



**Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο**  
**Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών**  
**Τομέας Ρευστών**  
**Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών**  
**Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής &**  
**Βελτιστοποίησης**

## **Η Συνεχής Συζυγής Μέθοδος για Μόνιμες και μη-Μόνιμες Τυρβώδεις Ροές με Έμφαση στην Ακρίβεια των Παραγώγων Ευαισθησίας**

**Ιωάννης Σ. Καββαδίας**

**Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου**  
**Καθηγητής ΕΜΠ**

### **Περίληψη Διδακτορικής Διατριβής**

Η διδακτορική διατριβή ασχολείται με τη μαθηματική ανάπτυξη, τον προγραμματισμό και την πιστοποίηση των συνεχών συζυγών μεθόδων για χρονικά μόνιμες και μή-μόνιμες τυρβώδεις ροές με έμφαση στην ακρίβεια των υπολογιζομένων παραγώγων ευαισθησίας για συναρτήσεις-στόχους που συναντώνται στην αεροδυναμική. Εξετάζονται προβλήματα βελτιστοποίησης μορφής και ελέγχου ροής με χρήση δεσμών ρευστού σε ακαδημαϊκά προβλήματα και σε εφαρμογές της βιομηχανίας.

Η συνεχής συζυγής μέθοδος επεκτείνεται για ροές που μοντελοποιούνται με το μοντέλο  $k-\omega SST$  για πρώτη φορά στη σχετική βιβλιογραφία. Η αναλυτική διαφορίση του μοντέλου  $k-\omega SST$  παρουσιάζει σημαντικές δυσκολίες καθώς περιέχει μη-διαφορίσιμες συναρτήσεις και προτείνεται η κατάλληλη αντιμετώπισή τους. Το συζυγές πρόβλημα διατυπώνεται τόσο για τη χαμηλών όσο και την υψηλών αριθμών Reynolds της τύρβης εκδοχή του μοντέλου. Η συζυγής μέθοδος αναπτύσσεται δύο φορές, βάση δύο διαφορετικών μαθηματικών προσεγγίσεων. Και με τις δύο παράγονται οι ίδιες συζυγείς εξισώσεις. Διαφορές εντοπίζονται στον τύπο υπολογισμού των παραγώγων ευαισθησίας. Σύμφωνα με τη μέθοδο των Επιφανειακών Ολοκληρωμάτων (Surface Integral -*SI*- formulation) αυτές εκφράζονται αποκλειστικά με επιφανειακά ολοκληρώματα. Αντίθετα, με τη μέθοδο των Χωρικών Ολοκληρωμάτων (Field Integral -*FI*- formulation) οι παράγωγοι εκφράζονται με συνδυασμό ολοκληρωμάτων τόσο στην επιφάνεια όσο και στο εσωτερικό του υπολογιστικού χωρίου.

Ανάμεσα στις δύο συζυγείς διατυπώσεις, τις *SI* και *FI*, παρατηρούνται αριθμητικές διαφορές στις υπολογιζόμενες παραγώγους οι οποίες και γίνονται ιδιαίτερα εμφανείς σε μη-επαρκώς πυκνά πλέγματα. Για αυτόν τον λόγο, επανεξετάζεται η ισοδυναμία τους, τόσο αναλυτικά όσο και αριθμητικά. Καθώς αναλυτικά οι δύο προσεγγίσεις προκύπτουν ισοδύναμες, η αριθμητική διαφορά τους οφείλεται στον λανθασμένο

χειρισμό ενός όρου της *SI* διατύπωσης ο οποίος εκφράζει τη συμβολή των παραγών ευαισθησίας πλέγματος στις παραγώγους της συνάρτησης-στόχου. Για την αντιμετώπισή του, προτείνεται ένας διαφορετικός χειρισμός του όρου αυτού, με τον οποίο είναι δυνατός ο ακριβής υπολογισμός παραγών, αυξάνοντας όμως αρκετά το υπολογιστικό κόστος, το οποίο γίνεται ίσο με αυτό της *FI* διατύπωσης. Καθώς αυτό δεν είναι επιθυμητό, ιδιαίτερα σε μεγάλες βιομηχανικές εφαρμογές, προτείνεται μία νέα συζυγής διατύπωση, η Εμπλουτισμένη διατύπωση των Επιφανειακών Ολοκληρωμάτων (Enhanced Surface Integral -E-SI- formulation), η οποία έχει την ακρίβεια της *FI* διατύπωσης με το υπολογιστικό κόστος της *SI*.

Ακόμα, η συζυγής διατύπωση επεκτείνεται για ροές σε βαθμίδες στροβιλομηχανών, λαμβάνοντας υπόψη την αλληλεπίδραση κινητής και σταθερής πτερύγωσης, με χρήση του μοντέλου Πολλαπλών Συστημάτων Αναφοράς με την παραδοχή του «παγωμένου δρομέα». Η συζυγής διατύπωση παρουσιάζεται για στρωτές ροές καθώς η γενίκευσή της σε τυρβώδεις ροές δεν παρουσιάζει καμία δυσκολία για τα διαθέσιμα συζυγή μοντέλα τύρβης. Στοχεύοντας μέγιστο βαθμό απόδοσης, η προτεινόμενη συζυγής διατύπωση εφαρμόζεται στη βελτιστοποίηση φυγοκεντρικής αντλίας.

Για την επιτάχυνση και σταθεροποίηση της αριθμητικής λύσης των εξισώσεων ροής καθώς και των συζυγών αυτών, αναπτύσσεται η Μέθοδος των Αναδρομικών Προβολών σε περιβάλλον OpenFoam©. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη χρήση της μεθόδου για τη σταθεροποίηση της επίλυσης του συζυγούς προβλήματος σε ροές που παρουσιάζουν μικρής κλίμακας χρονικές μεταβολές. Μέσω της αναγνώρισης και της κατάλληλης αντιμετώπισης της κυρίαρχης ιδιοτιμής του συστήματος προς επίλυση, εξασφαλίζεται η σύγκλιση.

Χρησιμοποιώντας τις μεθόδους που παρουσιάστηκαν παραπάνω, χαράζονται χάρτες ευαισθησίας σε γεωμετρικές πραγματικών αυτοκινήτων. Συγκεκριμένα, εξετάζονται το πρωτότυπο αυτοκίνητο L1 της VW και το επιβατικό μοντέλο A7 της AUDI. Οι χάρτες ευαισθησίας που χαράζονται δείχνουν στον σχεδιαστή ποιες περιοχές έχουν δυνατότητα βελτίωσης και πως πρέπει να διαμορφωθούν για τη μείωση της οπισθέλκουσας. Η πληροφορία αυτή βοηθά στην αεροδυναμική βελτιστοποίηση της μορφής του αυτοκινήτου, χωρίς όμως να υλοποιείται αναγκαστικά βρόχος βελτιστοποίησης.

Επιπλέον, αναπτύσσεται η συζυγής μέθοδος για τις χρονικά μη-μόνιμες Navier-Stokes εξισώσεις, για προβλήματα βελτιστοποίησης μορφής καθώς και ελέγχου ροής με χρήση δεσμών ρευστού. Χρησιμοποιείται η μέθοδος των σταθμών ελέγχου για την αντιμετώπιση της αντίθετης-στον-χρόνο ολοκλήρωσης των χρονικά μη-μόνιμων συζυγών εξισώσεων. Ως προς τον έλεγχο της ροής, εξετάζονται ροές γύρω από κυλινδρικές γεωμετρίες οι οποίες ελέγχονται μέσω παλλόμενων δεσμών ρευστού. Σχετικά με τη βελτιστοποίηση μορφής, η φυγοκεντρική αντλία, η οποία ήδη εξετάστηκε υπό την παραδοχή του «παγωμένου δρομέα», επανεξετάζεται χρησιμοποιώντας χρονικά μη-μόνιμους επιλύτες ροής και συζυγούς προβλήματος.

**Λέξεις κλειδιά:** Υπολογιστική Ρευστοδυναμική, Συνεχείς Συζυγείς Μέθοδοι, Συζυγή Μοντέλα Τύρβης, Βελτιστοποίηση Μορφής και Ελέγχου Ροής, Παράγωγοι Ευαισθησίας Πλέγματος, Χρονικά Μη-Μόνιμες Συζυγείς Μέθοδοι.