



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών

Τομέας Ρευστών

Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής
Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης

**ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ ΤΗΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ ΜΕΉ
ΧΩΡΙΣ ΣΧΙΣΜΕΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΛΕΓΧΟ ΤΟΥ ΟΡΙΑΚΟΥ ΣΤΡΩΜΑΤΟΣ**

Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
“Υπολογιστική Μηχανική”

Μεταπτυχιακή Εργασία

Μπιτσακάκης Χαρίδημος-Παναγιώτης

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2022

Ευχαριστίες

Η μεταπτυχιακή αυτή εργασία αποτελεί το τελευταίο βήμα για την ολοκλήρωση των σπουδών μου στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα “Υπολογιστική Μηχανική”. Για αυτό το λόγο θα ήθελα να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που με βοήθησαν κατά την εκπόνηση αυτής της εργασίας καθώς και στην ολοκλήρωση των μεταπτυχιακών μου σπουδών.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Κυριάκο Γιαννάκογλου, Καθηγητή ΕΜΠ, για την ανάθεση ενός εξαιρετικά ενδιαφέροντος θέματος ως μεταπτυχιακή εργασία. Επίσης, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για τη γνώση που μου μετέδωσε τόσο μέσω της διδασκαλίας των μεταπτυχιακών μαθημάτων όσο και κατά τη διάρκεια της μεταπτυχιακής εργασίας. Η βοήθεια και καθοδήγηση που μου παρείχε τόσο κατά την εκπόνηση όσο και κατά τη συγγραφή αυτής της εργασίας ήταν πολύτιμη.

Επίσης, θα ήθελα να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στον υποψήφιο διδάκτορα της ΜΠΥΡΒ Νικόλαο Γαλανό, ο οποίος ήταν πάντα διαθέσιμος και πρόθυμος να με συμβουλέψει σε οποιαδήποτε απορία είχα. Τον ευχαριστώ για τον χρόνο που σπατάλησε για θέματα που προέκυψαν και με δυσκόλεψαν, τα οποία χωρίς τη βοήθειά του δεν θα ήμουν σε θέση να επιλύσω.

Στη συνέχεια θα ήθελα να ευχαριστήσω την υποψήφια διδάκτορα της ΜΠΥΡΒ Μαρίνα Κοντού για τη βοήθεια που μου παρείχε σχετικά με τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων με χρήση του λογισμικού PUMA.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και ειδικότερα τη σύζυγό μου Ευαγγελία για την πολύτιμη στήριξή της καθόλη τη διάρκεια του μεταπτυχιακού προγράμματος.



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Ρευστών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής
Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης

ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ ΤΗΣ ΑΕΡΟΤΟΜΗΣ ΜΕ Ή ΧΩΡΙΣ ΣΧΙΣΜΕΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΕΛΕΓΧΟ ΤΟΥ ΟΡΙΑΚΟΥ ΣΤΡΩΜΑΤΟΣ

Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
“Υπολογιστική Μηχανική”

Μεταπτυχιακή Εργασία

Χαρίδημος Παναγιώτης Μπιτσακάκης

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2022

Περίληψη

Αντικείμενο της μεταπτυχιακής αυτής εργασίας είναι η βελτιστοποίηση της μορφής της αεροτομής, αλλά και η ταυτόχρονη δημιουργία σχισμών που συνδέουν τις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης, ώστε να ελέγχεται η ανάπτυξη του οριακού στρώματος και κατά συνέπεια η αεροδυναμική συμπεριφορά της αεροτομής.

Αρχικά επιλύθηκε η ροή γύρω από μία αεροτομή με τη χρήση τριών μοντέλων τύρβης (Spalart Allmaras, $k-\omega$ και $k-\omega$ με χρήση μοντέλου μετάβασης $\gamma-Re_\theta$). Οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης συγκρίθηκαν με τους πειραματικούς συντελεστές [6] και με τους συντελεστές που υπολογίσθηκαν από τις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν με τη χρήση του οικείου λογισμικού PUMA.

Έπειτα βελτιστοποιήθηκε η μορφή της αεροτομής με χρήση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου με στόχο τη μεγιστοποίηση του λόγου άνωσης προς αντίσταση και με περιορισμό ως προς τον τελικό όγκο της αεροτομής.

Στη συνέχεια μελετήθηκε μία μέθοδος ελέγχου της ροής, η οποία περιελάμβανε τη δημιουργία διαμπερούς σχισμής στην αρχική αεροτομή που εκτεινόταν από την πλευρά υπερπίεσης μέχρι την πλευρά υποπίεσης. Σκοπός ήταν να περάσει ρευστό μέσα από τη σχισμή λόγω της διαφοράς πίεσης στις δύο πλευρές της αεροτομής και αυτό να εγχυθεί στο οριακό στρώμα, ώστε να καθυστερήσει η αποκόλλησή του για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης. Βελτιστοποιήθηκε η μορφή της σχισμής με χρήση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου για δύο γωνίες πρόσπτωσης, ενώ έγινε σύγκριση των πολικών της αεροτομής χωρίς σχισμή με την αρχική σχισμή και τη βέλτιστη σχισμή. Επίσης, πραγματοποιήθηκε μελέτη για τη θέση των σημείων στα οποία πρέπει να ξεκινήσουν και να τελειώσουν οι σχισμές για δύο γωνίες πρόσπτωσης, ώστε να επιδρά πιο αποδοτικά το ρευστό που περνά μέσα από τη σχισμή στο οριακό στρώμα.

Έπειτα, στη βελτιστοποιημένη αρχική αεροτομή (χωρίς σχισμή) δημιουργήθηκε σχισμή, η μορφή της οποίας βελτιστοποιήθηκε για δύο γωνίες πρόσπτωσης. Τέλος, πραγματοποιήθηκε ταυτόχρονη βελτιστοποίηση της μορφής της αεροτομής και της μορφής της σχισμής με χρήση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου και έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων με αυτά που προέκυψαν από τις επιμέρους βελτιστοποιήσεις.

Με την ταυτόχρονη βελτιστοποίηση των μορφών της αεροτομής και της σχισμής προέκυψε ο υψηλότερος λόγος άνωσης προς αντίσταση καθώς και επιμέρους η υψηλότερη τιμή της άνωσης και η χαμηλότερη τιμή της αντίστασης συγκριτικά με τις υπόλοιπες βελτιστοποιήσεις που πραγματοποιήθηκαν.

Για την παραμετροποίηση της γεωμετρίας της αεροτομής χρησιμοποιήθηκαν ογκομετρικές καμπύλες B-Splines. Για την επίλυση των πρωτεύουσών εξισώσεων χρησιμοποιήθηκε ο επιλύτης του OpenFOAM, SIMPLE, ενώ για την επίλυση των συζυγών εξισώσεων και τη βελτιστοποίηση χρησιμοποιήθηκε το εργαλείο του OpenFOAM, adjointOptimisationFoam, που έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡΒ του ΕΜΠ.



National Technical University of Athens
School of Mechanical Engineering
Fluid Section
Parallel CFD & Optimization Unit

OPTIMIZATION OF THE SHAPE OF AN AIRFOIL WITH OR WITHOUT SLOTS TO CONTROL THE BOUNDARY LAYER

Joint Postgraduate Course “Computational Mechanics”

MSc Thesis

Charidimos Panagiotis Bitsakakis

Advisor: Kyriakos C. Giannakoglou, Professor NTUA

Athens, 2022

Abstract

The target of this master thesis is the optimization of the shape of an airfoil, as well as the simultaneous creation of slots that connect the pressure and the suction sides, with the aim of controlling the development of the boundary layer and consequently the aerodynamic behavior of the airfoil.

Firstly, the flow around an airfoil was solved, using three turbulence models (Spalart-Allmaras, $k-\omega$ and $k-\omega$ using the $\gamma-Re_\theta$ transition model). The lift and drag coefficients that were calculated were compared with those obtained by the PUMA software and with the experimental data [6].

The shape of the airfoil was optimized using the continuous adjoint method. The target was the maximization of the lift over drag ratio by imposing a constraint on the volume of the airfoil.

Then, a flow control method was studied, which included the creation of a through slot on the airfoil that connects the pressure and the suction sides. The objective was the fluid flowing through the slot, due to the pressure difference between the two

sides of the airfoil, to be injected into the boundary layer, in order to delay or even suppress its separation for high angles of attack.

The shape of the slot was optimized, by means of the continuous adjoint method at two high angles of attack and a comparison between the airfoil's polar without the slot, with the initial slot and the optimized slot was performed. A study regarding the position of the points where the slot must start and end up for two angle of attacks was conducted, in order to better control the development of the boundary layer.

Then, for the optimized shape of the initial airfoil (the one without a slot), a slot was created and its shape was optimized for two angles of attack. Finally, the shape of the airfoil and of the slot were simultaneously optimized using the continuous adjoint method and the results were compared with those of the previous optimizations.

The simultaneous optimization of the airfoil and of the slot provided the highest lift to drag ratio. Over and above, the lift that was the highest and the drag was the lowest compared to any other optimization performed in this master thesis.

For the parameterization of the airfoil's shape, volumetric B-Splines were used. The primal equations were solved by means of OpenFOAM's solver SIMPLE, whereas for the adjoint equations and the optimization, the OpenFOAM's tool, adjointOptimisationFoam, developed by the PCopt Unit of NTUA, was used.

Ακρωνύμια

2Δ	Διδιάστατο
3Δ	Τριδιάστατο
ΕΜΠ	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
ΜΠΥΡΒ	Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης
CFD	Computational Fluid Dynamics
LU	Lower Upper
NTUA	National Technical University of Athens
OF	OpenFOAM
OpenFOAM	Open Source Field Operation and Manipulation
PCopt	Parallel CFD and Optimization
PUMA	Parallel Flow-Solver, on Unstructured Grids, for Multi-row Analysis & Adjoint- based optimization
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations

Περιεχόμενα

1. Κεφάλαιο 1	1
Εισαγωγή	1
1.1. Περί Βελτιστοποίησης	1
1.2. Μέθοδοι Ελέγχου της Ροής	3
1.2.1. Ενεργητικές Μέθοδοι Ελέγχου της Ροής	4
1.2.2. Παθητικές Μέθοδοι Ελέγχου της Ροής	5
1.3. Λογισμικό OpenFOAM	6
1.4. Λογισμικό PUMA	6
1.5. Δομή της Μεταπτυχιακής Εργασίας	6
2. Κεφάλαιο 2	9
Πρωτεύουσες Εξισώσεις	9
2.1. Εξισώσεις Navier Stokes	9
2.1.1. Εξίσωση Διατήρησης της Μάζας	9
2.1.2. Εξίσωση Διατήρησης της Ορμής	9
2.1.3. Εξίσωση Hamilton – Jacobi	10
2.2. Μοντέλα Τύρβης	10
2.2.1. k- ω	10
2.2.2. Spalart Allmaras	12
2.2.3. k- ω με μοντέλο μετάβασης γ - Reθ	13
2.3. Οριακές Συνθήκες Πρωτεύοντος Προβλήματος	15
2.4. Ο αλγόριθμος SIMPLE	16
2.5. Γένεση πλέγματος	19
3. Κεφάλαιο 3	23
Συνεχής Συζυγής Μέθοδος	23
3.1. Συζυγείς Εξισώσεις	23
3.2. Οριακές Συνθήκες Συζυγούς Προβλήματος	29
3.3. Παράγωγοι ευαισθησίας	33
4. Κεφάλαιο 4	35
4.1. Η Αεροτομή S8036	35
4.2. Ροή γύρω από την αεροτομή S8036	36
5. Κεφάλαιο 5	41
Βελτιστοποίηση της μορφής της αεροτομής και των σχισμών	41
5.1. Εισαγωγή	41
5.2. Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης	42

5.3.	Ογκομετρικές καμπύλες B-Splines	42
5.4.	Ονοματολογία Αεροτομών.....	43
5.5.	Βελτιστοποίηση μορφής αρχικής αεροτομής (χωρίς σχισμή)	45
5.5.1.	Βελτιστοποίηση για $\alpha^\infty = 4.25^\circ$	45
5.5.2.	Βελτιστοποίηση για $\alpha^\infty = 10^\circ$	48
5.5.3.	Βελτιστοποίηση για $\alpha^\infty = 15^\circ$	50
5.6.	Δημιουργία σχισμής στην αεροτομή	51
5.6.1.	Βελτιστοποίηση για $\alpha^\infty = 15^\circ$	51
5.6.2.	Βελτιστοποίηση για $\alpha^\infty = 10^\circ$	58
5.6.3.	Σύγκριση ροών για $\alpha^\infty = 10^\circ$ και $\alpha^\infty = 15^\circ$	60
5.6.4.	Σχισμή πιο κοντά στην ακμή προσβολής	62
5.6.5.	Σύγκριση αποτελεσμάτων για τις διαφορετικές θέσεις της σχισμής	65
5.6.6.	Δημιουργία σχισμής στη βέλτιστη αεροτομή	66
5.6.7.	Ταυτόχρονη βελτιστοποίηση των μορφών αεροτομής και σχισμής	68
6.	Κεφάλαιο 6	71
	Ανακεφαλαίωση- Συμπεράσματα.....	71
7.	Κεφάλαιο 7	73
	Βιβλιογραφία	73

1. Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1. Περί Βελτιστοποίησης

Βελτιστοποίηση είναι η διαδικασία η οποία ανιχνεύει τον χώρο των υποψήφιας λύσεων και οδηγεί στον εντοπισμό της βέλτιστης από αυτές.

Για να πραγματοποιηθεί μια βελτιστοποίηση μορφής στη μηχανική των ρευστών χρειάζεται να τεθεί ο στόχος, να ορισθούν οι μεταβλητές σχεδιασμού, να παραμετροποιηθεί η γεωμετρία, να τεθούν οι περιορισμοί και να αποφασιστεί ποια μέθοδος βελτιστοποίησης θα ακολουθηθεί.

Για τη βελτιστοποίηση της μορφής μιας αεροτομής η γεωμετρία αυτής πρέπει να παραμετροποιηθεί οδηγώντας σε ένα σύνολο μεταβλητών σχεδιασμού οι βέλτιστες τιμές των οποίων πρέπει να βρεθούν. Για την παραμετροποίηση της μορφής της αεροτομής θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν λ.χ. τα πολυώνυμα Bezier-Bernstein. Κάθε τέτοιο πολυώνυμο θα μπορούσε να αντιστοιχεί σε καμπύλη που ξεκινά από την ακμή προσβολής και καταλήγει στην ακμή εκφυγής. Οι μεταβλητές σχεδιασμού θα ήταν οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου κάθε χρησιμοποιούμενου πολυωνύμου Bezier-Bernstein [10]. Ωστόσο, σε αυτή τη μεταπτυχιακή εργασία θα χρησιμοποιηθεί μία ογκομετρική παραμετροποίηση.

Η βελτιστοποίηση της μορφής της αεροτομής μπορεί να επιτευχθεί με τη χρήση είτε μίας αιτιοκρατικής, είτε μίας στοχαστικής μεθόδου βελτιστοποίησης.

Το χαρακτηριστικό των στοχαστικών μεθόδων είναι ότι ψάχνουν τη βέλτιστη λύση τυχηματικά (randomized) με βασικό εργαλείο μια Γεννήτρια Τυχαίων Αριθμών (Random Number Generator). Η πιο αντιπροσωπευτική κατηγορία των στοχαστικών μεθόδων είναι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι (evolutionary algorithms), οι οποίοι

μιμούμενοι τις διεργασίες που ακολουθούνται κατά την εξέλιξη των ειδών στη φύση (όπως η μετάλλαξη, η διασταύρωση) ανά γενιά και από ένα πλήθος υποψήφιων λύσεων (population-based method), καταλήγουν στη βέλτιστη λύση [15, 16, 17, 18].

Για τις αιτιοκρατικές μεθόδους βελτιστοποίησης οι οποίες βασίζονται στην κλίση της συνάρτησης-στόχου, πρέπει να υπολογιστούν οι παράγωγοι της συνάρτησης-στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού. Αυτές υπολογίζονται συνήθως με μία από τις παρακάτω μεθόδους:

1. **Πεπερασμένες διαφορές (Finite Differences)** [10]

Για να υπολογισθεί η παράγωγος της συνάρτησης-στόχου F ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού $b_i, i \in [1, N]$ μπορούν να χρησιμοποιηθούν ενδεικτικά δεύτερης τάξης κεντρικές πεπερασμένες διαφορές, όπως αυτές παρουσιάζονται στην εξίσωση 1.1. Σε κάθε μεταβλητή σχεδιασμού b_i ως προς την οποία υπολογίζεται η παράγωγος της συνάρτησης στόχου, προστίθεται και αφαιρείται μια πολύ μικρή ποσότητα ϵ και υπολογίζονται αντίστοιχα οι τιμές της συνάρτησης-στόχου. Με χρήση της εξίσωσης 1.1, υπολογίζεται η παράγωγος.

$$\frac{\partial F}{\partial b_i} = \frac{F(b_1, b_2, \dots, b_i + \epsilon, \dots, b_N) - F(b_1, b_2, \dots, b_i - \epsilon, \dots, b_N)}{2\epsilon} \quad (1.1)$$

Το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου για κεντρικές πεπερασμένες διαφορές, είναι ανάλογο του αριθμού των μεταβλητών σχεδιασμού και ίσο με $2N$.

2. **Ευθεία Διαφόριση (Direct Differentiation)** [10]

Στη μέθοδο της ευθείας διαφόρισης, οι εξισώσεις διαφορίζονται ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού $b_i, i \in [1, N]$ και επιλύονται N γραμμικά συστήματα. Το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου ευθείας διαφόρισης είναι ανάλογο του αριθμού των μεταβλητών σχεδιασμού N .

3. **Μέθοδος των Μιγαδικών Μεταβλητών (Complex Variable Methods)** [10]

Έστω η μιγαδική συνάρτηση $F(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, όπου $z = x + iy$. Για να είναι διαφορήσιμη η συνάρτηση $F(z)$, ισχύουν οι εξισώσεις Cauchy-Riemann από τις οποίες προκύπτει

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{v(x + i\epsilon) - v(x)}{\epsilon} \quad (1.2)$$

Οπότε, παίρνοντας το φανταστικό μέρος ενός μιγαδικού αριθμού και πρακτικά αντικαθιστώντας τον πραγματικό αριθμό το x με b_i , η παράγωγος της συνάρτησης-στόχου είναι ίση με

$$\frac{\partial F}{\partial b_i} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\text{imag}(F(b_i + i\epsilon))}{\epsilon} \quad (1.3)$$

Το υπολογιστικό κόστος της μεθόδου των μιγαδικών μεταβλητών είναι ανάλογο του αριθμού των μεταβλητών σχεδιασμού N . Και αυτή και η προηγούμενη μέθοδος απαιτούν αναδιαμόρφωση-προγραμματισμό λογισμικού.

4. Μέθοδος αλγοριθμικής ή αυτόματης διαφόρισης (Automated Differentiation)

[10]

Αυτή η μέθοδος μέσω της αυτόματης επεξεργασίας λογισμικού που αποτελείται από κώδικα ανάλυσης του προβλήματος σε πηγαία μορφή (Fortran 77/90 ή ANSI C++), παράγει ένα νέο κώδικα στην ίδια γλώσσα προγραμματισμού, ο οποίος υπολογίζει τις παραγώγους της συνάρτησης F ως προς τις ελεύθερες μεταβλητές.

Η παράγωγος μπορεί να υπολογιστεί είτε με την ευθεία αυτόματη διαφόριση είτε με την αντίστροφη αυτόματη διαφόριση ή με συνδυασμό των δύο (υβριδική αυτόματη διαφόριση).

5. Συζυγής Μέθοδος

Στη συζυγή (adjoint) μέθοδο δημιουργείται η επαυξημένη συνάρτηση-στόχος, η οποία περιλαμβάνει τα υπόλοιπα των πρωτευουσών εξισώσεων πολλαπλασιασμένα με τις συζυγείς μεταβλητές, ολοκληρωμένα στο πεδίο ροής, και τη συνάρτηση-στόχο F .

Οι συζυγείς μέθοδοι χωρίζονται σε δύο κατηγορίες ανάλογα με τη σειρά που διακριτοποιούνται και παραγωγίζονται οι συζυγείς εξισώσεις.

Όταν η επαυξημένη συνάρτηση-στόχος πρώτα διακριτοποιείται και μετά παραγωγίζεται, η μέθοδος ονομάζεται διακριτή συζυγής μέθοδος (discrete adjoint) [10]. Όταν η επαυξημένη συνάρτηση-στόχος πρώτα παραγωγίζεται και μετά διακριτοποιείται, η μέθοδος ονομάζεται συνεχής συζυγής μέθοδος (continuous adjoint) [10].

Το βασικό πλεονέκτημα των συζυγών μεθόδων είναι ότι το υπολογιστικό κόστος είναι ανεξάρτητο του πλήθους των μεταβλητών σχεδιασμού.

1.2. Μέθοδοι Ελέγχου της Ροής

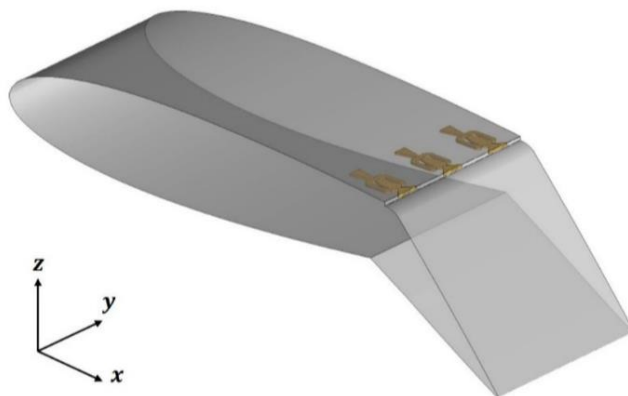
Η ύπαρξη του οριακού στρώματος έχει δημιουργήσει αρκετά προβλήματα στον σχεδιασμό των αεροτομών. Πιο συγκεκριμένα, για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης το οριακό στρώμα γύρω από μία αεροτομή αποκολλάται με αποτέλεσμα αυτή να βρίσκεται σε απώλεια στήριξης το οποίο συνεπάγεται μείωση της άνωσης και αύξηση της αντίστασης. Για τον έλεγχο της ροής και του οριακού στρώματος έχουν

αναπτυχθεί μέθοδοι, οι οποίες έχουν ως στόχο τον έλεγχο της μετάβασης της ροής από στρωτή σε τυρβώδη και την καθυστέρηση ή την αποφυγή της αποκόλλησης του οριακού στρώματος. Ανάλογα με το εάν δαπανάται ενέργεια για να επιτευχθεί ο έλεγχος ή όχι, οι μέθοδοι αυτές χωρίζονται σε ενεργητικές και παθητικές.

1.2.1. Ενεργητικές Μέθοδοι Ελέγχου της Ροής

Στις ενεργητικές μεθόδους για τον έλεγχο της ροής πρέπει να δαπανηθεί ενέργεια για τη λειτουργία διατάξεων ελέγχου της ροής (λ.χ. επενεργητή (actuator)[21]) και των αισθητήρων ελέγχου. Οι ενεργητικές μέθοδοι χωρίζονται σε προδιαγεγραμμένου και σε διαδραστικού ελέγχου [13]. Στην πρώτη περίπτωση ο έλεγχος είναι προδιαγεγραμμένος και δεν επηρεάζεται από τα χαρακτηριστικά της ροής, ενώ στη δεύτερη περίπτωση ο έλεγχος της ροής βασίζεται σε δεδομένα που λαμβάνονται από αισθητήρες, οι οποίοι είναι τοποθετημένοι σε διάφορα σημεία πάνω στο αεροδυναμικό σώμα.

Για τον έλεγχο της ροής με ενεργητικές μεθόδους μπορούν να χρησιμοποιηθούν τεχνικές, οι οποίες είτε αφαιρούν ρευστό από τη ροή, είτε προσθέτουν ρευστό σε αυτή. Όταν αφαιρείται ρευστό από τη ροή, αυτό είναι χαμηλής ορμής και αναρροφάται είτε μέσω σχισμών είτε μέσω πορωδών επιφανειών που υπάρχουν στο αεροδυναμικό σώμα. Αντίθετα, με τη μέθοδο πρόσθεσης ρευστού, το ρευστό που εγχύεται αυξάνει την ενέργεια της ροής με σκοπό αυτή να μείνει προσκολλημένη στο αεροδυναμικό σώμα για θετική κλίση πίεσης [14]. Για τον έλεγχο της ροής παρουσιάζονται ενδεικτικά στο σχήμα 1 διατάξεις που παράγουν και εγχύουν υψηλής ενέργειας δέσμες αέρα πριν από το flap. Στη συγκεκριμένη διάταξη, οι δέσμες αέρα μπορούν να εγχυθούν είτε εφαπτομενικά με την επιφάνεια του flap, οπότε και να ενεργοποιήσουν τη ροή κοντά στην επιφάνεια αυτού, είτε υπό γωνία, με συνέπεια τη δημιουργία στροβίλων οι οποίοι θα αναμίξουν το υψηλής ενέργειας εξωτερικό οριακό στρώμα με το χαμηλής ενέργειας εσωτερικό οριακό στρώμα.

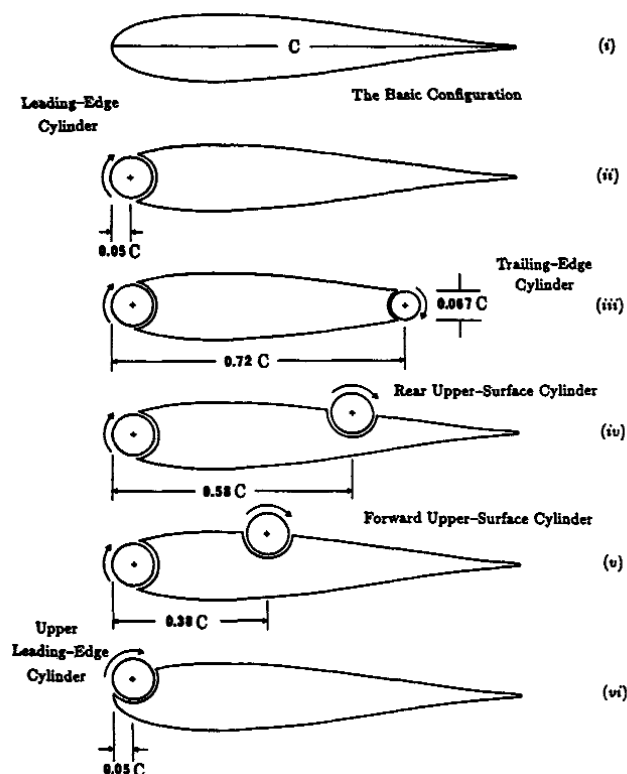


Σχήμα 1. Διατάξεις ενεργητικού ελέγχου της ροής [12]

1.2.2. Παθητικές Μέθοδοι Ελέγχου της Ροής

Στις παθητικές μεθόδους δεν δαπανάται ενέργεια για τον έλεγχο της ροής. Ο έλεγχος πραγματοποιείται είτε αλλάζοντας τα χαρακτηριστικά του οριακού στρώματος, λ.χ. αλλάζοντας την κλίση πίεσης του [14], είτε επιδρώντας στη ροή. Στην πρώτη περίπτωση αυτό μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω αλλαγής της μορφής του αεροδυναμικού σώματος, ενώ στη δεύτερη μέσω εφαρμογής διαφόρων διατάξεων, όπως οι διατάξεις παραγωγής στροβίλων (vortex generators) [19]. Στη μεταπτυχιακή αυτή εργασία η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε με τη δημιουργία σχισμών στην αεροτομή ανήκει στις παθητικές μεθόδους. Πιο συγκεκριμένα, το ρευστό κινείται μέσα στη σχισμή λόγω της διαφοράς πίεσης μεταξύ των δύο πλευρών της αεροτομής, και ως εκ τούτου δεν δαπανάται ενέργεια για τη μεταφορά του.

Στο σχήμα 2 παρουσιάζονται ενδεικτικά οι διατάξεις που μελέτησαν οι Modi και Yokomizo [1], που αποτελούνταν από κινούμενες επιφάνειες (κυλίνδρους), οι οποίες τοποθετήθηκαν σε διάφορα σημεία στην αεροτομή με σκοπό να καθυστερήσουν την αρχική αύξηση του οριακού στρώματος μέσω της μείωσης της σχετικής κίνησης μεταξύ της επιφάνειας και της ροής και την έγχυση ρευστού στο οριακό στρώμα.



Σχήμα 2. Μηχανισμοί ελέγχου του οριακού στρώματος σε αεροτομή Joukowski [1]

1.3. Λογισμικό OpenFOAM

Το OpenFOAM είναι ένα ανοιχτού κώδικα λογισμικό Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (Computational Fluid Dynamics), το οποίο αναπτύσσεται από την OpenCFD Ltd από το 2004. Το λογισμικό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μεγάλο εύρος εφαρμογών από πολύπλοκες ροές που περιέχουν χημικές αντιδράσεις, τύρβη, μεταφορά θερμότητας, ακουστική, μηχανική στερεών σωμάτων και ηλεκτρομαγνητισμό. [3]

Το λογισμικό περιέχει διάφορες εφαρμογές για τη γένεση πλέγματος, όπως το snappyHexMesh και το blockMesh. Στη μεταπτυχιακή αυτή εργασία για τη δημιουργία του πλέγματος γύρω από την αεροτομή και μέσα στη σχισμή χρησιμοποιήθηκε το blockMesh.

Επίσης, το λογισμικό δίνει τη δυνατότητα να πραγματοποιούνται τρεξίματα με τη χρήση παράλληλων επεξεργαστών. Η μέθοδος που ακολουθείται είναι ότι το πλέγμα και το πεδίο ροής χωρίζονται σε τμήματα, το καθένα από τα οποία αντιστοιχίζεται σε έναν επεξεργαστή. Έτσι, κατά τη διάρκεια του τρεξίματος, αξιοποιούνται αρκετοί διαθέσιμοι επεξεργαστές, κάτι το οποίο οδηγεί στην ταχύτερη επίλυση των προβλημάτων.

Για την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος χρησιμοποιήθηκε ο επιλύτης SIMPLE, ο οποίος επιλύει προβλήματα μόνιμης και ασυμπίεστης ροής. Για την επίλυση του συζυγούς προβλήματος, χρησιμοποιήθηκε ο επιλύτης βελτιστοποίησης (adjointOptimisationFoam), ο οποίος βασίζεται στη συνεχή συζυγή μέθοδο και ο οποίος έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡΒ του ΕΜΠ [4].

Το OpenFOAM παράγει τα αποτελέσματα σε αρχεία με μορφή τέτοια, ώστε να μπορούν να οπτικοποιηθούν με τη χρήση του λογισμικού Paraview.

1.4. Λογισμικό PUMA

Το PUMA είναι ένα λογισμικό Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (Computational Fluid Dynamics) το οποίο αναπτύσσεται από τη ΜΠΥΡΒ του ΕΜΠ [23] και τρέχει σε συστοιχίες από κάρτες γραφικών (GPUs) [22]. Για τη διακριτοποίηση των εξισώσεων ροής χρησιμοποιείται η κεντροκομβική μέθοδος των πεπερασμένων όγκων, ενώ για την ολοκλήρωσή τους στον ψευδοχρόνο, εφαρμόζεται η μέθοδος της τεχνητής συμπίεσότητας [25].

1.5. Δομή της Μεταπτυχιακής Εργασίας

Η μεταπτυχιακή εργασία περιλαμβάνει τα παρακάτω κεφάλαια:

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναπτύσσονται οι πρωτεύουσες εξισώσεις του προβλήματος συνοδευόμενες από τις οριακές συνθήκες. Επίσης, παρουσιάζεται η εφαρμογή blockMesh του OpenFOAM, η οποία χρησιμοποιήθηκε για τη γένεση πλέγματος στο υπολογιστικό χωρίο. Τέλος, παρουσιάζεται ο αλγόριθμος επίλυσης του πρωτεύοντος προβλήματος, δηλαδή του προβλήματος ροής, SIMPLE.

Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η μεθοδολογία που ακολουθείται στη συνεχή συζυγή μέθοδο και παρουσιάζονται οι συζυγείς πεδιακές εξισώσεις, οι οριακές συνθήκες του συζυγούς προβλήματος και οι παράγωγοι ευαισθησίας για τη συνάρτηση-στόχο, τον λόγο άνωση προς αντίσταση.

Στο τέταρτο κεφάλαιο υπολογίζονται οι αεροδυναμικοί συντελεστές της αεροτομής S8036. Επιλύεται η ροή γύρω από την ίδια αεροτομή για δύο γωνίες πρόσπτωσης και υπολογίζονται οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης, οι οποίοι συγκρίνονται με πειραματικά αποτελέσματα του [6]. Επίσης, πραγματοποιούνται προσομοιώσεις και οι υπολογιζόμενοι συντελεστές άνωσης και αντίστασης συγκρίνονται με τους πειραματικούς συντελεστές και με αυτούς που υπολογίσθηκαν με χρήση του λογισμικού PUMA.

Στο πέμπτο κεφάλαιο αρχικά υπολογίζονται οι αεροδυναμικοί συντελεστές της αεροτομής S8036 για δύο “μεγάλες” γωνίες πρόσπτωσης στις οποίες πραγματοποιούνται οι βελτιστοποιήσεις των μορφών των σχισμών. Ακόμα, παρουσιάζονται περιληπτικά ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης και οι ογκομετρικές καμπύλες B-Splines, οι οποίες χρησιμοποιήθηκαν για την παραμετροποίηση της γεωμετρίας. Επίσης παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης αφού πρώτα προσδιοριστεί ο στόχος της βελτιστοποίησης και ο περιορισμός. Στη συνέχεια, δημιουργούνται σχισμές σε αυθαίρετη θέση και με αυθαίρετο μήκος και σχήμα που εκτείνονται από την πλευρά υπερπίεσης μέχρι την πλευρά υποπίεσης και βελτιστοποιείται η μορφή τους για δύο γωνίες πρόσπτωσης. Γίνεται μελέτη για τη θέση των σημείων στα οποία πρέπει να ξεκινήσουν και να τελειώσουν οι σχισμές, ώστε το ρευστό που περνά από τη σχισμή να επιδρά αποτελεσματικότερα με το οριακό στρώμα. Επίσης, δημιουργείται σχισμή στην βέλτιστη αεροτομή (που προέκυψε από τη βελτιστοποίηση χωρίς τη σχισμή), η οποία βελτιστοποιείται εκ νέου για δύο γωνίες πρόσπτωσης. Τέλος, πραγματοποιείται ταυτόχρονη βελτιστοποίηση της μορφής της αρχικής αεροτομής και της αρχικής σχισμής.

Στο έκτο κεφάλαιο γίνεται ανακεφαλαίωση της μεταπτυχιακής εργασίας και εξάγονται συμπεράσματα.

2. Κεφάλαιο 2

Πρωτεύουσες Εξισώσεις

Στη μεταπτυχιακή αυτή εργασία ισχύουν οι εξισώσεις Navier Stokes για μόνιμη και ασυμπίεστη ροή. Οι εξισώσεις είναι γραμμένες σύμφωνα με τη σύμβαση του Einstein, δηλαδή ότι διπλά επαναλαμβανόμενοι δείκτες στον ίδιο όρο υποδηλώνουν άθροιση.

2.1. Εξισώσεις Navier Stokes

2.1.1. Εξίσωση Διατήρησης της Μάζας

Σε κάθε όγκο ελέγχου η μάζα δεν καταστρέφεται, ούτε δημιουργείται, αλλά διατηρείται. Για ασυμπίεστο ρευστό ισχύει η εξίσωση διατήρησης της μάζας στη μορφή

$$R^p = -\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.1)$$

2.1.2. Εξίσωση Διατήρησης της Ορμής

Σε κάθε όγκο ελέγχου η ορμή παραμένει σταθερή. Για ασυμπίεστη, τυρβώδη ροή ισχύει η εξίσωση διατήρησης της ορμής

$$R_i^v = v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0 \quad (2.2)$$

όπου

- v_i οι συνιστώσες της ταχύτητας,
- p η πίεση διαιρεμένη με την πυκνότητα του ρευστού,
- ν η μοριακή κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού και
- ν_t η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού.

2.1.3. Εξίσωση Hamilton – Jacobi

Για την εύρεση της απόστασης Δ του βαρύκεντρου κάθε κελιού από τον πλησιέστερο τοίχο, επιλύεται αριθμητικά η διαφορική εξίσωση Jacobi-Hamilton,

$$R^\Delta = \frac{\partial \Delta}{\partial x_j} \frac{\partial \Delta}{\partial x_j} - 1 = 0 \quad (2.3)$$

Στις τρεις παραπάνω εξισώσεις θα προστεθεί η εξίσωση [2.17](#) του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras, η οποία παρουσιάζεται στο κεφάλαιο [2.2](#), για να οριστούν οι τέσσερις πρωτεύουσες εξισώσεις του προβλήματος.

2.2. Μοντέλα Τύρβης

Η τυρβώδης ροή χαρακτηρίζεται από τυχαιότητα διαταραχών και ισχυρή ανάμιξη, ενώ αυτή γίνεται χαοτική και μη-επαναλαμβανόμενη.

Τα μοντέλα τύρβης κατηγοριοποιούνται σε:

1. Μοντέλα τύρβης βασισμένα στην παραδοχή Boussinesq [\[5\]](#).
2. Μοντέλα τύρβης βασισμένα στις τάσεις Reynolds (Reynolds Stress Turbulence Models) [\[5\]](#).
3. Μοντέλα τύρβης προσομοίωσης μεγάλων δινών (Large Eddy Simulation) [\[5\]](#).

Στη μεταπτυχιακή αυτή εργασία, για τις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν, χρησιμοποιήθηκαν τα παρακάτω μοντέλα τύρβης:

2.2.1. k- ω

Το μοντέλο της τύρβης $k - \omega$ είναι μοντέλο δύο εξισώσεων με αγνώστους την κινητική ενέργεια της τύρβης k και τον ρυθμό διάχυσης της τύρβης ω [\[11\]](#).

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \sigma_k \frac{\rho k}{\omega} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\gamma \omega}{k} P - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \sigma_\omega \frac{\rho k}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\rho \sigma_d}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2.5)$$

όπου

$$P = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.6)$$

$$\tau_{ij} = \mu_t \left(2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.7)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.8)$$

ισχύει

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\hat{\omega}} \quad (2.9)$$

όπου

$$\hat{\omega} = \max \left[\omega, C_{lim} \sqrt{\frac{2\overline{S_{ij}} \overline{S_{ij}}}{\beta^*}} \right] \quad (2.10)$$

$$\overline{S_{ij}} = S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (2.11)$$

$$\beta = 0.0708 f_B \quad (2.12)$$

$$f_B = \frac{1 + 85\chi_\omega}{1 + 100\chi_\omega} \quad (2.13)$$

$$\chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} \widehat{S_{kl}}}{(\beta^* \omega^3)} \right| \quad (2.14)$$

$$\widehat{S_{kl}} = S_{kl} - \frac{1}{2} \frac{\partial u_m}{\partial x_m} \delta_{kl} \quad (2.15)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.16)$$

Οι τιμές των παραπάνω συντελεστών είναι:

- $\sigma_k = 0.6$
- $\sigma_\omega = 0.5$
- $\beta^* = 0.09$
- $\gamma = \frac{13}{25}$
- $C_{lim} = \frac{7}{8}$
- $\sigma_d = 0$, για $\frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \leq 0$ ή $\sigma_d = \frac{1}{8}$, για $\frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} > 0$

2.2.2. Spalart Allmaras

Το μοντέλο τύρβης Spalart Allmaras [24] είναι μοντέλο μίας μερικής διαφορικής εξίσωσης το οποίο επιλύεται ως προς την ποσότητα $\tilde{\nu}$ και έχει την παρακάτω μορφή

$$R^{\tilde{\nu}} = u_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\tilde{\nu}}{\sigma} \right) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] - \frac{C_{b2}}{\sigma} \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 - \tilde{\nu} P(\tilde{\nu}) + \tilde{\nu} D(\tilde{\nu}) = 0 \quad (2.17)$$

ενώ η τυρβώδης συνεκτικότητα προκύπτει μέσω της σχέσης

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1} \quad (2.18)$$

Οι όροι παραγωγής και καταστροφής δίνονται από τους παρακάτω τύπους

$$P(\tilde{\nu}) = C_{b1} \tilde{Y}, D(\tilde{\nu}) = C_{w1} f_w(\tilde{Y}) \frac{\tilde{\nu}}{\Delta^2} \quad (2.19)$$

όπου το \tilde{Y} υπολογίζεται μέσω του τύπου

$$\tilde{Y} = Y f_{v3} + \frac{\tilde{\nu}}{\Delta^2 \kappa^2} f_{v2}, Y = \left| e_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right| \quad (2.20)$$

όπου Y είναι το μέτρο στροβιλότητας και Δ η απόσταση του κόμβου από τον τοίχο και

$$\begin{aligned} f_{v1} &= \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3} \\ f_{v2} &= \frac{1}{\left(1 + \frac{\chi}{C_{v2}}\right)} \\ f_{v3} &= \frac{(1 + \chi f_{v1})}{C_{v2}} \left[3 \left(1 + \frac{\chi}{C_{v2}}\right) + \left(\frac{\chi}{C_{v2}}\right)^2 \right] \left(1 + \frac{\chi}{C_{v2}}\right)^{-3} \\ \chi &= \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \\ f_w &= g \left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{\frac{1}{6}} \\ g &= r + C_{w2} (r^6 - r) \\ r &= \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{Y} \Delta^2 \kappa^2} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Οι τιμές των παραπάνω συντελεστών είναι:

- $\sigma_{v_t} = \frac{2}{3}$
- $C_{b1} = 0.1355$
- $C_{b2} = 0.622$
- $C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1+C_{b2}}{\sigma_{v_t}}$

- $C_{w2} = 0.3$
- $C_{w3} = 2$
- $C_{v1} = 7.1$
- $C_s = 0.3$

Το σύμβολο Levi – Levita e_{ijk} το οποίο χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της στροβιλότητας ορίζεται ως

$$e_{ijk} = \begin{cases} +1 & (i, j, k) \in (1,2,3), (2,3,1), (3,1,2) \\ -1 & (i, j, k) \in (1,3,2), (3,2,1), (2,1,3) \\ 0 & i = j, j = k, k = i \end{cases} \quad (2.22)$$

2.2.3. k-ω με μοντέλο μετάβασης γ-Re_θ

Για το μοντέλο τύρβης k-ω με μοντέλο μετάβασης γ-Re_θ, ισχύουν οι εξισώσεις [2.4](#), [2.5](#) για τις μεταβλητές k και ω , ενώ σε αυτές προστίθενται οι εξισώσεις [2.23](#) και [2.24](#) [\[20\]](#) για την μεταβλητή γ και για το πάχος ορμής σχετικό με τη μετάβαση της ροής, Re_θ.

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \gamma)}{\partial x_j} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_f} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial(\rho \hat{R} e_{\theta t})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \hat{R} e_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\hat{R} e_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (2.24)$$

όπου

$$P_\gamma = F_{length} C_{a1} \rho S [\gamma F_{onset}]^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \quad (2.25)$$

$$E_\gamma = c_{a2} \rho \Omega \gamma F_{turb} (c_{e2} \gamma - 1) \quad (2.26)$$

όπου

$$F_{onset1} = \frac{Re_\nu}{2.193 Re_{\theta c}} \quad (2.27)$$

$$Re_\nu = \frac{\rho S d^2}{\mu} \quad (2.28)$$

$$F_{onset2} = \min (\max (F_{onset1}, F_{onset1}^4), 2.0) \quad (2.29)$$

$$R_T = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (2.30)$$

$$F_{onset3} = \max \left[1 - \left(\frac{R_T}{2.5} \right)^3, 0 \right] \quad (2.31)$$

$$F_{onset} = \max(F_{onset2} - F_{onset3}, 0) \quad (2.32)$$

$$F_{turb} = \exp \left[- \left(\frac{R_T}{4} \right)^4 \right] \quad (2.33)$$

$$F_{length} = F_{length,1} (1 - F_{sublayer}) + 40.0 F_{sublayer} \quad (2.34)$$

$$F_{length,1} = \begin{cases} 39.8189 - 119.270 \cdot 10^{-4} \hat{Re}_{\theta t} - 132.567 \cdot 10^{-6} \hat{Re}_{\theta t}^2, & \hat{Re}_{\theta t} < 400 \\ 263.404 - 123.939 \cdot 10^{-2} \hat{Re}_{\theta t} + 194.548 \cdot 10^{-5} \hat{Re}_{\theta t}^2 - 101.695 \cdot 10^{-8} \hat{Re}_{\theta t}^3, & 400 \leq \hat{Re}_{\theta t} < 596 \\ 0.5 - 3.0 \cdot 10^{-4} (\hat{Re}_{\theta t} - 596.0), & 596 \leq \hat{Re}_{\theta t} < 1200 \\ 0.3188, & 1200 \leq \hat{Re}_{\theta t} \end{cases} \quad (2.35)$$

$$F_{sublayer} = \exp \left[- \left(\frac{Re_{\omega}}{4} \right)^4 \right] \quad (2.36)$$

$$Re_{\omega} = \frac{\rho \omega d^2}{\mu} \quad (2.37)$$

$$Re_{\theta c} = \begin{cases} -396.035 \cdot 10^{-2} + 10120.656 \cdot 10^{-4} \hat{Re}_{\theta t} - 868.230 \cdot 10^{-6} \hat{Re}_{\theta t}^2 + 696.506 \cdot 10^{-9} \hat{Re}_{\theta t}^3 + \\ -174.105 \cdot 10^{-12} \hat{Re}_{\theta t}^4, & \hat{Re}_{\theta t} \leq 1870 \\ \hat{Re}_{\theta t} - (593.11 + 0.482(\hat{Re}_{\theta t} - 187.0)), & 1870 < \hat{Re}_{\theta t} \end{cases} \quad (2.38)$$

Επιπλέον ορίζεται ως $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ ο ρυθμός παραμόρφωσης και ως $\Omega = \sqrt{\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$ η στροβιλότητα, όπου η μεταβλητή S_{ij} ορίζεται στην εξίσωση [2.8](#) και η Ω_{ij} ορίζεται στην εξίσωση [2.16](#).

Ο όρος πηγής της εξίσωσης $\hat{Re}_{\theta t}$ ορίζεται ως:

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{T} (Re_{\theta t}^{eq} - \hat{Re}_{\theta t})(1.0 - F_{\theta t}) \quad (2.39)$$

όπου

$$T = \frac{500\mu}{\rho U^2} \quad (2.40)$$

$$U = \sqrt{u_k u_k} \quad (2.41)$$

$$F_{\theta t} = \min \left[\max \left(F_{wake} \exp \left(- \left(\frac{d}{\delta} \right)^4 \right), 1.0 - \left(\frac{c_{e2}\gamma - 1}{c_{e2} - 1} \right)^2 \right), 1.0 \right] \quad (2.42)$$

$$\delta = \frac{375\Omega\mu\hat{R}e_{\theta t}d}{\rho U^2} \quad (2.43)$$

$$F_{wake} = \exp \left[- \left(\frac{Re_{\omega}}{10^5} \right)^2 \right] \quad (2.44)$$

$$\lambda_{\theta} = \frac{\rho\theta_t^2 dU}{\mu ds} \quad (2.45)$$

$$Tu = 100 \frac{\sqrt{2k/3}}{U} \quad (2.46)$$

$$\frac{dU}{ds} = \frac{u_m u_n}{U^2} \frac{\partial u_m}{\partial x_n} \quad (2.47)$$

$$Re_{\theta t}^{eq} = \begin{cases} (1173.51 - 589.428Tu + 0.2196Tu^{-2})F(\lambda_{\theta}), Tu \leq 1.3 \\ 331.5(Tu - 0.5658)^{-0.671}F(\lambda_{\theta}), Tu > 1.3 \end{cases} \quad (2.48)$$

2.3. Οριακές Συνθήκες Πρωτεύοντος Προβλήματος

Οι οριακές συνθήκες του πρωτεύοντος προβλήματος με χρήση του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras παρουσιάζονται παρακάτω.

1. Στο επ' άπειρο όριο (στο τμήμα που αποτελεί είσοδο της ροής), ισχύει:
 - Ταχύτητα: Συνθήκη Dirichlet, $u = (U_{\infty} \cos a_{\infty}, U_{\infty} \sin a_{\infty}, 0)$, όπου a_{∞} η γωνία της επ' άπειρο ροής.
 - Πίεση: Μηδενική συνθήκη Neumann.
 - Μεταβλητή του μοντέλου τύρβης Spalart- Allmaras $\tilde{\nu}$: Συνθήκη Dirichlet. Η τιμή της υπολογίζεται από τον τύπο $\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$, όπου το χ στη μεταπτυχιακή αυτή εργασία θεωρήθηκε ίσο με 10.
2. Στο επ' άπειρο όριο (στο τμήμα που αποτελεί έξοδο της ροής), ισχύει:
 - Ταχύτητα: Μηδενική συνθήκη Neumann.
 - Πίεση: Μηδενική συνθήκη Dirichlet.

- Μεταβλητή του μοντέλου τύρβης Spalart- Allmaras $\tilde{\nu}$: Μηδενική συνθήκη Neumann.
3. Στην αεροτομή ισχύει:
- Ταχύτητα: Συνθήκη Dirichlet, $u = (0,0,0)$. Αντιστοιχεί στη συνθήκη μη-ολίσθησης της ροής.
 - Πίεση: Μηδενική συνθήκη Neumann.
 - Μεταβλητή του μοντέλου τύρβης Spalart- Allmaras $\tilde{\nu}$. Χρήση εξίσωσης τοίχου του Spalding. Χρησιμοποιείται για να υπολογιστεί η τιμή της μεταβλητής $\tilde{\nu}$, στο κέντρο της πρώτης κυψέλης του πλέγματος σε επαφή με την αεροτομή. Η εξίσωση τοίχου μοντελοποιεί το εσωτερικό υπόστρωμα (inner sublayer) και τη λογαριθμική περιοχή του τυρβώδους οριακού στρώματος με ενιαία σχέση.

2.4. Ο αλγόριθμος SIMPLE

Για την επίλυση της ροής γύρω από την αεροτομή χρησιμοποιήθηκε ο επιλύτης SIMPLE του OpenFOAM. Το συγκεκριμένο λογισμικό χρησιμοποιεί τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων με κεντροκυψελικό σύστημα αποθήκευσης για τη διακριτοποίηση των εξισώσεων.

Το υπολογιστικό χωρίο χωρίζεται σε πεπερασμένο αριθμό όγκων ελέγχου στους οποίους επιλύονται οι εξισώσεις. Κάθε όγκος ελέγχου περιβάλλεται από επιφάνειες (πλευρές), οι οποίες αναφέρονται και ως faces.

Παρακάτω παρουσιάζεται ο αλγόριθμος του συγκεκριμένου επιλύτη για ασυμπίεστο ρευστό.

Οι εξισώσεις της διατήρησης της ορμής σε ημι-διακριτή μορφή γράφονται ως:

$$a_p u_{p,i} = \sum_{n=1}^{NB(P)} a_n u_{n,i} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + b_i \quad (2.49)$$

όπου P το κελί ως προς το οποίο διακριτοποιούνται οι εξισώσεις ορμής και $NB(P)$ τα γειτονικά σε αυτό κελιά. Οι a_p είναι οι διαγώνιοι όροι και a_n οι συντελεστές των γειτονικών κελιών του μητρώου, οι οποίοι προκύπτουν από τη διακριτοποίηση της εξίσωσης της ορμής (εξίσωση 2.2). Ο όρος b_i αναφέρεται στους όρους πηγής.

Η ταχύτητα u_i και η πίεση p ικανοποιούν τις εξισώσεις ορμής και συνέχειας. Η ταχύτητα u_i^* προκύπτει από την επίλυση επαναληπτικά των εξισώσεων ορμής (η οποία όμως δεν ικανοποιεί την εξίσωση συνέχειας) και βασίζεται στην πίεση p^* που υπολογίστηκε στο προηγούμενο βήμα εκτέλεσης του αλγορίθμου. Η ταχύτητα u_i^* και η πίεση p^* ικανοποιούν την εξίσωση ορμής, οπότε προκύπτει η εξίσωση

$$a_p v_{p,i}^* = \sum_{n=1}^{NB(P)} a_n v_{n,i}^* - \frac{\partial p^*}{\partial x_i} + b_i^* \quad (2.50)$$

Οι εξισώσεις της ορμής με μεγέθη που ικανοποιούν την εξίσωση της συνέχειας γράφονται ως:

$$a_p v_{p,i} = \sum_{n=1}^{NB(P)} a_n v_{n,i} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + b_i \quad (2.51)$$

Χάριν ευκολίας ορίζονται οι βοηθητικές ποσότητες

$$\hat{u}_{p,j} = \frac{1}{a_p} H_{p,j}(v^*) \quad (2.52)$$

$$H_{p,j}(v^*) = \sum_{n=1}^{NB(P)} a_n v_{n,j}^* + b_i^* \quad (2.53)$$

Έστω v'_i και p' οι διορθώσεις των ταχυτήτων και των πιέσεων, οι οποίες πρέπει να προστεθούν στις v_i^* και p^* ώστε να ικανοποιείται η εξίσωση της συνέχειας. Αφαιρώντας την [2.51](#) από την [2.50](#) (θεωρώντας ότι οι όροι πηγής είναι ίδιοι) για τις v'_i και p' προκύπτει η

$$a_p v'_{p,i} = \sum_{n=1}^{NB(P)} a_n v'_{n,i} - \frac{\partial p'}{\partial x_i} \quad (2.54)$$

Θεωρείται ότι ο πρώτος όρος του δεξιού μέλους της εξίσωσης [2.54](#) είναι πολύ μικρότερος από τον δεύτερο (την κλίση πίεσης) και μπορεί να αγνοηθεί, προκύπτει

$$v'_{p,i} = -\frac{1}{a_p} \frac{\partial p'}{\partial x_i} \quad (2.55)$$

Η εξίσωση διατήρησης της συνέχειας, λαμβάνοντας υπόψη την εξίσωση [2.55](#) παίρνει τη μορφή μιας εξίσωσης Poisson, ως εξής

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{a_p} \frac{\partial p'}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial v_j^*}{\partial x_j} \quad (2.56)$$

Η εξίσωση [2.56](#) διατυπωμένη για την ίδια τη “νέα” πίεση αντί της διορθωσης πίεσης p' γίνεται

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{a_p} \frac{\partial p}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \hat{u}_{P,j}}{\partial x_j} \quad (2.57)$$

Ολοκληρώνοντας την εξίσωση [2.57](#) σε ένα κελί P με $nb(P)$ γειτονικά κελιά προκύπτει η εξίσωση [2.58](#)

$$\sum_{f=1}^{nb(P)} \overline{\hat{u}_{f,j}} S_{f,j} = \sum_{f=1}^{nb(P)} \frac{1}{\overline{a_f}} \left(\frac{\partial p}{\partial x_i} S_j \right)_f \quad (2.58)$$

όπου S είναι το κάθετο στην πλευρά διάνυσμα με μέτρο ίσο με την επιφάνεια της πλευράς. Οι τιμές των ποσοτήτων υπολογίζονται σε κάθε πλευρά f πραγματοποιώντας γραμμική παρεμβολή των τιμών των γειτονικών κελιών.

Άρα, για το υπολογισμένο πεδίο πίεσης προκύπτει το πεδίο ταχύτητας μέσω της εξίσωσης

$$v_{P,i} = v_{P,i}^* + v'_{P,i} = \hat{u}_{P,i} - \frac{1}{a_p} \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2.59)$$

Για τη διόρθωση των ροών μάζας/όγκου στις πλευρές του όγκου ελέγχου, χρησιμοποιείται η εξίσωση

$$m^f = v_{f,i} S_{f,j} = \overline{\hat{u}_{f,j}} S_{f,j} - \frac{1}{\overline{a_f}} \left(\frac{\partial p}{\partial x_i} S_j \right)_f \quad (2.60)$$

Ο αλγόριθμος SIMPLE συνοψίζεται στα παρακάτω βήματα:

1. Επιλύεται η εξίσωση [2.50](#) για τον υπολογισμό του πεδίου ταχύτητας v_i^* .
2. Υπολογίζεται η ταχύτητα (πρόβλεψη) $\hat{u}_{P,i}$ μέσω της επίλυσης της εξίσωσης [2.52](#).
3. Επιλύεται η εξίσωση [2.58](#) όπου υπολογίζεται το πεδίο πίεσης p .
4. Διορθώνονται οι ροές στις πλευρές των όγκων ελέγχου με βάση την εξίσωση [2.60](#), οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στην επόμενη επανάληψη για την επίλυση των εξισώσεων ορμής.
5. Επιλύεται το πεδίο ταχύτητας v_i με χρήση της εξίσωσης [2.51](#).
6. Επιλύεται η εξίσωση [2.17](#) του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras και υπολογίζεται η τροποποιημένη συνεκτικότητα τύρβης $\tilde{\nu}$.
7. Επαναλαμβάνονται τα βήματα 1-6 μέχρι να ικανοποιηθούν τα κριτήρια σύγκλισης που έχουν τεθεί.

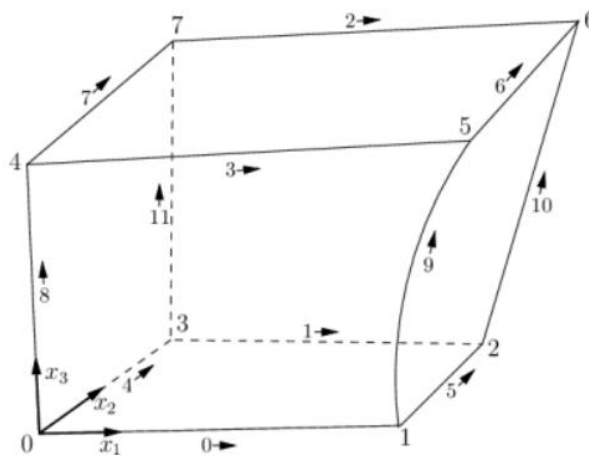
Για την επίλυση των εξισώσεων ταχύτητας και της εξίσωσης του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras, χρησιμοποιήθηκε ο επιλύτης Preconditioned bi-conjugate gradient [\[26\]](#), [\[27\]](#) με προσαθεροποιητή Simplified Diagonal-based Incomplete Cholesky (DIC),

ενώ για την επίλυση της εξίσωσης πίεσης, ο επιλύτης Preconditioned conjugate gradient [28] με προσαθεροποιητή Simplified Diagonal-based Incomplete LU (DILU).

2.5. Γένεση πλέγματος

Στη μεταπτυχιακή αυτή εργασία δημιουργήθηκε πλέγμα μέσω της εφαρμογής blockMesh του OpenFOAM. Αν και 2D, η λογική του OpenFOAM είναι να δημιουργείται 3D πλέγμα με βάθος ενός κελιού στην τρίτη κατεύθυνση (εδώ τη x_2).

Η αρχή που εφαρμόζεται στο blockMesh [7] είναι ότι το υπολογιστικό χωρίο χωρίζεται αυτόματα σε εξάεδρα κελιά, τα οποία έχουν ακμές που μπορεί να είναι ευθείες, τόξα ή splines γραμμές. Κάθε κελί ορίζεται από 8 σημεία στον χώρο (ένα σε κάθε γωνία του εξάεδρου). Το κάθε κελί έχει ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων, (x_1, x_2, x_3) το οποίο είναι δεξιόστροφο, δηλαδή όταν ο παρατηρητής κοιτάζει τον άξονα Oz προς τα κάτω με το O πιο κοντά σε αυτόν, το τόξο που διαγράφεται από ένα σημείο στον Ox άξονα σε ένα σημείο στον Oy άξονα είναι σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού [7].



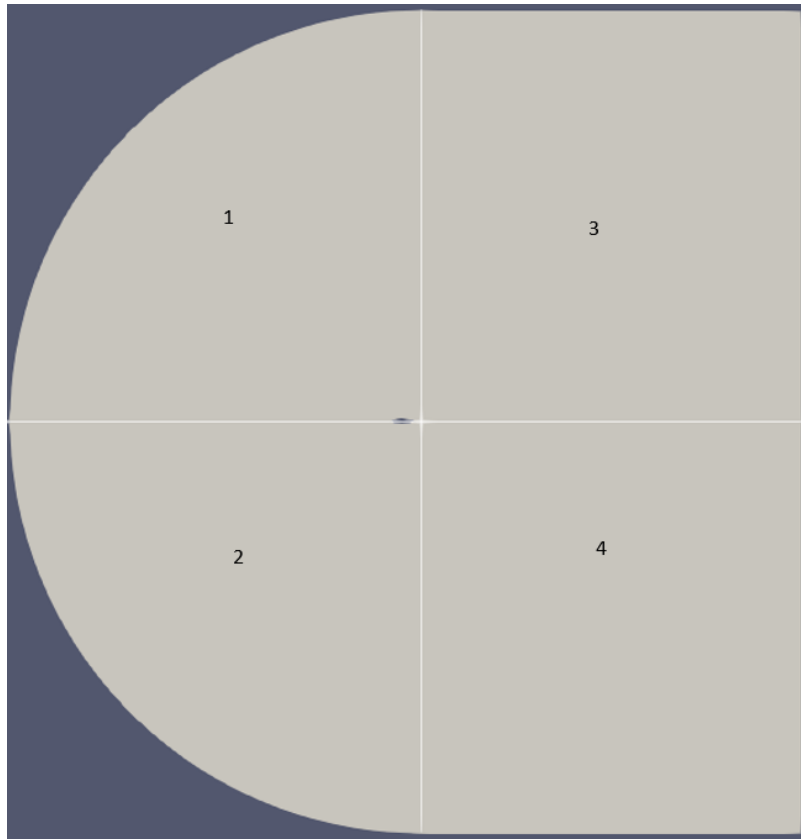
Σχήμα 3. Οι ακμές που ορίζουν κάθε κελί [7]

Το συνολικό πλέγμα που δημιουργήθηκε γύρω από την αεροτομή, ορίστηκε να αποτελείται από 4 επιμέρους πλέγματα, όπως αυτά επεξηγούνται παρακάτω και παρουσιάζονται στο σχήμα 4:

1. Από την ακμή προσβολής και ανάντι της αεροτομής, πάνω από την αεροτομή και μετά μέχρι ακμή εκφυγής της αεροτομής.
2. Από την ακμή προσβολής και ανάντι της αεροτομής, κάτω από την αεροτομή και μετά μέχρι ακμή εκφυγής της αεροτομής
3. Από την ακμή εκφυγής και κατάντι της αεροτομής (το πλέγμα πάνω από τον ομόρρου που σχηματίζεται).

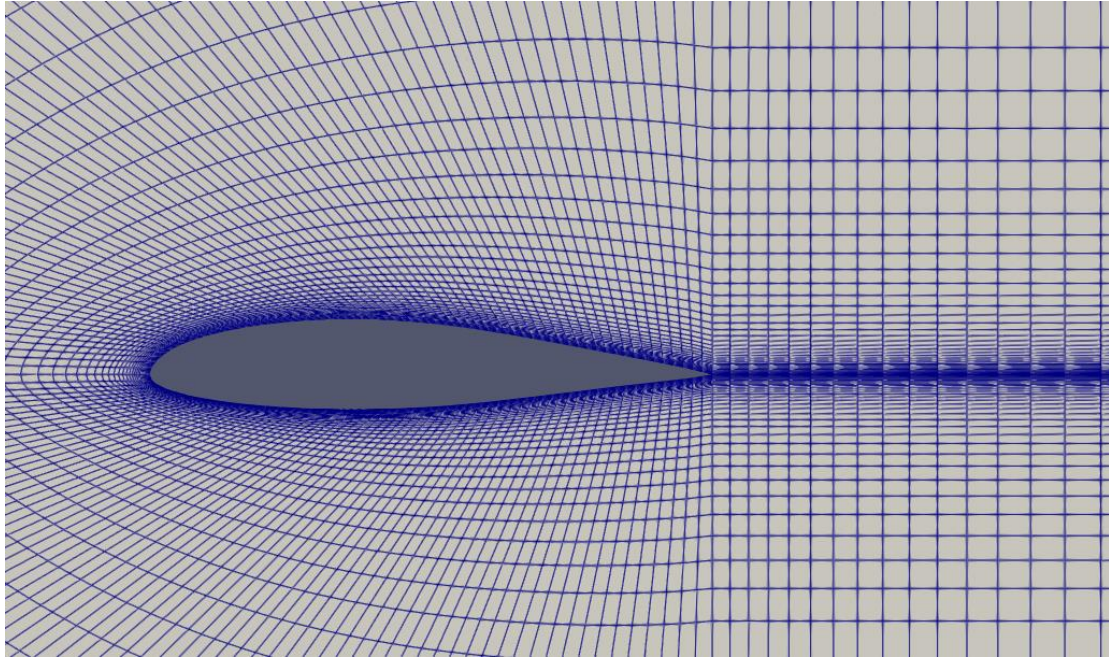
4. Από την ακμή εκφυγής και κατάντι της αεροτομής (το πλέγμα κάτω από τον ομόρρου που σχηματίζεται).

Η διαχωριστική γραμμή του ομόρρου έχει σχηματιστεί με γωνία 0° .



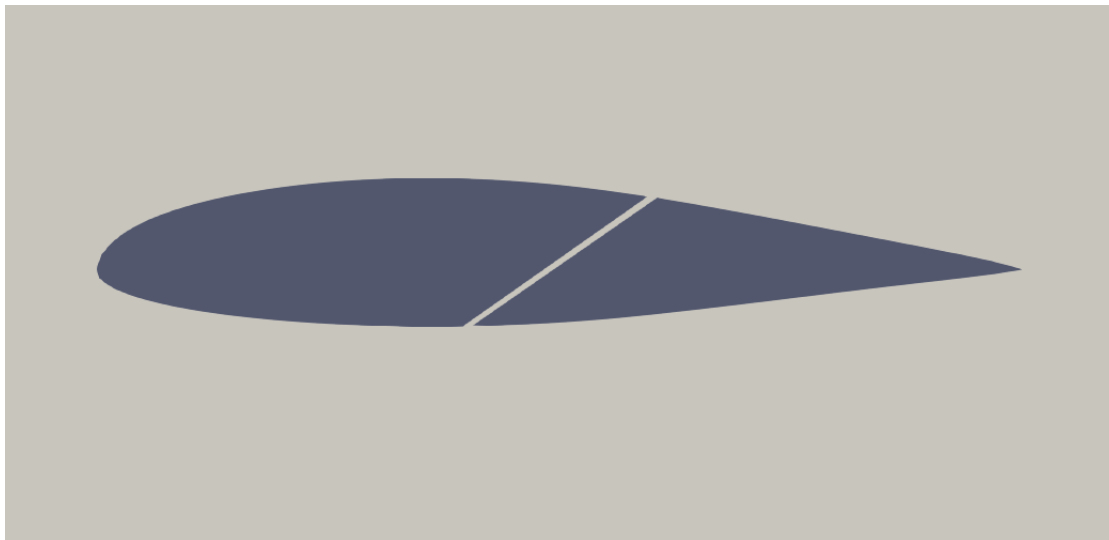
Σχήμα 4. Η αρίθμηση των επιμέρους πλεγμάτων

Στην περίπτωση που μελετάται, το πλέγμα εκτείνεται ανάντι, κατάντι πάνω και κάτω από την αεροτομή κατά 10 χορδές. Ο αριθμός των κελιών του πλέγματος είναι περίπου 24000. Κρατήθηκε σκόπιμα όσο χαμηλότερα ήταν δυνατό για λόγους μείωσης του υπολογιστικού κόστους, λόγω του μεγάλου αριθμού προσομοιώσεων που ακολουθούν.

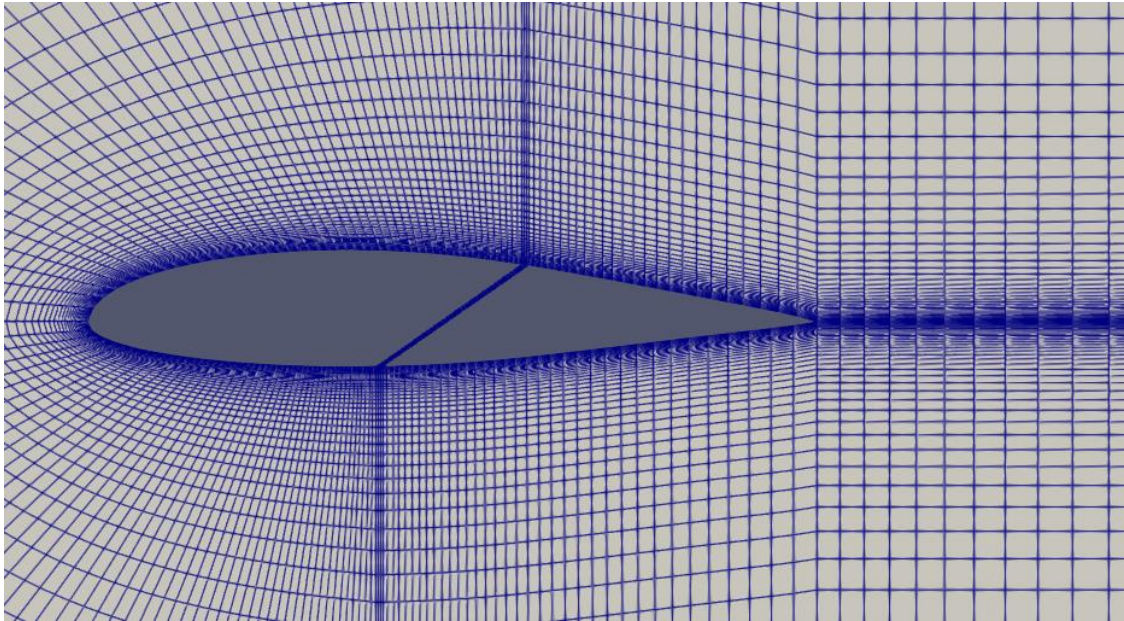


Σχήμα 5. Πλέγμα γύρω από την αεροτομή

Στο σχήμα 6 παρουσιάζεται η αεροτομή ενώ έχει δημιουργηθεί σχισμή, η οποία είναι ευθείας μορφής, εκτείνεται από την πλευρά υπερπίεσης της αεροτομής στην θέση $x/c=0.4$, μέχρι την πλευρά υποπίεσης στην θέση $x/c=0.6$, με πλάτος $x/c=0.01$. Η μορφή της σχισμής, η θέση της, το μήκος της καθώς και το πλάτος της, έχουν επιλεγεί εδώ αυθαίρετα.



Σχήμα 6. Αεροτομή με την αρχική (αυθαίρετα σχεδιασμένη με ευθείες γραμμές) σχισμή



Σχήμα 7. Πλέγμα γύρω από την αεροτομή και μέσα στη σχισμή

Στο σχήμα 7 παρουσιάζεται το πλέγμα της αεροτομής και το πλέγμα που έχει δημιουργηθεί μέσα στη σχισμή, όπου επίσης, επιλύονται οι εξισώσεις ροής.

3. Κεφάλαιο 3

Συνεχής Συζυγής Μέθοδος

3.1. Συζυγείς Εξισώσεις

Για τον υπολογισμό της παραγώγου της συνάρτησης-στόχου χρησιμοποιείται η συνεχής συζυγής μέθοδος. Δημιουργείται η επαυξημένη συνάρτηση-στόχος η οποία αποτελείται από τη συνάρτηση-στόχο και τα υπόλοιπα των συζυγών μεταβλητών πολλαπλασιασμένα με τις πρωτεύουσες εξισώσεις, ολοκληρωμένα στο πεδίο ροής. Για τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας χρησιμοποιείται διατύπωση που οδηγεί σε παραγώγους της συνάρτησης-στόχου που περιέχουν μόνο επιφανειακά ολοκληρώματα (E-SI διατύπωση).

Η συνάρτηση-στόχος είναι ο λόγος άνωσης προς αντίσταση και είναι ίση με:

$$F = \frac{\int_S (p\delta_j^i - \tau_{ij})n_j r_{i1} dS}{\int_S (p\delta_j^i - \tau_{ij})n_j r_{i2} dS} = \frac{\int_S F_i^1 n_j dS}{\int_S F_i^2 n_j dS} = \frac{F^1}{F^2} \quad (3.1)$$

όπου r_{i1} είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στην κατεύθυνση της επ' άπειρο ροής (προς την αναμενόμενη κατεύθυνση της άνωσης) και r_{i2} είναι ένα άλλο μοναδιαίο διάνυσμα παράλληλο στην επ' άπειρο ροή.

Η επαυξημένη συνάρτηση-στόχος είναι ίση με:

$$F_{aug} = F + \int_{\Omega} u_i R_i^y d\Omega + \int_{\Omega} q R^p d\Omega + \int_{\Omega} \tilde{v}_a R^{\tilde{v}} d\Omega + \int_{\Omega} \Delta_a R^A d\Omega \quad (3.2)$$

όπου u_i η συζυγής ταχύτητα, q η συζυγής πίεσης, \tilde{v}_a η συζυγής μεταβλητή του μοντέλου τύρβης και Δ_a η συζυγής απόσταση.

Παραγωγίζοντας την επαυξημένη συνάρτηση [3.2](#) ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού b_n προκύπτει η εξίσωση [3.3](#)

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = & \frac{\delta F}{\delta b_n} + \frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} u_i R_i^v d\Omega + \frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} q R^p d\Omega + \frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} \tilde{v}_a R^{\tilde{v}} d\Omega \\ & + \frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} \Delta_a R^{\Delta} d\Omega \end{aligned} \quad (3.3)$$

Σύμφωνα με το θεώρημα του Leibniz, όπως παρουσιάζεται στην εξίσωση [3.4](#), ισχύει

$$\frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} F(x, t) d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial F(x, t)}{\partial b_n} d\Omega + \int_S \frac{\delta x}{\delta b_n} F(x, t) \vec{n} dS \quad (3.4)$$

Χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Leibniz, η εξίσωση [3.3](#) γίνεται

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = & \frac{\delta F}{\delta b_n} + \int_{\Omega} u_i \frac{\partial R_i^v}{\partial b_n} d\Omega + \int_{\Omega} q \frac{\partial R^p}{\partial b_n} d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \tilde{v}_a \frac{\partial R^{\tilde{v}}}{\partial b_n} d\Omega + \int_{\Omega} \Delta_a \frac{\partial R^{\Delta}}{\partial b_n} d\Omega \\ & + \int_{S_w} (u_i R_i^v + q R^p + \tilde{v}_a R^{\tilde{v}} + \Delta_a R^{\Delta}) n_k \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS \end{aligned} \quad (3.5)$$

Αρχικά, αναλύεται ο όρος $\frac{\delta F}{\delta b_n}$ ο οποίος είναι ίσος με

$$\frac{\delta F}{\delta b_n} = \frac{\int_S F_i^2 n_i dS \cdot \frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_i^1 n_i dS - \int_S F_i^1 n_i dS \cdot \frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_i^2 n_i dS}{\left(\int_S F_i^2 n_i dS \right)^2} \quad (3.6)$$

Ο όρος $\frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_i^1 n_i dS$ ισούται με

$$\frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_i^1 n_i dS = \int_S \frac{\delta F_i^1}{\delta b_n} n_i dS + \int_{S_w} F_i^1 \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{S_w} F_i^1 n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \quad (3.7)$$

όπου ο όρος $\int_S \frac{\delta F_i^1}{\delta b_n} n_i dS$ ισούται με

$$\int_S \frac{\delta F_i^1}{\delta b_n} n_i dS = \int_S \frac{\partial F_i^1}{\partial b_n} n_i dS + \int_{S_w} n_i \frac{\partial F_i^1}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \quad (3.8)$$

όπου ο όρος $\int_S \frac{\partial F_i^1}{\partial b_n} n_i dS$ αναπτύσσεται με τον κανόνα της αλυσίδας,

$$\int_S \frac{\partial F_i^1}{\partial b_n} n_i dS = \int_S \frac{\partial F_i^1}{\partial v_k} n_i \frac{\partial v_k}{\partial b_n} dS + \int_S \frac{\partial F_i^1}{\partial p} n_i \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \int_S \frac{\partial F_i^1}{\partial \tau_{kj}} n_i \frac{\partial \tau_{kj}}{\partial b_n} dS \quad (3.9)$$

Τελικά, η εξίσωση [3.7](#) με χρήση των εξισώσεων [3.8](#) και [3.9](#), ισούται με

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_i^1 n_i dS &= \int_S \frac{\partial F_i^1}{\partial v_k} n_i \frac{\partial v_k}{\partial b_n} dS + \int_S \frac{\partial F_i^1}{\partial p} n_i \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \\ &\int_S \frac{\partial F_i^1}{\partial \tau_{kj}} n_i \frac{\partial \tau_{kj}}{\partial b_n} dS + \int_{S_w} n_i \frac{\partial F_i^1}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_k dS \\ &+ \int_{S_w} F_i^1 \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{S_w} F_i^1 n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Η εξίσωση [3.10](#) ισχύει και για τον όρο $\frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_i^2 n_i dS$, αν αντικατασταθεί όπου F_i^1 το F_i^2 .

Άρα η εξίσωση [3.6](#) ισούται με

$$\begin{aligned} \frac{\delta F}{\delta b_n} &= \int_S \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial v_k} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial v_k} n_i}{(F^2)^2} \right] \frac{\partial v_k}{\partial b_n} dS \\ &+ \int_S \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial p} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial p} n_i}{(F^2)^2} \right] \frac{\partial p}{\partial b_n} dS \\ &+ \int_S \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial \tau_{kj}} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial \tau_{kj}} n_i}{(F^2)^2} \right] \frac{\partial \tau_{kj}}{\partial b_n} dS \\ &+ \int_{S_w} \left[\frac{F^2 n_i \frac{\partial F_i^1}{\partial x_m} n_m n_k - F^1 n_i \frac{\partial F_i^2}{\partial x_m} n_m n_k}{(F^2)^2} \right] \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS \\ &+ \int_{S_w} \left[\frac{F^2 F_i^1 - F^1 F_i^2}{(F^2)^2} \right] \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS \\ &+ \int_{S_w} \left[\frac{F^2 F_i^1 n_i - F^1 F_i^2 n_i}{(F^2)^2} \right] \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Στη συνέχεια παραγωγίζονται οι εξισώσεις συνέχειας [2.1](#), ορμής [2.2](#), Jacobi-Hamilton [2.3](#) και του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras [2.17](#) ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού b_n και τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στις εξισώσεις [3.12](#) έως [3.15](#). Χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Green-Gauss αναπτύσσονται τα ολοκληρώματα

$$\int_{\Omega} q \frac{\partial R^p}{\partial b_n} d\Omega, \int_{\Omega} u_i \frac{\partial R_i^v}{\partial b_n} d\Omega, \int_{\Omega} \tilde{v}_a \frac{\partial R^{\tilde{v}}}{\partial b_n} d\Omega \text{ και } \int_{\Omega} \Delta_a \frac{\partial R^{\Delta}}{\partial b_n} d\Omega.$$

$$\frac{\partial R^p}{\partial b_n} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_j}{\partial b_n} \right) = 0 \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_i^v}{\partial b_n} = & \frac{\partial v_j}{\partial b_n} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + v_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial b_n} \right) - \left[(v + v_t) \frac{\partial}{\partial b_n} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial (v + v_t)}{\partial b_n} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial p}{\partial b_n} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R^{\tilde{v}}}{\partial b_n} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tilde{v} \frac{\partial v_j}{\partial b_n} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(v_j \frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n} \right] \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial \left(v + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right)}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n} \right] - 2 \frac{C_{b2}}{\sigma} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n} \right) \\ & - \tilde{v} \frac{\partial P}{\partial b_n} + \tilde{v} \frac{\partial D}{\partial b_n} - P \frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n} + D \frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n} = 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial R^{\Delta}}{\partial b_n} = 2 \frac{\partial \Delta}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \Delta}{\partial b_n} \right) \quad (3.15)$$

Συνολικά η εξίσωση [3.3](#) με χρήση των εξισώσεων [3.11](#) έως [3.15](#) ξαναγράφεται ως

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = & \int_S \left[u_i v_i n_j + (v + v_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i \right. \\
& + \tilde{v}_a \tilde{v} \frac{C_Y}{Y} e_{mjk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} e_{mli} n_l \\
& \left. + \frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial v_k} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial v_k} n_i}{(F^2)^2} \right] \frac{\partial v_k}{\partial b_n} dS \\
& + \int_S \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial p} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial p} n_i}{(F^2)^2} - u_j n_j \right] \frac{\partial p}{\partial b_n} dS \\
& + \int_S \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial \tau_{kj}} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial \tau_{kj}} n_i}{(F^2)^2} - u_i n_j \right] \frac{\partial \tau_{kj}}{\partial b_n} dS \\
& + \int_{S_w} \left[\frac{F^2 n_i \frac{\partial F_i^1}{\partial x_m} n_m n_k - F^1 n_i \frac{\partial F_i^2}{\partial x_m} n_m n_k}{(F^2)^2} \right] \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS \\
& + \int_{S_w} \left[\frac{F^2 F_i^1 - F^1 F_i^2}{(F^2)^2} \right] \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS \\
& + \int_{S_w} \left[\frac{F^2 F_i^1 n_i - F^1 F_i^2 n_i}{(F^2)^2} \right] \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \\
& + \int_S \left[\tilde{v}_a v_i n_j + \left(v + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right) \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_j} n_j \right. \\
& \left. - \frac{\tilde{v}_a}{\sigma} (1 + 2C_{b2}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} n_j \right] \frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n} dS \\
& - \int_S \tilde{v}_a \left(v + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right) \frac{\partial}{\partial b_n} \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right) n_j dS + \int_{\Omega} R_i^u \frac{\partial v_i}{\partial b_n} d\Omega \\
& + \int_{\Omega} R^p \frac{\partial p}{\partial b_n} d\Omega + \int_{\Omega} R^{\tilde{v}_a} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n} d\Omega \\
& + \int_{S_w} (u_i R_i^v + q R^p + \tilde{v}_a R^{\tilde{v}}) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \\
& + \int_{\Omega} \left[-2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Delta_{\alpha} \frac{\partial \Delta}{\partial x_j} \right) + \tilde{v}_a \tilde{v} C_{\Delta} \right] \frac{\partial \Delta}{\partial b_n} d\Omega
\end{aligned} \tag{3.16}$$

όπου

$$C_{\Delta} = -\frac{2}{\Delta^3} \left[c_{w1} r C \left(\Delta^2 - \frac{f_{v2} \tilde{v}}{\Delta^2 \kappa^2} \right) + c_{w1} f_w \tilde{v} - c_{b1} \frac{f_{v2}}{\kappa^2} \tilde{v} \right] \tag{3.17}$$

Στην εξίσωση [3.17](#), μηδενίζοντας τα χωρικά ολοκληρώματα και περιέχουν τους όρους $\frac{\partial v_i}{\partial b_n}, \frac{\partial p}{\partial b_n}, \frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n}, \frac{\partial \Delta}{\partial b_n}$, προκύπτουν οι συζυγείς πεδιακές εξισώσεις, οι οποίες παρουσιάζονται στις εξισώσεις [3.18](#), [3.19](#), [3.20](#) και [3.21](#).

$$R^q = -\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \quad (3.18)$$

$$R_i^u = u_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial (v_j u_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + v_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial q}{\partial x_i} + \tilde{v}_a \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\tilde{v}_a \tilde{v} \frac{C_Y}{Y} e_{mjk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} e_{mli} \right) = 0 \quad (3.19)$$

$$R^{\tilde{v}_a} = \frac{\partial (v_j \tilde{v}_a)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right) \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_j} + 2 \frac{C_{b2}}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tilde{v}_a \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right) + \tilde{v}_a \tilde{v} C_{\tilde{v}} + \frac{\partial v_t}{\partial \tilde{v}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + (-P + D) \tilde{v}_a = 0 \quad (3.20)$$

$$R^{\Delta_\alpha} = -2 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Delta_\alpha \frac{\partial \Delta}{\partial x_j} \right) + \tilde{v}_a \tilde{v} C_\Delta = 0 \quad (3.21)$$

Οι όροι που απομένουν είναι

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = & \int_S \left[u_i v_i n_j + (v + v_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i \right. \\
& + \tilde{v}_a \tilde{v} \frac{C_Y}{Y} e_{mjk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} e_{mli} n_l \\
& \left. + \frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial v_k} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial v_k} n_i}{(F^2)^2} \right] \frac{\partial v_k}{\partial b_n} dS \\
& + \int_S \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial p} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial p} n_i}{(F^2)^2} - u_j n_j \right] \frac{\partial p}{\partial b_n} dS \\
& + \int_S \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial \tau_{kj}} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial \tau_{kj}} n_i}{(F^2)^2} - u_i n_j \right] \frac{\partial \tau_{kj}}{\partial b_n} dS \\
& + \int_S \left[\tilde{v}_a v_i n_j + \left(v + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right) \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_j} n_j \right. \\
& \left. - \frac{\tilde{v}_a}{\sigma} (1 + 2C_{b2}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} n_j \right] \frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n} dS \\
& - \int_S \tilde{v}_a \left(v + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right) \frac{\partial}{\partial b_n} \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right) n_j dS \\
& + \int_{S_w} \left[\frac{F^2 n_i \frac{\partial F_i^1}{\partial x_m} n_m n_k - F^1 n_i \frac{\partial F_i^2}{\partial x_m} n_m n_k}{(F^2)^2} \right] \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS \\
& + \int_{S_w} \left[\frac{F^2 F_i^1 - F^1 F_i^2}{(F^2)^2} \right] \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS \\
& + \int_{S_w} \left[\frac{F^2 F_i^1 n_i - F^1 F_i^2 n_i}{(F^2)^2} \right] \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \\
& + \int_{S_w} (u_i R_i^v + q R^p + \tilde{v}_a R^{\tilde{v}} + \Delta_a R^\Delta) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \\
& + \int_{S_w} -2\Delta_a \frac{\partial \Delta}{\partial x_j} \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_j \frac{\partial \Delta}{\partial x_m} n_k \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS
\end{aligned} \tag{3.22}$$

3.2. Οριακές Συνθήκες Συζυγούς Προβλήματος

Για τον ορισμό των συζυγών οριακών συνθηκών, μηδενίζονται τα επιφανειακά ολοκληρώματα της εξίσωσης [3.22](#), που εμπεριέχουν τους όρους $\frac{\partial v_i}{\partial b_n}$, $\frac{\partial p}{\partial b_n}$, $\frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n}$, $\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial b_n}$.

1. Επιφάνεια εισόδου της ροής

Στην επιφάνεια στην οποία εισέρχεται η ροή, έχει εφαρμοστεί συνθήκη Dirichlet για την ταχύτητα και συνθήκη Neumann μηδενικής τιμής για την πίεση. Άρα ισχύει $\frac{\delta v_i}{\delta b_n} = 0$, οπότε απαλείφεται το πρώτο ολοκλήρωμα.

Μηδενίζοντας το δεύτερο και το τρίτο ολοκληρώματα που περιέχουν τους όρους $\frac{\partial p}{\partial b_n}$, $\frac{\partial \tau_{kj}}{\partial b_n}$, ισχύει

$$-u_j n_j = u_{(n)} = \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial p} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial p} n_i}{(F^2)^2} \right] \quad (3.23)$$

$$u_{(t)}^I = \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial \tau_{kj}} n_k t_i^I n_j - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial \tau_{kj}} n_k t_j^I n_i}{(F^2)^2} \right] \quad (3.24)$$

$$u_{(t)}^{II} = \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial \tau_{kj}} n_k t_i^{II} n_j - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial \tau_{kj}} n_k t_j^{II} n_i}{(F^2)^2} \right] \quad (3.25)$$

όπου t_i^I, t_i^{II} οι συνιστώσες του μοναδιαίου διανύσματος, επαπτόμενου στην επιφάνεια και $u_{(t)}^I, u_{(t)}^{II}$ οι συνιστώσες της συζυγούς ταχύτητας στις παραπάνω κατευθύνσεις. Επειδή η συνάρτηση-στόχος δεν ορίζεται στην επιφάνεια εισόδου της ροής αλλά στο περίγραμμα της αεροτομής, τότε ισχύει $u_i = 0, i = 1, 2$.

Σχετικά με τη συζυγή μεταβλητή του μοντέλου Spallart-Allmaras \tilde{v}_a , για να είναι η εξίσωση 3.22 ανεξάρτητη του όρου $\frac{\partial}{\partial b_n} \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right) n_j$, μηδενίζεται το τέταρτο ολοκλήρωμα ορίζοντας μηδενική συνθήκη Dirichlet.

Για τη συζυγή πίεση q ορίσθηκε συνθήκη Neumann μηδενικής τιμής.

2. Επιφάνεια εξόδου της ροής

Στην επιφάνεια από την οποία εξέρχεται η ροή, έχει εφαρμοστεί συνθήκη Neumann μηδενικής τιμής για την ταχύτητα και την μεταβλητή του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras \tilde{v} και συνθήκη Dirichlet μηδενικής τιμής για την πίεση. Η πίεση είναι

σταθερή και δεν εξαρτάται από τις μεταβλητές σχεδιασμού, δηλαδή ισχύει $\frac{\partial p}{\partial b_n} = 0$ και μηδενίζεται το δεύτερο ολοκλήρωμα της εξίσωσης [3.22](#).

Για να μηδενιστεί το πρώτο ολοκλήρωμα της εξίσωσης [3.22](#), τότε ισχύει η εξίσωση [3.26](#)

$$\begin{aligned}
 & u_i v_j n_j + (v + v_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i \\
 & + \tilde{v}_a \tilde{v} \frac{C_Y}{Y} e_{mjk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} e_{mli} \frac{\partial v_k}{\partial x_j} e_{mli} n_i \\
 & + \frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial v_k} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial v_k} n_i}{(F^2)^2} = 0
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

Για τον υπολογισμό της κάθετης συνιστώσας της συζυγούς ταχύτητας, γίνεται προεκβολή (extrapolation) από το εσωτερικό του κελιού, οπότε πολλαπλασιάζοντας την εξίσωση [3.26](#) με το κάθετο στην επιφάνεια μοναδιαίο διάνυσμα, η συζυγής πίεση ισούται με

$$\begin{aligned}
 q = & u_{\langle n \rangle} v_{\langle n \rangle} + 2(v + v_t) \left(\frac{\partial u_{\langle n \rangle}}{\partial n} \right) n_i n_k + \tilde{v}_a \tilde{v} \frac{C_Y}{Y} e_{mjk} \frac{\partial v_k}{\partial x_j} e_{mli} n_i \\
 & + \frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial v_k} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial v_k} n_i}{(F^2)^2} n_i
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Για τον υπολογισμό της εφαπτομενικής συζυγούς ταχύτητας πολλαπλασιάζεται η εξίσωση [3.26](#) με το εφαπτόμενο στην επιφάνεια μοναδιαίο διάνυσμα, οπότε προκύπτει

$$\begin{aligned}
 & u_t^l v_n + 2(v + v_t) \left(\frac{\partial u_{\langle t \rangle}^l}{\partial n} + \frac{\partial u_{\langle n \rangle}}{\partial t_i^l} \right) - \tilde{v}_a \tilde{v} \frac{C_Y}{Y} e_{mjk} \frac{\partial v_k}{\partial x_j} e_{mzi} n_z t_i^l \\
 & + \frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial v_k} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial v_k} n_i}{(F^2)^2} n_k t_i^l = 0, l = 1, 2
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

Για την κάθετη συνιστώσα της συζυγούς ταχύτητας τίθεται συνθήκη Dirichlet μηδενικής τιμής.

Τέλος, μηδενίζεται το τέταρτο ολοκλήρωμα, οπότε προκύπτει η οριακή συνθήκη για το \tilde{v}_a

$$\tilde{v}_a v_i n_j \left(v + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right) \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_j} n_j - \frac{\tilde{v}_a}{\sigma} (1 + 2C_{b2}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} n_j = 0 \quad (3.29)$$

3. Στερεά Τοιχώματα (Τοιχώματα Αεροτομής)

Στο περίγραμμα της αεροτομής ισχύει $\frac{\delta v_i}{\delta b_n} = v_i = 0$. Η γεωμετρία της αεροτομής αλλάζει, οπότε ισχύει $\frac{\delta x_k}{\delta b_n} \neq 0$, συνεπώς ισχύει

$$\frac{\partial v_i}{\partial b_n} = - \frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m \quad (3.30)$$

Άρα το πρώτο ολοκλήρωμα ισούται με

$$\begin{aligned} & \int_{S_W} \left[u_i u_{\langle n \rangle} + (v + v_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i \right. \\ & \quad + \tilde{v}_a \tilde{v} \frac{C_Y}{Y} e_{mjk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} e_{mli} \frac{\partial v_k}{\partial x_j} e_{mli} n_l \\ & \quad \left. + \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial v_k} n_i - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial v_k} n_i dS}{(F^2)^2} \right] \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS \right] \\ & = \int_{S_W} \left[u_i u_{\langle n \rangle} + (v + v_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i \right. \\ & \quad + \tilde{v}_a \tilde{v} \frac{C_Y}{Y} e_{mjk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} e_{mli} \frac{\partial v_k}{\partial x_j} e_{mli} n_l \\ & \quad \left. + \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial v_k} n_i dS - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial v_k} n_i \right] \left(- \frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m \right) dS \right] \end{aligned} \quad (3.31)$$

Επίσης, στην αεροτομή ισχύει $\frac{\delta \tilde{v}}{\delta b_n} = \tilde{v} = 0$. Αντίστοιχη έκφραση της εξίσωση [3.30](#),

ισχύει για την παράγωγο της μεταβλητής του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras, \tilde{v}

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n} = - \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m \quad (3.32)$$

Οπότε το τέταρτο ολοκλήρωμα είναι ίσο με

$$\begin{aligned}
& \int_{S_W} \left[\tilde{v}_a v_i n_j + \left(v + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right) \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_j} n_j - \frac{\tilde{v}_a}{\sigma} (1 + 2C_{b2}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} n_j \right] \frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n} dS \\
&= \int_{S_W} \left[\tilde{v}_a v_i n_j + \left(v + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right) \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_j} n_j \right. \\
&\quad \left. - \frac{\tilde{v}_a}{\sigma} (1 + 2C_{b2}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} n_j \right] \left(-\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m \right) dS
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Για το δεύτερο και τρίτο ολοκλήρωμα ισχύει

$$u_{(n)} = \left[\frac{F_w^2 \frac{\partial F_{w,i}^1}{\partial p} n_i - F_w^1 \frac{\partial F_{w,i}^2}{\partial p} n_i}{(F^2)^2} \right] \tag{3.34}$$

$$u_{(t)}^I = \left[\frac{F_w^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial \tau_{kj}} n_k t_j^I n_i - F_w^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial \tau_{kj}} n_k t_j^I n_i}{(F^2)^2} \right] \tag{3.35}$$

$$u_{(t)}^{II} = \left[\frac{F_w^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial \tau_{kj}} n_k t_i^{II} n_i - F_w^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial \tau_{kj}} n_k t_j^{II} n_i}{(F^2)^2} \right] \tag{3.36}$$

Για τη συζυγή μεταβλητή του μοντέλου τύρβης \tilde{v}_a ορίζεται μηδενική συνθήκη Dirichlet, οπότε μηδενίζεται το πέμπτο ολοκλήρωμα της εξίσωσης [3.22](#). Για τη συζυγή πίεση ορίστηκε συνθήκη Neumann μηδενικής τιμής.

3.3. Παράγωγοι ευαισθησίας

Με αντικατάσταση στην εξίσωση [3.22](#) των εξισώσεων [3.23](#) έως [3.36](#) και με βάση τις οριακές συνθήκες που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο [3.2](#), προκύπτουν οι παράγωγοι ευαισθησίας

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = & \int_{S_w} \left[(v + v_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i \right. \\
& + \left. \left[\frac{F^2 \frac{\partial F_i^1}{\partial v_k} n_i dS - F^1 \frac{\partial F_i^2}{\partial v_k} n_i}{(F^2)^2} \right] \left(-\frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m \right) dS \right. \\
& + \int_{S_w} \left[\left(v + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right) \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_j} n_j \right] \left(-\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m \right) dS \\
& + \int_{S_w} \left[\frac{F^2 n_i \frac{\partial F_i^1}{\partial x_m} n_m n_k - F^1 n_i \frac{\partial F_i^2}{\partial x_m} n_m n_k}{(F^2)^2} \right] \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS \quad (3.37) \\
& + \int_{S_w} \left[\frac{F^2 F_i^1 - F^1 F_i^2}{(F^2)^2} \right] \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS \\
& + \int_{S_w} \left[\frac{F^2 F_i^1 n_i - F^1 F_i^2 n_i}{(F^2)^2} \right] \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \\
& + \int_{S_w} (u_i R_i^v + q R^p + \tilde{v}_a R^{\tilde{v}} + \Delta_a R^\Delta) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \\
& + \int_{S_w} -2 \Delta_a \frac{\partial \Delta}{\partial x_j} \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_j \frac{\partial \Delta}{\partial x_m} n_k \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS
\end{aligned}$$

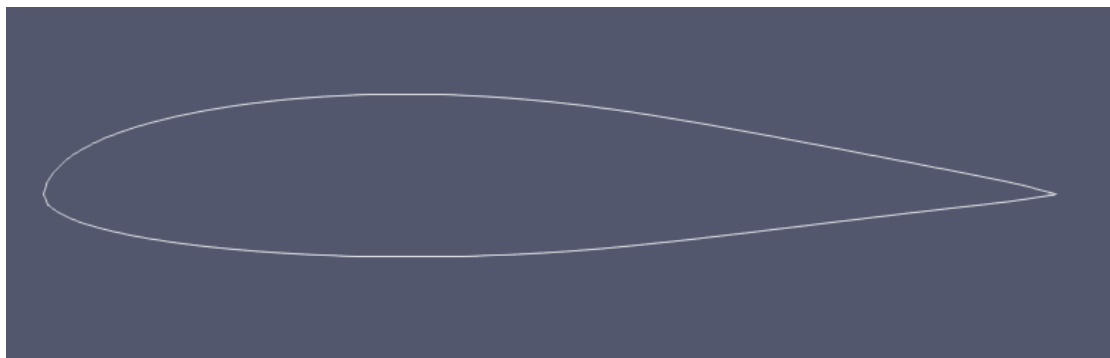
4. Κεφάλαιο 4

Υπολογισμός αεροδυναμικών συντελεστών στην αεροτομή S8036

4.1. Η Αεροτομή S8036

Στη μεταπτυχιακή αυτή εργασία για τις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν χρησιμοποιήθηκε η αεροτομή S8036 [6]. Αυτή σχεδιάστηκε με σκοπό να χρησιμοποιηθεί στο αεροσκάφος Top Flite P-47 ως η ρίζα της πτέρυγας με δύο χαρακτηριστικές απαιτήσεις. Η πρώτη απαίτηση είναι ότι το πάχος της αεροτομής πρέπει να είναι το 16% της χορδής της αεροτομής, και η δεύτερη το να μπορεί να προκαλεί ήπια απώλεια στήριξης. Οι συντεταγμένες των σημείων της αεροτομής παρουσιάζονται στο [6] και το περίγραμμα της αεροτομής παρουσιάζεται στο σχήμα 8.

Η χορδή της αεροτομής είναι 0.3048m (12 inches).



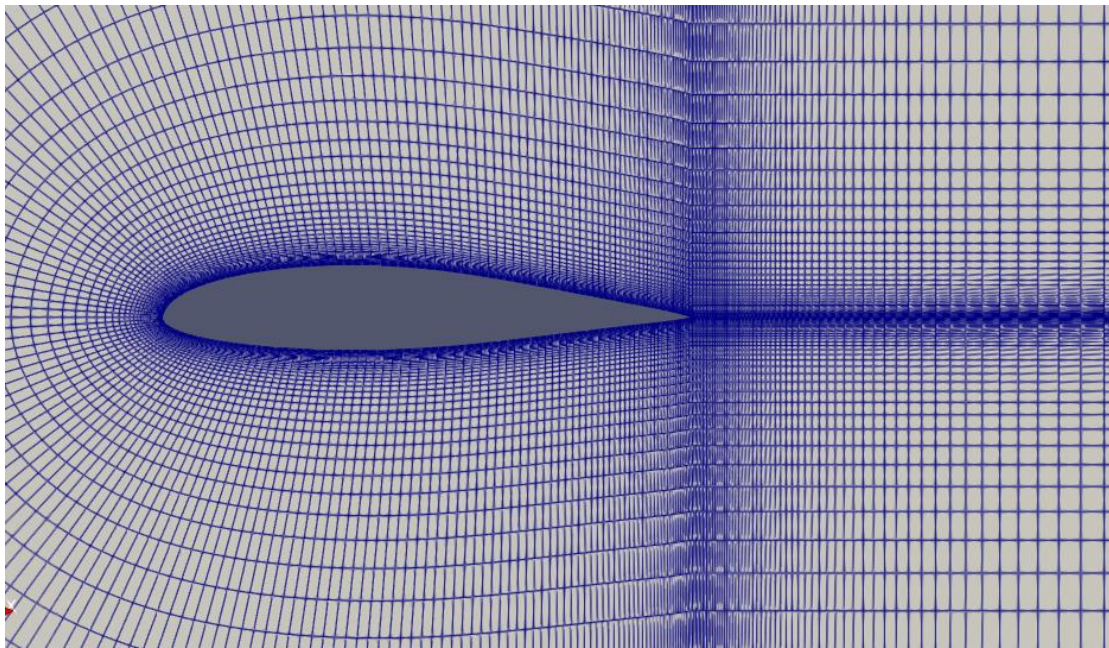
Σχήμα 8. Το περίγραμμα της αεροτομής S8036

4.2. Ροή γύρω από την αεροτομή S8036

Στο πλαίσιο της πιστοποίησης του προβλήματος, επιλύθηκε η ροή γύρω από την αεροτομή S8036 με σκοπό τον υπολογισμό των συντελεστών άνωσης και αντίστασης, οι οποίοι συγκρίθηκαν με τις πειραματικές τιμές, όπως αυτές παρουσιάζονται στο [6].

Οι προσομοιώσεις που παρουσιάζονται σε αυτό το κεφάλαιο πραγματοποιήθηκαν με χρήση των λογισμικών OpenFOAM και PUMA [22], [23] και τριών μοντέλων τύρβης (Spalart-Allmaras, k- ω και k- ω (γ - Re_{θ})). Χρησιμοποιήθηκε το πλέγμα που δημιουργήθηκε με χρήση του blockMesh και παρουσιάζεται στο σχήμα 5 καθώς και ένα C-Type πλέγμα, το οποίο αποτελείται από 19800 κελιά και το οποίο δημιουργήθηκε με τη χρήση του πλεγματοποιητή Pointwise και παρουσιάζεται στο σχήμα 9.

Ο αριθμός Reynolds ήταν 402400 και η τιμή της ταχύτητας με χρήση του τύπου $Re = \frac{U_l}{\nu}$, ίση με $U_{\infty} = 19.8 \frac{m}{s}$.



Σχήμα 9. Πλέγμα με τη χρήση του Pointwise

Στους πίνακες 1 και 2 παρουσιάζονται οι τιμές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης για δυο τιμές γωνιών της επ' άπειρον ταχύτητας (α_{∞}) με χρήση τριών μοντέλων τύρβης (Spalart-Allmaras, k- ω και k- ω (γ - Re_{θ})) για δύο πλέγματα (G1 το πλέγμα που δημιουργήθηκε με χρήση του Pointwise (παρουσιάζεται στο σχήμα 9) και G2 το πλέγμα που δημιουργήθηκε με χρήση του blockMesh (παρουσιάζεται στο σχήμα 5)).

Συντελεστής Άνωσης (Cl)										
α_{∞} (°)	Spalart Allmaras			k- ω			k- ω (γ -Re $_{\theta}$)			Πείραμα [6]
	OF (G1)	OF (G2)	PUMA (G1)	OF (G1)	OF (G2)	PUMA (G1)	OF (G1)	OF (G2)	PUMA (G1)	
4.25	0.5775	0.604	0.602	0.5396	0.589	0.564	0.605	0.632	0.642	0.665
8.21	0.9438	0.921	0.961	0.8749	0.9062	0.930	0.954	0.975	1.0212	1.021

Πίνακας 1. Συντελεστής άνωσης συναρτήσει γωνίας πρόσπτωσης

Συντελεστής Αντίστασης (Cd)										
α_{∞} (°)	Spalart Allmaras			k- ω			k- ω (γ -Re $_{\theta}$)			Πείραμα [6]
	OF (G1)	OF (G2)	PUMA (G1)	OF (G1)	OF (G2)	PUMA (G1)	OF (G1)	OF (G2)	PUMA (G1)	
4.25	0.0177	0.0184	0.0193	0.0183	0.0193	0.0184	0.0122	0.0131	0.013	0.012
8.21	0.0245	0.0252	0.0266	0.0256	0.0269	0.0257	0.020	0.0206	0.0187	0.0154

Πίνακας 2. Συντελεστής αντίστασης συναρτήσει γωνίας πρόσπτωσης

Οι τιμές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης που υπολογίζονται με χρήση των δύο λογισμικών για το ίδιο πλέγμα όπως και οι τιμές των συντελεστών που υπολογίζονται με χρήση του λογισμικού OpenFOAM για τα δύο διαφορετικά πλέγματα διαφέρουν μεταξύ τους, παρόλο που οι διαφορές αυτές είναι μικρές.

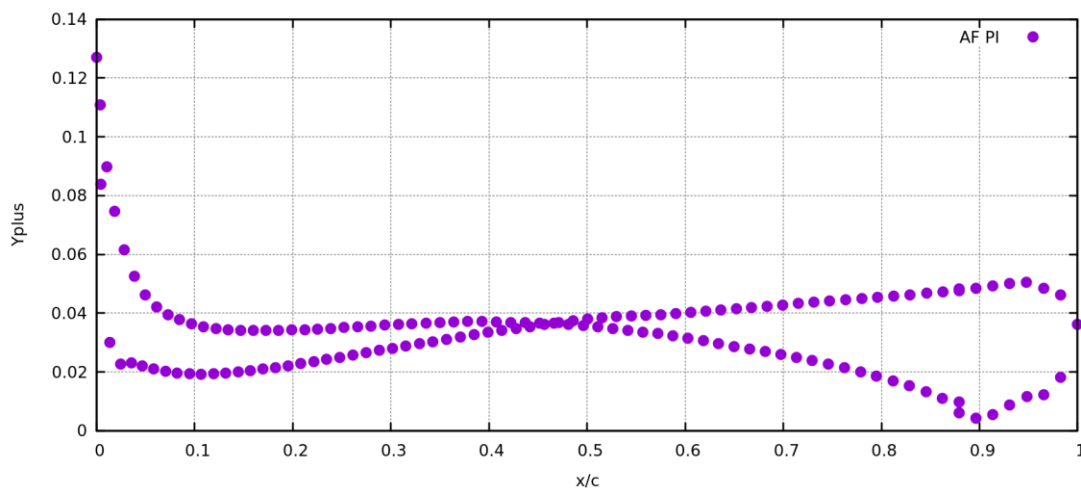
Με τη χρήση του μοντέλου τύρβης k- ω με γ -Re $_{\theta}$ μοντέλο μετάβασης, οι συντελεστές που υπολογίζονται είναι πιο κοντά στις πειραματικές τιμές [6] συγκριτικά με τα άλλα δύο μοντέλα τύρβης και για τα δύο λογισμικά. Όμως, η τιμή του συντελεστή αντίστασης για $\alpha_{\infty} = 8.21^{\circ}$, είναι μεγαλύτερη περίπου 25% από την πειραματική τιμή παρά τη χρήση του μοντέλου μετάβασης.

Στον πίνακα 3 παρουσιάζονται οι χρόνοι σύγκλισης των εξισώσεων με χρήση OpenFOAM και με χρήση των τριών μοντέλων τύρβης, τα οποία έχουν εκτελεστεί σε δύο επεξεργαστές Intel® Core™ i7-7500 CPU @2.70GHz [29].

Γωνία πρόσπτωσης Μοντέλο τύρβης	$\alpha = 4.25^\circ$	$\alpha = 8.21^\circ$
	Clocktime (seconds)	Clocktime (seconds)
Spalart-Allmaras	5003	3863
k- ω	6028	4681
k- ω (γ -Re θ)	8580	6328

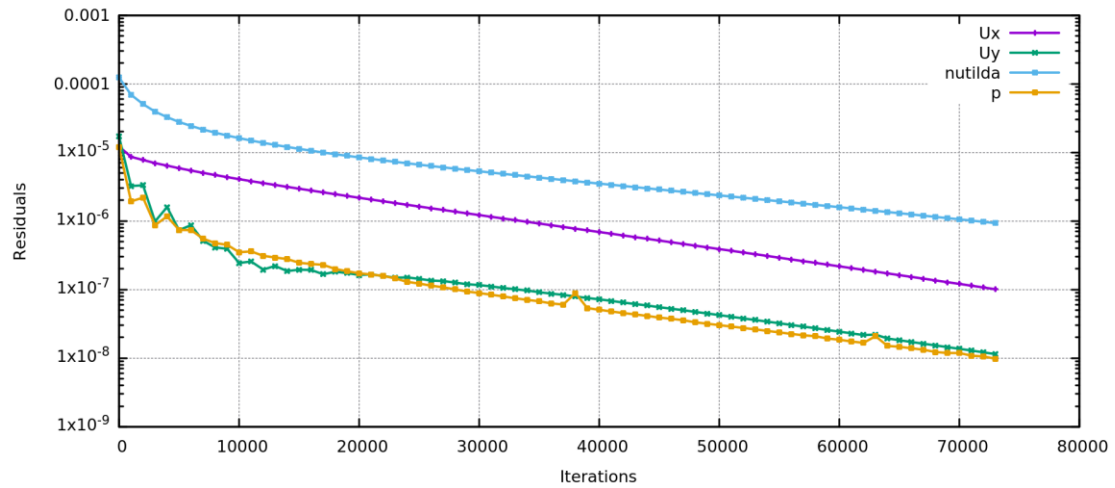
Πίνακας 3. Χρόνος σύγκλισης των εξισώσεων για $\alpha_\infty = 4.25^\circ$ και $\alpha_\infty = 8.21^\circ$, με χρήση OpenFOAM και πλέγμα G2

Παρατηρείται ότι οι εξισώσεις με χρήση του μοντέλου τύρβης k- ω με χρήση γ -Re θ μοντέλου μετάβασης, συγκλίνουν πιο αργά σε σχέση με τις εξισώσεις για τα άλλα δύο μοντέλα τύρβης. Επίσης, μάλλον απρόσμενα, παρατηρείται ότι ο χρόνος σύγκλισης των εξισώσεων είναι μικρότερος για ροή με $\alpha_\infty = 8.21^\circ$ συγκριτικά με αυτόν για $\alpha_\infty = 4.25^\circ$.



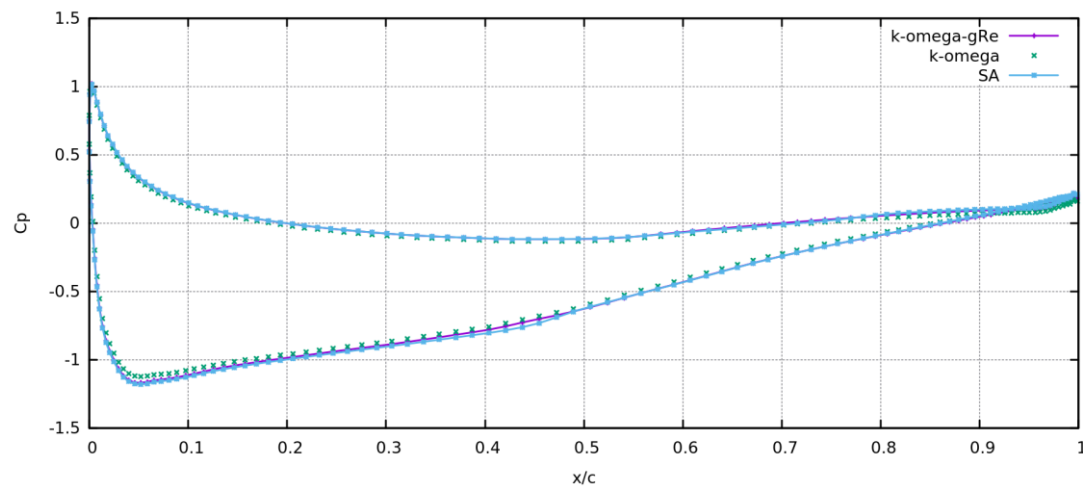
Σχήμα 10. Κατανομή y^+ με χρήση OpenFOAM και πλέγμα G2

Στο σχήμα 10 παρουσιάζεται η κατανομή του y^+ (με χρήση OpenFOAM και πλέγμα G2) στα βαρύκεντρα των πρώτων κόμβων γύρω από την αεροτομή.

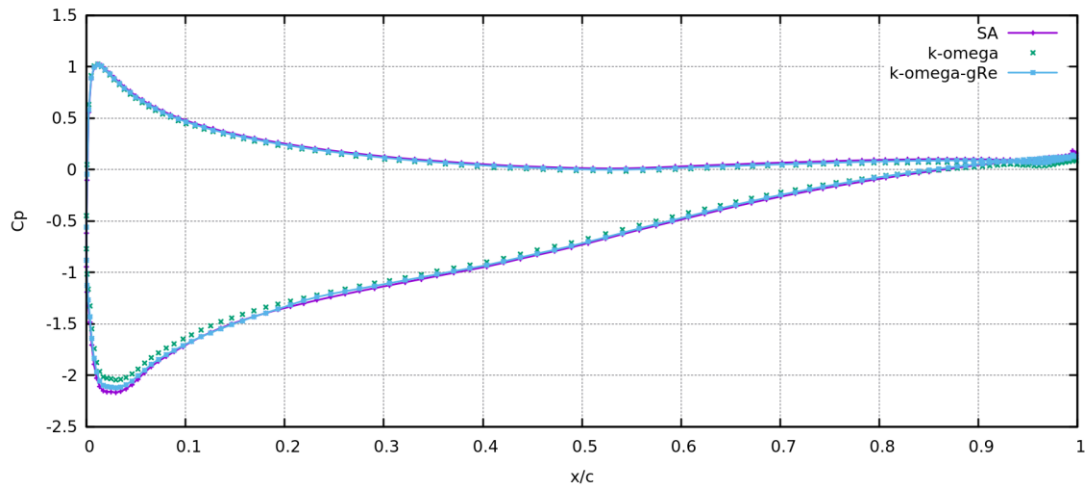


Σχήμα 11. Υπόλοιπα σύγκλισης τιμών, με χρήση OpenFOAM και πλέγμα G2 για $\alpha_{\infty} = 8.21^{\circ}$

Στο σχήμα 11 παρουσιάζεται η πορεία σύγκλισης των υπολοίπων των εξισώσεων μέσης ροής και του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras, για $\alpha_{\infty} = 8.21^{\circ}$.



Σχήμα 12. Κατανομή πίεσης για $\alpha_{\infty} = 4.25^{\circ}$, με χρήση OpenFOAM και πλέγμα G2



Σχήμα 13. Κατανομή πίεσης για $\alpha_\infty = 8.21^\circ$, με χρήση *OpenFOAM* και πλέγμα *G2*

Στα σχήματα 12 και 13 παρουσιάζονται οι κατανομές πίεσης γύρω από την εροτομή με χρήση τριών μοντέλων τύρβης για δύο γωνίες πρόσπτωσης. Οι διαφορές των μοντέλων τύρβης εντοπίζονται στην πίεση κοντά στην ακμή προσβολής ($x/c=0.05$) στην πλευρά υποπίεσης και στην πίεση κοντά στην ακμή εκφυγής ($x/c=0.95$).

5. Κεφάλαιο 5

Βελτιστοποίηση της μορφής της αεροτομής και των σχισμών

5.1. Εισαγωγή

Στη συνέχεια υπολογίζονται οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης της αεροτομής S8036 για δυο “μεγάλες” τιμές γωνιών της επ’ άπειρον ταχύτητας $\alpha_\infty = 10^\circ$ και $\alpha_\infty = 15^\circ$. Στις δύο αυτές γωνίες θα πραγματοποιηθούν οι βελτιστοποιήσεις της μορφής της σχισμής της αεροτομής, οι οποίες θα παρουσιασθούν παρακάτω.

Οι προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν και τα αποτελέσματα των οποίων παρουσιάζονται στους πίνακες 4 και 5 έγιναν με χρήση του λογισμικού OpenFOAM και τριών μοντέλων τύρβης (Spalart-Allmaras, k- ω και k- ω (γ - Re_θ)). Το πλέγμα που χρησιμοποιήθηκε είναι το G2.

Συντελεστής Άνωσης (Cl)				
α_∞ (°)	Spalart Allmaras	k- ω	k- ω (γ - Re_θ)	Πείραμα [6]
10	1.0629	1.0143	1.086	1.162
15	1.0735	1.197	1.24	

Πίνακας 4. Συντελεστές άνωσης συναρτήσει γωνίας πρόσπτωσης

Συντελεστής Αντίστασης (Cd)				
α_∞ (°)	Spalart Allmaras	k- ω	k- ω (γ - Re_θ)	Πείραμα [6]
10	0.03191	0.0309	0.0260	0.0213
15	0.08905	0.072	0.0556	

Πίνακας 5. Συντελεστές αντίστασης συναρτήσει γωνίας πρόσπτωσης

Παρατηρείται ότι με χρήση του μοντέλου τύρβης $k-\omega$ ($\gamma\text{-Re}\theta$) για $\alpha_\infty = 10^\circ$ οι τιμές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης πλησιάζουν περισσότερο τις πειραματικές τιμές [6]. Για $\alpha_\infty = 15^\circ$, οι τιμές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης διαφέρουν αρκετά με τη χρήση των τριών μοντέλων τύρβης. Ειδικότερα, η τιμή του συντελεστή αντίστασης για $\alpha_\infty = 10^\circ$, είναι μεγαλύτερη περίπου 50% από την πειραματική τιμή για τα μοντέλα τύρβης Spalart Allmaras και $k-\omega$.

Οι βελτιστοποιήσεις που πραγματοποιήθηκαν στη συνέχεια της εργασίας, και τα αποτελέσματά τους παρουσιάζονται παρακάτω σε αυτό το κεφάλαιο, έγιναν με χρήση του λογισμικού OpenFOAM και με μοντέλο τύρβης Spalart-Allmaras.

5.2. Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης

Για τη βελτιστοποίηση των μορφών της αεροτομής και της σχισμής πραγματοποιήθηκαν τα παρακάτω βήματα:

1. Ορίσθηκε το κουτί μορφοποίησης και παραμετροποιήθηκε η γεωμετρία της αεροτομής και της σχισμής, με ογκομετρικές καμπύλες B-Splines.
2. Επιλύθηκαν οι πρωτεύουσες εξισώσεις του προβλήματος, όπως αυτές παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 2.
3. Επιλύθηκαν οι συζυγείς πεδιακές εξισώσεις του προβλήματος, όπως αυτές παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 3.
4. Υπολογίσθηκαν οι παράγωγοι ευαισθησίας ως προς τα σημεία ελέγχου της γεωμετρίας $\frac{\delta F}{\delta b_i}$ με χρήση της E-SI συζυγούς διατύπωσης.
5. Ανανεώθηκαν οι μεταβλητές σχεδιασμού με χρήση της μεθόδου της απότομης καθόδου.

$$b_n|^{new} = b_n|^{old} - \eta \frac{\delta F}{\delta b_n}, \text{ όπου } \eta \text{ η τιμή του βήματος.}$$

6. Οι ανανεωμένες μεταβλητές σχεδιασμού άλλαξαν τη μορφή της αεροτομής και της σχισμής και αυτομάτως του πλέγματος γύρω από αυτές.
7. Για τη νέα γεωμετρία υπολογίσθηκε η τιμή της συνάρτησης-στόχου. Εάν το κριτήριο σύγκλισης που είχε τεθεί ικανοποιούταν τότε σταματούσε η βελτιστοποίηση, ενώ αν δεν ικανοποιούταν ακολουθούσαν η παραπάνω διαδικασία από το βήμα 2.

5.3. Ογκομετρικές καμπύλες B-Splines

Κατά την εκτέλεση του κύκλου βελτιστοποίησης ορίζονται τα σημεία ελέγχου, οι συντεταγμένες των οποίων θα ενεργήσουν ως μεταβλητές σχεδιασμού.

Έστω ότι $b_m^{ijk}, m \in [1,3], i \in [0,I], j \in [0,J], k \in [0,k]$ οι καρτεσιανές συντεταγμένες του ijk σημείου ελέγχου στο 3Δ πλέγμα. Τα I,J,K είναι ο αριθμός των σημείων ελέγχου (μείον 1) σε κάθε κατεύθυνση του πλέγματος. Οι καρτεσιανές συντεταγμένες $x = [x_1, x_2, x_3]^T = [x, y, z]^T$ ενός σημείου του πλέγματος δίνονται από την παρακάτω σχέση:

$$x_m(u, v, w) = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J \sum_{k=0}^K U_{i,pu}(u) V_{j,pv}(v) W_{k,pw}(w) b_m^{ijk} \quad (5.1)$$

όπου $u = [u_1, u_2, u_3]^T = [u, v, w]^T$ οι παραμετρικές συντεταγμένες του σημείου του πλέγματος, U,V,W είναι οι B-Splines συναρτήσεις βάσης και p_u, p_v, p_w οι βαθμοί τους, οι οποίοι μπορεί να διαφέρουν σε κάθε διεύθυνση του πλέγματος.

Έχοντας τις θέσεις των σημείων ελέγχου, τα διανύσματα των κόμβων και τους βαθμούς των συναρτήσεων βάσης οι παραμετρικές συντεταγμένες (u,v,w) ενός σημείου με καρτεσιανές συντεταγμένες $r = [x_r, y_r, z_r]$ μπορούν να υπολογιστούν λύνοντας το παρακάτω σύστημα εξισώσεων.

$$R(u, v, w) = \begin{cases} x(u, v, w) - x_r = 0 \\ y(u, v, w) - y_r = 0 \\ z(u, v, w) - z_r = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

όπου οι $x_m(u, v, w)$ υπολογίζονται βασισμένοι στις γνωστές τιμές των b_m^{ijk} . Το σύστημα των 3x3 εξισώσεων μπορεί να λυθεί ανεξάρτητα για κάθε σημείο του πλέγματος χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Newton Raphson μετά τον υπολογισμό και την αντιστροφή της Jacobian $\frac{\partial x_m}{\partial u_j}, m, j \in [1,3]$. Από τη στιγμή που η αξιολόγηση των παραμετρικών συντεταγμένων του κάθε σημείου είναι ανεξάρτητη από κάθε άλλο σημείο του πλέγματος, αυτοί οι υπολογισμοί μπορούν να τρέξουν και παράλληλα.

Όταν μετακινηθούν τα σημεία ελέγχου οι καρτεσιανές συντεταγμένες κάθε σημείου του πλέγματος μπορούν να υπολογισθούν με την εξίσωση 5.2 με πολύ μικρό υπολογιστικό κόστος. [4]

5.4. Ονοματολογία Αεροτομών

Στη μεταπτυχιακή αυτή εργασία λόγω του μεγάλου πλήθους των αεροτομών που δημιουργήθηκαν και για λόγους διευκόλυνσης κατά την ανάγνωση των αποτελεσμάτων, παρουσιάζεται στον πίνακα 6 η ονομασία και η περιγραφή της μορφής της κάθε αεροτομής.

Η ονοματολογία των αεροτομών αναλύεται ως εξής: **AF (Airfoil) _ P (Plain) ή S (Slot) & 1 ή 2 (αναλόγως της θέσης της σχισμής) _ I (Initial) ή O (Optimised) & γωνία της επ' άπειρον ταχύτητας για την οποία πραγματοποιείται η βελτιστοποίηση _ I (στην βέλτιστη μορφή σχισμής θα δημιουργηθεί καινούργιο κουτί μορφοποίησης και θα πραγματοποιηθεί εκ νέου βελτιστοποίηση) ή F (βέλτιστη μορφή σχισμής).**

Ονομασία αεροτομής	Περιγραφή
AF_P_I	Αρχική μορφή αεροτομής S8036
AF_P_O425	Βέλτιστη μορφή της AF_P_I ως προς το λόγο άνωσης προς αντίσταση για $\alpha_{\infty} = 4.25^{\circ}$
AF_P_O10	Βέλτιστη μορφή της AF_P_I ως προς το λόγο άνωσης προς αντίσταση για $\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$
AF_P_O15	Βέλτιστη μορφή της AF_P_I ως προς το λόγο άνωσης προς αντίσταση για $\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$
AF_S1_I	Στην αεροτομή AF_P_I δημιουργήθηκε σχισμή ευθείας μορφής, πλάτους $x/c=0.01$, η οποία εκτείνεται από το $x/c=0.4$ της πλευράς υπερπίεσης μέχρι το $x/c=0.6$ της πλευράς υποπίεσης
AF_S1_O15_I	Βέλτιστη μορφή της σχισμής της AF_S1_I ως προς το λόγο άνωσης προς αντίσταση για $\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$
AF_S1_O15_F	Βέλτιστη μορφή της σχισμής της AF_S1_O15_I ως προς το λόγο άνωσης προς αντίσταση για $\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$
AF_S1_O10_I	Βέλτιστη μορφή της σχισμής της AF_S1_I ως προς το λόγο άνωσης προς αντίσταση για $\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$
AF_S1_O10_F	Βέλτιστη μορφή της σχισμής της AF_S1_O10_I ως προς το λόγο άνωσης προς αντίσταση για $\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$
AF_S2_I	Στην αεροτομή AF_P_I δημιουργήθηκε σχισμή ευθείας μορφής, πλάτους $x/c=0.01$, η οποία εκτείνεται από το $x/c=0.25$ της πλευράς υπερπίεσης μέχρι το $x/c=0.4$ της πλευράς υποπίεσης
AF_S2_O15_I	Βέλτιστη μορφή της σχισμής της AF_S2_I ως προς το λόγο άνωσης προς αντίσταση για $\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$
AF_S2_O15_F	Βέλτιστη μορφή της σχισμής της AF_S2_O15_I ως προς το λόγο άνωσης προς αντίσταση για $\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$
AF_P_O425_S1_O10	Στην αεροτομή AF_P_O425 δημιουργήθηκε σχισμή ευθείας μορφής, πλάτους $x/c=0.01$, η οποία εκτείνεται από το $x/c=0.4$ της πλευράς υπερπίεσης μέχρι το $x/c=0.6$ της πλευράς υποπίεσης. Η μορφή της σχισμής της αεροτομής βελτιστοποιήθηκε για $\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$

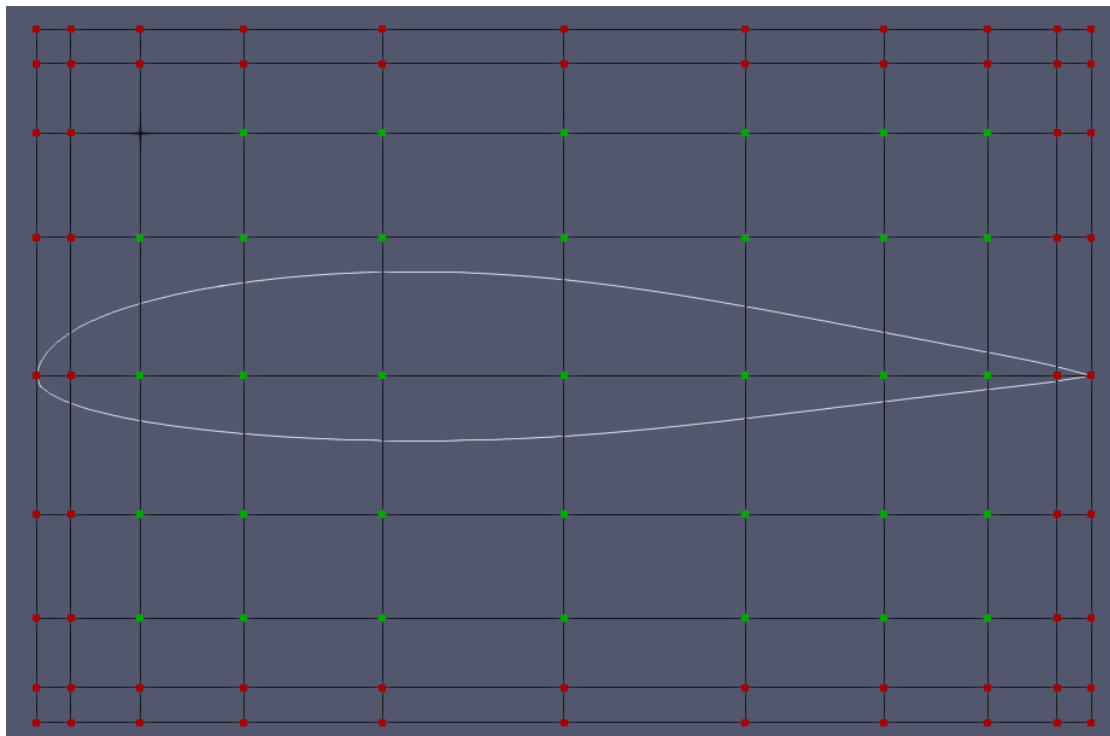
AF_P_O425_S1_O15	Στην αεροτομή AF_P_O425 δημιουργήθηκε σχισμή ευθείας μορφής, πλάτους $x/c=0.01$, η οποία εκτείνεται από το $x/c=0.4$ της πλευράς υπερπίεσης μέχρι το $x/c=0.6$ της πλευράς υποπίεσης. Η μορφή της σχισμής της αεροτομής βελτιστοποιήθηκε για $\alpha_\infty = 15^\circ$
AF_P_O425_S1_I	Στην αεροτομή AF_S1_O15_F δημιουργήθηκε σχισμή ευθείας μορφής, πλάτους $x/c=0.01$, η οποία εκτείνεται από το $x/c=0.4$ της πλευράς υπερπίεσης μέχρι το $x/c=0.6$ της πλευράς υποπίεσης
AF_O15_S1_O15	Αεροτομή που προέκυψε από την ταυτόχρονη βελτιστοποίηση των μορφών της αεροτομής AF_S1_I και της σχισμής, ως προς το λόγο άνωσης προς αντίσταση για $\alpha_\infty = 15^\circ$

Πίνακας 6. Ονομασία και περιγραφή της μορφής της κάθε αεροτομής

5.5. Βελτιστοποίηση μορφής αρχικής αεροτομής (χωρίς σχισμή)

5.5.1. Βελτιστοποίηση για $\alpha_\infty = 4.25^\circ$

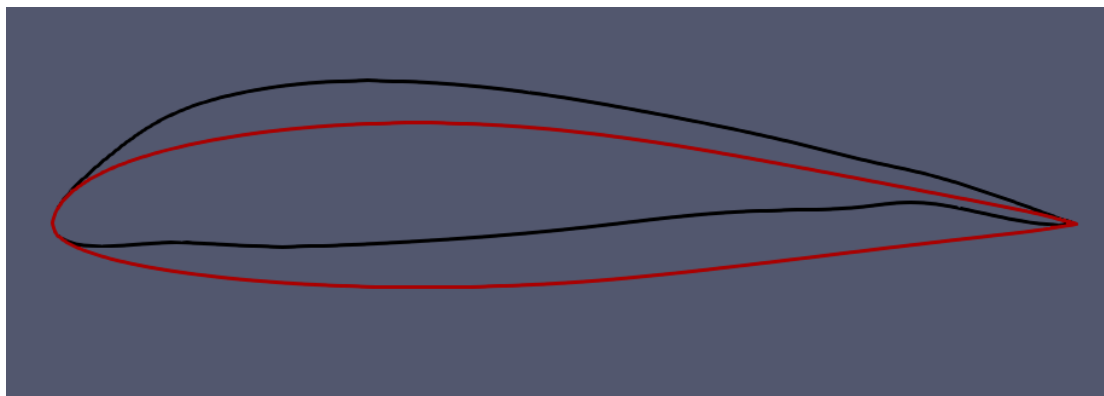
Αρχικά βελτιστοποιήθηκε η **AF_P_I** για $\alpha_\infty = 4.25^\circ$ με χρήση κουτιού μορφοποίησης, όπως αυτό παρουσιάζεται στο σχήμα 14.



Σχήμα 14. AF_P_I και κουτί μορφοποίησης

Το κουτί μορφοποίησης αποτελείται από 11 x 9 σημεία ελέγχου (κατά τους x και y άξονες αντίστοιχα), εκ των οποίων τα σημεία που βρίσκονται στις ακμές προσβολής κι εκφυγής παραμένουν ακίνητα όπως και τα σημεία που βρίσκονται εσωτερικά από αυτά (σημεία με κόκκινο χρώμα). Επίσης, τα ακραία σημεία του κουτιού πάνω και κάτω από την αεροτομή παραμένουν ακίνητα όπως και τα εσωτερικά από αυτά σημεία (σημεία με κόκκινο χρώμα). Αυτά τα σημεία έχουν οριστεί ως ακίνητα από τον χρήστη, ώστε να εξασφαλίζεται ότι η χορδή της αεροτομής δεν θα αλλάξει (μειωθεί ή αυξηθεί) και για να εξασφαλίζεται συνέχεια της πρώτης παραγώγου. Επίσης, οι αποστάσεις των σημείων του κουτιού όσο πλησιάζουν στο κέντρο αυξάνονται, ενώ όσο πλησιάζουν στα άκρα μειώνονται. Σκοπός αυτού είναι να υπάρχει η δυνατότητα αλλαγής της μορφής μεγάλου μέρους της αεροτομής (σημεία με πράσινο χρώμα) γιατί τα ακίνητα σημεία ορίζουν μικρή επιφάνεια της αεροτομής η οποία παραμένει αμετάβλητη. Τέλος, στον άξονα x_2 τα σημεία ελέγχου είναι τρία με τα δύο οριακά να είναι έξω από τα όρια του πλέγματος, ενώ ταυτόχρονα αυτά ισαπέχουν από το κέντρο της μεσαίας κυψέλης και είναι ακίνητα.

Ο στόχος της βελτιστοποίησης είναι η μεγιστοποίηση του λόγου της άνωσης ως προς την αντίσταση με περιορισμό ως προς τον τελικό εμβαδόν της αεροτομής, ο οποίος δεν πρέπει να είναι μικρότερος από 90% του αρχικού εμβαδού. Για 30 κύκλους βελτιστοποίησης στο σχήμα 15 παρουσιάζονται οι **AF_P_I** και **AF_P_O425**, ενώ στον πίνακα 7 παρουσιάζονται οι τελικές τιμές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης.

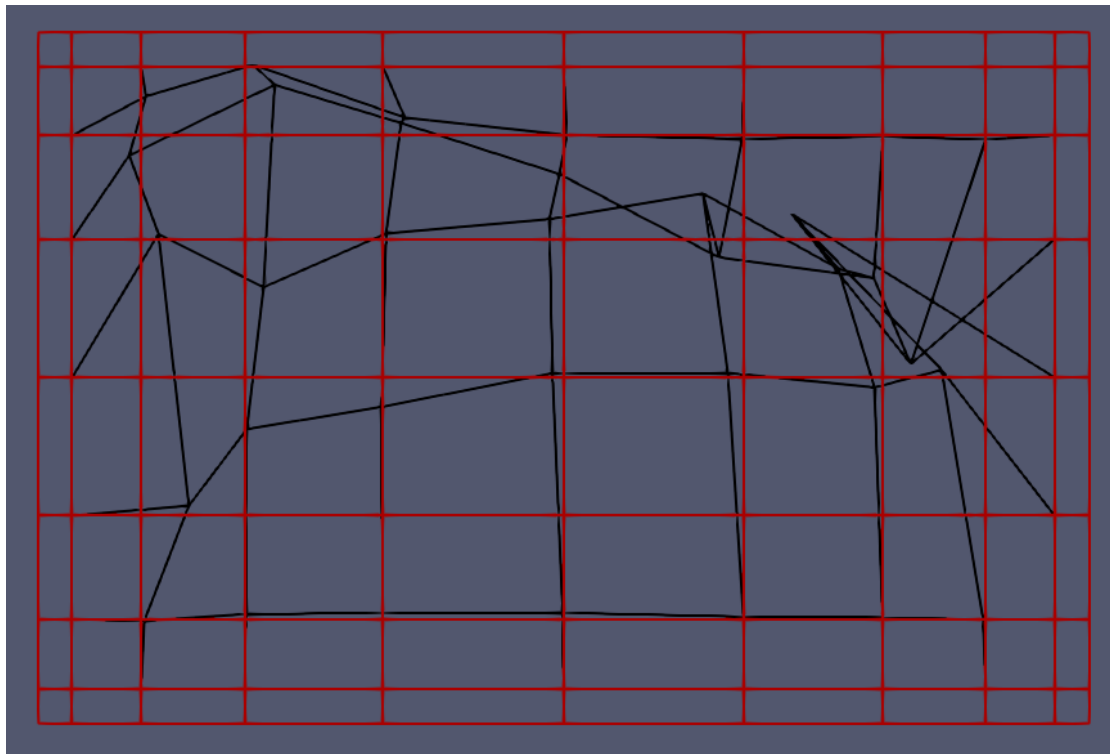


Σχήμα 15. **AF_P_I** (κόκκινο) και **AF_P_O425** (μαύρο)

Κύκλος Βελτιστοποίησης	Συντελεστής Άνωσης/ Συντελεστή Αντίστασης	Συντελεστής Άνωσης	Συντελεστής Αντίστασης	Εμβαδόν Αεροτομής
0	33.44	0.604	0.0184	0.0633674
30	41.927	1.0622	0.02533	0.0626704

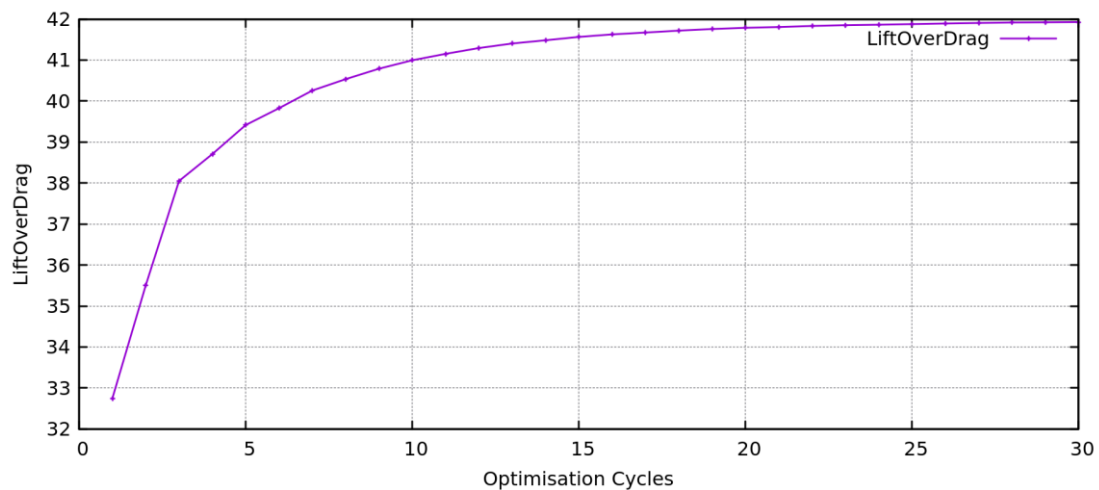
Πίνακας 7. Τιμές άνωσης και αντίστασης συναρτήσει κύκλου βελτιστοποίησης για $\alpha_\infty = 4.25^\circ$

Παρατηρείται ότι στην τελική μορφή της αεροτομής (σχήμα 15) έχει αυξηθεί η καμπυλότητα της πλευράς υποπίεσης, κάτι το οποίο συνεπάγεται αύξηση της άνωσης, όπως παρουσιάζεται και στον πίνακα 7.



Σχήμα 16. Κουτιά μορφοποίησης των **AF_P_I** (κόκκινο) και **AF_P_O425** (μαύρο)

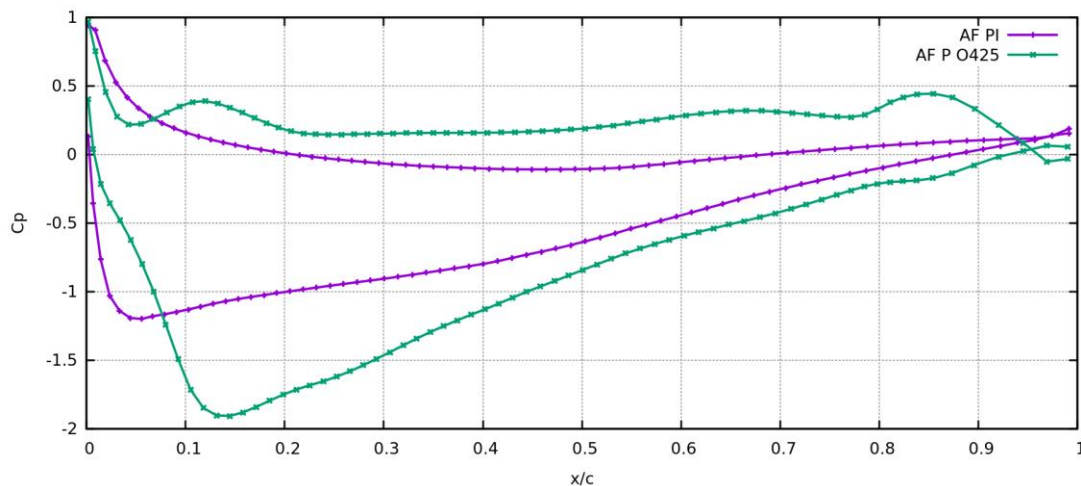
Στο σχήμα 16 παρουσιάζονται το αρχικό και το τελικό κουτί μορφοποίησης για 30 κύκλους βελτιστοποίησης.



Σχήμα 17. Πορεία βελτιστοποίησης του λόγου άνωσης προς αντίσταση για 30 κύκλους βελτιστοποίησης για $\alpha_{\infty} = 4.25^{\circ}$

Στο σχήμα 17 παρατηρείται ότι όσο παρέρχονται οι κύκλοι βελτιστοποίησης, η συνάρτηση-στόχος τείνει προς μία τιμή, η οποία είναι και η μέγιστη του λόγου άνωσης προς αντίσταση.

Στο σχήμα 18 παρουσιάζονται οι κατανομές πιέσεων της **AF_P_I** και της **AF_P_O425**.



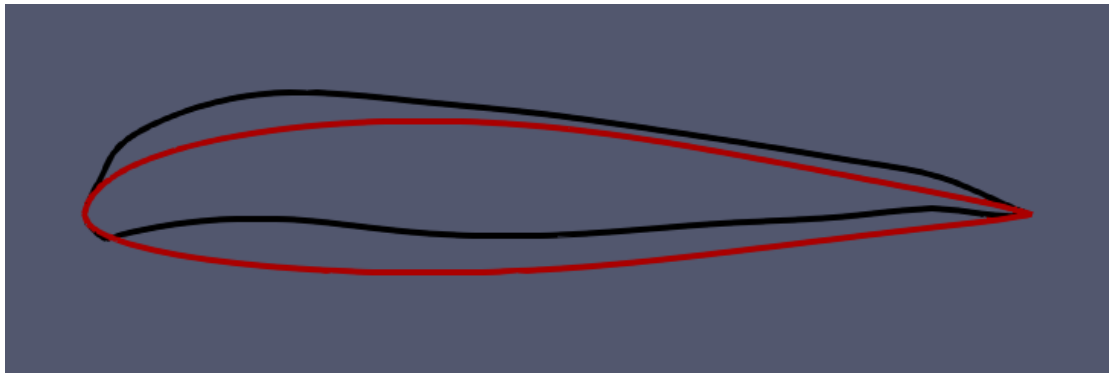
Σχήμα 18. Κατανομή πίεσης των **AF_P_I** και **AF_P_O425** για $\alpha_{\infty} = 4.25^{\circ}$

Στο σχήμα 18 παρατηρείται ότι στην **AF_P_O425** έχει μειωθεί η πίεση στην πλευρά υποπίεσης κι έχει αυξηθεί η πίεση στην πλευρά υπερπίεσης συγκριτικά με τις αντίστοιχες πιέσεις της **AF_P_I**, το οποίο συνεπάγεται μεγαλύτερη άνωση που παράγεται από την **AF_P_O425**. Θα πρέπει να τονιστεί, λαμβάνοντας υπόψη και το τελικό σχήμα της **AF_P_O425** (Σχήμα 14), ότι περίπου στο $x/c=0.85$ της πλευράς υποπίεσης της αεροτομής υπάρχει μία αύξηση της καμπυλότητας, η οποία συνεπάγεται αύξηση της πίεσης. Η ροπή της αεροτομής ως προς το αεροδυναμικό κέντρο ($x/c=0.3$) είναι -0.04 που σημαίνει ότι το συγκεκριμένο σημείο επηρεάζει σε μικρό βαθμό την τελική άνωση της αεροτομής. Αυτό προκύπτει λόγω του ότι το πίσω μέρος της αεροτομής ωθείται προς τα πάνω άρα το μπροστά προς τα κάτω.

5.5.2. Βελτιστοποίηση για $\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$

Στη συνέχεια βελτιστοποιήθηκε η **AF_P_I** για $\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$, με χρήση του κουτιού μορφοποίησης όπως αυτό παρουσιάζεται στο σχήμα 14.

Για 30 κύκλους βελτιστοποίησης στο σχήμα 19 παρουσιάζονται οι **AF_P_I** και **AF_P_O10**, ενώ στον πίνακα 8 παρουσιάζονται οι τιμές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης.

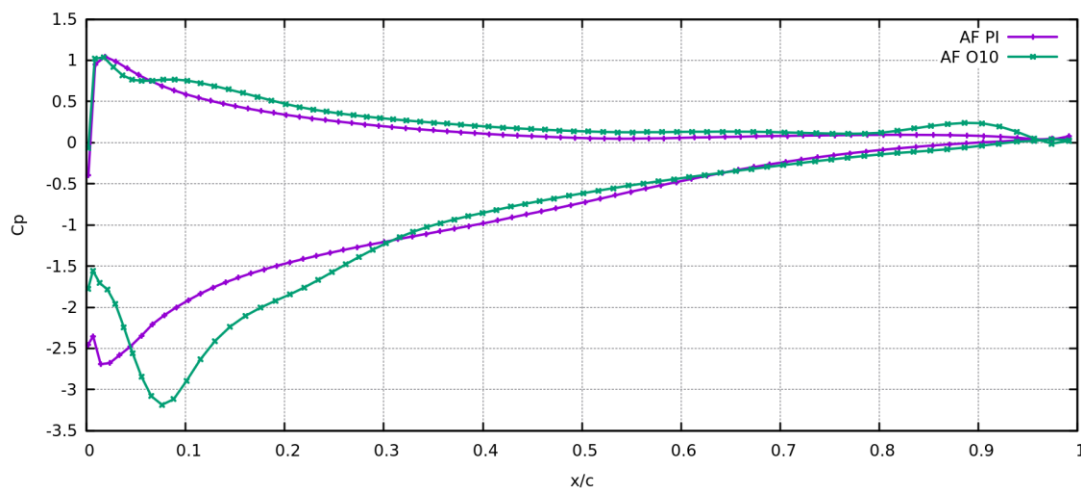


Σχήμα 19. *AF_PI* (κόκκινο) και *AF_P_O10* (μαύρο)

Παρατηρείται ότι η καμπυλότητα της *AF_P_O10* αυξήθηκε στην πλευρά υποπίεσης, ενώ ταυτόχρονα μειώθηκε στην πλευρά υπερπίεσης κοντά στην ακμή προσβολής.

Κύκλος Βελτιστοποίησης	Συντελεστής Άνωσης/ Συντελεστή Αντίστασης	Συντελεστής Άνωσης	Συντελεστής Αντίστασης	Εμβαδόν Αεροτομής
0	33.32	1.0629	0.0319	0.0633674
30	36.738	1.2245	0.03284	0.0626198

Πίνακας 8. Τιμές άνωσης και αντίστασης στην αρχή και στο τέλος της βελτιστοποίησης για $\alpha_\infty = 10^\circ$



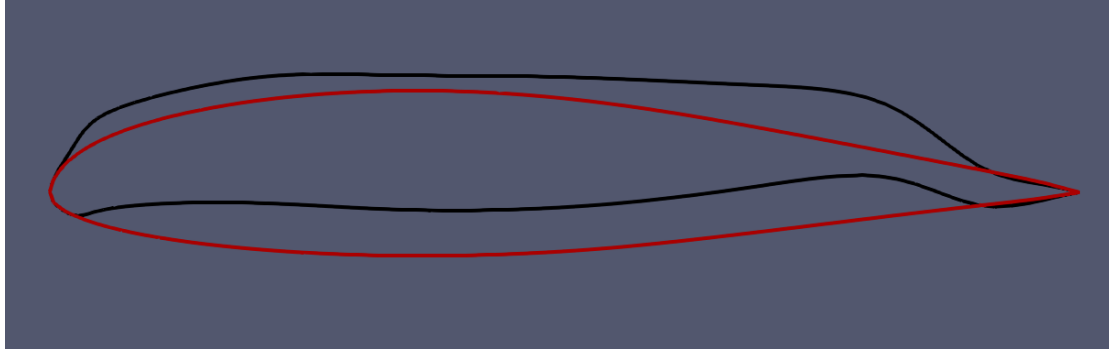
Σχήμα 20. Κατανομή πίεσης των *AF_P_I* και *AF_P_O10* για $\alpha_\infty = 10^\circ$

Στο σχήμα 20 παρατηρείται ότι έχει μειωθεί η πίεση στην πλευρά υποπίεσης μέχρι το $x/c=0.3$, ενώ ταυτόχρονα έχει αυξηθεί ελάχιστα η πίεση στην πλευρά υπερπίεσης και κοντά στην ακμή εκφυγής ($x/c=0.8$) της *AF_P_O10* συγκριτικά με τις αντίστοιχες πιέσεις της *AF_P_I*.

5.5.3. Βελτιστοποίηση για $\alpha_\infty = 15^\circ$

Τέλος, βελτιστοποιήθηκε η **AF_P_I** για $\alpha_\infty = 15^\circ$ με χρήση του κουτιού μορφοποίησης όπως αυτό παρουσιάζεται στο σχήμα 14.

Για 30 κύκλους βελτιστοποίησης στο σχήμα 21 παρουσιάζονται οι **AF_P_I** και **AF_P_O15**, ενώ στον πίνακα 9 παρουσιάζονται οι τιμές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης.

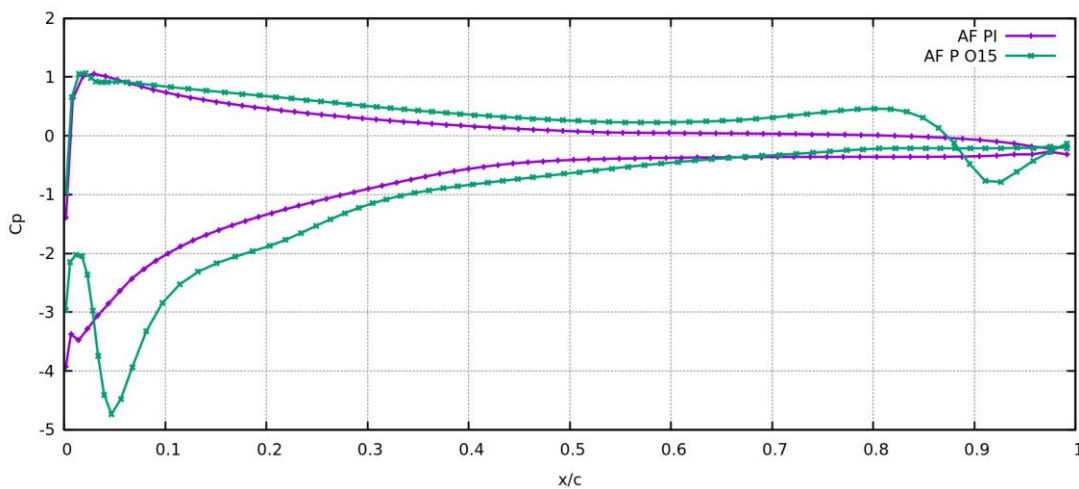


Σχήμα 21. **AF_PI** (κόκκινο) και **AF_P_O15** (μαύρο)

Παρατηρείται ότι η καμπυλότητα της **AF_P_O15** μειώθηκε σε όλο το μήκος και στις δύο πλευρές της αεροτομής εκτός από την θέση $x/c=0.8$ (περίπου) μέχρι την ακμή εκφυγής, όπου η καμπυλότητα είχε αυξηθεί στην πλευρά υποπίεσης και έχει μειωθεί στην πλευρά υπερπίεσης.

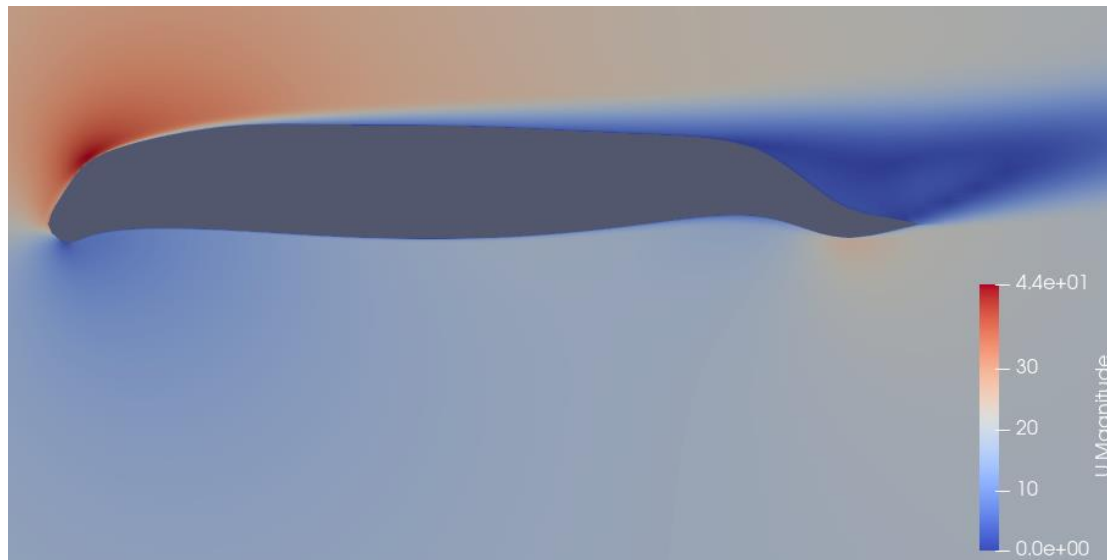
Κύκλος Βελτιστοποίησης	Συντελεστής Άνωσης/ Συντελεστή Αντίστασης	Συντελεστής Άνωσης	Συντελεστής Αντίστασης	Εμβαδόν Αεροτομής
0	12.055	1.0735	0.08905	0.0633674
30	20.963	1.4240	0.06793	0.0626862

Πίνακας 9. Τιμές άνωσης και αντίστασης συναρτήσει κύκλου βελτιστοποίησης για $\alpha_\infty = 15^\circ$



Σχήμα 22. Κατανομή πίεσης των **AF_P_I** και **AF_P_O15** για $\alpha_\infty = 15^\circ$

Στο σχήμα 22, παρατηρείται ότι στην **AF_P_O15** έχει μειωθεί η πίεση στην πλευρά υποπίεσης κι έχει αυξηθεί η πίεση στην πλευρά υπερπίεσης συγκριτικά με τις αντίστοιχες πιέσεις της **AF_P_I** κάτι που συνεπάγεται μεγαλύτερη άνωση η οποία παράγεται από την **AF_P_O15**.



Σχήμα 23. Πεδίο ταχύτητας γύρω από την **AF_P_O15** για $\alpha_\infty = 15^\circ$

Στο σχήμα 23 παρατηρείται ότι η ροή είναι αποκολλημένη κοντά στην ακμή εκφυγής.

5.6. Δημιουργία σχισμής στην αεροτομή

Βασικό σημείο μελέτης της εργασίας είναι η δημιουργία βέλτιστης σχισμής στην **AF_P_I** με σκοπό να περάσει ρευστό μέσα από αυτή λόγω της διαφοράς πίεσης στις δύο πλευρές της αεροτομής και να ενεργοποιήσει το οριακό στρώμα στην πλευρά υποπίεσης. Ειδικότερα, για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης, σκοπός είναι το ρευστό να επιδράσει στο οριακό στρώμα, ώστε να αποφευχθεί ή να καθυστερήσει η αποκόλλησή του.

Η σχισμή δημιουργήθηκε σε αυθαίρετη θέση (από $x/c=0.4$ της πλευράς υπερπίεσης, μέχρι $x/c=0.6$ της πλευράς υποπίεσης) με αυθαίρετο μήκος και σχήμα (ευθεία) και με αυθαίρετο πλάτος $x/c=0.01$.

5.6.1. Βελτιστοποίηση για $\alpha_\infty = 15^\circ$

Αρχικά βελτιστοποιήθηκε η μορφή της σχισμής για γωνία $\alpha_\infty = 15^\circ$. Πραγματοποιήθηκε παραμετρική μελέτη ως προς τον αριθμό και τη θέση των σημείων ελέγχου του κουτιού μορφοποίησης. Τα σημεία του κουτιού μορφοποίησης βρίσκονταν είτε στο εσωτερικό, είτε πάνω στο περίγραμμα της αεροτομής και δεν

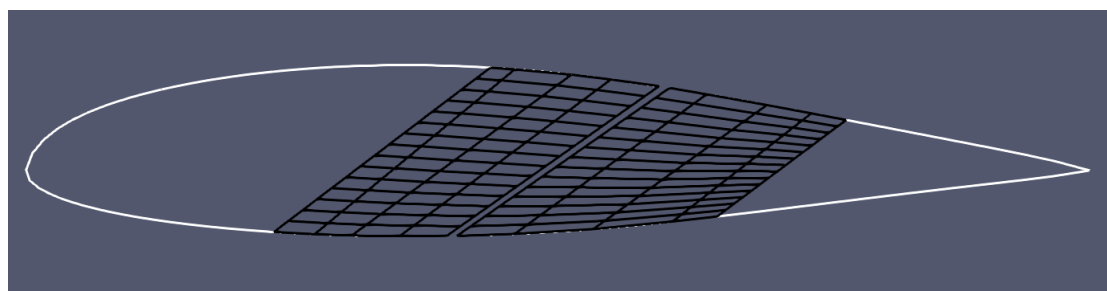
περιελάμβαναν τη σχισμή, αλλά μόνο τα άκρα αυτής, όπως φαίνεται στο σχήμα 24. Όπως περιγράφηκε και στο κεφάλαιο 5.4, τα ακραία σημεία του κουτιού μορφοποίησης και τα εσωτερικά τους παρέμειναν ακίνητα.

Οι διαστάσεις των κουτιών μορφοποίησης που μελετήθηκαν ήταν 6 x 8, 6 x 12, 10 x 8, 10 x 16. Στον πίνακα 10 παρουσιάζονται οι βέλτιστες τιμές της συνάρτησης-στόχου για τις διαφορετικές διαστάσεις των κουτιών μορφοποίησης και η τιμή της συνάρτησης-στόχου για την **AF_S1_I**.

Διαστάσεις	Συντελεστής Άνωσης/ Συντελεστή Αντίστασης	Συντελεστής Άνωσης	Συντελεστής Αντίστασης
6 x 8	16.20809	1.17005	0.07219
6 x 12	16.15193	1.16925	0.07239
10 x 8	16.15441	1.16732	0.07226
10 x 16	16.24411	1.17180	0.07214
AF_S1_I	15.18669	1.14126	0.07515

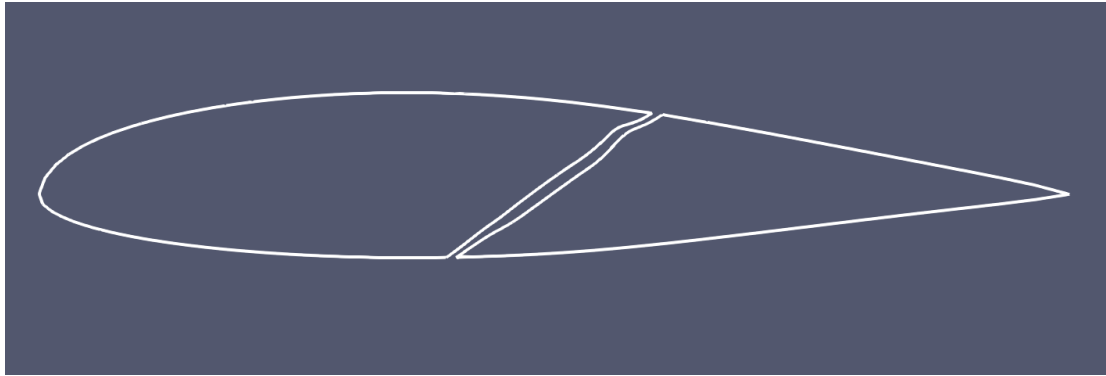
Πίνακας 10. Τιμές της συνάρτησης-στόχου για τις διαφορετικές διαστάσεις των κουτιών μορφοποίησης για τη βελτιστοποίηση της **AF_S1_I**

Σύμφωνα με τον πίνακα 10, η βελτιστοποίηση με τη χρήση κουτιού μορφοποίησης διάστασης 10 x 16 σημείων ελέγχου (το κουτί που αντιστοιχεί στην πιο πλούσια παραμετροποίηση, έχοντας τους περισσότερους βαθμούς ελευθερίας) υπολογίζει υψηλότερη τιμή της συνάρτησης-στόχου, παρόλο που οι διαφορές είναι μικρές σε σχέση με τη χρήση των υπόλοιπων κουτιών μορφοποίησης.



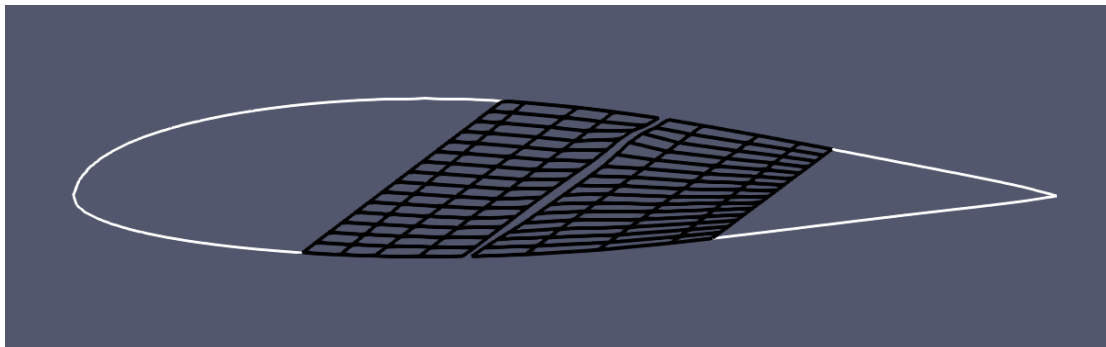
Σχήμα 24. Κουτί μορφοποίησης διάστασης 10 x 16 στην **AF_S1_I**

Για τη βελτιστοποίηση με χρήση του κουτιού μορφοποίησης, όπως φαίνεται στο σχήμα 24, παρουσιάζεται στο σχήμα 25 η μορφή της **AF_S1_O15_I**.



Σχήμα 25. AF_S1_O15_I

Στην **AF_S1_O15_I** τοποθετήθηκε νέο, προσαρμοσμένο στην νέα μορφή της σχισμής κουτί μορφοποίησης ίδιας διάστασης 10 x 16, όπως φαίνεται στο σχήμα 26. Με το καινούργιο κουτί μορφοποίησης δίνεται η δυνατότητα να μετακινηθούν τα σημεία ελέγχου σε νέες θέσεις και να βελτιστοποιηθεί περαιτέρω η μορφή της σχισμής. Αυτό δε μπορούσε να επιτευχθεί με το προηγούμενο κουτί μορφοποίησης, καθώς μετά από αρκετούς κύκλους βελτιστοποίησης η σχισμή είχε λάβει τη βέλτιστη μορφή της, η οποία δεν μπορούσε να βελτιστοποιηθεί περισσότερο.

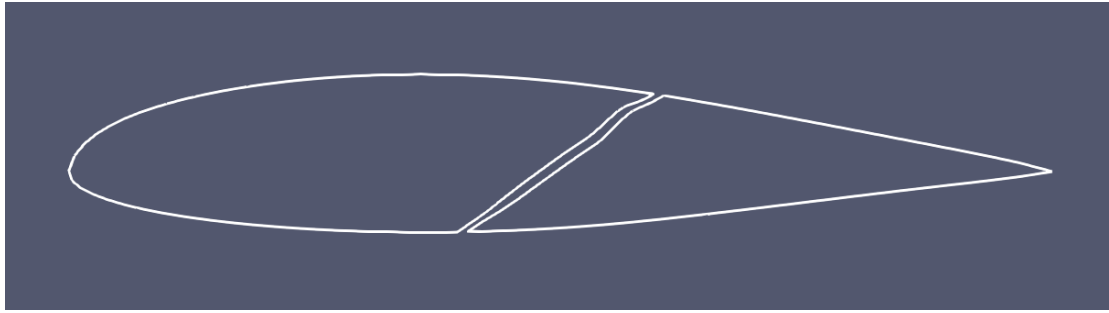


Σχήμα 26. Κουτί μορφοποίησης στην AF_S1_O15_I

Μετά από 7 κύκλους βελτιστοποίησης η σχισμή πήρε τη βέλτιστη μορφή της (**AF_S1_O15_F**), κάτι το οποίο αποτυπώθηκε και στην τιμή της συνάρτησης-στόχου, όπως παρουσιάζεται στον πίνακα 11.

Αεροτομή	Συντελεστής Άνωσης/ Συντελεστή Αντίστασης	Συντελεστής Άνωσης	Συντελεστής Αντίστασης
AF_S1_I	15.18669	1.14126	0.07515
AF_S1_O15_I	16.24411	1.17180	0.07214
AF_S1_O15_F	16.61305	1.18355	0.07124

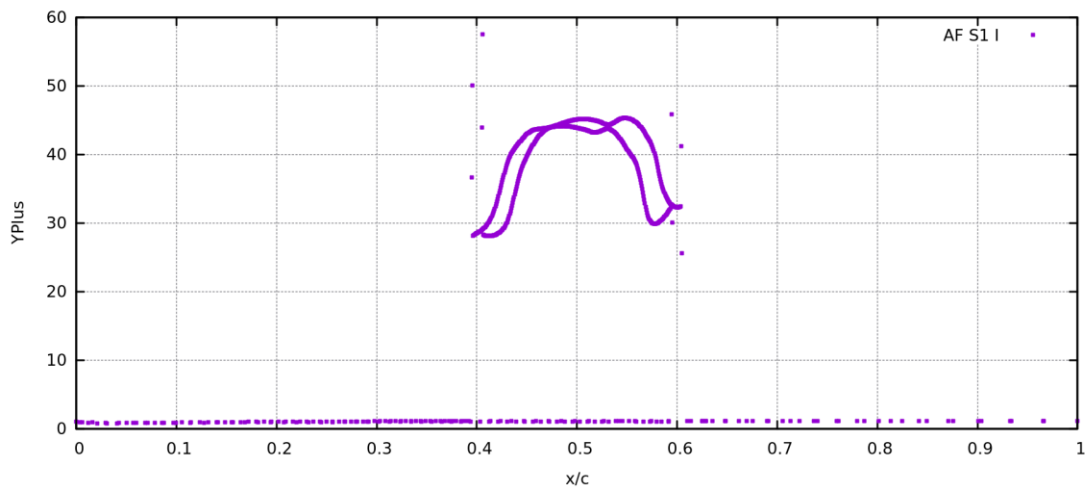
Πίνακας 11. Τιμές στις συνάρτησης-στόχου για τις AF_S1_I, AF_S1_O15_I, AF_S1_O15_F



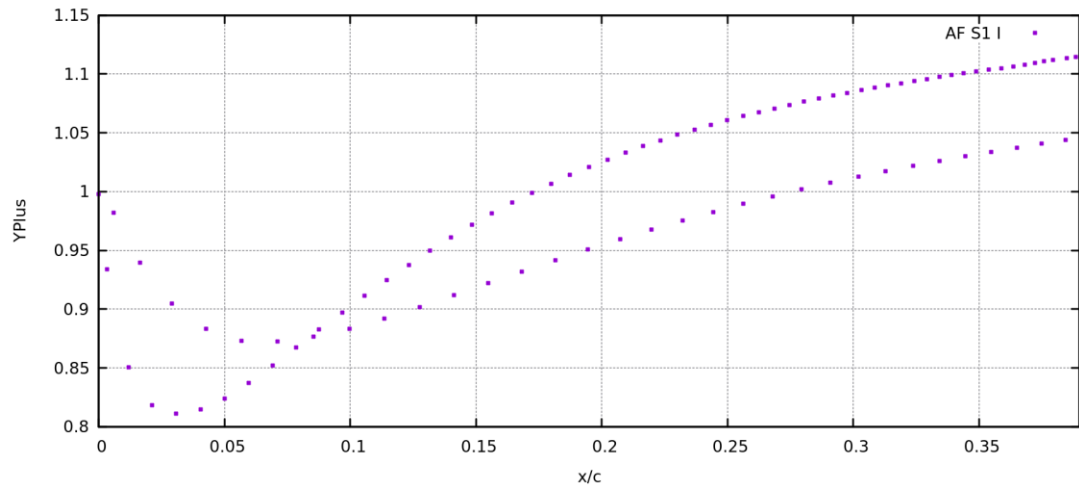
Σχήμα 27. AF_S1_O15_F

Στο σχήμα 27 παρουσιάζεται η **AF_S1_O15_F**. Η μορφή της σχισμής κοντά στην πλευρά υποπίεσης της αεροτομής καμπυλώνει λίγο με σκοπό να εγχυθεί το ρευστό με την πρέπουσα γωνία (περισσότερο ευθυγραμμισμένη με την τοπική κατεύθυνση της ροής).

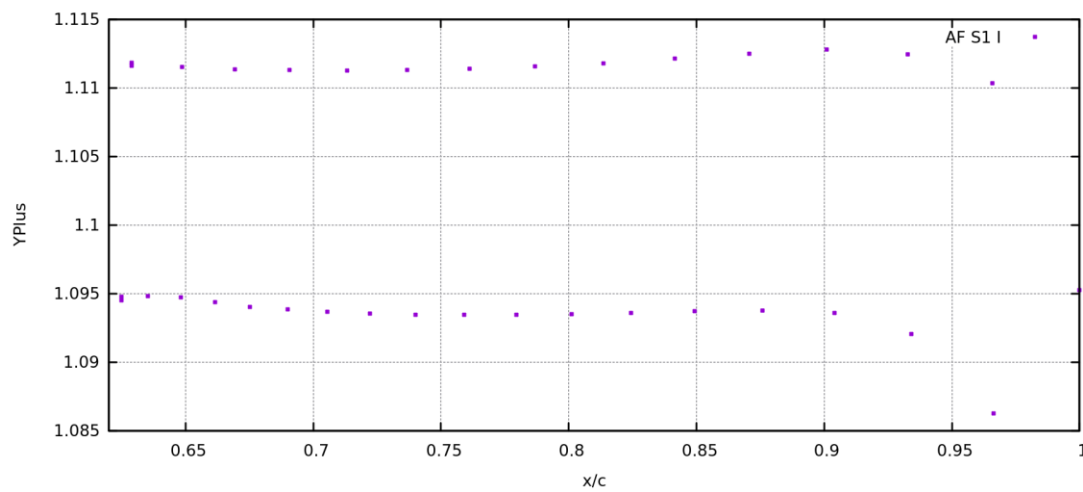
Στο σχήμα 28 παρουσιάζεται η κατανομή του γ^+ στα βαρύκεντρα των πρώτων κόμβων γύρω από την αεροτομή και μέσα στη σχισμή. Για λόγους ευκρίνειας των τιμών στα σχήματα 28A,B παρουσιάζεται η κατανομή του γ^+ από την ακμή προσβολής μέχρι τη σχισμή και από τη σχισμή μέχρι την ακμή εκφυγής.



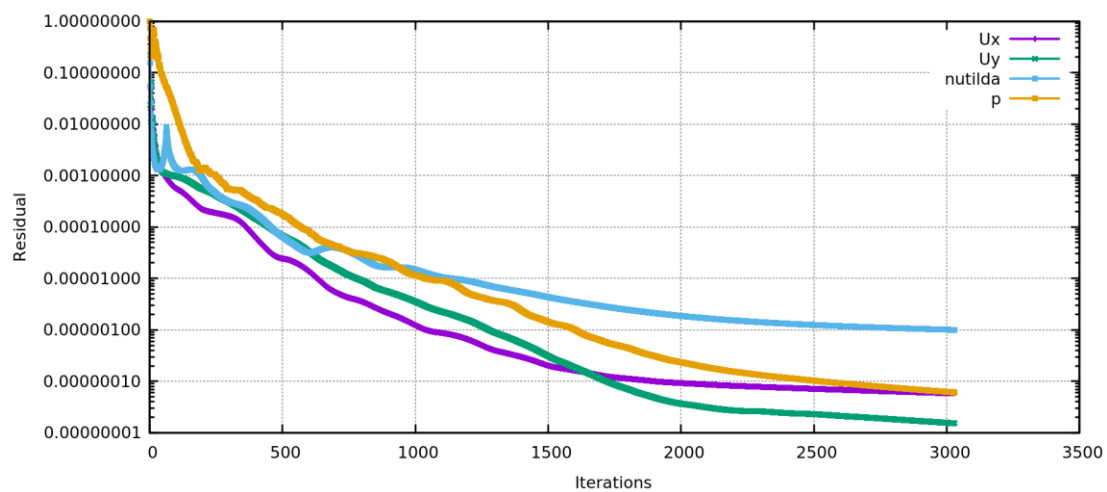
Σχήμα 28. Κατανομή γ^+ της AF_S1_O15_F



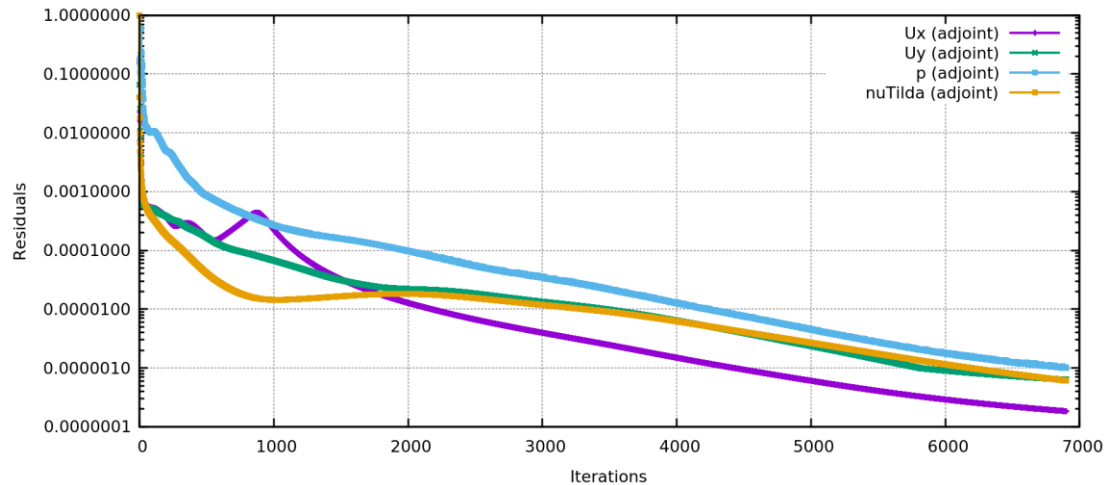
Σχήμα 28A. Κατανομή $\gamma+$ από την ακμή προσβολής μέχρι τη σχισμή της **AF_S1_O15_F**



Σχήμα 28B. Κατανομή $\gamma+$ από τη σχισμή μέχρι την ακμή εκφυγής της **AF_S1_O15_F**

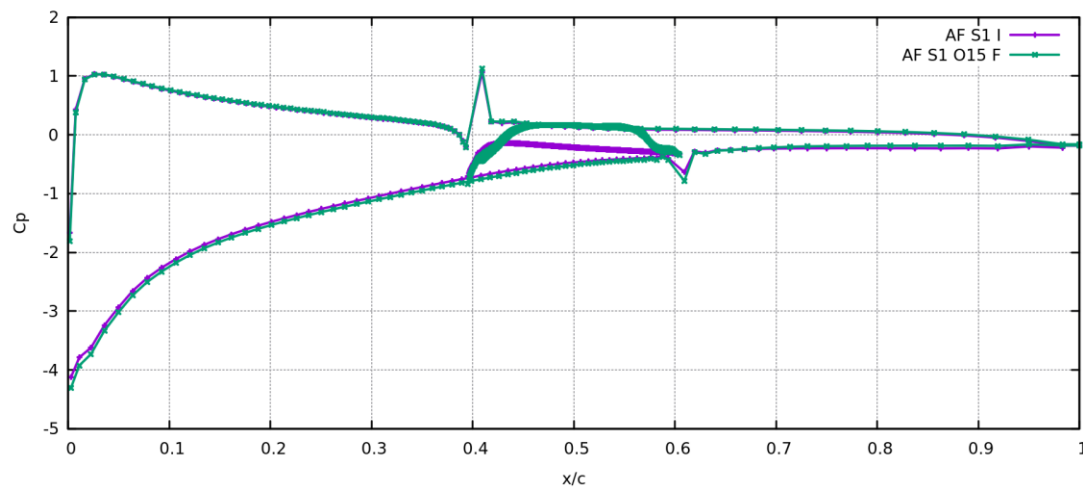


Σχήμα 29. Υπόλοιπα σύγκλισης των υπολοίπων των εξισώσεων ροής κατά τον 30ο κύκλο βελτιστοποίησης της **AF_S1_O15_I**



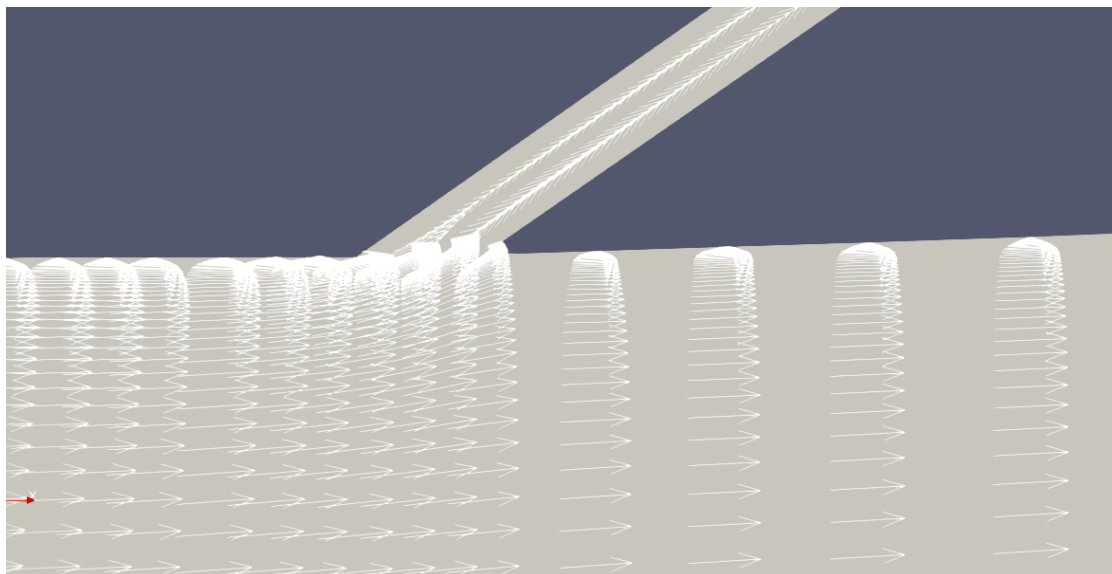
Σχήμα 30. Υπόλοιπα σύγκλισης των υπολοίπων των συζυγών εξισώσεων ροής κατά τον 30ο κύκλο βελτιστοποίησης της **AF_S1_O15_I**

Στα σχήματα 29 και 30 παρουσιάζονται οι πορείες σύγκλισης των τιμών της ταχύτητας, της πίεσης και της μεταβλητής του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras για τις πρωτεύουσες και συζυγείς εξισώσεις.



Σχήμα 31. Κατανομή πίεσης για τις **AF_S1_I** και **AF_S1_O15_F** για $\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$

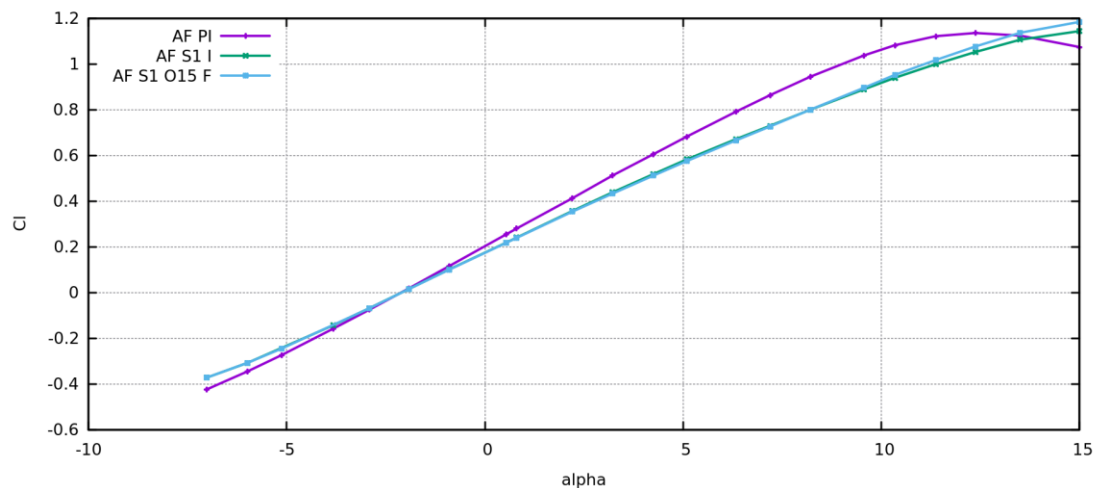
Στο σχήμα 31 παρουσιάζεται η κατανομή πίεσης για τις **AF_S1_I** και **AF_S1_O15_F**, με μικρές διαφορές να εντοπίζονται στην πλευρά υποπίεσης και στη σχισμή.



Σχήμα 32. Πεδίο ταχύτητας στην πλευρά υποπίεσης της **AF_S1_I** κοντά στη σχισμή

Η κατεύθυνση της ταχύτητας κατά τον γ άξονα, όπως αυτή παρουσιάζεται στο σχήμα 32, στη σχισμή έχει φορά από την πλευρά υπερπίεσης προς την πλευρά υποπίεσης.

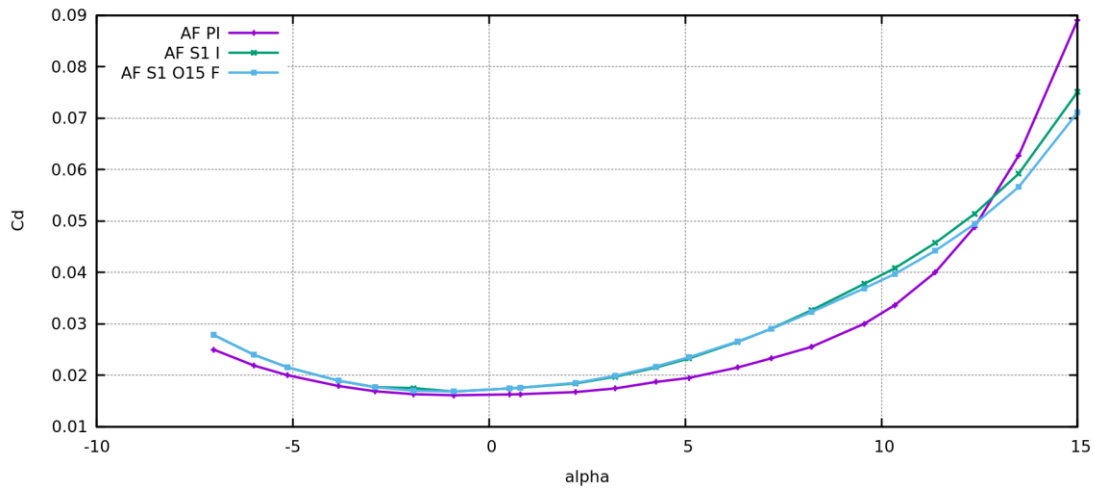
Για την **AF_S1_O15_F** υπολογίσθηκαν οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης και έγινε σύγκριση με τις αντίστοιχους συντελεστές των **AF_P_I** και **AF_S1_I**.



Σχήμα 33. Συντελεστής άνωσης συναρτήσει γωνίας πρόσπτωσης

Στο σχήμα 33 παρουσιάζεται ο συντελεστής άνωσης ως προς τη γωνία πρόσπτωσης για τις **AF_P_I**, **AF_S1_I** και **AF_S1_O15_F**. Για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης όπου η **AF_P_I** βρίσκεται σε απώλεια στήριξης (stall), λόγω της ύπαρξης της σχισμής εγχύεται ρευστό στο οριακό στρώμα. Επειδή αυξάνεται η ενέργεια του ρευστού στην πλευρά υποπίεσης της αεροτομής, καθυστερείται η αποκόλληση του οριακού στρώματος με συνέπεια ο συντελεστής άνωσης να συνεχίσει να αυξάνεται. Επίσης, μέχρι τις 10

μοίρες γωνία πρόσπτωσης δεν υπάρχει μεγάλη διαφορά των συντελεστών άνωσης μεταξύ των **AF_S1_I** και **AF_S1_O15_F**. Ωστόσο, μετά τις 10 μοίρες η **AF_S1_O15_F** υπολογίζει πιο υψηλούς συντελεστές άνωσης από την **AF_S1_I**.



Σχήμα 34. Συντελεστής αντίστασης συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης

Στο σχήμα 34 παρουσιάζεται ο συντελεστής αντίστασης ως προς τη γωνία πρόσπτωσης για τις **AF_PI**, **AF_S1_I** και **AF_S1_O15_F**. Για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης, όπου η **AF_P_I** βρίσκεται σε απώλεια στήριξης (stall), σύμφωνα και με το σχήμα 33, λόγω της σχισμής ο συντελεστής αντίστασης της παρά το ότι αυξάνεται, βρίσκεται χαμηλότερα από τον συντελεστή αντίστασης της **AF_P_I**. Επίσης, ο συντελεστής αντίστασης της **AF_S1_O15_F** είναι χαμηλότερος από αυτόν της **AF_S1_I**.

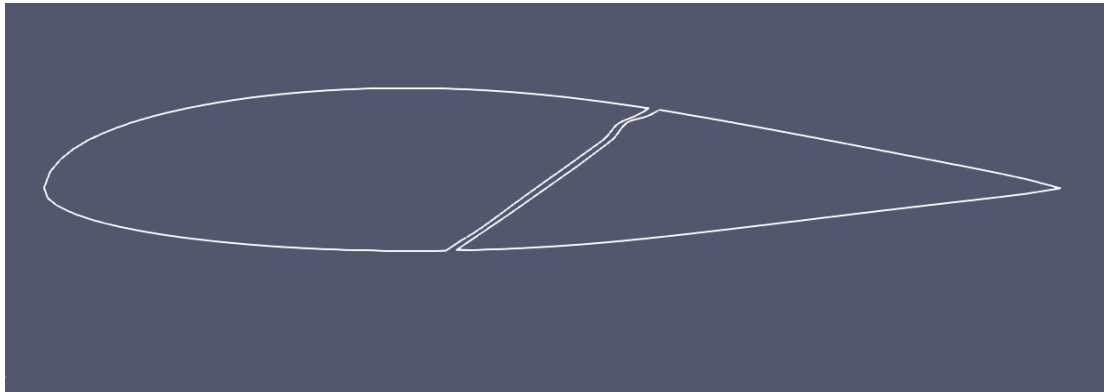
5.6.2. Βελτιστοποίηση για $\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$

Στη συνέχεια, βελτιστοποιήθηκε η μορφή της σχισμής για $\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$. Χρησιμοποιήθηκε το ίδιο κουτί μορφοποίησης διάστασης 10 x 16, όπως αυτό παρουσιάζεται στο σχήμα 24.

Ακολουθήθηκε η ίδια μεθοδολογία ως προς τα κουτιά μορφοποίησης, όπως αυτή παρουσιάστηκε στην παράγραφο [5.5.1](#) και η σχισμή πήρε τη βέλτιστη μορφή της, το οποίο αποτυπώθηκε και στην τιμή της συνάρτησης-στόχου, όπως αυτή παρουσιάζεται στον πίνακα 12.

Αεροτομή	Συντελεστής Άνωσης/ Συντελεστή Αντίστασης	Συντελεστής Άνωσης	Συντελεστής Αντίστασης
<i>AF_S1_I</i>	23.17749	0.91602	0.03952
<i>AF_S1_O10_I</i>	26.03837	0.96528	0.03707
<i>AF_S1_O10_F</i>	28.34610	1.00060	0.03530

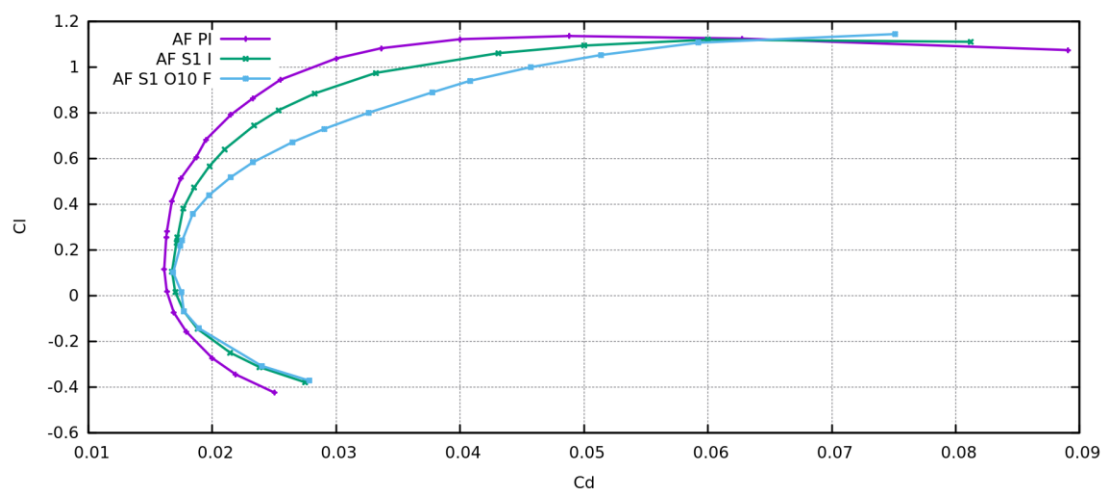
Πίνακας 12. Τιμές της συνάρτησης-στόχου για τις *AF_S1_I*, *AF_S1_O10_I*, *AF_S1_O10_F*



Σχήμα 35. *AF_S1_O10_F*

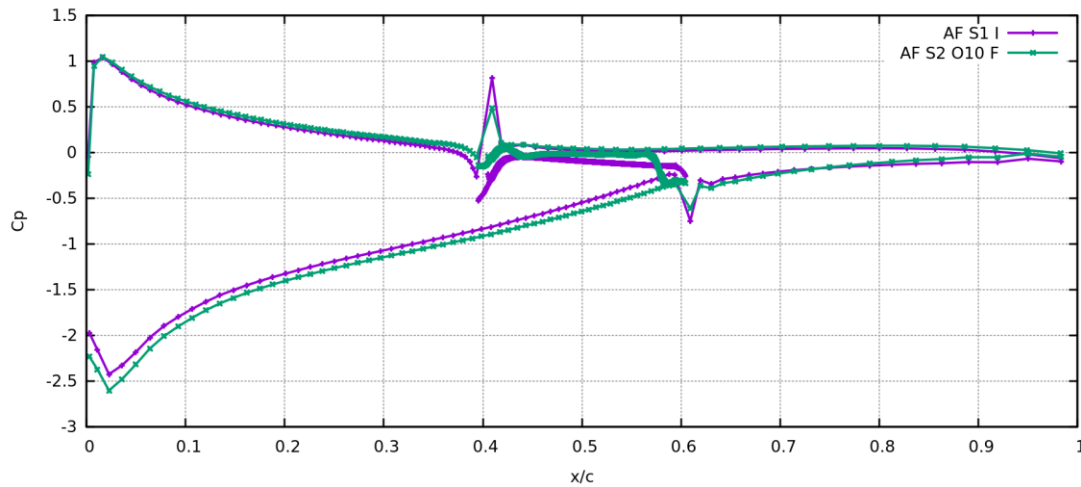
Στο σχήμα 35 παρουσιάζεται η *AF_S1_O10_F* η σχισμή η οποία κοντά στην πλευρά υποπίεσης της αεροτομής καμπυλώνει αρκετά με σκοπό να εγχυθεί το ρευστό μέσω αυτής στο οριακό στρώμα.

Για την *AF_S1_O10_F* υπολογίσθηκαν οι πολικές της αεροτομής και έγινε σύγκριση με τις πολικές των *AF_S1_I* και *AF_P_I*.



Σχήμα 36. Πολικές των *AF_P_I*, *AF_S1_I*, *AF_S1_O10_F*

Στο σχήμα 36 παρουσιάζονται οι πολικές των AF_P_I , AF_S1_I , $AF_S1_O10_F$. Για τις μέγιστες τιμές των συντελεστών άνωσης, ο συντελεστής αντίστασης της $AF_S1_O10_F$, είναι μικρότερος σε σχέση με αυτούς των AF_P_I και AF_S1_I .

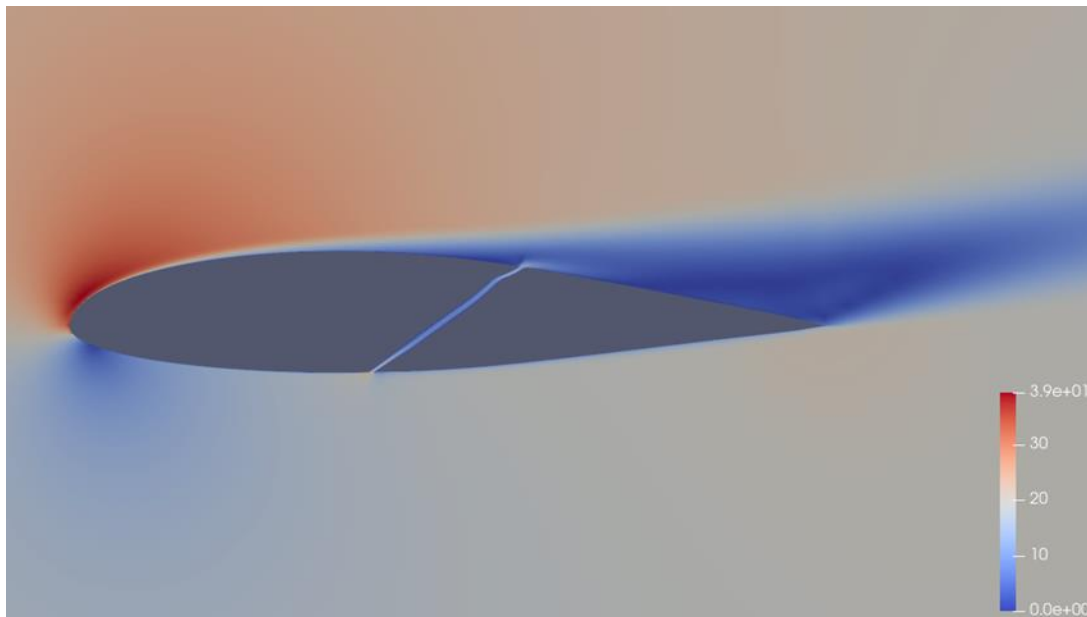


Σχήμα 37. Κατανομή πίεσης για τις AF_PI , $AF_S1_O10_F$ για $\alpha_\infty = 10^\circ$

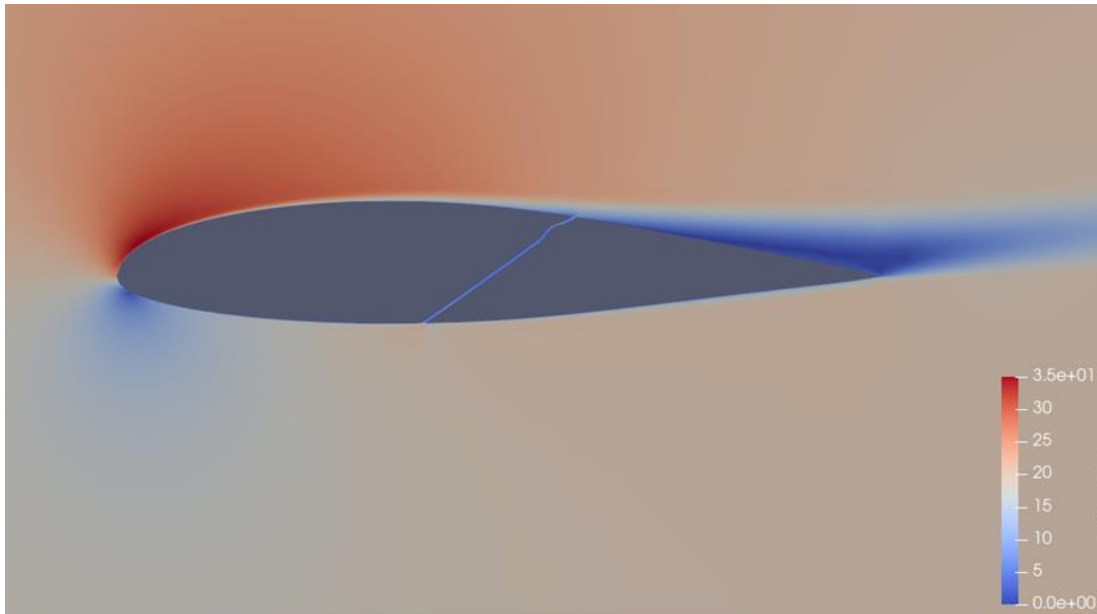
Στο σχήμα 37 παρουσιάζεται η κατανομή πίεσης για τις AF_PI , $AF_S1_O10_F$. Παρατηρείται ότι η κατανομή πίεσης στην πλευρά υποπίεσης κοντά στην ακμή προσβολής είναι μικρότερη για την $AF_S1_O10_F$ απ' ό τι για την AF_S1_I .

5.6.3. Σύγκριση ροών για $\alpha_\infty = 10^\circ$ και $\alpha_\infty = 15^\circ$

Λαμβάνοντας υπόψη τις βελτιστοποιήσεις που πραγματοποιήθηκαν στα κεφάλαια [5.6.1](#) και [5.6.2](#) γίνεται σύγκριση του πεδίου ταχυτήτων γύρω από τις $AF_S1_O10_F$ και $AF_S1_O15_F$.

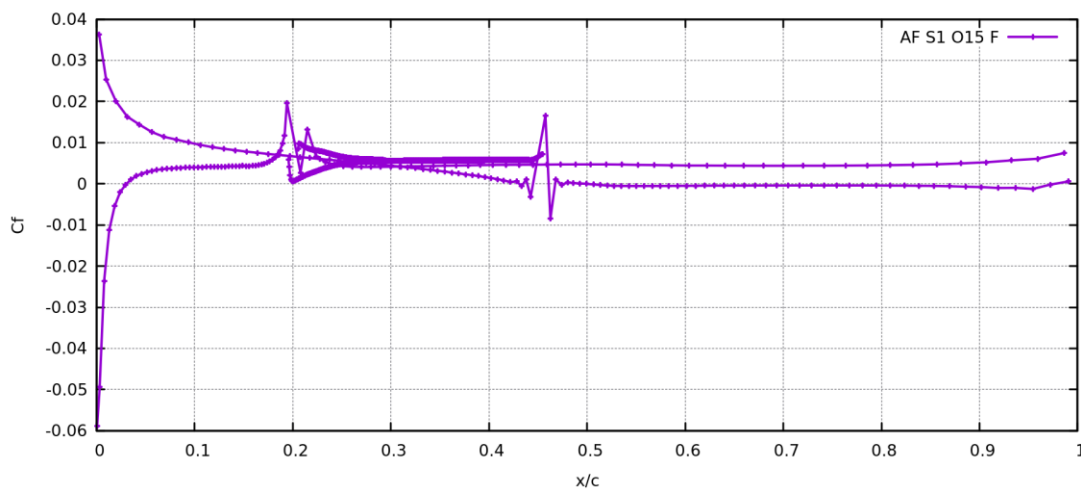


Σχήμα 38. Πεδίο ταχύτητας γύρω από την $AF_S1_O15_F$ για $\alpha_\infty = 15^\circ$



Σχήμα 39. Πεδίο ταχύτητας γύρω από την **AF_S1_O10_F** για $\alpha_\infty = 10^\circ$

Όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 38, η τελική μορφή της σχισμής καμπυλώνει αρκετά κοντά στην πλευρά υποπίεσης. Ωστόσο, στο σχήμα 39 η τελική μορφή της σχισμής δεν καμπυλώνει αρκετά συγκριτικά με το σχήμα 38, καθώς το οριακό στρώμα στη δεύτερη περίπτωση είναι ήδη αποκολλημένο και το ρευστό εγχύεται με μεγάλη γωνία σε αυτό. Άρα, το σημείο που δημιουργήθηκε η σχισμή και βελτιστοποιήθηκε για $\alpha_\infty = 15^\circ$ δεν επέδρασε αποτελεσματικά, ώστε η ροή να παραμείνει προσκολλημένη καθώς αυτή είχε ήδη αποκολληθεί. Γι' αυτό, η σχισμή θα δημιουργηθεί πιο κοντά στην ακμή προσβολής. Για να βρεθεί μια καλύτερη θέση για να δημιουργηθεί η σχισμή υπολογίσθηκε ο συντελεστής τριβής της **AF_S1_I**, όπως αυτός παρουσιάζεται στο σχήμα 40.

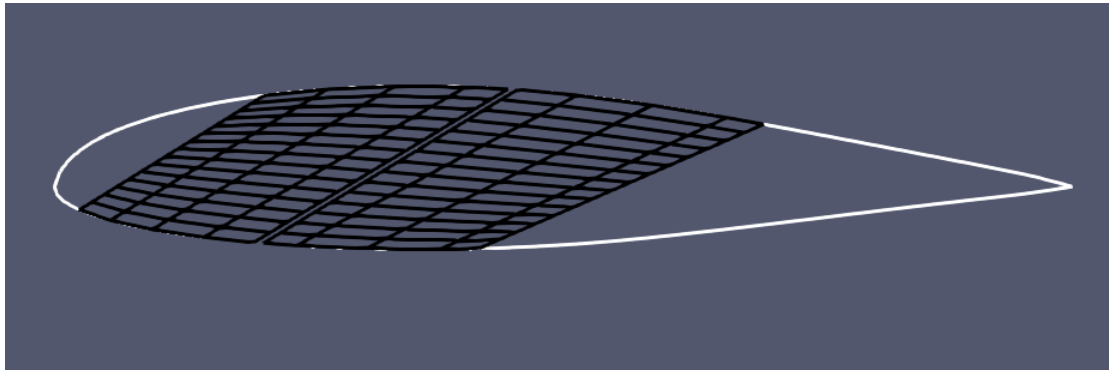


Σχήμα 40. Συντελεστής τριβής

Στο σχήμα 40 παρατηρείται ότι κοντά στο $x/c=0.45$ της πλευράς υποπίεσης της αεροτομής ο συντελεστής τριβής λαμβάνει αρνητικές τιμές, οπότε θεωρείται ότι περίπου σε εκείνο το σημείο η ροή αποκολλάται. Γι' αυτό το λόγο αποφασίζεται να πραγματοποιηθεί βελτιστοποίηση της σχισμής για γωνία πρόσπτωσης $\alpha_\infty = 15^\circ$ με τη σχισμή να ξεκινά από το $x/c = 0.2$ στην πλευρά υπερπίεσης μέχρι το $x/c = 0.45$ στην πλευρά υποπίεσης.

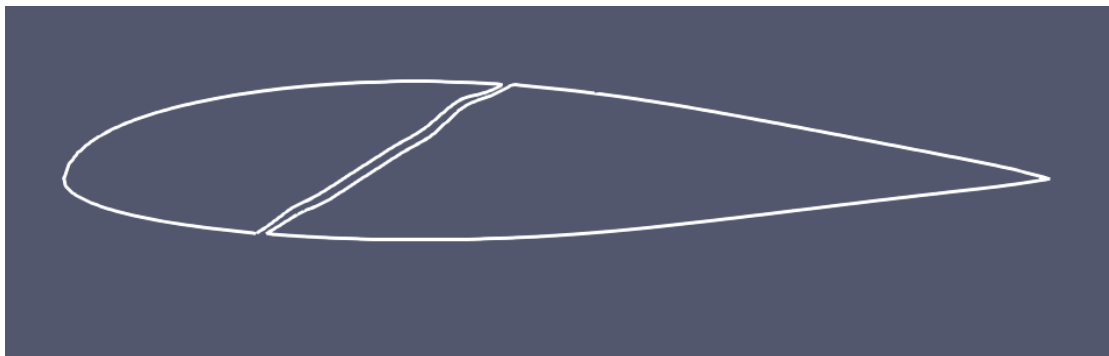
5.6.4. Σχισμή πιο κοντά στην ακμή προσβολής

Για τη βελτιστοποίηση της σχισμής στην καινούργια θέση χρησιμοποιήθηκε κουτί μορφοποίησης διάστασης 10×16 . Η τιμή της γωνίας της επ' άπειρον ροής είναι $\alpha_\infty = 15^\circ$.



Σχήμα 41. Κουτί μορφοποίησης διάστασης 10×16

Ακολουθήθηκε η ίδια μεθοδολογία ως προς τα κουτιά μορφοποίησης, όπως αυτή παρουσιάστηκε στην παράγραφο [5.5.1](#) και η σχισμή πήρε τη βέλτιστη μορφή της, το οποίο αποτυπώθηκε και στην τιμή της συνάρτησης-στόχου, όπως αυτή παρουσιάζεται στον πίνακα 13.

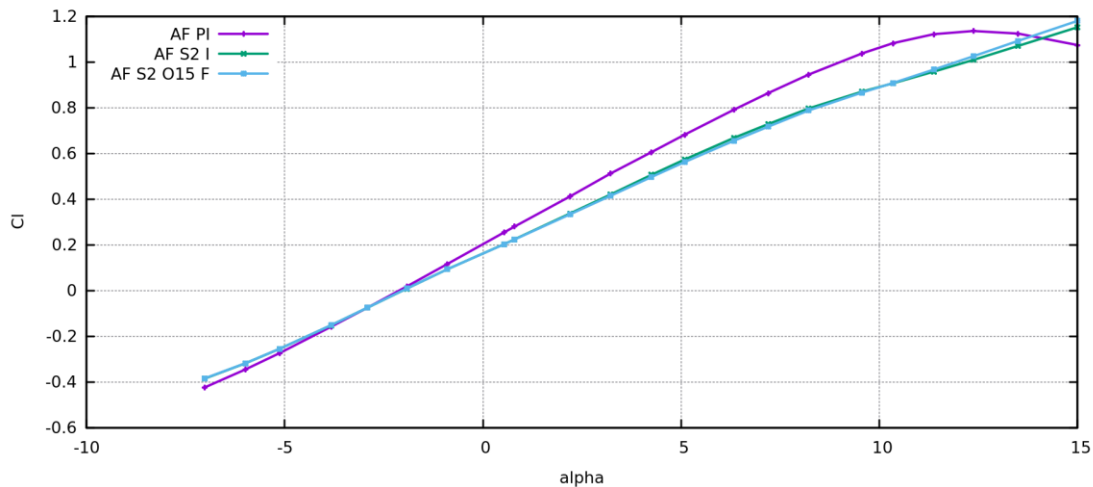


Σχήμα 42. *AF_S2_O15_F*

Αεροτομή	Συντελεστής Άνωσης/ Συντελεστή Αντίστασης	Συντελεστής Άνωσης	Συντελεστής Αντίστασης
<i>AF_S2_I</i>	15.81870	1.14930	0.07265
<i>AF_S2_O15_I</i>	17.11654	1.17841	0.06884
<i>AF_S2_O15_F</i>	17.27504	1.18200	0.06842

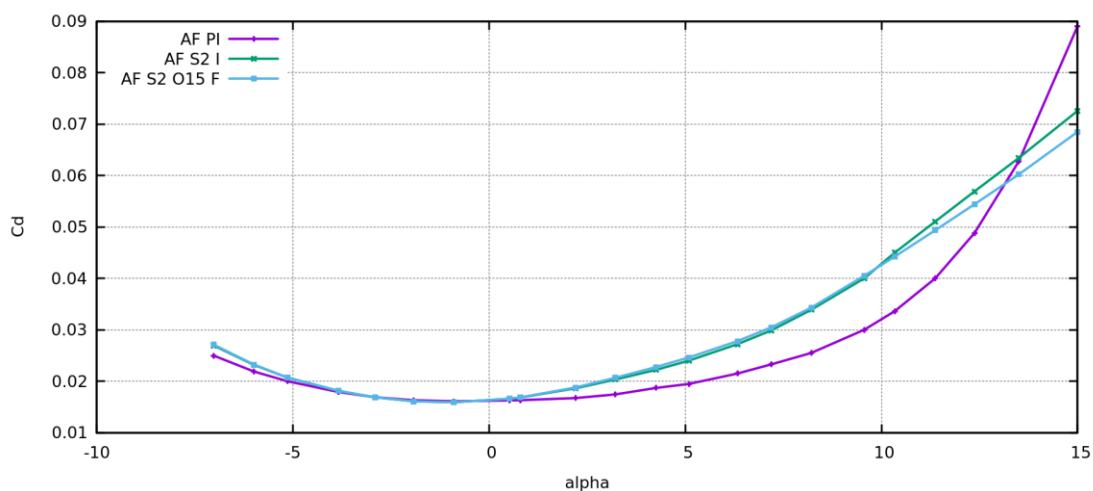
Πίνακας 13. Τιμές της συνάρτησης-στόχου για τις *AF_S2_I*, *AF_S2_O15_I*, *AF_S2_O15_F*

Για την *AF_S2_O15_F* υπολογίσθηκαν οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης και συγκρίθηκαν με τους αντίστοιχους συντελεστές των *AF_S2_I* και *AF_S2_O15_I*.



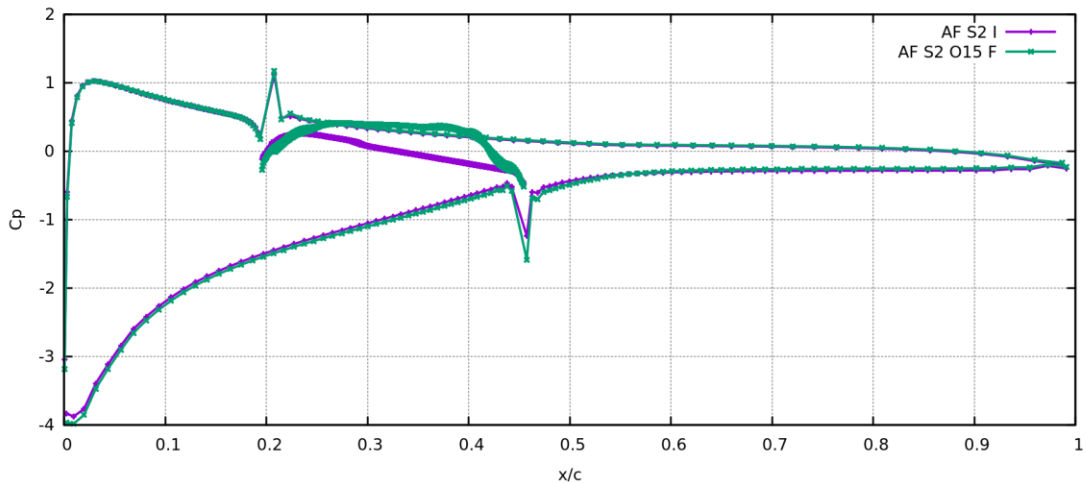
Σχήμα 43. Συντελεστής άνωσης των *AF_PI*, *AF_S2_I* και *AF_S2_O15_F* συναρτήσει της γωνίας πρόσπτωσης

Στο σχήμα 43 παρουσιάζεται ο συντελεστής άνωσης ως προς τη γωνία πρόσπτωσης για τις airfoil *AF_P_I*, *AF_S2_I* και *AF_S2_O15_F*. Για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης, όπου η *AF_P_I* βρίσκεται σε απώλεια στήριξης (stall), ο συντελεστής άνωσης συνέχισε να ανεβαίνει.

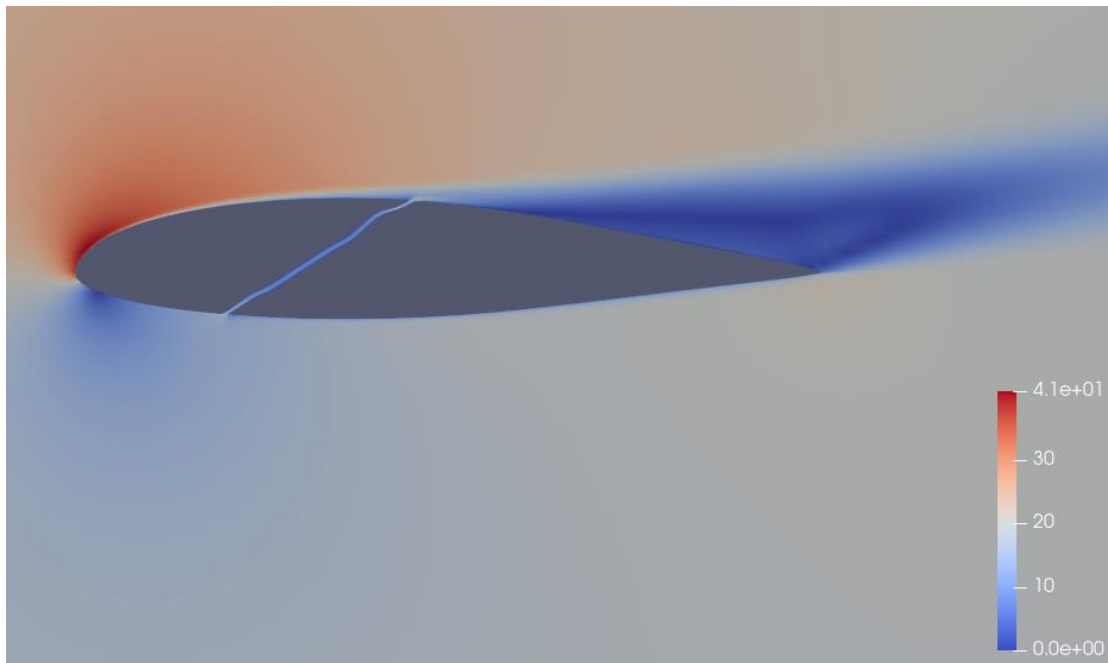


Σχήμα 44. Συντελεστής αντίστασης των *AF_PI*, *AF_S2_I* και *AF_S2_O15_F* συναρτήσει γωνίας πρόσπτωσης

Στο σχήμα 44 παρουσιάζεται ο συντελεστής αντίστασης ως προς τη γωνία πρόσπτωσης για τις **AF_P_I**, **AF_S2_I** και **AF_S2_O15_F**. Για μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης όπου η **AF_P_I** βρίσκεται σε απώλεια στήριξης, σύμφωνα και με το σχήμα 43, λόγω της σχισμής ο συντελεστής αντίστασης παρόλο του ότι αυξάνεται, βρίσκεται χαμηλότερα από αυτόν της **AF_P_I**. Επίσης, για την **AF_S2_O15_F** ο συντελεστής αντίστασης είναι μικρότερος από αυτόν της **AF_S2_I**.



Σχήμα 45. Κατανομή πίεσης για τις **AF_S2_I** και **AF_S2_O15_F** για $\alpha_\infty = 15^\circ$

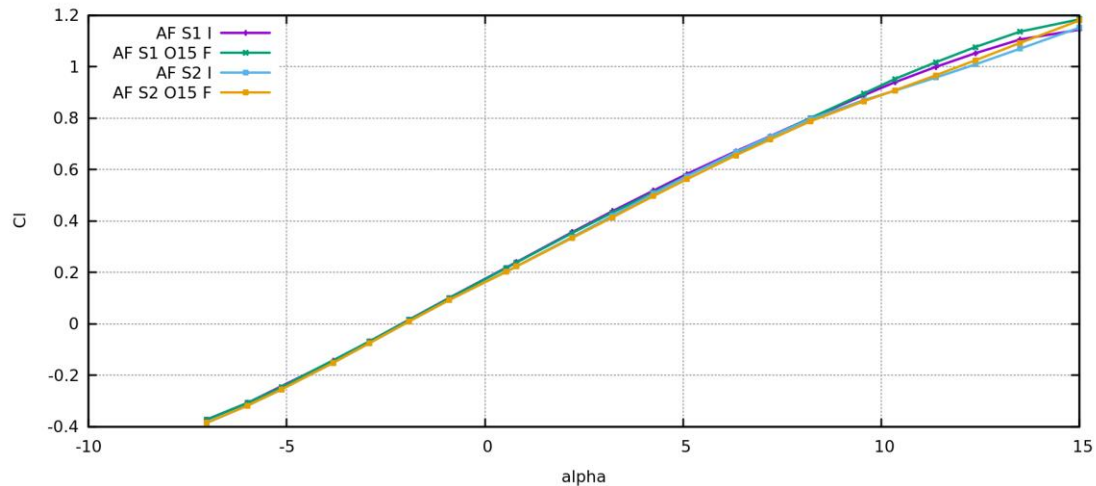


Σχήμα 46. Πεδίο ταχύτητας της **AF_S2_O15_F**

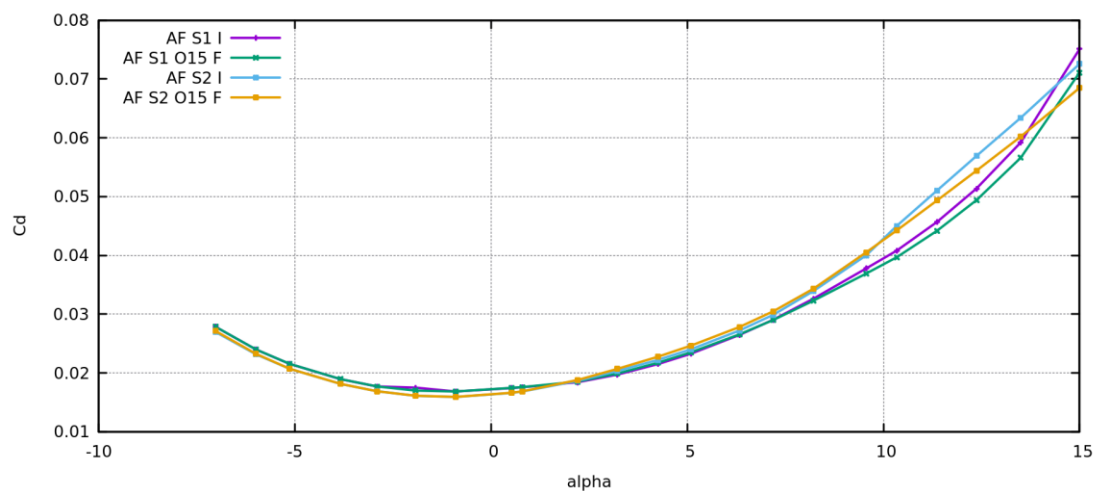
Στο σχήμα 46 παρουσιάζεται το πεδίο ταχύτητας για $\alpha_\infty = 15^\circ$. Παρατηρείται ότι το ρευστό που περνά από τη σχισμή εγχύεται στο οριακό στρώμα, το οποίο δεν είναι αποκολλημένο.

5.6.5. Σύγκριση αποτελεσμάτων για τις διαφορετικές θέσεις της σχισμής

Για τις σχισμές που δημιουργήθηκαν στις δύο διαφορετικές θέσεις και έχουν βελτιστοποιηθεί για $\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$, γίνεται σύγκριση των συντελεστών άνωσης και αντίστασης.



Σχήμα 47. Συντελεστές άνωσης



Σχήμα 48. Συντελεστές αντίστασης

Στα σχήματα 47 και 48 γίνεται σύγκριση των συντελεστών άνωσης και αντίστασης για τις AF_S1_I , $AF_S1_O15_F$, AF_S2_I , $AF_S2_O15_F$. Για λόγους ευκρίνειας, κυρίως για τα αποτελέσματα του συντελεστή άνωσης ως προς τη γωνία πρόσπτωσης, τα ακριβή αποτελέσματα παρουσιάζονται στους πίνακες 14 και 15.

Αεροτομή	Συντελεστής Άνωσης/ Συντελεστή Αντίστασης	Συντελεστής Άνωσης	Συντελεστής Αντίστασης
<i>AF_S1_I</i>	15.18669	1.14126	0.07515
<i>AF_S1_O15_F</i>	15.81870	1.14930	0.07265

Πίνακας 14. Τιμές της συνάρτησης-στόχου για τις AF_S1_I, AF_S1_O15_F

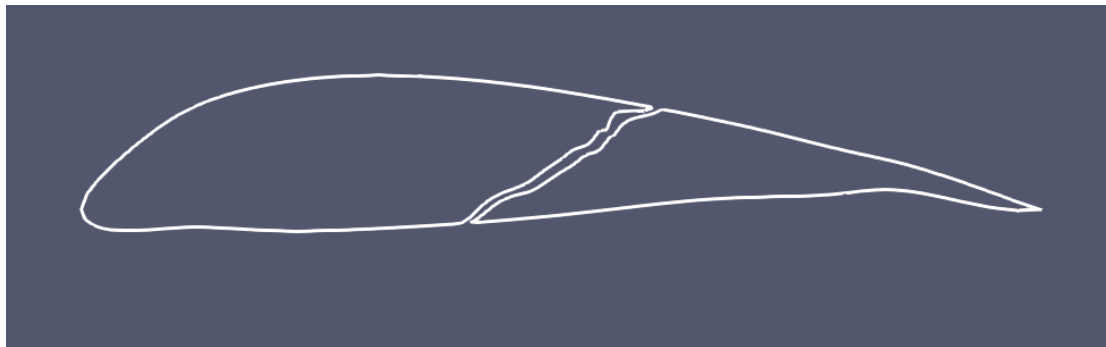
Αεροτομή	Συντελεστής Άνωσης/ Συντελεστή Αντίστασης	Συντελεστής Άνωσης	Συντελεστής Αντίστασης
<i>AF_S2_I</i>	16.61305	1.18355	0.07124
<i>AF_S2_O15_F</i>	17.27504	1.18200	0.06842

Πίνακας 15. Τιμές της συνάρτησης-στόχου για τις AF_S2_I, AF_S2_O15_F

Σε ότι αφορά στη σχισμή (αρχική), αυτή που βρίσκεται πιο κοντά στην ακμή προσβολής (*AF_S2_I*) δίνει μεγαλύτερες τιμές λόγου άνωσης προς αντίσταση και μεμονωμένα μεγαλύτερες τιμές άνωσης και αντίστασης συγκριτικά με αυτή που βρίσκεται πιο μακριά από την ακμή προσβολής (*AF_S1_I*). Το ίδιο ισχύει και για τη βέλτιστη σχισμή (*AF_S1_O15_F* και *AF_S2_O15_F*) με τη μόνη διαφορά ότι η άνωση είναι περίπου ίδια ανεξαρτήτως της θέσης της σχισμής ενώ η αντίσταση έχει μειωθεί.

5.6.6. Δημιουργία σχισμής στη βέλτιστη αεροτομή

Στην *AF_P_O425* δημιουργήθηκε σχισμή ευθείας μορφής στην ίδια θέση που είχε αρχικά αυθαίρετα επιλεγεί (από $x/c=0.4$ της πλευράς υπερπίεσης μέχρι το $x/c=0.6$ της πλευράς υποπίεσης). Βελτιστοποιήθηκε η μορφή της σχισμής για $\alpha_\infty = 10^\circ$ (σχήμα 49) και $\alpha_\infty = 15^\circ$ (σχήμα 50). Τα κουτιά μορφοποίησης ήταν τοποθετημένα έτσι, ώστε τα άκρα τους να είναι τοποθετημένα στο όριο της αεροτομής και να μην περικλείουν τη σχισμή, όπως η συγκεκριμένη μεθοδολογία παρουσιάστηκε αναλυτικά στην παράγραφο [5.5.1](#).



Σχήμα 49. AF_P_O425_S1_O10



Σχήμα 50. AF_P_O425_S1_O15

Η μορφή της βέλτιστης σχισμής στο σχήμα 49 είναι αρκετά καμπυλώδης κοντά στην πλευρά υποπίεσης, ενώ στο σχήμα 50 καμπυλώνει πριν το μέσο της σχισμής και στη συνέχεια είναι σχεδόν ευθεία και δεν έχει κλίση (συγκριτικά με την αρχική μορφή της σχισμής), οπότε το ρευστό θα εγχυθεί με μεγάλη γωνία στην ελεύθερη ροή.

α_{∞} (°)	Αεροτομή	Συντελεστής Άνωσης/ Συντελεστή Αντίστασης	Συντελεστής Άνωσης	Συντελεστής Αντίστασης
$\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$	AF_P_O425_S1_I	25.317	1.34167	0.05286
	AF_P_O425_S1_O10	27.172	1.37496	0.05052
$\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$	AF_P_O425_S1_I	13.422	1.44053	0.10722
	AF_P_O425_S1_O15	16.229	1.54189	0.09501

Πίνακας 16. Τιμές της συνάρτησης-στόχου για τις AF_P_O425_S1_I, AF_P_O425_S1_O10, AF_P_O425_S1_I, AF_P_O425_S1_O15 για $\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$ και $\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$

α_{∞} (°)	Αεροτομή	Συντελεστής Άνωσης/ Συντελεστή Αντίστασης	Συντελεστής Άνωσης	Συντελεστής Αντίστασης
$\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$	AF_S1_I	23.17749	0.91602	0.03952
	AF_S1_O10_F	28.34610	1.00060	0.03530
$\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$	AF_S1_I	15.18669	1.14126	0.07515
	AF_S1_O15_F	16.61305	1.18355	0.07124

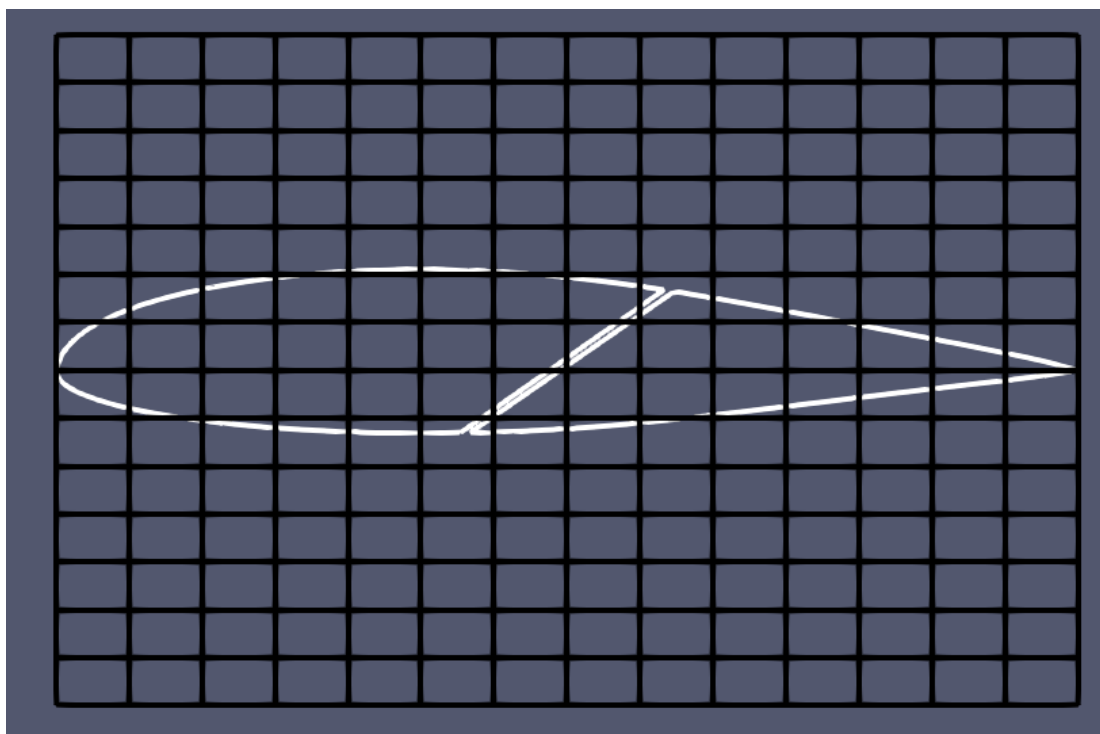
Πίνακας 17. Τιμές της συνάρτησης-στόχου για τις AF_S1_I, AF_S1_O10_F, AF_S1_I, AF_S1_O15_F για $\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$ και $\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$

Σύμφωνα με τους πίνακες 16 και 17, οι τιμές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης για τη σχισμή που δημιουργήθηκε στη βέλτιστη αεροτομή είναι μεγαλύτερες από αυτές για τη σχισμή που δημιουργήθηκε στην αρχική αεροτομή.

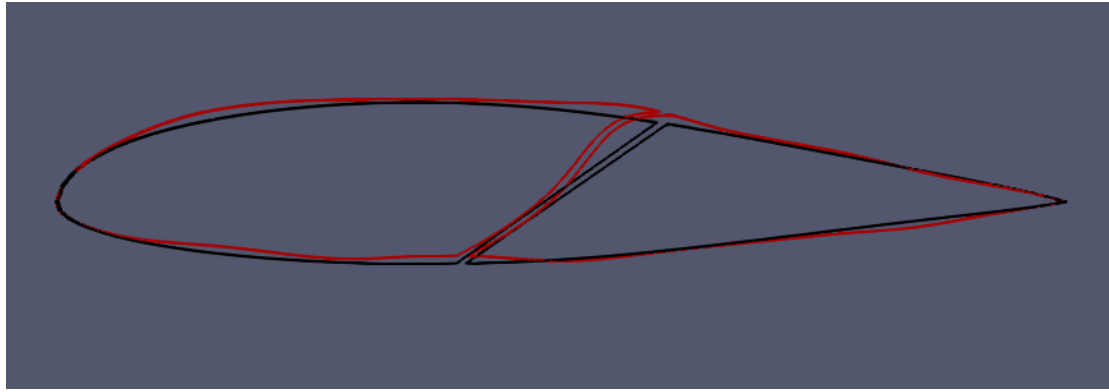
Επίσης, οι *AF_P_0425_S1_O10* και *AF_P_0425_S1_O15* δίνουν μικρότερο λόγο άνωσης προς αντίσταση από αυτούς των *AF_S1_O10_F* και *AF_S1_O15_F*. Παρ' όλα αυτά, οι *AF_P_0425_S1_O10* και *AF_P_0425_S1_O15* δίνουν μεμονωμένα μεγαλύτερες τιμές άνωσης και αντίστασης. Ακόμα παρατηρείται ότι για $\alpha_\infty = 15^\circ$ ο λόγος άνωσης προς αντίσταση είναι μικρότερος από ότι για $\alpha_\infty = 10^\circ$ καθώς και ότι η άνωση αυξάνεται σε μικρότερο ποσοστό από την αντίσταση, η οποία διπλασιάζεται ανεξαρτήτως της μορφής της αεροτομής όπου δημιουργείται η σχισμή.

5.6.7. Ταυτόχρονη βελτιστοποίηση των μορφών αεροτομής και σχισμής

Στην τελική φάση της εργασίας βελτιστοποιήθηκε ταυτόχρονα η μορφή της αεροτομής και της σχισμής για $\alpha_\infty = 15^\circ$ γωνία πρόσπτωσης. Το κουτί βελτιστοποίησης ήταν διάστασης 15 x 15 και παρουσιάζεται στο σχήμα 51.



Σχήμα 51. Κουτί μορφοποίησης



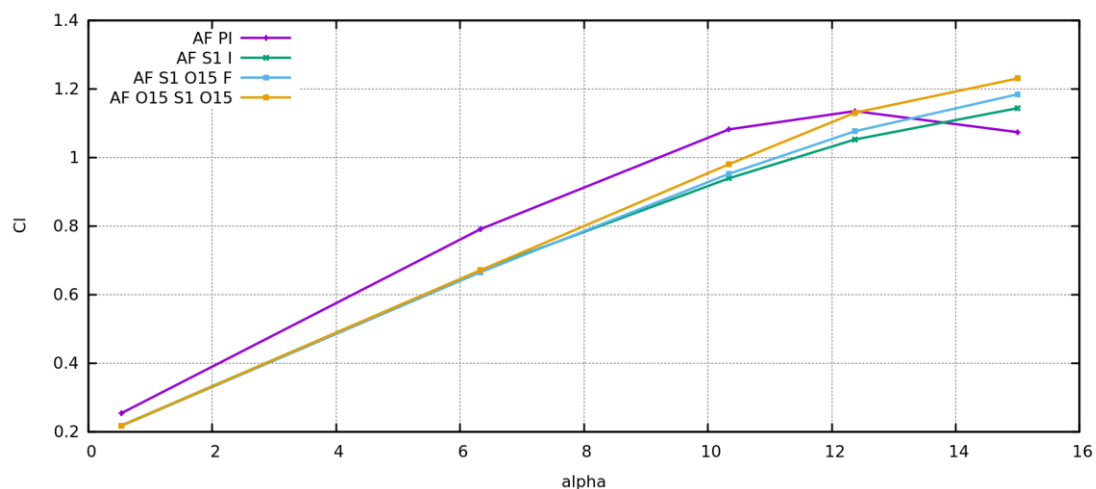
Σχήμα 52. *AF_O15_S1_O15* (κόκκινο) και *AF_S1_I* (μαύρο)

Για 30 κύκλους βελτιστοποίησης παρουσιάζονται στο σχήμα 52 οι *AF_O15_S1_O15* και *AF_S1_I* και στον πίνακα 15 οι τελικές τιμές της άνωσης και αντίστασης. Η μορφή της αεροτομής καμπυλώνει αρκετά πριν από τη σχισμή στην πλευρά υποπίεσης. Επίσης, η μορφή της σχισμής καμπυλώνει αρκετά από τα μέσα της σχισμής και μέχρι την πλευρά υποπίεσης.

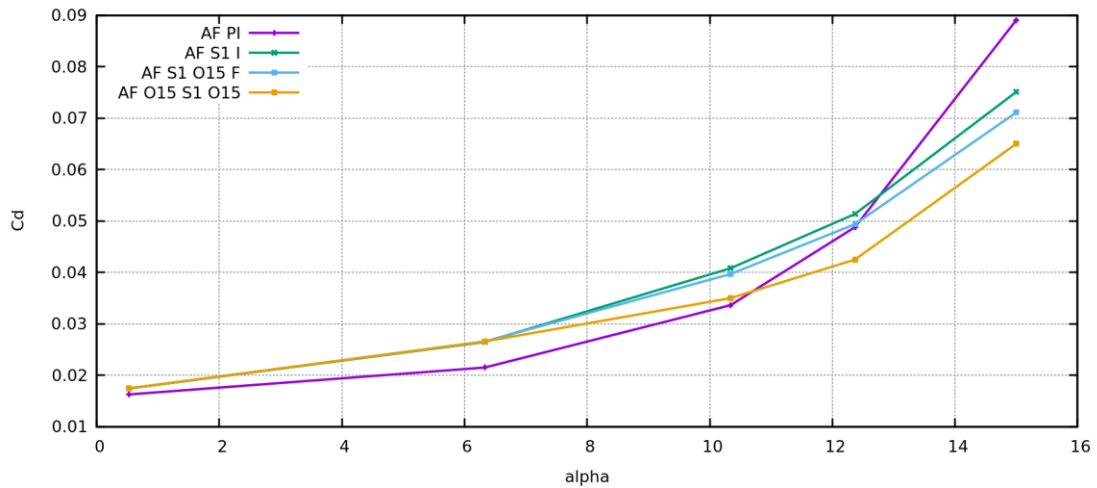
Κύκλος Βελτιστοποίησης	Συντελεστής Άνωσης/ Συντελεστή Αντίστασης	Συντελεστής Άνωσης	Συντελεστής Αντίστασης
0	15.18669	1.14126	0.07515
30	19.30552	1.24212	0.06417

Πίνακας 18. Τιμές άνωσης και αντίστασης στον αρχικό και τελικό κύκλο βελτιστοποίησης

Σύμφωνα με τον πίνακα 18, η άνωση έχει αυξηθεί, ενώ η αντίσταση έχει μειωθεί.



Σχήμα 53. Συντελεστής άνωσης συναρτήσει γωνίας πρόσπτωσης



Σχήμα 54. Συντελεστής αντίστασης συναρτήσει γωνίας πρόσπτωσης

Στα σχήματα 53 και 54, οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης της **AF_O15_S1_O15** είναι υψηλότεροι και χαμηλότεροι αντίστοιχα, συγκριτικά με τους συντελεστές άνωσης και αντίστασης των **AF_S1_I** και **AF_S1_O15_F** μετά τη γωνία πρόσπτωσης $\alpha_{\infty} = 6^{\circ}$. Επίσης, οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης της **AF_P_I** συγκριτικά με τους αντίστοιχους συντελεστές της **AF_O15_S1_O15** είναι υψηλότεροι και χαμηλότεροι αντίστοιχα, πριν από τη γωνία στην οποία η **AF_P_I** θα βρισκόταν σε απώλεια στήριξης και χαμηλότεροι και υψηλότεροι αντίστοιχα μετά από αυτή τη γωνία.

Για την **AF_O15_S1_O15**, υπολογίζονται οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης με χρήση των τριών μοντέλων τύρβης (Spalart-Allmaras, k- ω και k- ω (γ - Re_{θ})).

Συντελεστής Άνωσης (Cl)			
α_{∞} (°)	Spalart Allmaras	k- ω	k- ω (γ - Re_{θ})
15	1.242	1.348	1.407

Πίνακας 19. Συντελεστές άνωσης συναρτήσει γωνίας πρόσπτωσης

Συντελεστής Αντίστασης (Cd)			
α_{∞} (°)	Spalart Allmaras	k- ω	k- ω (γ - Re_{θ})
15	0.06417	0.0528	0.0458

Πίνακας 20. Συντελεστές αντίστασης συναρτήσει γωνίας πρόσπτωσης

Το μοντέλο τύρβης k- ω (γ - Re_{θ}) υπολογίζει καλύτερα τους συντελεστές άνωσης και αντίστασης.

6. Κεφάλαιο 6

Ανακεφαλαίωση- Συμπεράσματα

Αντικείμενο της μεταπτυχιακής αυτής εργασίας είναι η βελτιστοποίηση της μορφής της αεροτομής, αλλά και των σχισμών που δημιουργήθηκαν και οι οποίες συνδέουν τις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης, ώστε να ελέγχεται η ανάπτυξη του οριακού στρώματος.

Αρχικά μελετήθηκε η ροή γύρω από την αεροτομή S8036 κι έγινε σύγκριση των συντελεστών άνωσης και αντίστασης, οι οποίοι υπολογίσθηκαν με το λογισμικό OpenFOAM, με τους συντελεστές που υπολογίσθηκαν μέσω πειραμάτων [6] και με αυτούς που υπολογίσθηκαν με χρήση του λογισμικού PUMA. Με χρήση του μοντέλου τύρβης k- ω με μοντέλο μετάβασης γ - Re_{θ} , οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης που υπολογίσθηκαν είναι πιο κοντά στους πειραματικούς [6]. Παρόλα αυτά υπάρχουν σε μερικά σημεία διαφορές με τις μετρήσεις. Όμως η βελτιστοποίηση που πραγματοποιείται πρέπει να θεωρηθεί ότι γίνεται με βάση το τι δίνει ο ίδιος κώδικας στην αρχική και τη βελτιστοποιημένη αεροτομή. Στη συνέχεια βελτιστοποιήθηκε η μορφή της αεροτομής με στόχο τη μεγιστοποίηση του λόγου άνωσης προς αντίσταση με περιορισμό ως προς το τελικό εμβαδόν της αεροτομής.

Έπειτα δημιουργήθηκε σχισμή στην αρχική αεροτομή, η οποία εκτείνεται από το σημείο $x/c=0.4$ της πλευράς υπερπίεσης μέχρι το $x/c=0.6$ της πλευράς υποπίεσης. Βελτιστοποιήθηκε η μορφή της σχισμής με στόχο τη μεγιστοποίηση του λόγου άνωσης προς αντίσταση για δύο γωνίες $\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$ και $\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$. Συγκρίθηκαν οι ροές για τις δύο βέλτιστες σχισμές και παρατηρήθηκε ότι η μορφή της βέλτιστης σχισμής για γωνία $\alpha_{\infty} = 15^{\circ}$ δεν καμπύλωνε αρκετά κοντά στην πλευρά υποπίεσης με αποτέλεσμα το ρευστό να εγχύεται με μεγάλη γωνία στο αποκολλημένο οριακό στρώμα. Αντίθετα, για γωνία $\alpha_{\infty} = 10^{\circ}$ όπου η μορφή της σχισμής ήταν πιο καμπυλώδης, το ρευστό εγχύεται παράλληλα με τη ροή.

Για βελτιστοποίηση της σχισμής υπό γωνία $\alpha_\infty = 10^\circ$ η θέση της σχισμής μετατοπίστηκε προς την ακμή προσβολής της αεροτομής. Για την ακριβή θέση της σχισμής υπολογίσθηκε η κατανομή του συντελεστή τριβής, οπότε αυτή μετακινήθηκε στο $x/c=0.2$ της πλευράς υπερπίεσης της αεροτομής έως το $x/c=0.45$ στην πλευρά υποπίεσης. Σε αυτήν την περίπτωση, η βέλτιστη μορφή της σχισμής ήταν τέτοια, ώστε να εγχυθεί το ρευστό παράλληλα με το οριακό στρώμα και πριν αυτό αποκολληθεί. Συγκρίθηκαν οι συντελεστές άνωσης και αντίστασης για τις βέλτιστες μορφές των σχισμών με τους συντελεστές της αεροτομής (χωρίς σχισμή). Για γωνίες πρόσπτωσης μικρότερες από αυτή που προκαλείται απώλεια στήριξης της αεροτομής, οι συντελεστές άνωσης των αεροτομών με σχισμές είναι πιο μικροί από τον συντελεστή άνωσης της αεροτομής, ενώ οι συντελεστές αντίστασης των αεροτομών με σχισμές είναι πιο υψηλοί από τον συντελεστή αντίστασης της αεροτομής. Συνεπώς, η δημιουργία των σχισμών για αυτές τις γωνίες πρόσπτωσης δεν είχε όφελος ως προς τους συντελεστές άνωσης και αντίστασης. Ωστόσο, για πιο μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης οι συντελεστές άνωσης είναι υψηλότεροι και οι συντελεστές αντίστασης μικρότεροι από αυτούς της αρχικής αεροτομής. Άρα σε μεγάλες γωνίες πρόσπτωσης, όπου η αεροτομή θα βρισκόταν σε απώλεια στήριξης, το ρευστό που περνά από τις σχισμές επιδρά με το οριακό στρώμα, το οποίο αποτυπώνεται και στις τιμές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης. Σχετικά με τη θέση της σχισμής η μετατοπισμένη προς την ακμή προσβολής σχισμή δίνει καλύτερα αποτελέσματα για τον συντελεστή αντίστασης, ενώ ο συντελεστής άνωσης δεν επηρεάζεται από αυτή. Επίσης, όσο πιο μεγάλη είναι η γωνία πρόσπτωσης για την οποία βελτιστοποιείται η μορφή της σχισμής, τόσο πιο κοντά στην ακμή προσβολής πρέπει να είναι η θέση της.

Στη συνέχεια δημιουργήθηκε σχισμή στη αρχική βελτιστοποιημένη αεροτομή (χωρίς σχισμή). Ο λόγος άνωσης προς αντίσταση παρά τη δημιουργία σχισμής αυξήθηκε, όπως και οι τιμές των συντελεστών άνωσης και αντίστασης. Ο δε συντελεστής αντίστασης διπλασιάστηκε.

Τέλος, πραγματοποιήθηκε ταυτόχρονη βελτιστοποίηση της μορφής της αρχικής αεροτομής και της αρχικής μορφής της σχισμής. Η αεροτομή η οποία προέκυψε έδωσε τον υψηλότερο συντελεστή άνωσης και τον χαμηλότερο συντελεστή αντίστασης από οποιαδήποτε αεροτομή με βέλτιστη μορφή της σχισμής που πραγματοποιήθηκε, όπως επίσης και από της αεροτομής χωρίς σχισμή για γωνίες πρόσπτωσης στις οποίες αυτή θα βρισκόταν σε απώλεια στήριξης.

7. Κεφάλαιο 7

Βιβλιογραφία

- [1] V. J. Modi, T. Yokomizo, On the boundary layer control through momentum injection: St73 Optimization applications, Sadhana, Vol. 19, Part 3, June 1994, pp. 401-426
- [2] Κ. Χ. Γιαννάκογλου, Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική, 4^η Έκδοση (Με Ασκήσεις), Αθήνα 2006
- [3] <https://www.openfoam.com/>
- [4] Κ. Giannakoglou, E. Papoutsis Kiachagias, K. Gkaragkounis, “adjointOptimisation, an OpenFOAM-based optimisation tool”, User Manual, Prepared by the Parallel CFD & Optimization Unit, School of Mechanical Engineering, National Technical University of Athens, Athens, June 2020
- [5] Κ. Χ. Γιαννάκογλου, Συνεκτικές Ροές στις Στροβιλομηχανές, Πανεπιστημιακές Παραδόσεις, Αθήνα 1997
- [6] C. Lyon, A. Broeren, P. Giguere, A. Gopalarathnam, and M. Selig, Summary of Low-Speed Airfoil Data, Volume 3
- [7] <https://www.openfoam.com/documentation/user-guide/4-mesh-generation-and-conversion/4.3-mesh-generation-with-the-blockmesh-utility>
- [8] E. Papoutsis Kiachagias, Adjoint Methods for Turbulent Flows, Applied to Shape or Topology Optimization and Robust Design, PhD Thesis, National Technical University of Athens, Athens, 2013
- [9] https://openfoamwiki.net/index.php/OpenFOAM_guide/The_SIMPLE_algorithm_in_OpenFOAM

[10] Κ. Χ. Γιαννάκογλου, Μέθοδοι Αιτιοκρατικής και Στοχαστικής Βελτιστοποίησης και Εφαρμογές, Σημειώσεις για το Μεταπτυχιακό Μάθημα (ΔΠΜΣ), Αθήνα 2012

[11] <https://turbmodels.larc.nasa.gov/wilcox.html>

[12] N.Kim & K. Kim (2021) Flow control using fluidic oscillators on an airfoil with a flap, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 15:1, 377-390, DOI: 10.1080/19942060.2021.1880972

[13] T. Moghaddam and N. Neishabouri 2017 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 248 012009

[14] A. Coppieters, Airfoil Boundary-Layer Control through Pulsating Jets, MSc Thesis, Technical University of Darmstadt, Darmstadt 2011

[15] V.G. Asouti and K.C. Giannakoglou, A Low-Cost Evolutionary Algorithm for the Unit Commitment Problem Considering Probabilistic Outages, *International Journal of Systems Science, SI: Computational Intelligence in the Presence of Uncertainties 2012*; 43(7):1322-1335

[16] V.G. Asouti, I.C. Kambolis and K.C. Giannakoglou, A Grid-Enabled Asynchronous Metamodel-Assisted Evolutionary Algorithm for Aerodynamic Optimization, *Genetic Programming and Evolvable Machines, SI: Parallel and Distributed Evolutionary Algorithms, Part One 2009*; 10(4):373-389.

[17] I.C. Kambolis and K.C. Giannakoglou, Distributed Evolutionary Algorithms with Hierarchical Evaluation, *Engineering Optimization 2009*; 41(11):1037-1049.

[18] A. Oyama, S. Obayashi, K. Nakahashi, T. Nakamura, Euler/Navier-Stokes Optimization of Supersonic Wing Design Based on Evolutionary Algorithm, *Parallel Computational Fluid Dynamics 1998*.

[19] J. Lin, Review of research on low-profile vortex generators to control boundary-layer separation, *Progress in Aerospace Sciences, Volume 38, Issues 4–5, 2002, Pages 389-420, ISSN 0376-0421*.

[20] https://turbmodels.larc.nasa.gov/langtrymenter_4eqn.html

[21] <https://www.aircraftsystemstech.com/p/actuators.html> .

[22] X. Trompoukis, K. Tsiakas, V. Asouti, M. Kontou, K. Giannakoglou, Continuous Adjoint-Based Optimization of an Internally Cooled Turbine Blade—Mathematical Development and Application. *Int. J. Turbomach. Propuls. Power 2021, 6, 20*. <https://doi.org/10.3390/ijtpp6020020>

[23] Ι. Καμπόλης: Πολυεπίπεδοι, πολυεπεξεργαστικοί αλγόριθμοι αεροδυναμικής βελτιστοποίησης στις στροβιλομηχανές. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2009.

-
- [24] P. Spalart and S. Allmaras: A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. AIAA Paper 1992-439, 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, USA, January 6–9 1992.
- [25] I. Tsopeles, Integration of the GPU-Enabled CFD Solver PUMA into the Workflow of a Turbomachinery Industry. Testing and Validation. NTUA, Athens, 2018.
- [26] R. Barrett, M. Berry, T.F. Chan, J. Demmel, J.M. Donato, J. Dongarra, V. Eijkhout, R. Pozo, C. Romine, and H. van der Vorst. Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods, 2nd Edition. SIAM, Philadelphia, PA, 1994.
- [27] H.A. van der Vorst. Bi-CGSTAB: A Fast and Smoothly Converging Variant of Bi-CG for the Solution of Nonsymmetric Linear Systems. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 13(2):631–644, 1992.
- [28] E.F. Kaasschieter, Preconditioned conjugate gradients for solving singular systems, Journal of Computational and Applied Mathematics, Volume 24, Issues 1–2, 1988, Pages 265-275, ISSN 0377-0427, [https://doi.org/10.1016/0377-0427\(88\)90358-5](https://doi.org/10.1016/0377-0427(88)90358-5).
- [29] <https://www.intel.com/content/www/us/en/products/sku/95451/intel-core-i77500u-processor-4m-cache-up-to-3-50-ghz/specifications.html>