

**Θέματα (& Λύσεις) Εξετάσεων Φεβρουαρίου 2014:**

**ΘΕΜΑ 1 (6 μονάδες)**

Συμπιέζουμε αέρα (τέλειο αέριο) από τις συνθήκες  $(T_{t1}, p_{t1})$  στις  $(T_{t5}, p_{t5})$ , με δύο τρόπους:

(α) Με ένα μονοβάθμιο αξονικό συμπιεστή (δείκτες θέσεων  $1 \rightarrow 6 \rightarrow 5$ ). Συμβολίστε με  $\eta_{pM}$  και  $\eta_{pRM}$  τους πολυτροπικούς βαθμούς απόδοσης της βαθμίδας και της κινητής της πτερύγωσης, αντίστοιχα.

(β) Με ένα διβάθμιο αξονικό συμπιεστή ( $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  η πρώτη βαθμίδα,  $3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$  η δεύτερη). Για την πρώτη βαθμίδα, συμβολίστε με  $\eta_{p1}$  και  $\eta_{pR1}$  τους πολυτροπικούς βαθμούς απόδοσης της πρώτης βαθμίδας και της κινητής της πτερύγωσης, αντίστοιχα. Οι αντίστοιχες ποσότητες για τη δεύτερη βαθμίδα συμβολίζονται με  $\eta_{p2}$  και  $\eta_{pR2}$ . Ισχύει  $\eta_{pR1} = \eta_{pR2}$ .

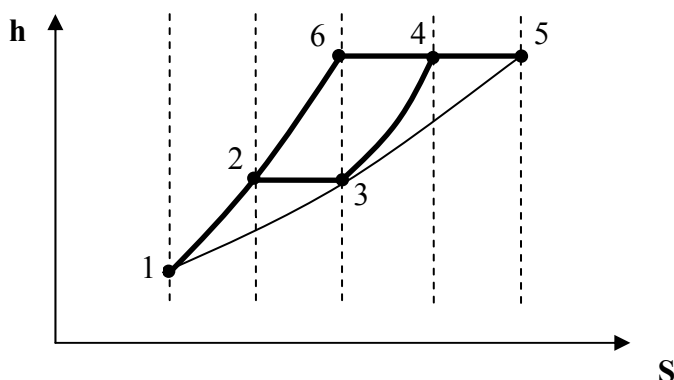
Σε κάθε βαθμίδα, είτε του μονοβάθμιου είτε του διβάθμιου, η αύξηση εντροπίας ισομοιράζεται μεταξύ της κινητής και της σταθερής πτερύγωσης. Δείξτε ότι  $\eta_{pM} = \eta_{p1} = \eta_{p2}$  και  $\eta_{pRM} = \eta_{pR1} = \eta_{pR2}$ . Κάντε το θερμοδυναμικό διάγραμμα και για τις δύο περιπτώσεις, με κοινά σημεία τα 1 και 5. Να φανούν οι επιπτώσεις των ισοτήτων που αποδείξατε στο διάγραμμα (καθαρό σκίτσο, χωρίς διαφορούμενα σημεία). Μην αλλάξετε τα σύμβολα που ορίστηκαν παραπάνω.

**ΘΕΜΑ 2 (4 μονάδες)**

Ακτινικός συμπιεστής κινείται από ηλεκτρικό κινητήρα ισχύος 550 kW χωρίς μηχανικές απώλειες και συμπιέζει αέρα (τέλειο αέριο) που δέχεται απευθείας από το περιβάλλον. Η ταχύτητα περιστροφής της περωτής είναι 20000 RPM. Η σχετική ταχύτητα στην έξοδο της περωτής (σε διάμετρο ίση με 46cm) σχηματίζει, με την ακτινική κατεύθυνση, γωνία 25 μοιρών με φορά αντίθετη της περιστροφής. Στην ίδια θέση της περωτής που έχει 17 πτερύγια, η ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας είναι 118m/s. Βρείτε την παροχή μάζας που διακινείται και, με βάση τη σχέση του Stanitz, τα όρια (κάτω και πάνω) μέσα στα οποία μπορεί να βρίσκεται η τιμή του παράγοντα ολίσθησης  $\sigma$ .

**Λύση Θέματος 1:**

Το παρακάτω σκαρίφημα δείχνει τη θερμοδυναμική μεταβολή στο μονοβάθμιο (1→6→5) και διβάθμιο (1→2→3 η πρώτη και 3→4→5 η δεύτερη βαθμίδα του) συμπιεστή. Οι κατακόρυφες γραμμές-οδηγοί (σταθερής εντροπίας) ισαπέχουν. Μιας και θα δειχθεί ότι όλες οι κινητές πτερυγώσεις έχουν ίδιο πολυτροπικό βαθμό απόδοσης, έχει προσεχθεί ώστε το σημείο 2 να κείται στην καμπύλη της πολυτροπικής μεταβολής 1→6. Τα σημεία που σχεδιάζονται είναι ολικά και ο δείκτης  $t = \text{total}$  παρλείπεται σε όλη την άσκηση η οποία δεν ασχολείται με τα αντίστοιχα στατικά σημεία. Η λεπτότερη καμπύλη γραμμή είναι η πολυτροπική μεταβολή των δύο συμπιεστών (με βάση αυτό που θα αποδειχθεί).



Υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να λυθεί η άσκηση. Παρακάτω επιλέγεται ένας από αυτούς.

Για την πρώτη βαθμίδα 1→2→3 του διβάθμιου συμπιεστή, όπου  $S_2 - S_1 = \frac{1}{2}(S_3 - S_1)$ , είναι

$$S_2 - S_1 = C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R\left(\frac{p_2}{p_1}\right), \quad S_3 - S_1 = C_p \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\right) - R\left(\frac{p_3}{p_1}\right)$$

με

$$C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R, \quad T_2 = T_3, \quad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma p R_1}{\gamma-1}} \quad \text{και} \quad \frac{p_3}{p_1} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{\gamma p_1}{\gamma-1}}$$

και με αντικατάσταση προκύπτει ότι

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} R \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \frac{\gamma p R_1}{\gamma-1} \left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma}{\gamma-1} R \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{1}{2} \cdot R \frac{\gamma p_1}{\gamma-1} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

ή τελικά

$$2\eta_{pR1} - \eta_{p1} = 1 \tag{1}$$

Προφανώς, τα ίδια ισχύουν και στη δεύτερη βαθμίδα αλλά και στο μονοβάθμιο συμπιεστή, δηλαδή

**ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ ΠΟΥ ΤΙΘΕΤΑΙ ΣΤΗ ΔΙΑΘΕΣΗ ΤΩΝ ΣΠΟΥΔΑΣΤΩΝ ΑΠΟ ΤΟ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΑ**  
**ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΤΟΥΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**-- ΕΙΝΑΙ ΥΛΙΚΟ ΓΙΑ ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΔΕΝ ΣΥΜΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΕΤΑΙ ΣΤΑ**  
**ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΑ ΒΟΗΘΗΜΑΤΑ ΤΗΝ ΩΡΑ ΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ --**

$$2\eta_{pR2} - \eta_{p2} = 1 \quad (2)$$

$$2\eta_{pRM} - \eta_{pM} = 1 \quad (3)$$

Αφού  $\eta_{pR1} = \eta_{pR2}$ , από τις (1) και (2) συνάγεται ότι  $\eta_{p1} = \eta_{p2}$ .

Επειδή οι μεταβολές  $1 \rightarrow 3$  και  $3 \rightarrow 5$  διέπονται από τον ίδιο εκθέτη πολυτροπικής μεταβολής, ο ίδιος εκθέτης θα διέπει και τη συνολική μεταβολή  $1 \rightarrow 5$ , άρα θα είναι  $\eta_{pM} = \eta_{p1} = \eta_{p2}$ .

Τέλος, συνδυάζοντας τις (1) και (3) ή (2) και (3), άμεσα απορρέει ότι  $\eta_{pRM} = \eta_{pR1} = \eta_{pR2}$ .

### **Σγόλια από τη διόρθωση:**

- Τα σημεία 3 και 6 πρέπει να είναι στην ίδια ισεντροπική (κατακόρυφο). Πολλοί σπουδαστές δεν το έλαβαν υπόψη ή δεν το σχεδίασαν σωστά.
- Η πολυτροπική μεταβολή  $1 \rightarrow 2$  πρέπει να είναι «πάνω» στην  $1 \rightarrow 6$ . Αλλιώς δεν θα είχαν το ίδιο πολυτροπικό βαθμό απόδοσης. Επίσης συνηθισμένο λάθος.

**Λύση Θέματος 2:**

Ο αέρας εισέρχεται στο συμπιεστή απευθείας από το περιβάλλον, άρα χωρίς συστροφή ( $V_{u1}=0\text{m/sec}$ ), και η ισχύς  $P$  που συναλλάσσει ρευστό και περωτή (είναι η ισχύς του ηλεκτρικού κινητήρα, αφού ο μηχανικός βαθμός απόδοσης είναι 100% ή, αλλιώς, η μετάδοση γίνεται χωρίς μηχανικές απώλειες) δίδεται από την εξίσωση του Euler στη μορφή

$$P = \dot{m}U_2V_{u2}$$

Στην έξοδο της περωτής είναι  $V_{r2} = 118\text{m/sec}$  και

$$U_2 = \frac{2\pi N d_2}{60 \cdot 2} = \frac{2\pi \cdot 20000 \cdot 0,46}{60 \cdot 2} = 481,71\text{m/sec}$$

ενώ  $\beta_2 = -25^\circ$ . Από το εκεί τρίγωνο ταχυτήτων

$$W_{u2} = V_{r2} \tan \beta_2 = 118 \cdot \tan(-25^\circ) = -55,02\text{m/sec}$$

$$V_{u2} = W_{u2} + U_2 = -55,02 + 481,71 = 426,69\text{m/sec}$$

Οπότε, η διακινούμενη παροχή μάζας είναι

$$\dot{m} = \frac{P}{U_2V_{u2}} = \frac{550000}{481,71 \cdot 426,69} = 2,676\text{kg/sec}$$

Κατά Stanitz, ο παράγοντας ολίσθησης είναι

$$\sigma = 1 - \frac{0,63\pi}{n} \cdot \frac{1}{1 + \Phi_2 \tan \beta_2'} \quad (1)$$

όπου  $n=17$  (περυγία) και ο συντελεστής παροχής είναι

$$\Phi_2 = \frac{V_{r2}}{U_2} = \frac{118}{481,71} = 0,245$$

Λόγω του φαινομένου της ολίσθησης της ροής στη θέση 2, θα είναι πάντα  $\beta_2' > \beta_2$  ή  $\beta_2' > -25^\circ$  ή  $\tan(\beta_2') > \tan(-25^\circ)$ . Με βάση την τελευταία ανισότητα και τη σχέση (1) καταλήγουμε στην ανισότητα  $\sigma > 0,8685$ . Δεδομένου ότι η θεωρητικά μέγιστη τιμή του παράγοντα ολίσθησης είναι η  $\sigma=1$ , τότε τα όρια (κάτω και πάνω) μέσα στα οποία μπορεί να βρίσκεται η τιμή του παράγοντα ολίσθησης είναι  $0,8685 < \sigma < 1$ .

**Σχόλια από τη διόρθωση:**

- Η έκφραση «... συμπιεστής κινείται από ηλεκτρικό κινητήρα χωρίς μηχανικές απώλειες...» δεν μπορεί να σημαίνει ότι η ροή είναι ισεντροπική (άχρηστη παραδοχή, έτσι κι αλλιώς), όπως κάποιοι θεώρησαν!

**ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ**  
**5ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΕΜΠ**  
**ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Κ.Χ. ΓΙΑΝΝΑΚΟΓΛΟΥ, Καθηγητής ΕΜΠ**  
**ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ: ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2014**

---

- Η έκφραση «...η σχετική ταχύτητα στην έξοδο της περωτής σχηματίζει, με την ακτινική κατεύθυνση, γωνία 25 μοιρών με φορά αντίθετη της περιστροφής...» μεταφράζεται προφανώς σε  $\beta_2 = -25^\circ$ . Προσοχή στο πρόσημο!
- Για άλλη μια φορά, ένα μη-αμελητέο ποσοστό των γραπτών αστόχησε στην πρώτη αριθμητική αντικατάσταση, αυτή για την εύρεση του  $U_2$ , μη διαιρώντας τη διάμετρο δια δύο, οπότε όλα τα αριθμητικά αποτελέσματα της άσκησης να είναι εξωπραγματικά!
- Παραπάνω δόθηκε ως απάντηση στο δεύτερο ερώτημα η ανισότητα  $0,8685 < \sigma < 1$ . Κατά τη διόρθωση έγιναν δεκτές, ως απόλυτα σωστές, αιτιολογημένες απαντήσεις σπουδαστών που λ.χ. δέχθηκαν ότι, αφού  $\beta_2 = -25^\circ$ , τα πτερύγια είναι οπισθοκλινή, άρα η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να λάβει η γωνία μετάλλου στη θέση 2 είναι η  $\beta_2' = 0^\circ$ . Δεδομένου ότι, όπως δείχθηκε,  $\beta_2' > -25^\circ$ , η διπλή ανισότητα  $0^\circ > \beta_2' > -25^\circ$  οδήγησε σε ίδιο κάτω και διαφορετικό άνω όριο για την ποσότητα  $\sigma$ .

**ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:** Τα οκτασέλιδα τυπολόγια που επιτρέπεται να έχετε μαζί σας στις εξετάσεις πρέπει να είναι άγραφα. Περιέχουν ότι ακριβώς χρειάζεστε για να λύσετε τα θέματα των εξετάσεων. Δεν υπάρχει λόγος να ρισκάρτε ...