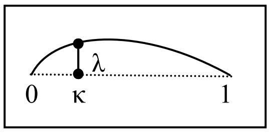
ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ
5ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΕΜΠ
ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Κ.Χ. ΓΙΑΝΝΑΚΟΓΛΟΥ, Καθηγητής ΕΜΠ
ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ: ΣΕΠΤΕΜΡΙΟΣ 2012

Θέματα (& Λύσεις) Εξετάσεων Σεπτεμβρίου 2012:

ΘΕΜΑ 1 (6,5 μονάδες)

Σχεδιάζεται, με παραδοχές μονοδιάστατης ανάλυσης (σταθερά U και V_a στις χαρακτηριστικές θέσεις), μια βαθμίδα αξονικού συμπιεστή. Οι αεροτομές των πτερυγίων της σταθερής και κινητής πτερύγωσης σχεδιάζονται χωρίς πάχος, μόνο δηλαδή με τη μέση γραμμή κυρτότητας τους. Σε καθένα, η γραμμή αυτή μοντελοποιείται με πολυώνυμα δεύτερου βαθμού (y=y(x)) ως εξής:



Για την κινητή πτερύγωση, με την αεροτομή (μοναδιαίας χορδής) σε μηδενική γωνία κλίσης, ο σχεδιαστής ορίζει το κ (0<κ<1) και το αντίστοιχο ύψος λ>0 και φροντίζει το πολυώνυμο να περνά και από το σημείο (κ,λ). Μετά στρέφει την χωρίς πάχος αεροτομή στην πρέπουσα γωνία κλίσης γ_R.
Για τη σταθερή πτερύγωση, ισχύουν τα ίδια, για τις ίδιες τιμές των κ και λ, μόνο που τώρα το σημείο από το οποίο περνά το πολυώνυμο είναι το (κ,-λ). Η στροφή γίνεται σε γωνία κλίσης γ_S. Οι γωνίες κλίσης και τα πρόσημά τους καθορίζονται από τη μορφή που πρέπει να έχουν τα πτερύγια συμπιεστή.
Σε κάθε πτερύγωση, η ροή ακολουθεί ακριβώς τις γωνίες μετάλλου του πτερυγίου. Για τη συνέχεια δεχθείτε ότι οι γωνίες γ_R και γ_S είναι ίσες σε μέτρο (το μέτρο τους θα συμβολίζεται με γ>0).
(α) Από την απαίτηση «συνεργασίας» των δύο πτερυγώσεων, εκφράστε το συντελεστή παροχής Φ ως συνάρτηση των κ, λ και γ. (β) Δείξτε ότι η παραπάνω σχέση αρκεί ώστε η βαθμίδα να είναι επαναληπτική. (γ) Δώστε δικές σας αυθαίρετες τιμές στα κ, λ, γ και υπολογίστε τα Φ, Ψ, r της βαθμίδας που σχεδιάσατε.
(Είναι απαραίτητα σκαριφήματα πτερυγίων, δίπλα στις πράξεις που θα κάνετε, ώστε να είναι ξεκάθαρος ο τρόπος με τον οποίον απαντάτε στην άσκηση).

ΘΕΜΑ 2 (3,5 μονάδες)

Συγκρίνουμε δύο «γεωμετρικά όμοιους» ακτινικούς συμπιεστές, τον Σ_1 και τον Σ_2. «Γεωμετρικά όμοιοι», εδώ, σημαίνει ότι η γεωμετρία του Σ_2 προκύπτει από αυτήν του Σ_1 αν κάθε μήκος του Σ_1 πολλαπλασιαστεί με έναν σταθερό αριθμό. Ο αριθμός αυτός ας είναι ίσος με 1,2. Και οι δύο έχουν πτερωτές με πτερύγια ακτινικής κατεύθυνσης στην έξοδό τους. Διαφέρουν μόνο στο ότι ο Σ_1 έχει 17 πτερύγια ενώ ο Σ_2 έχει 21 «όμοια» πτερύγια. Λειτουργούν και οι δύο σε συνθήκες αναφοράς, με τις ίδιες στροφές και αναρροφούν αέρα απευθείας από το περιβάλλον. Έστω ότι η παροχή εισόδου είναι ανάλογη της διατομής εισόδου. Με βάση τη μονοδιάστατη ανάλυση που έχετε διδαχθεί και για αυτές τις συνθήκες λειτουργίας: (α) ποιος ο λόγος έργου ανά μονάδα μάζας αέρα του Σ_1 προς το Σ_2, (β) ποιος ο λόγος ισχύος του Σ_1 προς το Σ_2 και (γ) αν οι δύο συμπιεστές έχουν τον ίδιο ισεντροπικό βαθμό απόδοσης ολικές-προς-ολικές συνθήκες διατυπώστε τη σχέση που συνδέει τους λόγους πίεσης του Σ_1 και του Σ_2. Τέλος, (δ) ποια σχέση ανισότητας (και γιατί) συνδέει την p_{t2} και την p_{t3} του Σ_1;

Λύση Θέματος 1:

Η μέση γραμμή κυρτότητας της κινητής πτερύγωσης μοντελοποιείται με πολυώνυμα δεύτερου βαθμού (y=y(x)), με μοναδιαία χορδή και σε μηδενική γωνία κλίσης (όπως στο σχήμα), είναι δηλαδή

$$y_R(x) = \sigma_2 x^2 + \sigma_1 x + \sigma_0, \qquad 0 \le x \le 1$$

Η παραπάνω καμπύλη περνά από το (0,0), άρα $\sigma_0 = 0$ και, επίσης, περνά από το (1,0), άρα $\sigma_2 = -\sigma_1$. Τέλος, μιας και περνά από το σημείο (κ,λ), θα ισχύει επιπλέον ότι $\sigma_2 = \frac{\lambda}{\kappa^2 - \kappa} < 0$. Άρα

$$y_R(x) = \frac{\lambda}{\kappa^2 - \kappa} x^2 - \frac{\lambda}{\kappa^2 - \kappa} x, \qquad 0 \le x \le 1$$

Για μηδενική γωνία κλίσης (γ_R=0), η εφαπτόμενη στην ακμή προσβολής έχει θετική τιμή $\tan \beta_1^{\gamma=0} = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0} = -\frac{\lambda}{\kappa^2 - \kappa}$ και, όταν στραφεί η αεροτομή χωρίς πάχος στην επιθυμητή γωνία κλίσης γ_R, η σχετική γωνία εισόδου της ροής στη βαθμίδα γίνεται $\beta_1 = \beta_1^{\gamma=0} + \gamma_R$. Σκεφτείτε μόνοι σας το πώς πρέπει να στραφεί η παραπάνω καμπύλη ώστε να δώσει αεροτομή πτερυγίου κινητής πτερύγωσης αξονικού συμπιεστή. Όμοια, για μηδενική γωνία κλίσης (γ_R=0), η εφαπτόμενη στην ακμή προσβολής έχει αρνητική τιμή $\tan \beta_2^{\gamma=0} = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1} = \frac{\lambda}{\kappa^2 - \kappa}$ και, όταν στραφεί η αεροτομή κατά γ_R, η σχετική γωνία εξόδου της ροής από την κινητή πτερύγωση γίνεται $\beta_2 = \beta_2^{\gamma=0} + \gamma_R$.

Με ίδια συλλογιστική και λαμβάνοντας σωστά υπόψη το πώς πρέπει να είναι η αεροτομή του πτερυγίου της σταθερής πτερύγωσης (γ_S=-γ_R=-γ), έχουμε αντίστοιχα ότι

$$y_S(x) = -\frac{\lambda}{\kappa^2 - \kappa} x^2 + \frac{\lambda}{\kappa^2 - \kappa} x, \qquad 0 \le x \le 1$$

$$\tan a_2^{\gamma=0} = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0} = \frac{\lambda}{\kappa^2 - \kappa} \qquad \text{και} \qquad a_2 = a_2^{\gamma=0} + \gamma_S$$

$$\tan a_3^{\gamma=0} = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1} = -\frac{\lambda}{\kappa^2 - \kappa} \qquad \text{και} \qquad a_3 = a_3^{\gamma=0} + \gamma_S$$

Χάριν συντομίας, ας συμβολίσουμε $Q = \tan^{-1}\left(\frac{\lambda}{\kappa^2 - \kappa}\right)$. Τότε μπορώ να γράψω ότι

$$\beta_1 = -Q + \gamma, \quad \beta_2 = Q + \gamma, \quad \alpha_2 = Q - \gamma \quad \text{και} \quad \alpha_3 = -Q - \gamma \tag{1}$$

(α) Για το συντελεστή παροχής ισχύει ότι $\Phi = \dfrac{1}{\tan\beta_2 - \tan\alpha_2}$. Σκεφθείτε γιατί βολεύει η σχέση αυτή να γραφεί στη θέση (2) και που χρειάστηκε να χρησιμοποιηθεί το δεδομένο ότι είναι σταθερά τα U και V_a στις τρεις χαρακτηριστικές θέσεις της βαθμίδας. Αν αντικαταστήσουμε τις εκφράσεις από την (1), προκύπτει η ζητούμενη σχέση που δίνει το συντελεστή παροχής Φ ως συνάρτηση των κ, λ και γ. Μην ξεχνάτε, το Q είναι συνάρτηση των κ και λ.

(β) Είναι, επίσης, $\Phi = \dfrac{1}{\tan\beta_1 - \tan\alpha_1}$ ή $\tan\beta_1 - \dfrac{1}{\Phi} = \tan\alpha_1$ την οποία πρέπει να μπορώ να γράψω και ως $\tan\beta_1 - \dfrac{1}{\Phi} = \tan\alpha_3$ αν η βαθμίδα είναι επαναληπτική. Αν αντικαταστήσουμε τις εκφράσεις από την (1), η προς επαλήθευση σχέση γίνεται $\tan(-Q+\gamma) - \dfrac{1}{\Phi} = \tan(-Q-\gamma)$ ή

$$\tan(Q-\gamma) + \frac{1}{\Phi} = \tan(Q+\gamma) \tag{2}$$

Όμως, με βάση την απάντηση στο ερώτημα (α), ισχύει και $\tan\beta_2 - \dfrac{1}{\Phi} = \tan\alpha_2$. Αν και εδώ αντικαταστήσουμε τις εκφράσεις από την (1), η τελευταία σχέση γίνεται

$$\tan(Q+\gamma) - \frac{1}{\Phi} = \tan(Q-\gamma) \tag{3}$$

Προφανώς, αν ισχύει η (3) θα ισχύει και η (2), άρα η βαθμίδα θα είναι επαναληπτική.

(γ) Πολύ εύκολο, αρκεί να δώσετε λογικές τιμές (προσέξτε, κυρίως, το πρόσημο). Τους τύπους των Φ, Ψ και r τους έχετε στο τυπολόγιο.

Λύση Θέματος 2:

(α) Με $\alpha_1=0^o$ και $\beta_2^{/}=0^o$ ισχύει ότι

$$\Delta h_t = \sigma U_2^2 = \sigma k R_2^2$$

όπου k είναι η προφανής ποσότητα συναρτήσει των στροφών. Το k είναι ίδιο και στους δύο συμπιεστές αφού οι στροφές είναι ίδιες. Ο παράγοντας ολίσθησης είναι

$$\sigma = 1 - \frac{0{,}63\pi}{n}$$

με n=17 (για τον Σ_1) και n=21 (για το Σ_2). ‘Άρα, σ=0,8835 (για τον Σ_1) και σ=0,9057 (για το Σ_2). Ακόμη, δίνεται ότι $R_{2,\Sigma 2}/R_{2,\Sigma 1}=1{,}2$. Άρα, ο λόγος έργου ανά μονάδα μάζας αέρα του Σ_1 προς το Σ_2 είναι

$$\frac{\Delta h_{t,\Sigma 1}}{\Delta h_{t,\Sigma 2}} = \frac{\left(\sigma R_2^2\right)_{\Sigma 1}}{\left(\sigma R_2^2\right)_{\Sigma 2}} = \frac{0{,}8835}{0.9057}\cdot\left(\frac{1}{1{,}2}\right)^2 = 0{,}6774$$

(β) Ο λόγος παροχών μάζας (αν A_1 η διατομή εισόδου) είναι

$$\frac{\dot m_{\Sigma 1}}{\dot m_{\Sigma 2}} = \frac{A_{1,\Sigma 1}}{A_{1,\Sigma 2}} = \left(\frac{1}{1{,}2}\right)^2 = 0{,}6944$$

και ο λόγος ισχύος του Σ_1 προς το Σ_2

$$\frac{P_{\Sigma 1}}{P_{\Sigma 2}} = \frac{\dot m_{\Sigma 1}}{\dot m_{\Sigma 2}}\cdot\frac{\Delta h_{t,\Sigma 1}}{\Delta h_{t,\Sigma 2}} = 0{,}6944\cdot 0{,}6774 = 0{,}4704$$

(γ) Οι δύο συμπιεστές έχουν τον ίδιο ισεντροπικό βαθμό απόδοσης ολικές-προς-ολικές συνθήκες $\eta_{t-t,C}=\eta_{t-t,\Sigma 1}=\eta_{t-t,\Sigma 2}$, δηλαδή έχουν ίδια την ποσότητα (για σταθερό C_p)

$$\eta_{t-t,C} = \frac{T_{t3^{/}} - T_{t1}}{T_{t3} - T_{t1}} = \frac{T_{t1}\left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)}{T_{t3} - T_{t1}}$$

Με βάση τα παραπάνω, μεταξύ Σ_1 και Σ_2, αφού και οι δύο λειτουργούν σε συνθήκες αναφοράς, θα ισχύει

$$\frac{\left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)_{\Sigma1}}{\left(T_{t3}-T_{t1}\right)_{\Sigma1}}=\frac{\left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)_{\Sigma2}}{\left(T_{t3}-T_{t1}\right)_{\Sigma2}}\Rightarrow\frac{\left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)_{\Sigma1}}{\left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)_{\Sigma2}}=\frac{\left(T_{t3}-T_{t1}\right)_{\Sigma1}}{\left(T_{t3}-T_{t1}\right)_{\Sigma2}}=\frac{\left(\Delta h_t\right)_{\Sigma1}}{\left(\Delta h_t\right)_{\Sigma2}}=0.6774$$

Συνεπώς, η ζητούμενη σχέση είναι η

$$\left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)_{\Sigma1}=0.6774\left(\pi_C^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-1\right)_{\Sigma2}$$

(δ) Αυτό είναι βασική γνώση!

<u>ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:</u> Τα οκτασέλιδα τυπολόγια που επιτρέπεται να έχετε μαζί σας στις εξετάσεις πρέπει να είναι άγραφα. Περιέχουν ότι ακριβώς χρειάζεστε για να λύσετε τα θέματα των εξετάσεων. Δεν υπάρχει λόγος να ρισκάρετε …