

Θέματα (& Λύσεις) Εξετάσεων Φεβρουαρίου 2012:

ΘΕΜΑ 1 (8,5 μονάδες)

Μονοβάθμιος αξονικός στρόβιλος μελετάται μονοδιάστατα στη σταθερή ακτίνα $R_m=0.216\text{m}$ η οποία, σε κάθε μία από τις τρεις χαρακτηριστικές του θέσεις (1, 2 και 3), ισούται με τον αριθμητικό μέσο των ακτίνων ποδός R_H και κεφαλής R_S . Στις τρεις αυτές θέσεις, το ύψος του πτερυγίου h (άρα και του κυκλικού δακτυλίου που διαρρέει η ροή, αν αμεληθεί το ακτινικό διάκενο) πινακοποιείται ως

Θέση	1	2	3
h (σε m)	0,046	0,0612	0,077

Ο στρόβιλος τροφοδοτείται με καυσαέριο (τέλειο αέριο με $C_p=1148 \text{ J/kg/K}$, $\gamma/(\gamma-1)=4$), παροχής 20 kg/sec , στα 1100K και 4 bar . Η κινητή πτερύγωση του στρόβιλου περιστρέφεται με 250 στροφές/sec . Αν ο συντελεστής απωλειών των ακροφυσίων είναι

$$\lambda_N = \frac{T_2 - T'_2}{V_2^2 / (2C_p)} = 0.05$$

και η σχετική γωνία στη θέση 2 έχει μέτρο $20,3^\circ$, βρείτε κινηματικά και θερμοδυναμικά μεγέθη στη θέση 2.

(Παράθεση σωστών τύπων, χωρίς αριθμητικές αντικαταστάσεις και πράξεις, δεν σημαίνει πλήρη επίλυση του θέματος. Το τμήμα των αριθμητικών αντικαταστάσεων και πράξεων βαθμολογείται σημαντικά).

Λύση Θέματος 1:

Η γραμμική ταχύτητα περιστροφής στη θέση 2 (αλλά και σε κάθε θέση αφού ο υπολογισμός γίνεται σε σταθερή ακτίνα R_m) είναι

$$U = 2\pi NR_m = 2\pi \cdot 250 \cdot 0,216 = 339,3 \frac{m}{s}$$

Στη θέση 2, το εμβαδόν A_2 το οποίο διαρρέει το ρευστό είναι

$$A_2 = 2\pi R_m h_2 = 2\pi \cdot 0,216 \cdot 0,0612 = 0,083m^2$$

Η σχετική γωνία της ροής στη θέση 2 είναι θετική (δείτε ένα τρίγωνο ταχυτήτων στη θέση αυτή, για στρόβιλο, και θα το καταλάβετε), άρα $\beta_2 = 20,3^\circ$. Οπότε

$$V_{u2} = U + W_{u2} = U + V_{a2} \tan \beta_2 = 339,3 \frac{m}{s} + V_{a2} \tan(20,3^\circ)$$

(1)

Η παροχή μάζας (γνωστή: $\dot{m} = 20kg/s$) εκφράζεται στη θέση 2 ως

$$\dot{m} = A_2 V_{a2} \frac{p_{t2}}{RT_{t2}} \left(1 - \frac{V_{a2}^2 + V_{u2}^2}{2C_p T_{t2}} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

(2)

όπου $T_{t2} = T_{t1} = 1000K$ (άεργη και αδιαβατική ροή στη σταθερή περύγωση) και $\gamma = 1,33$.

Επιπλέον δίνεται (ως λ_N) ότι

$$\frac{T_2 - T'_2}{(V_{a2}^2 + V_{u2}^2)/(2C_p)} = 0,05$$

(3)

όπου, για να το καταλάβετε καλύτερα, κάντε το θερμοδυναμικό διάγραμμα και εντοπίστε το σημείο 2' στην ισόθλιπη p_2 και την εντροπία της θέσης 1. Προφανώς, με $p_{t1} = 4bar$, ισχύει ότι

$$\frac{T'_2}{T_{t1}} = \left(\frac{p_2}{p_{t1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

(4)

Επιπλέον

$$T_{t2} = T_2 + \frac{1}{2C_p} (V_{a2}^2 + V_{u2}^2)$$

(5)

Και

$$\frac{p_2}{p_{t2}} = \left(\frac{T_2}{T_{t2}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (6)$$

Το σύστημα των 6 μη-γραμμικών εξισώσεων, (1) ως και (5), έχει 6 αγνώστους, τους V_{a2} , V_{u2} , p_{t2} , T_2 , T_2' και p_2 . Το σύστημα λύνεται επαναληπτικά, με πολλούς τρόπους. Ξεκινήστε λ.χ. υποθέτοντας μια τιμή του V_{a2} , υπολογίστε το V_{u2} από την εξίσωση (1), συνεχίστε με τις άλλες εξισώσεις με την «πρέπουσα» σειρά (δοκιμάστε το) και φροντίστε η τελευταία εξίσωση από τις 6 που θα χρησιμοποιήσετε στο τέλος ενός κύκλου επαναλήψεων, να ανανεώνει το V_{a2} .

Με τις επαναλήψεις θα βρείτε $V_{a2}=272\text{m/s}$, $V_{u2}=442\text{m/s}$ και $p_{t2}=3,91\text{bar}$. Τα υπόλοιπα ζητούμενα μεγέθη, όλα στη θέση 2, μπορούν πλέον να βρεθούν εύκολα να σχεδιαστούν τα τρίγωνα ταχυτήτων, κλπ.

Σγόλια για την παραλλαγή της ίδιας άσκησης που αντιμετώπισε η άλλη ομάδα:

Οι δύο διαφορές ήταν ότι:

(α) Τα γεωμετρικά στοιχεία δίνονταν στη μορφή

Θέση	1	2	3
R_S/R_H	1.24	1.33	1.43

(προσέξτε, αντιστοιχεί στην ίδια ακριβώς μηχανή!!)

(β) και αντί του λ_N δίνονταν ο συντελεστής απωλειών των ακροφυσίων ως

$$Y_N = \frac{p_{t1} - p_{t2}}{p_{t2} - p_2} = 0.064 \quad (7)$$

Η διαδικασία επίλυσης είναι η ίδια, αν στο σύστημα των επαναληπτικά επιλυόμενων εξισώσεων, αντί των εξισώσεων (3) και (4) χρησιμοποιηθεί η (7)

Το σύστημα των 5 μη-γραμμικών εξισώσεων, (1), (2), (5), (6), (7), έχει 5 αγνώστους, τους V_{a2} , V_{u2} , p_{t2} , T_2 , και p_2 . Το σύστημα λύνεται επαναληπτικά, όπως και πριν, με πολλούς τρόπους.

ΓΕΝΙΚΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Τα οκτασέλιδα τυπολόγια που επιτρέπεται να έχετε μαζί σας στις εξετάσεις πρέπει να είναι άγραφα. Περιέχουν ότι ακριβώς χρειάζεστε για να λύσετε τα θέματα των εξετάσεων. Δεν υπάρχει λόγος να ρισκάρете ...