 1Δ υπολογισμός γίνεται στον αριθμητικό τους μέσο των δύο ακτίνων. Ο βαθμός αντίδρασης, με βάση τον τύπο που γνωρίζουμε για επαναληπτικές βαθμίδες (χρησιμοποιείται αδιάφορο αν η δική μας είναι ή όχι) ισούται με 0.40343. Στην περιστρεφόμενη πτερύγωση η ροή ακολουθεί τις γωνίες μετάλλου. Η αντίστοιχη γωνία στη θέση 2 έχει μέτρο 29.32°. Υπολογίστε το τρίγωνο ταχυτήτων και τα θερμοδυναμικά μεγέθη στη θέση 1, την απόλυτη γωνία της ροής στη θέση 2, την ισχύ της βαθμίδας. Σχεδιάστε το τρίγωνο ταχυτήτων στη θέση 1.

**Λύση:**

Η διατομή εισόδου (θέση 1) είναι με  $A_1 = \pi(R_{1T}^2 - R_{1r}^2) = 0.05655 m^2$ . Στη θέση 1 γνωρίζουμε ακόμη ότι  $\dot{m} = 5.6 kg/s$ , τα ολικά μεγέθη της ροής ( $T_{t1}$  και  $p_{t1}$ ), αλλά αγνοούμε την τιμή της γωνίας εισόδου  $\alpha_1$ . Ισχύει ότι

$$\dot{m} = A_1 V_1 \cos \alpha_1 \frac{p_{t1}}{RT_{t1}} \left( 1 - \frac{V_1^2}{2c_p T_{t1}} \right)^{1/(\gamma-1)} \quad (1)$$

με δύο αγνώστους, τα  $V_1$  και  $\alpha_1$ .

Για το βαθμό αντίδρασης

$$r = \frac{1}{2} - \frac{V_1 \cos \alpha_1}{2U} (\tan \alpha_1 - \tan \beta_2) \quad (2)$$

όπου  $\beta_2 = \beta_2' = -29.32^\circ$ . Η (2) έχει τους ίδιους 2 αγνώστους με την (1). Το σύστημα είναι μη-γραμμικό, αναπόφευκτα απαιτεί επαναληπτική μέθοδο, αφού επιλεγεί αρχικοποίηση. Πέραν των τρόπων που έχετε διδαχθεί για ένα τέτοιο πρόβλημα (το οποίο μπορείτε, μεταξύ άλλων, να το λύσετε ως μια εξίσωση, αντί συστήματος 2 εξισώσεων, αν λ.χ. απαλείψετε το  $V_1$  και απομείνει το  $\alpha_1$  ως μοναδικός άγνωστος μιας εξίσωσης), ένας «διαφορετικός» τρόπος θα ήταν να αρχικοποιήσετε «λογικά» και τους δύο αγνώστους (λ.χ. με  $V_1 = 90 m/s$  και  $\alpha_1 = 17^\circ$ ) και να ανανεώνετε πρώτα το  $V_1$  από την (1) (με παγωμένη την τιμή του  $\alpha_1$ ) και μετά να ανανεώνετε το  $\alpha_2$  από τη (2) (με παγωμένη την τιμή του  $V_1$ ). Αυτό το σχήμα δίνει:

	Αρχικ.	Επαν.1	Επαν.2	Επαν.3	Επαν.4
$V_1$ (m/s)	90	91.00	123.44	127.1	126.62
$\alpha_1$ (°)	17	45.12	25.11	44.74	44.70

Πλέον όλα τα μεγέθη είναι υπολογίσιμα:

$$V_\alpha = V_1 \cos \alpha_1 = 90 m/s, \quad V_{u1} = V_1 \sin \alpha_1 = 69.07 m/s, \quad W_{u1} = V_{u1} - U = -110.4 m/s, \quad \beta_1 = \arctan(W_{u1}/V_\alpha) = -50.82^\circ, \\ W_{u2} = V_\alpha \tan \beta_2' = -50.54 m/s, \quad V_{u2} = W_{u2} + U = 148.95 m/s, \quad \alpha_2 = \arctan(V_{u2}/V_\alpha) = 58.85^\circ, \\ T_1 = T_{t1} - V_1^2/2 = 292.1 K, \quad p_1 = p_{t1} (T_1/T_{t1})^{\gamma/(\gamma-1)} = 92200 Pa, \quad \text{ισχύς} = 66872.2 W.$$

### **Άσκηση στη Μακρόθεν Εξέταση (ελεύθερα βοηθήματα)**

Ακτινικός συμπιεστής διακινεί 9.14 kg/s αέρα (τέλειο αέριο) με συνθήκες εισόδου 1 bar και 285 K, ο οποίος εισέρχεται απευθείας από το περιβάλλον χωρίς να παρεμβάλλεται κάτι άλλο. Στην έξοδο της πτερωτής, η ακτίνα είναι 0.32 m και το πλάτος του καναλιού/πτερυγίου 0.024 m (σε εκείνη τη θέση η ροή δεν έχει αξονική συνιστώσα). Η πτερωτή, με οπισθοκλινή κατά 20° πτερύγια, περιστρέφεται με 11500 RPM. Για απλότητα, ο συμπιεστής θεωρείται χωρίς διαχύτη, δηλαδή η έξοδος του είναι η θέση 2. Ο παράγοντας ολίσθησης της πτερωτής ισούται με 0.918897 και, μάλιστα, η τιμή αυτή δεν απορρέει από τη σχέση του Stanitz (με άλλα λόγια, δεν ισχύει η εμπειρική σχέση του Stanitz!). Δίνεται ότι  $\Delta S_{1-2}/C_p=0.030569$ . Υπολογίστε ισχύ, ολικά και στατικά θερμοδυναμικά και κινηματικά μεγέθη στη θέση 2. Μεταφέρετε τα αριθμητικά σας αποτελέσματα στα επόμενα κουτάκια (σε SI units) και σχεδιάστε στην κόλλα σας το υπολογισθέν και το θεωρητικό τρίγωνο ταχυτήτων στη θέση 2.

#### **Λύση:**

Στην είσοδο είναι  $\alpha_1=0^\circ$ . Η γραμμική ταχύτητα και η διατομή στη θέση (2) είναι  $A_2=2\pi R_2 b_2=0.0482548 \text{ m}^2$  και  $U_2=2\pi N R_2/60=385.37 \text{ m/s}$ . Είναι  $\beta_2'=-20^\circ$ . Ισχύουν οι εξής εξισώσεις:

$$T_{t2} = T_{t1} + \frac{U_2 V_{u2}}{C_p} \quad (1)$$

$$\Delta S = C_p \ln \left( \frac{T_{t2}}{T_{t1}} \right) \quad \text{ή} \quad \Delta S/C_p = \ln \left( \frac{T_{t2}}{T_{t1}} \right) \quad (2)$$

$$p_{t2} = p_{t1} \left( \frac{T_{t2}}{T_{t1}} \right)^{\gamma/\gamma-1} \quad (3)$$

$$V_{r2} = G \left( 1 - \frac{1}{2C_p T_{t2}} (V_{r2}^2 + V_{u2}^2) \right)^{-2.5} \quad \text{όπου } G = \frac{\dot{m} R T_{t2}}{A_2 p_{t2}} \quad (4)$$

$$V_{u2} = \sigma V_{u2}' = \sigma (V_{r2} \tan \beta_2' + U_2) \quad \text{με } \sigma=0.918897 \quad (5)$$

Οι 5 παραπάνω εξισώσεις λύνονται επαναληπτικά με αγνώστους τις ποσότητες  $T_{t2}$ ,  $T_{t2}'$ ,  $V_{u2}$ ,  $p_{t2}$ ,  $V_{r2}$ . Υπάρχουν πολλοί διαφορετικοί τρόποι να λυθεί το σύστημα (ανάλογα με το τι θέλουμε να υποθέσουμε ως ποσότητα την οποία θα αρχικοποιήσουμε) και, βέβαια, κάποιος μπορεί να κάνει αντικαταστάσεις πρώτα και να καταλήξει σε λιγότερες (ίσως και μια, αν θέλει) μη-γραμμικές εξισώσεις. Λύση:  $V_{r2}=102 \text{ m/s}$  και  $V_{u2}=320 \text{ m/s}$ .