



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ  
ΜΟΝΑΔΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ  
ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

---

Σχεδιασμός - Βελτιστοποίηση Μορφών  
στη Μηχανική των Ρευστών με  
Εξελικτικούς Αλγόριθμους και  
Διεπίπεδα Σχήματα - Εφαρμογή σε  
Δρομέα Στροβίλου

---

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:  
ΒΛΑΜΗΣ ΠΕΤΡΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: ΚΥΡΙΑΚΟΣ Χ.ΓΙΑΝΝΑΚΟΓΛΟΥ, ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2011





ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ  
ΜΟΝΑΔΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ  
ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

## Σχεδιασμός - Βελτιστοποίηση Μορφών στη Μηχανική των Ρευστών με Εξελικτικούς Αλγόριθμους και Διεπίπεδα Σχήματα - Εφαρμογή σε Δρομέα Στροβίλου

του Βλάμη Πέτρου

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2011

### Περίληψη

Σκοπός της διπλωματικής εργασίας είναι να προσαρμόσει μια μέθοδο βελτιστοποίησης - σχεδιασμού μορφής (λ.χ. πτερυγίων) σε προβλήματα της μηχανικής των ρευστών, η οποία βασίζεται στους Εξελικτικούς Αλγόριθμους (ΕΑ - με ή χωρίς τη χρήση μεταπροτύπων) και ιδιαίτερα σε πολυεπίπεδα σχήματα βελτιστοποίησης, σε πραγματικά προβλήματα σχεδιασμού δρομέων στροβιλομηχανών.

Η βελτιστοποίηση μέσω ΕΑ, η οποία έχει αναπτυχθεί επαρκώς τα τελευταία χρόνια στη Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής και Βελτιστοποίησης (ΜΠΥΡΒ) του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών (ΕΘΣ) του ΕΜΠ, πέραν των αδιαμφισβήτητων πλεονεκτημάτων της (προσαρμόζονται εύκολα σε οποιοδήποτε πρόβλημα και παρέχουν το μέτωπο Pareto των βέλτιστων λύσεων σε προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών στόχων), είναι γνωστό ότι απαιτούν μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων υποψήφιων λύσεων, γεγονός που “δυσκολεύει” τη χρήση τους στη βιομηχανία για καθημερινούς υπολογισμούς. Τρόποι για να ξεπεραστεί το πρόβλημα και να γίνουν ανταγωνιστικές μέθοδοι σχεδιασμού ακόμη και για τη βιομηχανία, οι οποίοι αναπτύσσονται στην ΜΠΥΡΒ την τελευταία δεκαετία, είναι η χρήση μεταπροτύπων και η πολυεπίπεδη τεχνική. Η ιδέα της χρήσης μεταπροτύπων είναι η πολύ φθηνή αξιολόγηση υποψήφιων λύσεων (σε βάρος, βέβαια, της ακρίβειας) με μαθηματικά μοντέλα και η μείωση του αριθμού των ακριβών αξιολογήσεων σε κάθε γενιά του ΕΑ. Από την άλλη,

η ιδέα πίσω από την χρήση πολυεπίπεδης βελτιστοποίησης είναι η οδήγηση του ακριβού και ακριβούς λογισμικού αξιολόγησης σε υποσχόμενες λύσεις, μέσω ενός χαμηλότερου επιπέδου που εξερευνεί ταχύτερα (με μειωμένη ακρίβεια) το χώρο σχεδιασμού. Η παρούσα διπλωματική εργασία εστιάζει στη χρήση και των δυο αυτών τεχνικών, αλλά ιδιαίτερα του πολυεπίπεδου σχήματος, ανιχνεύοντας “βέλτιστους” τρόπους χρήσης του σε προβλήματα της βιομηχανίας. Η υλοποίηση των ΕΑ έγινε με χρήση του λογισμικού EASY, η οποία είναι μια ευέλικτη πλατφόρμα βελτιστοποίησης που έχει αναπτυχθεί από το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ.

Το βιομηχανικό πρόβλημα που επιλέγεται αφορά τις υδροδυναμικές στροβιλομηχανές. Χρησιμοποιήθηκε λογισμικό αξιολόγησης που διέθεσε σε κλειστή μορφή μεγάλος κατασκευαστής υδροστροβίλων. Το πρόβλημα είναι ιδιαίτερα σύνθετο, έχει τρεις στόχους, δύσκολους περιορισμούς, πολλές μεταβλητές σχεδιασμού και ενσωματώνει στο σχεδιασμό τρία σημεία λειτουργίας (δυο ακραία επιπλέον του κανονικού σημείου λειτουργίας).

Λύνοντας ένα τέτοιο “βιομηχανικό” πρόβλημα με το προϋπάρχον λογισμικό EASY που ενσωματώνει όλες τις προαναφερθείσες τεχνικές, προαπαιτούνται αποφάσεις του σχεδιαστή - μηχανικού, λ.χ. ως προς το ποιό θα είναι το λογισμικό που χρησιμοποιείται σε κάθε επίπεδο ή ποιες διαφορετικές διατυπώσεις του θα χρησιμοποιούνται στα επίπεδα. Η παρούσα διπλωματική εργασία, με τις δοκιμές που πραγματοποίησε (αρκετές από τις οποίες δεν παρουσιάζονται στο κείμενο αυτό) θεωρείται ως συμβολή στην πρόσκτηση εμπειρίας ώστε νέες μέθοδοι βελτιστοποίησης να βρίσκουν εφαρμογή σε προβλήματα της βιομηχανίας.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF  
ATHENS

SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING

DERARTMENT OF FLUIDS

LABORATORY OF THERMAL TURBOMACHINES

PARALLEL CFD & OPTIMIZATION UNIT

**Shape Design-Optimization in Fluid Mechanics, using Evolutionary  
Algorithms and Two-level Schemes - Application in a Turbine Runner**

**Vlasis Petros**

Advisor: Kyriakos C.Giannakoglou, Professor NTUA

Athens, July 2011

Abstract

This diploma thesis aims at adjusting a method of design-optimization in fluid mechanics, that is based on Evolutionary Algorithms (EAs with or without the implementation of metamodels) and especially on multilevel optimization schemes, on real-world design problems concerning turbine impellers.

Optimization with EAs has been adequately developed over the past years at the Parallel CFD and Optimization Unit (PCopt Unit) of the Laboratory of Thermal Turbomachines (LTT) NTUA. Despite its undisputed advantages (incorporates any evaluation software such as CFD code in a straightforward manner and computes the Pareto optimal solutions when multi-objective problems are solved), EAs require a large number of evaluations of candidate solutions, which makes it hard for them to be used regularly by the industry. There are ways to overcome this drawback, namely the use of metamodels and the multilevel optimization, both of which have been developed at the PCopt Unit for over a decade. The concept of employing metamodels is the approximation of a solution fitness function using mathematical models and, thus, the reduction of the number of evaluations performed for each EA generation. On the other hand, multilevel EAs create a lower computational cost level to serve the high one, by exploring the design space, and feeding it with promising individuals. The current diploma thesis focuses on both techniques, particularly on the multilevel scheme, aiming at maximizing its performance in idustry-related

problems The implementation of EAs was made using a general-purpose optimization software called EASY, developed by the PCopt Unit group.

The industrial problem the aforementioned methods are applied to is concerned with hydrodynamic turbomachines. It is a complex, three-objective design-optimization problem, with constraints, has a large set of design variables and incorporates two operating points other than the best efficiency one.

Solving such an industrial problem using EASY, which incorporates the techniques mentioned above, decisions concerning the variant of the analysis software to be used on each level or the different formulations of the problem must be made by the designer. The tests run in the context of the current diploma thesis (some of them not presented here) are considered to be a contribution to the accumulation of experience for new methods of optimization to be used for solving problems concerning the industry.

# ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την παρούσα διπλωματική εργασία, ολοκληρώνονται οι προπτυχιακές σπουδές μου στη Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών του ΕΜΠ. Με αυτή την ευκαιρία, θέλω να ευχαριστήσω όλους όσους συνέβαλαν στις σπουδές μου με άμεσο ή έμμεσο τρόπο.

Ευχαριστώ ιδιαίτερα τον Καθηγητή κ. Κ.Χ. Γιαννάκογλου, που μου έδωσε την ευκαιρία να ασχοληθώ με μια νέα (για μένα) περιοχή, αυτή της βελτιστοποίησης και να δουλέψω πάνω σε ένα πρόβλημα με πρακτικό ενδιαφέρον. Ακόμη, εκτίμησα το προσωπικό του παράδειγμα σκληρής δουλειάς.

Ευχαριστώ θερμά την Δρ.Βαρβάρα Ασούτη για την καθοριστική συμβολή της στην ολοκλήρωση της διπλωματικής, αλλά και για την υπομονετική καθοδήγησή της στη διάρκεια της.

Ευχαριστώ τον υποψήφιο διδάκτορα Στέλιο Κυριάκου, ο οποίος, όντας στην Andritz Hydro GmbH, Linz, συνέισφερε λογισμικό αξιολόγησης, δεδομένα και ιδέες από την καθημερινή του ενασχόληση στο τμήμα σχεδιασμού της εταιρείας.

Επίσης, ευχαριστώ τους υποψήφιους διδάκτορες Ευγενία Κοντολέοντος και Ξενοφώντα Τρομπούκη, για την πρόθυμη ανταπόκρισή τους σε κάθε απορία μου, καθώς και όλη την ερευνητική ομάδα του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω τους γονείς μου για την στήριξη που μου παρέχουν όλα αυτά τα χρόνια, με προσωπικές τους θυσίες.

Βλάμης Πέτρος,

Ιούλιος 2011





# Περιεχόμενα

<b>I</b>	<b>Θεωρητικό Μέρος</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>Εξελικτικοί Αλγόριθμοι</b>	<b>3</b>
1.1	Εισαγωγή στη Βελτιστοποίηση . . . . .	3
1.2	Εξελικτικοί Αλγόριθμοι . . . . .	4
1.2.1	Περιγραφή ενός Εξελικτικού Αλγορίθμου . . . . .	5
1.2.2	Υλοποίηση ΕΑ σε Πολυεπεξεργαστικό Περιβάλλον . . . . .	8
1.3	Υποβοήθηση των Εξελικτικών Αλγορίθμων με Μεταπρότυπα . . . . .	10
1.3.1	Εισαγωγή στους ΜΑΕΑ . . . . .	11
1.3.2	ΜΑΕΑ με Προσεγγιστική Προ-Αξιολόγηση . . . . .	12
1.3.3	Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα και Δίκτυο Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης . . . . .	14
1.4	Πολυεπίπεδη Βελτιστοποίηση και Εξελικτικοί Αλγόριθμοι . . . . .	18
1.4.1	Εισαγωγή στην Πολυεπίπεδη Βελτιστοποίηση . . . . .	18
1.4.2	Πολυεπίπεδη Αξιολόγηση . . . . .	19
1.4.3	Πολυεπίπεδη Ανίχνευση . . . . .	20
1.4.4	Πολυεπίπεδη Παραμετροποίηση . . . . .	21
1.4.5	Επικοινωνία μεταξύ των Επιπέδων . . . . .	22
<b>2</b>	<b>Μέτωπο Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων Προβλημάτων Βελτιστοποίησης</b>	<b>25</b>
2.1	Μέτωπο Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων . . . . .	25
2.1.1	Εισαγωγή . . . . .	25
2.1.2	Ορισμοί Εννοιών και Χαρακτηριστικά του Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων . . . . .	26
2.2	Μετρικές της Ποιότητας του Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων . . . . .	29
2.2.1	Εισαγωγή . . . . .	29
2.2.2	Δείκτης Υπερόγκου . . . . .	33

2.2.3	Δείκτης διασποράς - Efficient Set Spacing . . . . .	36
2.3	Οπτικοποίηση Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων Προβλημάτων Πολύων Στόχων . . . . .	37
2.3.1	Εισαγωγή . . . . .	37
2.3.2	Διάγραμμα Παράλληλων Συντεταγμένων . . . . .	39
2.3.3	Διαγράμματα Επιπέδου . . . . .	41
<b>3</b>	<b>Πλέγμα Υδροστροβίλων</b>	<b>47</b>
3.1	Εισαγωγή . . . . .	47
3.2	Συνιστώσες των Υδροστροβίλων Matrix . . . . .	50
3.3	Προδιαγραφές Υδροστροβίλων Matrix . . . . .	53
3.4	Πλεονεκτήματα Υδροστροβίλων Matrix . . . . .	57
3.5	Συμπεράσματα . . . . .	58
<b>II</b>	<b>Πρακτική Εφαρμογή</b>	<b>59</b>
<b>4</b>	<b>Περιγραφή Προβλήματος</b>	<b>61</b>
4.1	Σημεία λειτουργίας πραγματικού και μοντέλου υδροστροβίλου . . . . .	61
4.1.1	Διαδικασία Προσδιορισμού των Σημείων Λειτουργίας . . . . .	61
4.1.2	Προσδιορισμός των Σημείων Λειτουργίας του Μοντέλου Υδροστροβίλου Matrix . . . . .	65
4.2	Στόχοι Βελτιστοποίησης . . . . .	68
4.2.1	Ανάλυση των τριών στόχων της βελτιστοποίησης . . . . .	68
4.2.2	Σύνθεση των τριών σημείων λειτουργίας στους στόχους . . . . .	73
4.3	Μεταβλητές Σχεδιασμού - Παραμετροποίηση Πτερύγωσης . . . . .	74
4.4	Λογισμικό - Αλγόριθμος Διαδικασίας Βελτιστοποίησης . . . . .	81
4.4.1	Χαρακτηριστικά επιλυόμενης ροής . . . . .	81
4.4.2	Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης . . . . .	83
<b>5</b>	<b>Αποτελέσματα - Σχολιασμός</b>	<b>87</b>
5.1	Μονοεπίπεδη Βελτιστοποίηση . . . . .	87
5.1.1	Καθορισμός Βασικών Παραμέτρων της Βελτιστοποίησης . . . . .	88
5.1.2	Παρουσίαση Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων . . . . .	89
5.1.3	Αξιολόγηση του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων με μετρικές . . . . .	94
5.1.4	Αξιολογήσεις επιπλέον ατόμων . . . . .	96
5.2	Μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση υποβοηθούμενη από μεταπρότυπα . . . . .	99

---

5.2.1	Καθορισμός Βασικών Παραμέτρων της Βελτιστοποίησης . . . . .	99
5.2.2	Παρουσίαση Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων . . . . .	100
5.2.3	Σύγκριση με Μονοεπίπεδη - Συμβατική Βελτιστοποίηση . . . . .	103
5.3	Βελτιστοποίηση με Διεπίπεδη Αξιολόγηση . . . . .	106
5.3.1	Καθορισμός Βασικών Παραμέτρων της Βελτιστοποίησης . . . . .	106
5.3.2	Σύγκριση του Λογισμικού Αξιολόγησης των Δυο Επιπέδων . . . . .	108
5.3.3	Παρουσίαση Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων . . . . .	110
5.3.4	Σύγκριση με Μονοεπίπεδη - Συμβατική Βελτιστοποίηση . . . . .	113
5.4	Βελτιστοποίηση με Διεπίπεδη Αξιολόγηση και Παραμετροποίηση . . . . .	116
5.4.1	Καθορισμός Βασικών Παραμέτρων της Βελτιστοποίησης . . . . .	116
5.4.2	Μεταβλητές Σχεδιασμού του Χαμηλού Επιπέδου . . . . .	117
5.4.3	Παρουσίαση Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων . . . . .	119
5.4.4	Σύγκριση με Μονοεπίπεδη - Συμβατική Βελτιστοποίηση . . . . .	122
5.4.5	Παρουσίαση Βελτιστοποιημένου Πτερυγίου . . . . .	125
<b>6</b>	<b>Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα</b>	<b>131</b>
6.1	Ανακεφαλαίωση . . . . .	131
6.2	Συμπεράσματα . . . . .	133



# Μέρος Ι

## Θεωρητικό Μέρος



# Κεφάλαιο 1

## Βελτιστοποίηση με χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων

Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι, η υλοποίησή τους σε παράλληλο υπολογιστικό περιβάλλον και τεχνικές ενίσχυσής τους, με χρήση μεταπροτύπων ή πολλών επιπέδων.

### 1.1 Εισαγωγή στη Βελτιστοποίηση

Αν και η συστηματοποιημένη βελτιστοποίηση που χρησιμοποιεί μαθηματικά εργαλεία είναι σχετικά πρόσφατη στην ανθρώπινη ιστορία, οι άνθρωποι πάντοτε εφάρμοζαν τις αρχές της βελτιστοποίησης, έστω και ασυνείδητα. Κάθε προσπάθεια του ανθρώπου να διαχειριστεί με τον καλύτερο δυνατό τρόπο τους πόρους που διαθέτει μέσα σε ένα περιβάλλον που θέτει περιορισμούς είναι μια εφαρμογή της βελτιστοποίησης. Ακόμα, είναι μια διαδικασία που απαντάται στη φύση σε πολλά φαινόμενα όπως η κατάσταση ελάχιστης ενέργειας στην οποία τείνουν όλα τα φυσικά συστήματα.

Η βελτιστοποίηση στα εφαρμοσμένα μαθηματικά αναφέρεται στην αναζήτηση των βέλτιστων παραμέτρων-μεταβλητών ενός συστήματος, που μεγιστοποιούν ή ελαχιστοποιούν μια ή περισσότερες συναρτήσεις των μεταβλητών αυτών[5]. Πολλές φορές τίθενται επιπλέον περιορισμοί τους οποίους οι λύσεις πρέπει να ικανοποιούν, συνήθως με τη μορφή ανισοτήτων.

Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος ελαχιστοποίησης ( $M$ ) στόχων είναι η εξής

:

$$\min \vec{f}(\vec{x}) = \min[f_1(\vec{x}), \dots, f_M(\vec{x})] \quad (1.1)$$

υπό τους  $M_C$  περιορισμούς ανισο-ισότητας :

$$c_j(\vec{x}) \leq c_j^t hres, \quad j = 1, \dots, M_C \quad (1.2)$$

όπου  $\vec{x}$  είναι το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού που ανήκει στο  $\mathcal{R}^N$  και ορίζεται από τα ανώτερα  $b_{upp}^i$  και κατώτερα  $b_{low}^i$ , όρια καθεμιάς μεταβλητής σχεδιασμού.  $c_j$  είναι οι  $M_C$  συναρτήσεις περιορισμών.

## 1.2 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι

Βασική κατηγορία μεθόδων βελτιστοποίησης αποτελούν οι στοχαστικές μέθοδοι, οι οποίες δημιουργούν τυχαίες τιμές για τις μεταβλητές. Βασικότερος εκπρόσωπος των στοχαστικών μεθόδων είναι οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (**EA**)[15, 29, 51, 36]. Βασικό γνώρισμα των EA είναι ότι χειρίζονται πληθυσμούς λύσεων σε κάθε γενιά και όχι μεμονωμένες λύσεις. Για αυτό το λόγο ενδείκνυνται και για προβλήματα πολλών στόχων.

Όσα στοχαστική μέθοδος, οι EA έχουν το πλεονέκτημα να μην εγκλωβίζονται σε τοπικά ακρότατα και να εφαρμόζονται εύκολα σε διαφορετικά προβλήματα. Αυτό αποδεικνύεται από την επιτυχή εφαρμογή τους σε μια πληθώρα τομέων όπως μηχανική, οικονομικά, κοινωνικές και πολιτικές επιστήμες, χημεία, βιολογία κ.α.[26] Ωστόσο, βασικό μειονέκτημα των EA είναι ότι ο εντοπισμός της βέλτιστης λύσης απαιτεί συνήθως μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων, γεγονός κρίσιμο κυρίως όταν κάθε αξιολόγηση γίνεται με χρονοβόρο λογισμικό (όπως οι κώδικες επίλυσης εξισώσεων ρευστών - Navier-Stokes, Euler). Ένα άλλο μειονέκτημα είναι ότι απουσιάζει μέθοδος καλής ρύθμισης των παραμέτρων για την βελτιστοποίηση διαφορετικών προβλημάτων, οπότε αυτό γίνεται εμπειρικά και με δοκιμές.

Οι EA χρησιμοποιούν μηχανισμούς που εμπνεύστηκαν από την βιολογική εξέλιξη των ειδών στο περιβάλλον[22], η οποία διατυπώθηκε αρχικά από τον Charles Robert Darwin[13]. Με τον όρο εξέλιξη εννοούμε την διαδικασία αυτόματης προσαρμογής κάθε συστήματος στο περιβάλλον του, ενώ το περιβάλλον περιλαμβάνει το σύνολο των εξωτερικών συνθηκών που επηρεάζουν το σύστημα[33]. Ορισμένοι από τους μηχανισμούς



που υιοθετήθηκαν από την φύση στους ΕΑ είναι η αναπαραγωγή, η μετάλλαξη, η γονιδιακή διασταύρωση και η φυσική επιλογή. Σύμφωνα με τη θεωρία του Darwin, τα άτομα ενός πληθυσμού συναγωνίζονται για την απόκτηση πόρων όπως στέγη και τροφή και για την προσέλκυση συντρόφου. Τα επιτυχημένα άτομα έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να οδηγηθούν σε αναπαραγωγή και να διαωσιθούν. Αυτή η φυσική επιλογή σημαίνει ότι τα γονίδια των επιτυχημένων ατόμων ή των ατόμων που έχουν προσαρμοστεί καλύτερα στο περιβάλλον επιβιώνουν και με την παροδο των γενιών, τα χαρακτηριστικά τους μεταφέρονται σε μεγαλύτερο αριθμό απογόνων. Ο συνδυασμός καλών χαρακτηριστικών από διαφορετικούς, επιτυχημένους γονείς ενδέχεται να παράγει απογόνους με χαρακτηριστικά καλύτερα από αυτά των γονέων. Με τον τρόπο αυτό οι φυσικοί πληθυσμοί εξελίσσονται και προσαρμόζονται στο εκάστοτε περιβάλλον.

Στην αναλογία μεταξύ της εξέλιξης των ειδών και των ΕΑ, τα γονίδια είναι οι τιμές των μεταβλητών/παραμέτρων, ενώ η καταλληλότητα των ατόμων/λύσεων του πληθυσμού ελέγχεται βάσει της τιμής των συναρτήσεων-στόχων και είναι αυτές οι λύσεις που έχουν τις χαμηλότερες τιμές (για πρόβλημα ελαχιστοποίησης) που προκρίνονται να συμμετέχουν στις εξελικτικές διαδικασίες (επιλογή γονέων, διασταύρωση και μετάλλαξη) για την δημιουργία της επόμενης γενιάς.

Η υλοποίηση της βελτιστοποίησης με ΕΑ στην παρούσα διπλωματική έγινε με χρήση του λογισμικού EASY. Η πλατφόρμα βελτιστοποίησης EASY είναι εμπορικό πακέτο το οποίο έχει αναπτυχθεί από το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ και μπορεί να χειριστεί με περισσότερες από μια μεθόδους βελτιστοποίησης, προβλήματα ελαχιστοποίησης.

### 1.2.1 Περιγραφή ενός Εξελικτικού Αλγορίθμου

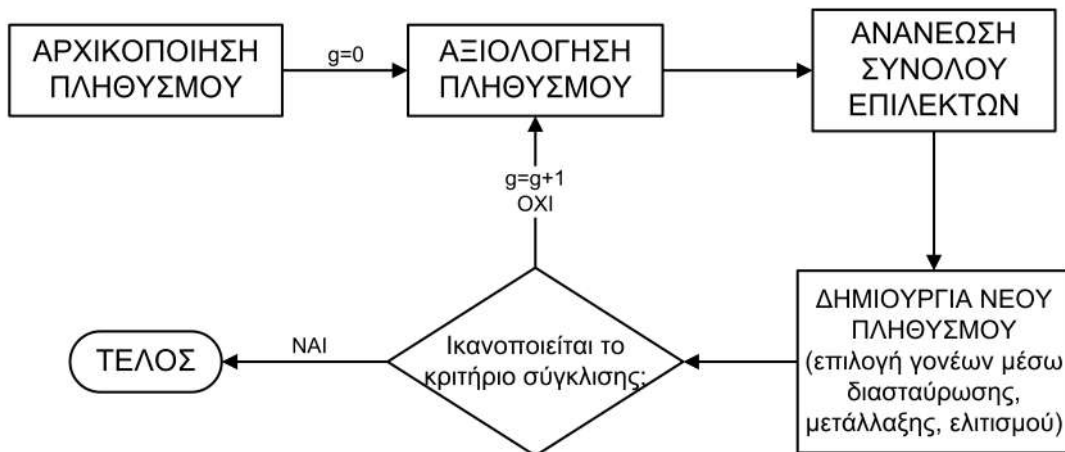
Βασική επιλογή που γίνεται στον γενικευμένο ΕΑ που χρησιμοποιείται σε αυτή την διπλωματική είναι η επιλογή δυο ποσοτήτων:

- του αριθμού  $\mu$  των γονέων, δηλαδή των υποψήφιων λύσεων που διασταυρώνονται για να δώσουν την επόμενη γενιά
- του αριθμού  $\lambda$  των απογόνων που θα προκύψουν από τους  $\mu$  γονείς

Στον ΕΑ συνυπάρχουν τρία διακριτά σύνολα ατόμων για κάθε γενιά. Αυτά είναι τα σύνολα των  $\mu$  γονέων και  $\lambda$  απογόνων που ορίστηκαν παραπάνω, με την προσθήκη ενός

ακόμα συνόλου των επίλεκτων ή ελίτ ατόμων. Το τελευταίο αυτό σύνολο αποθηκεύει τις επίλεκτες - καλύτερες υποψήφιες λύσεις που έχουν προκύψει από την διαδικασία εξέλιξης μέχρι την τρέχουσα γενιά. Ο σκοπός ύπαρξής του είναι διπλός. Ένας λόγος είναι ότι εκεί βρίσκονται οι βέλτιστες λύσεις οποτεδήποτε σταματήσει η εξέλιξη. Άλλος λόγος είναι ότι κατά την εξέλιξη χρησιμοποιείται πληροφορία από το σύνολο των ελίτ για τον ενίσχυση των καλών χαρακτηριστικών των μελών της νέας γενιάς που θα προκύψει. Αυτή η διαδικασία ενίσχυσης αποτελεί τον λεγόμενο ελιτισμό στους ΕΑ.

Η διαδικασία που ακολουθεί ένας εξελικτικός αλγόριθμος για να λύσει ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης φαίνεται με τη μορφή διαγράμματος παρακάτω (σχήμα 1.1) και αναλύεται στις επόμενες παραγράφους[5].



Σχήμα 1.1: Διάγραμμα ροής των φάσεων ενός εξελικτικού αλγορίθμου.

**Αρχικοποίηση πληθυσμού** Η αρχικοποίηση του πληθυσμού γίνεται συνήθως με τυχαίες τιμές για τις μεταβλητές, χρησιμοποιώντας μία γεννήτρια τυχαίων αριθμών (Random Number Generator - RNG). Μερικές φορές όμως, η αρχικοποίηση με τυχαίες μεταβλητές για τον πρώτο πληθυσμό μπορεί να μην είναι υπολογιστικά αποδοτική και άρα ανεπιθύμητη, ή να επιθυμείται η εξερεύνηση συγκεκριμένων περιοχών του χώρου σχεδιασμού. Σε αυτές τις περιπτώσεις, ένα ποσοστό του πρώτου πληθυσμού αρχικοποιείται χρησιμοποιώντας δεδομένες τιμές για τις μεταβλητές από λύσεις προηγούμενων βελτιστοποιήσεων ή βασιζόμενοι στην εμπειρία. Αυτή η αρχικοποίηση, αν και μειώνει τον αριθμό επαναλήψεων που απαιτούνται μέχρι να συγκλίνει ο αλγόριθμος, ελοχεύει τον κίνδυνο να κατευθύνει και να

περιορίσει την αναζήτηση λύσεων γύρω από συγκεκριμένες περιοχές του χώρου μεταβλητών, αποκλείοντας άλλες - πιθανόν καλύτερες - περιοχές. Αυτός ο αρχικός πληθυσμός αποτελεί την μηδενική (πρώτη) γενιά λύσεων ( $g = 0$ ).

**Αξιολόγηση πληθυσμού** Σε αυτήν τη φάση, αξιολογούνται τα  $\lambda$  άτομα που ανήκουν στο σύνολο των απογόνων. Η αξιολόγηση γίνεται με λογισμικό που εξαρτάται από τη φύση του προβλήματος. Αν π.χ. το πρόβλημα βελτιστοποίησης είναι στο χώρο της μηχανικής των ρευστών, το λογισμικό είναι αριθμητικός επιλύτης των εξισώσεων Navier-Stokes (ή ενός απλούστερου μοντέλου της), ενώ σε μαθηματικά προβλήματα βελτιστοποίησης είναι συναρτήσεις των μεταβλητών. Για κάθε πιθανή λύση προκύπτει λοιπόν μια τιμή της συνάρτησης κόστους.

**Ανανέωση συνόλου επιλέκτων** Ανανεώνεται το σύνολο των επιλέκτων με όσα μέλη του τελευταίου αξιολογημένου πληθυσμένου απογόνων αξίζουν, με κριτήριο την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, να ενταχθούν σε αυτό. Στην παρούσα φάση είναι πιθανό να διαγραφούν κάποια μέλη του συνόλου των επιλέκτων, αν προκύψουν άτομα του πληθυσμού που αποκτήσουν καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης. Ελέγχουμε δηλαδή αν μια λύση του πληθυσμού των απογόνων κυριαρχείται από κάποια λύση του πληθυσμού των επιλέκτων, αλλιώς εισάγεται στον πληθυσμό των επιλέκτων και ελέγχονται οι υπόλοιπες. Θεωρούμε ότι μια λύση  $\vec{x}^{(i)}$  κυριαρχεί της  $\vec{x}^{(j)}$  όταν δεν υστερεί αυτής σε κανένα στόχο και ταυτόχρονα είναι καλύτερη ως προς τουλάχιστον ένα στόχο. Συμβολικά:

$$\begin{aligned} \vec{x}^{(i)} < \vec{x}^{(j)} &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow F_m(\vec{x}^{(i)}) &\leq F_m(\vec{x}^{(j)}) \quad , \quad m = 1, \dots, M \end{aligned} \quad (1.3)$$

και ταυτόχρονα υπάρχει τουλάχιστον ένα  $m = k$  ώστε:

$$F_k(\vec{x}^{(i)}) < F_k(\vec{x}^{(j)}) \quad (1.4)$$

**Δημιουργία νέου πληθυσμού** Πρώτα εφαρμόζεται ο τελεστής ελιτισμού, με τον οποίο τυχαία επιλεγόμενα άτομα από το σύνολο των επιλέκτων αντικαθιστούν ορισμένα άτομα του συνόλου των απογόνων. Συνήθως αντικαθιστούνται τα χειρότερα ως προς τους στόχους άτομα. Με αυτό τον τρόπο αποφεύγεται η νέα γενιά να δώσει βέλτιστη λύση χειρότερη από αυτήν της προηγούμενης γενιάς, αν και τα ωφέλη δε περιορίζονται σε αυτό και είναι αρκετά περισσότερα και πιο σύνθετα.

Στη συνέχεια εφαρμόζεται ο τελεστής επιλογής γονέων με τη βοήθεια του οποίου επιλέγεται το σύνολο των μελών του νέου πληθυσμού  $\mu$  γονέων. Στο σχηματισμό του νέου πληθυσμού γονέων συμμετέχει τόσο ο τρέχων πληθυσμός  $\lambda$  απογόνων όσο και ο προηγούμενος πληθυσμός γονέων.

Ακολουθεί η διαδικασία αναπαραγωγής για τη δημιουργία του νέου συνόλου απογόνων της επόμενης γενιάς. Για τη δημιουργία καθενός από τα  $\lambda$  άτομα, επιλέγονται  $\rho \geq 2$  άτομα από το νεοδημιουργηθέν σύνολο γονέων. Εφαρμόζονται εδώ δυο τελεστές, διασταύρωσης και μετάλλαξης, οι οποίοι συνδυάζουν και μεταβάλλουν τυχαία τις μεταβλητές των  $\rho$  γονέων για να δημιουργηθεί κάθε άτομο του νέου συνόλου απογόνων.

Τέλος, ελέγχεται το κριτήριο σύγκλισης και, σε περίπτωση που η μέθοδος δεν έχει συγκλίνει, τότε επαναλαμβάνονται τα βήματα από την αξιολόγηση και μετά για τη νέα γενιά ( $g = g + 1$ )

### 1.2.2 Υλοποίηση ΕΑ σε Πολυεπεξεργαστικό Περιβάλλον

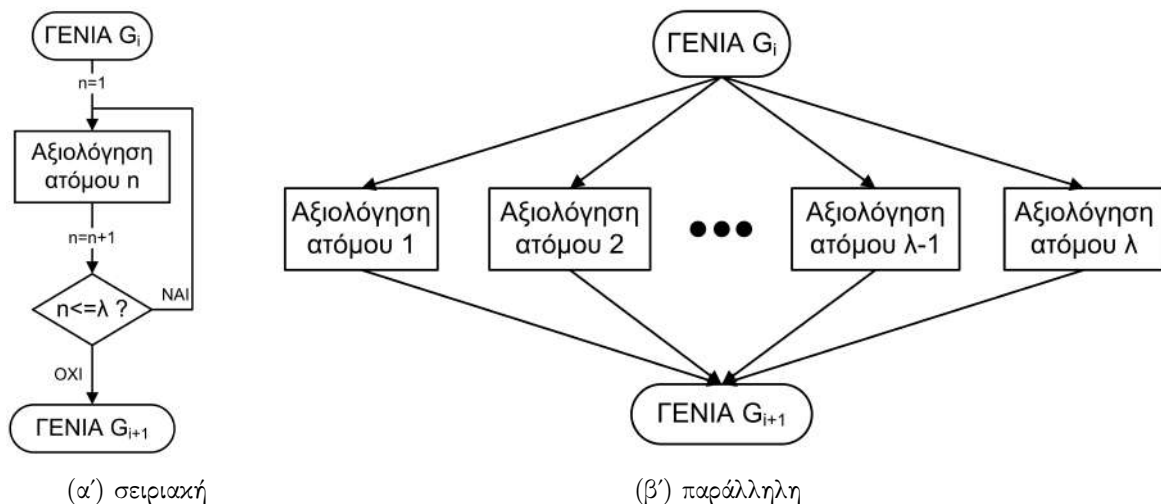
Τα προβλήματα βελτιστοποίησης που αφορούν ένα μηχανικό, έχουν συνήθως υψηλό υπολογιστικό κόστος. Αυτό συμβαίνει επειδή απαιτείται η αξιολόγηση πολλών διαφορετικών λύσεων πριν αναδειχθεί η βέλτιστη. Με δεδομένο μάλιστα ότι κάθε αξιολόγηση ξεχωριστά πιθανόν να απαιτεί πολλά λεπτά ή ώρες (όπως συμβαίνει π.χ. στα προβλήματα επίλυσης ρευστοδυναμικών εξισώσεων), γίνεται αντιληπτό το μέγεθος του προβλήματος των υπολογιστικών πόρων, που μεταφράζεται σε πρόβλημα χρόνου.

Το πρόβλημα χρόνου μιας απαιτητικής υπολογιστικά βελτιστοποίησης είναι μεγάλης σημασίας τόσο για τους ερευνητές όσο κυρίως για τη βιομηχανία. Οι ερευνητές επιδιώκουν την ελαχιστοποίηση του χρόνου της βελτιστοποίησης για να αυξήσουν την αποδοτικότητα των εργασιών τους. Αντίστοιχα, η βιομηχανία αξιώνει γρήγορες λύσεις στα προβλήματά της και ταχεία λήψη απόφασης, για να επιβιώνει στο ανταγωνιστικό περιβάλλον.

Για τους παραπάνω λόγους, αναπτύχθηκαν μέθοδοι μείωσης του πραγματικού χρόνου επεξεργασίας σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον. Δημιουργήθηκε, λοιπόν, η έννοια της παράλληλης επεξεργασίας σε αντίθεση της σειριακής. Η *σειριακή επεξεργασία* δηλώνει ότι ένα πρόβλημα χωρίζεται σε τμήματα που επιλύονται με τη σειρά, ένα μόνο

κάθε χρονική στιγμή. Τα μειονεκτήματα αυτής της μεθόδου είναι προφανή και γρήγορα αντικαταστάθηκε, όπου αυτό ήταν δυνατό, από την παράλληλη επεξεργασία. Στην παράλληλη επεξεργασία, πολλοί υπολογισμοί λαμβάνουν χώρα ταυτόχρονα, όντας μέρη του ίδιου προβλήματος. Από τα προηγούμενα, γίνεται αντιληπτό ότι στην παράλληλη επεξεργασία απαιτείται μια μέθοδος τμηματοποίησης ενός προβλήματος σε μέρη, τα οποία μπορούν να επιλύονται ταυτόχρονα, ελαχιστοποιώντας την πληροφορία που απαιτείται να μεταφερθεί αναμεταξύ τους.

Η βελτιστοποίηση με χρήση ΕΑ έχει το χαρακτηριστικό να απαιτεί την εξέταση πληθυσμών πολλών ατόμων. Αυτό δηλώνει αυξημένες υπολογιστικές απαιτήσεις, οι οποίες θα ήταν απαγορευτικές αν η υλοποίηση των αξιολογήσεων ήταν σειριακή. Ωστόσο, η διαδικασία εκτέλεσης ενός ΕΑ δίνει την δυνατότητα παράλληλης αξιολόγησης των ατόμων κάθε πληθυσμού, μειώνοντας πολλές φορές το χρόνο λύσης του προβλήματος [16, 48, 32]. Η αξιολόγηση των ατόμων ενός πληθυσμού (μιας γενιάς) στους ΕΑ, με σειριακή και παράλληλη υλοποίηση, φαίνεται παρακάτω στο σχήμα 1.2.



Σχήμα 1.2: Σειριακή και παράλληλη υλοποίηση της αξιολόγησης των μελών ενός πληθυσμού  $\lambda$  ατόμων ενός ΕΑ

Πρέπει να τονιστεί ότι η παράλληλη αξιολόγηση των λύσεων στους ΕΑ δε μειώνει το υπολογιστικό κόστος (το οποίο παραμένει το ίδιο), αλλά μειώνει τον πραγματικό χρόνο επίλυσης του προβλήματος βελτιστοποίησης. Ναι μεν “κερδίζεται” χρόνος, δηλαδή, αλλά “πληρώνεται” σε εξοπλισμό πολλών υπολογιστικών μονάδων. Η ισορροπία μεταξύ

αύξησης του εξοπλισμού υπολογιστικών πόρων και μείωσης του πραγματικού χρόνου βελτιστοποίησης, επιτυγχάνεται με οικονομοτεχνικά κριτήρια.

Η παράλληλη υλοποίηση της βελτιστοποίησης με ΕΑ για την παρούσα διπλωματική, έγινε εφικτή χάρη στον εξοπλισμό του *Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών* του ΕΜΠ και συγκεκριμένα της *Μονάδας Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής και Βελτιστοποίησης*.

### 1.3 Υποβοήθηση των Εξελικτικών Αλγορίθμων με Μεταπρότυπα

Είδαμε στην προηγούμενη ενότητα ότι παρά τα πλεονεκτήματά τους, οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι μπορεί να έχουν απαγορευτικά υψηλό υπολογιστικό κόστος όταν το λογισμικό αξιολόγησης κάθε λύσης είναι χρονοβόρο και έχουμε μεγάλους πληθυσμούς που πρέπει να αξιολογούνται και πολλές γενιές τέτοιων πληθυσμών, μέχρι να προκύψει βέλτιστη λύση. Για αυτό το λόγο τις περασμένες δεκαετίες έγινε προσπάθεια να βρεθούν τρόποι να μειωθεί ο αριθμός των αξιολογήσεων που χρειάζονται οι ΕΑ, με αντίστοιχη μείωση του υπολογιστικού φορτίου. Σε αυτά τα υποκατάστατα πρότυπα αξιολογήσεων αναφερόμαστε ως μεταπρότυπα με το εξής σκεπτικό. Αν το αρχικό/κανονικό λογισμικό αξιολόγησης των λύσεων είναι ένα πρότυπο της φύσης, τότε η προσέγγιση των αποτελεσμάτων αυτού του προτύπου με άλλη μέθοδο συνιστά το πρότυπο του προτύπου, δηλαδή ένα μετα-πρότυπο.

Βασικό χαρακτηριστικό των μεταπρότυπων είναι ότι δίνουν μια προσέγγιση της τιμής της υποψήφιας λύσης που θα έδινε το κανονικό λογισμικό αξιολόγησης. Όταν αυτή η προσέγγιση χρησιμοποιείται σε προκαταρκτικό στάδιο και ακολουθεί η ακριβής αξιολόγηση ορισμένων λύσεων, μιλάμε για μια τεχνική Προσεγγιστικής Προ-Αξιολόγησης (Inexact Pre-Evaluation) των εξεταζόμενων λύσεων[47, 12, 31]. Η χρησιμοποίηση μεταπρότυπων στη βελτιστοποίηση με ΕΑ δημιούργησε αυτό που ονομάζεται Εξελικτικοί Αλγόριθμοι Υποβοηθούμενοι με Μεταπρότυπα (Metamodel Assisted Evolutionary Algorithms - MAEA)[45, 20].

### 1.3.1 Εισαγωγή στους MAEA

Πριν τεθούν σε χρήση, τα μεταπρότυπα πρέπει πρώτα να “εκπαιδευτούν” από ένα σύνολο λύσεων - δειγμάτων, που έχει ήδη αξιολογηθεί από το κανονικό λογισμικό αξιολόγησης. Εκτός λοιπόν από τον τύπο μεταπροτύπου που επιλέγεται, η εγκυρότητα της προσεγγιστικής αξιολόγησης εξαρτάται και από το σύνολο των δειγμάτων με το οποίο εκπαιδεύεται το μεταπρότυπο. Ένα μικρό ή μη-αντιπροσωπευτικό δείγμα μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένες εκτιμήσεις της επίδοσης των λύσεων που προ-αξιολογούνται.

Ένα κριτήριο για την κατάταξη των MAEA είναι τί είδους πληροφορία δίνουν όσον αφορά τις λύσεις που εξετάζονται. Διακρίνουμε τα μεταπρότυπα που προβλέπουν την καταλληλότητα της λύσης (δηλαδή την τιμή της συνάρτησης στόχων) συνήθως μαζί με ένα δείκτη αξιοπιστίας της πρόβλεψης, από αυτά τα μεταπρότυπα που κατατάσσουν τις εξεταζόμενες λύσεις σύμφωνα με ένα ή περισσότερα κριτήρια, συνήθως όμως το αν ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος ή όχι. Επομένως, ανάλογα με τον τύπο των εφαρμοζόμενων μεταπροτύπων αλλάζει η πληροφορία που παρέχουν και, άρα, οι προσδοκίες του χρήστη από αυτά.

Σημαντικότερο, ίσως, κριτήριο κατάταξης των μεταπροτύπων είναι το πώς χρησιμοποιούνται κατά τη διάρκεια της εξέλιξης των λύσεων. Έτσι οι MAEA διακρίνονται σε αυτούς που χρησιμοποιούν: (α) μεταπρότυπα που εκπαιδεύονται σε αποσύνδεση από την εξέλιξη των λύσεων (off-line trained metamodels) και (β) μεταπρότυπα που εκπαιδεύονται σε σύνδεση με την εξέλιξη (on-line trained metamodels).

- Τα αποσυνδεδεμένα της εξέλιξης μεταπρότυπα (off-line trained metamodels) εκπαιδεύονται εκ των προτέρων και ανεξάρτητα από την εξέλιξη των λύσεων στη διάρκεια της βελτιστοποίησης. Στους MAEA που χρησιμοποιούν αυτού του τύπου μεταπρότυπα, το ακριβές λογισμικό αξιολόγησης χρησιμοποιείται για να αξιολογήσει μόνο το σύνολο που εκπαιδεύει τα μεταπρότυπα πριν την βελτιστοποίηση. Κατά τη βελτιστοποίηση χρησιμοποιείται μόνο η προσέγγιση που παρέχει το προ-εκπαιδευμένο μεταπρότυπο.
- Αντίθετα, στους MAEA με μεταπρότυπα που εκπαιδεύονται σε σύνδεση με την εξέλιξη (on-line trained metamodels), τόσο το λογισμικό ακριβούς αξιολόγησης όσο και το μεταπρότυπο χρησιμοποιούνται με εναλλαγές που ορίζει ο χρήστης. Τα μεταπρότυπα εκπαιδεύονται διαρκώς με τις νέες ακριβείς αξιολογήσεις στη διάρκεια της εξέλιξης των πληθυσμών, ενώ μπορεί να χρησιμοποιούνται τοπικά

(αξιόπιστα σε ορισμένες περιοχές του χώρου σχεδιασμού) και καθολικά μεταπρότυπα (αξιόπιστα σε όλη την περιοχή του χώρου σχεδιασμού).

Στην παρούσα διπλωματική θα χρησιμοποιηθούν μεταπρότυπα τύπου on-line trained, οπότε αναλύεται περισσότερο η εφαρμογή τους στην επόμενη ενότητα. Γίνεται εστίαση σε μια περιοχή τους που ονομάζεται **Προσεγγιστική Προ-Αξιολόγηση - ΠΠΑ** (Inexact Pre-Evaluation - IPE). Στην ΠΠΑ, ορισμένες μόνο λύσεις που είναι πιο υποσχόμενες, σύμφωνα με την απόκριση του μεταπρότυπου, εξετάζονται από το ακριβές λογισμικό αξιολόγησης. Αυτό διαφοροποιεί την ΠΠΑ από άλλες μεθόδους όπου ολόκληροι πληθυσμοί εξετάζονται με το ακριβές λογισμικό περιοδικά, για να βελτιώσουν την εκπαίδευση και αξιοπιστία του μεταπρότυπου σε χρήση.

### 1.3.2 ΜΑΕΑ με Προσεγγιστική Προ-Αξιολόγηση

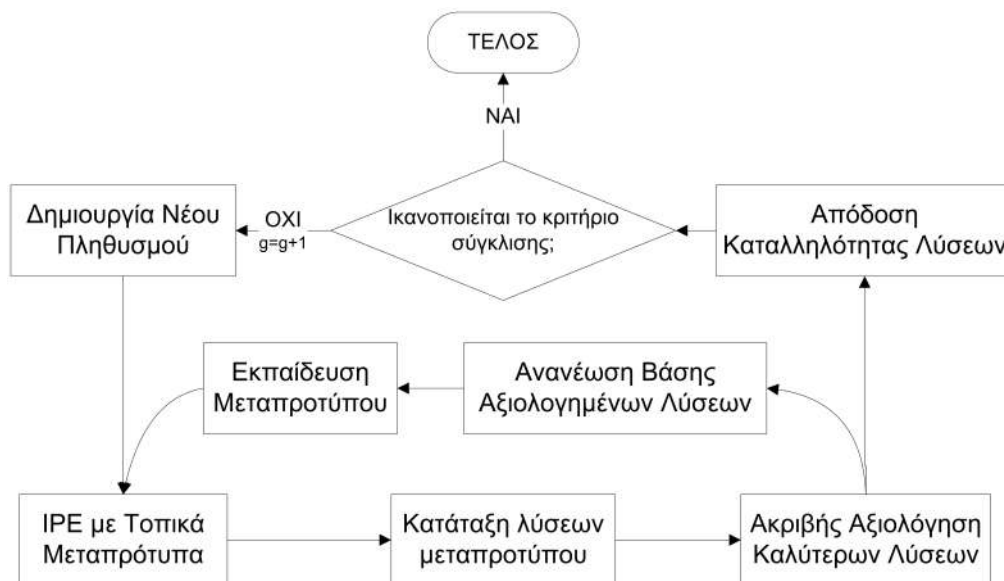
Η Προσεγγιστική Προ-Αξιολόγηση - ΠΠΑ (Inexact PreEvaluation - IPE) λειτουργεί ως ένα επίπεδο διαχωρισμού/κατάταξης των λύσεων κάθε γενιάς, χαμηλού υπολογιστικού κόστους[44]. Έπειτα, οι λύσεις που προκρίνονται από το μεταπρότυπο ως οι πλέον αξιόλογες, επαναξιολογούνται από το ακριβές λογισμικό που έχει υψηλό υπολογιστικό κόστος (βλέπε σχήμα 1.3). Τα μεταπρότυπα στην ΠΠΑ μπορεί να είναι οποιοδήποτε τύπου είτε τοπικά είτε καθολικά. Ωστόσο η πράξη έχει δείξει ότι τα τοπικά μεταπρότυπα δίνουν καλύτερες προβλέψεις στις περιπτώσεις με σύνθετο χώρο τιμών της αντικειμενικής συνάρτησης[47].

Στη συνέχεια αναλύεται ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης με ΠΠΑ:

**Πρώτες γενιές** Η εξέλιξη εκκινεί με τη συμβατική διαδικασία βελτιστοποίησης με ΕΑ και οι πρώτες γενιές αξιολογούνται με το ακριβές λογισμικό. Με αυτές τις αξιολογήσεις σε πρώτη φάση εμπλουτίζεται η βάση δεδομένων που θα εκπαιδεύσει το μεταπρότυπο.

**ΠΠΑ με τοπικά μεταπρότυπα** Αφού η βάση δεδομένων έχει αρκετά στοιχεία για να εκπαιδεύσει το μεταπρότυπο, σε κάθε νέα γενιά αξιολογείται ολόκληρος ο πληθυσμός απογόνων από το μεταπρότυπο αντί του χρονοβόρου λογισμικού. Σε κάθε υποψήφια λύση αποδίδεται μια τιμή για τη συνάρτηση στόχων, χρησιμοποιώντας τοπικά μεταπρότυπα, εκπαιδευμένα σε ένα μικρό αριθμό των πιο κοντινών σε αυτή λύσεων που βρίσκονται στη βάση δεδομένων.





Σχήμα 1.3: Διάγραμμα ροής των φάσεων ενός εξελικτικού αλγορίθμου με Προσεγγιστική Προ-Αξιολόγηση (IPE).

**Κατάταξη λύσεων μεταπρότυπου** Αφού προ-αξιολογηθεί ένας πληθυσμός, οι λύσεις κατατάσσονται σε φθίνουσα σειρά επίτευξης των στόχων. Σε προβλήματα ενός στόχου (Single Objective Optimization - SOO) η κατάταξη είναι εύκολη, αφού η τιμή που δίνει το μεταπρότυπο σε κάθε εξεταζόμενη λύση είναι προσέγγιση του στόχου. Ωστόσο, σε προβλήματα πολλών στόχων (Multi-Objective Optimization - MOO), η ύπαρξη πολλών στόχων δυσχεραίνει την σύγκριση των προαξιολογημένων λύσεων. Σε αυτά τα προβλήματα το μεταπρότυπο δεν επιστρέφει ένα διάλυσμα τιμών ως επίδοση μιας λύσης σε κάθε στόχο ξεχωριστά, αλλά επιστρέφει μια τιμή ως συνάρτηση της επίδοσης στους στόχους αυτούς.

**Ακριβής αξιολόγηση καλύτερων λύσεων** Οι καλύτερες (πιο υποσχόμενες) λύσεις από την κατάταξη της αξιολόγησης με μεταπρότυπο, αξιολογούνται με το ακριβές λογισμικό. Ο αριθμός τους ορίζεται από τον χρήστη εκ των προτέρων. Οι λύσεις που αξιολογούνται με το ακριβές λογισμικό, στη συνέχεια, εμπλουτίζουν τη βάση δεδομένων, για να χρησιμοποιηθούν στην εκπαίδευση του μεταπρότυπου σε επόμενες γενιές.

**Ανάθεση καταλληλότητας και νέα γενιά** Σε κάθε λύση αποδίδεται η τιμή των στόχων που υπολογίστηκε είτε από το μεταπρότυπο είτε από το ακριβές λογισμικό, όπου αυτό χρησιμοποιήθηκε. Ελέγχεται το κριτήριο σύγκλισης και

είτε τελειώνει η βελτιστοποίηση είτε δημιουργείται νέα γενιά με τη μέθοδο που έχει περιγραφεί στην ενότητα 1.2.1.

### 1.3.3 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα και Δίκτυο Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης

Τα μεταπρότυπα που ενδείκνυνται για χρήση στη βελτιστοποίηση με ΠΠΑ είναι τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα - ΤΝΔ (Artificial Neural Networks - ANN)[19]. Η επιλογή τους έγκειται στο ότι τα ΤΝΔ είναι πολύ ευέλικτα στην προσομοίωση σύνθετων, πολυτροπικών συναρτήσεων.

Έχουν αναπτυχθεί πολλά ΤΝΔ με διαφορετική τεχνική και, συχνά, διαφορετική παρεχόμενη πληροφορία. Μερικά από τα πιο χρήσιμα ΤΝΔ είναι τα εξής:[3, 25]

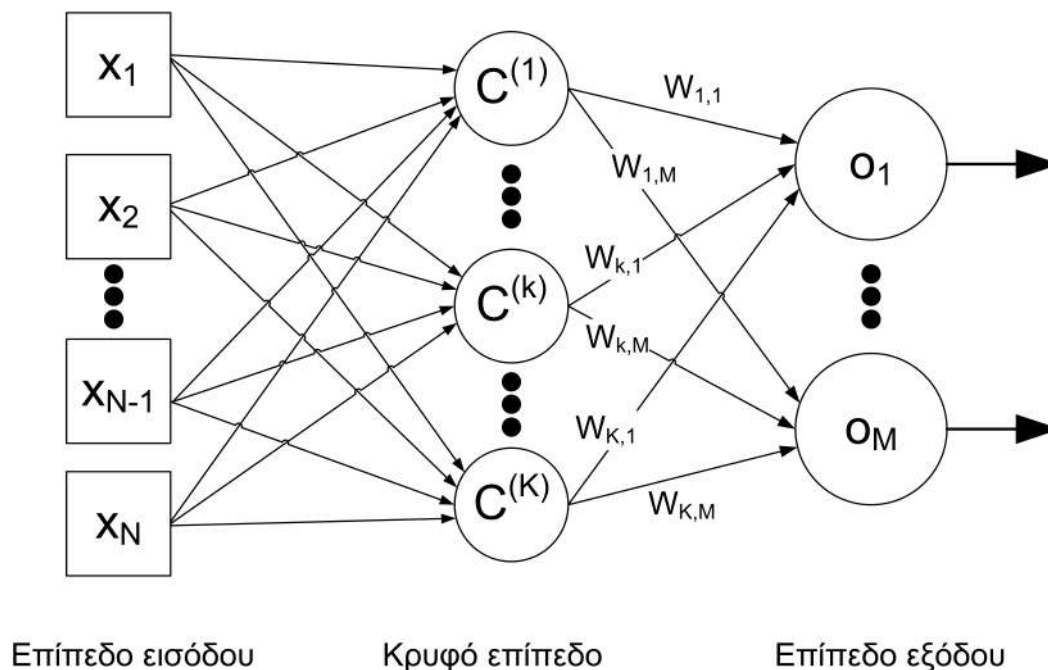
- τα Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης και τα Πολυεπίπεδα Αντίληπτρα (Multilayer Perceptrons) χρησιμοποιούνται για να προσεγγίσουν την απόκριση νέων υποψήφιων λύσεων βασιζόμενοι σε υπάρχουσα πληροφορία
- το μοντέλο Kriging δίνει επιπλέον πληροφορία για το διάστημα αξιοπιστίας των προβλεπομένων αποκρίσεων
- οι Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης (Support Vector Machines) κατατάσσουν τις υποψήφιες λύσεις σύμφωνα με προκαθορισμένα κριτήρια, όπως ικανοποίηση των περιορισμών κ.α.

Στη συνέχεια αναλύονται τα **Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης - ΔΣΑΒ** (Radial Basis Function Networks - RBFN) και μάλιστα με υποβοήθηση από συντελεστές σημαντικότητας, δεδομένου ότι αυτά χρησιμοποιούνται στην παρούσα διπλωματική.

#### Δίκτυο Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης με Συντελεστές Σημαντικότητας

Τα ΔΣΑΒ είναι ΤΝΔ πολλών επεξεργαστικών επιπέδων και πρόσω διάδοσης σήματος. Αυτό σημαίνει ότι η διάδοση του σήματος εκτελείται από το επίπεδο εισόδου στο επίπεδο εξόδου προχωρώντας επίπεδο προς επίπεδο (το σύνολο των εξόδων του 2ου επιπέδου αποτελεί το σύνολο των εισόδων του 3ου επιπέδου κ.ο.κ.), ώστε τελικά το επίπεδο εξόδου να λαμβάνει σήμα εισόδου επεξεργασμένο από όλα τα επίπεδα. Τα ΔΣΑΒ είναι

νευρωνικά δίκτυα που ανήκουν στην κατηγορία της επιβλεπόμενης μάθησης. Αυτό σημαίνει ότι κατά την εκπαίδευση του δικτύου είναι γνωστό το αποτέλεσμα/συνάρτηση των μεταβλητών εισόδου και χρησιμοποιείται στην εκπαίδευση. Τα ΔΣΑΒ χρησιμοποιούνται κυρίως για την προσέγγιση συναρτήσεων, την πρόβλεψη χρονοσειρών και τον αυτόματο έλεγχο.



Σχήμα 1.4: Διάγραμμα της δομής ενός ΔΣΑΒ με  $N$  εισόδους,  $K$  κρυφούς νευρώνες και  $M$  εξόδους.

Όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.4, ένα ΔΣΑΒ αποτελείται από ακριβώς τρία διακριτά επίπεδα :

1. **Επίπεδο εισόδου** Το επίπεδο εισόδου υποδέχεται το σημείο πρόβλεψης, αντιστοιχίζοντας κάθε συνιστώσα του διανύσματος σχεδιασμού ( $\vec{x}$  του χώρου  $R^N$ ) με ένα νευρώνα του και συνδέει, με αυτόν τον τρόπο, το δίκτυο με το περιβάλλον.
2. **Κρυφό επίπεδο** Το κρυφό επίπεδο αποτελείται από  $K$  νευρώνες, καθένας από τους οποίους είναι συσχετισμένος με ένα διάνυσμα  $\vec{c}^{(k)} \in R^N$  ίδιας διάστασης με το χώρο σχεδιασμού. Τα διανύσματα  $\vec{c}^{(k)}$  ονομάζονται κέντρα ακτινικής βάσης.

Κάθε νευρώνας του κρυφού επιπέδου εφαρμόζει έναν μη-γραμμικό μετασχηματισμό  $\mathcal{G}$ , συναρτήσε της απόστασης του εκάστοτε διανύσματος εισόδου από το κέντρο του και της ακτίνας βάσης  $r_k$  ως:

$$h_k = \mathcal{G}(\|\vec{x} - \vec{c}^{(k)}\|, r_k) \quad (1.5)$$

**3. Επίπεδο εξόδου** Το επίπεδο εξόδου υλοποιεί έναν γραμμικό μετασχηματισμό αθροίζοντας τις εξόδους του κρυφού επιπέδου σταθμισμένες με τις τιμές των συνάψεων  $w_{k,m}$ . Το αποτέλεσμα είναι η έξοδος του δικτύου  $\vec{o} \in R^M$ .

$$o^{(m)} = \sum_{k=1}^K w_{k,m} h_k = \sum_{k=1}^K w_{k,m} \mathcal{G}(\|\vec{x} - \vec{c}^{(k)}\|, r_k) \quad (1.6)$$

Από μαθηματικής άποψης, τα ΔΣΑΒ βασίζονται στο θεώρημα διαχωρισμού προτύπων του Cover, υλοποιώντας έναν γραμμικό μετασχηματισμό (στο επίπεδο εξόδου) αμέσως μετά από έναν μη-γραμμικό (στο κρυφό επίπεδο). Το θεώρημα του Cover αποδεικνύει ότι ένα πολύπλοκο πρόβλημα κατάταξης προτύπων που αποτιμάται μη-γραμμικά, είναι πιο πιθανό να είναι γραμμικά διαχωρίσιμο σε διανυσματικό χώρο μεγαλύτερης διάστασης[;]. Συνέπεια του θεωρήματος αυτού είναι ότι η ακρίβεια προσέγγισης αυξάνει με την αύξηση του αριθμού των κρυφών νευρώνων ή, αντίστροφα, απαιτείται ένας ελάχιστος αριθμός νευρώνων στο κρυφό επίπεδο για προσέγγιση με ένα επιθυμητό περιθώριο σφάλματος.

Για την εκπαίδευση του ΔΣΑΒ χρησιμοποιείται ένα σύνολο  $T$  σημείων με γνωστές αποκρίσεις  $(\vec{x}_{train}^{(t)}, \vec{o}_{train}^{(t)})$ ,  $t = 1, \dots, T$ . Συχνά γίνεται η παραδοχή ότι  $K = T$ , οπότε είναι  $\vec{c}^{(t)} = \vec{x}_{train}^{(t)}$ . Έτσι προκύπτει για κάθε έξοδο  $m$  το γραμμικό σύστημα:

$$\tilde{H} \vec{w}^{(m)} = \vec{o}_{train}^{(m)} \quad (1.7)$$

όπου:

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} \mathcal{G}(\|\vec{x}_{train}^{(1)} - \vec{c}^{(1)}\|, r_1) & \dots & \mathcal{G}(\|\vec{x}_{train}^{(1)} - \vec{c}^{(K)}\|, r_K) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{G}(\|\vec{x}_{train}^{(T)} - \vec{c}^{(1)}\|, r_1) & \dots & \mathcal{G}(\|\vec{x}_{train}^{(T)} - \vec{c}^{(K)}\|, r_K) \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

$$\vec{w}^{(m)} = (w_{1,m}, \dots, w_{K,m})^\top \quad (1.9)$$

$$\vec{o}_{train}^{(m)} = (o_{m,train}^{(1)}, \dots, o_{m,train}^{(T)})^\top \quad (1.10)$$

και  $r_k$  γνωστό μέσω ευρυστικών αλγορίθμων.

Στην εξίσωση 1.7 μπορούμε να κάνουμε τις εξής παρατηρήσεις. Πρώτον, ο πίνακας εκπαίδευσης  $\tilde{H}$  είναι τετραγωνικός (επειδή  $K = T$ ) και έχει όλα τα στοιχεία της κύριας διαγωνίου μηδενικά, αφού ισχύει  $\vec{c}^{(t)} = \vec{x}_{train}^{(t)}$ . Ο μόνος άγνωστος στην εξίσωση αυτή είναι οι όροι στάθμισης  $w_{t,m}$ . Για να υπολογιστούν, πρέπει το μητρώο εκπαίδευσης  $\tilde{H}$  να είναι αντιστρέψιμο. Η αντιστρεψιμότητά του εξαρτάται από την επιλογή της συνάρτησης βάσης / ενεργοποίησης  $\mathcal{G}$ . Υπάρχουν πολλές συναρτήσεις ενεργοποίησης που παράγουν ανιστρέψιμο μητρώο εκπαίδευσης, με χαρακτηριστική την συνάρτηση κατανομής Gauss:

$$\mathcal{G}(u, r) = e^{-\frac{u^2}{r^2}} \quad (1.11)$$

Η ιδέα πίσω από την χρησιμοποίηση Συντελεστών Σημαντικότητας (Importance Factors - IFs) είναι να ενσωματωθούν επιπλέον στοιχεία που ποσοτικοποιούν την επίδραση κάθε μεταβλητής εισόδου στην απόκριση του δικτύου. Έχουμε, λοιπόν, ένα συντελεστή για κάθε μεταβλητή εισόδου και για κάθε στόχο:  $I_{n,m}$  ( $n = 1, \dots, N$  και  $m = 1, \dots, M$ ). Υψηλή τιμή του συντελεστή  $I_{n,m}$  δηλώνει μεγάλη ευαισθησία του στόχου  $m$  όσον αφορά στην  $n$ -οστή μεταβλητή εισόδου, ενώ χαμηλή τιμή δηλώνει το αντίθετο.

Θεωρητικά ο εκάστοτε συντελεστής δίνεται από την μερική παράγωγο ενός στόχου  $m$  ως προς μια μεταβλητή εισόδου, σε απόλυτη τιμή:  $\left| \frac{\partial o_m}{\partial x_n} \right|$ . Αυτές οι μερικές παράγωγοι μπορούν να υπολογιστούν και αναλυτικά με διαφόριση της σχέσης 1.6, αλλά υπολογίζονται αυτόματα ως παραπροϊόν της εκπαίδευσης του ΔΣΑΒ.

Ωστόσο, για λόγους απλότητας επιλέγεται η αδιαστατοποίηση των συντελεστών, ώστε  $I_{n,m} \in (0, 1)$ . Η αδιαστητοποίηση, που δίνει τον ορισμό των συντελεστών σημαντικότητας, γίνεται ως εξής:

$$I_{n,m} = \frac{\left| \frac{\partial o_m}{\partial x_n} \right|}{\sum_{n=1}^N \left| \frac{\partial o_m}{\partial x_n} \right|} \quad (1.12)$$

Επομένως, όταν χρησιμοποιούμε τους συντελεστές σημαντικότητας, αντικαθιστούμε στην συνάρτηση ενεργοποίησης  $\mathcal{G}$  (σχέση 1.6) τη νόρμα  $\|\vec{x} - \vec{c}^{(k)}\|$  με μια σταθμισμένη ( $wei$ ):

$$\|\vec{x} - \vec{c}^{(k)}\|_{wei} = \sqrt{N \sum_{n=1}^N I_n (x_n - c_k)^2} \quad (1.13)$$

## 1.4 Πολυεπίπεδη Βελτιστοποίηση και Εξελικτικοί Αλγόριθμοι

### 1.4.1 Εισαγωγή στην Πολυεπίπεδη Βελτιστοποίηση

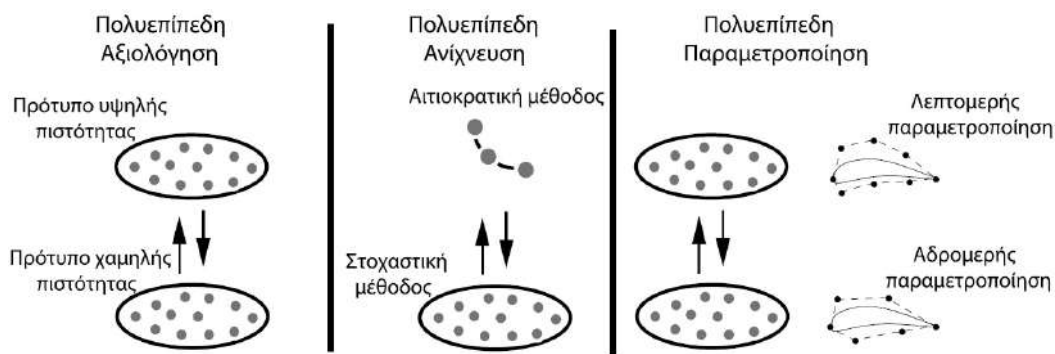
Η βασική ιδέα πίσω από την πολυεπίπεδη βελτιστοποίηση είναι η επίλυση ενός προβλήματος σε έναν αριθμό επιπέδων, καθένα από τα οποία χρησιμοποιεί διαφορετικούς κόστους υπολογιστικά εργαλεία[21]. Αναφερόμαστε στα διαφορετικά επίπεδα με χαρακτηρισμούς όπως υψηλό ή χαμηλό. Τα χαμηλά επίπεδα είναι συνήθως υπεύθυνα για την εξερεύνηση του χώρου σχεδιασμού, καθώς είναι σε θέση να εξετάσουν πολλές (περισσότερες από τα υψηλά επίπεδα) υποψήφια λύσεις, χρησιμοποιώντας εργαλεία σχετικά χαμηλού υπολογιστικού κόστους. Έπειτα, οι καλύτερες λύσεις προωθούνται στα υψηλότερα επίπεδα με τη μορφή μεταναστεύσεων. Με αυτόν τον τρόπο, η χρήση των υπολογιστικά δαπανηρών υπολογιστικών εργαλείων περιορίζεται μόνο στις πιο υποσχόμενες περιοχές του χώρου σχεδιασμού.

Στη βελτιστοποίηση με χρήση εργαλείων υπολογιστικής ρευστοδυναμικής, που είναι το θέμα της παρούσας διπλωματικής, η ιεράρχηση είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί με πολλούς τρόπους. Η διαφορετική μοντελοποίηση των εξισώσεων ροής ή τύρβης, η χρήση διαφορετικού μεγέθους πλέγματος, ή ακόμα και διαφορετικών κριτηρίων σύγκλισης, προσφέρουν πρότυπα αξιολόγησης διαφορετικής πιστότητας και υπολογιστικού κόστους. Έπειτα, γίνεται να συζευχθούν αιτιοκρατικές μέθοδοι με τις στοχαστικές (όπως οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι) είτε με διάδοχη χρήση των δυο μεθόδων είτε με ένα ευέλικτο σχήμα ταυτόχρονης χρήσης τους.

Στην πολυεπίπεδη βελτιστοποίηση, κάθε επίπεδο καθορίζεται από (α) ένα πρότυπο αξιολόγησης, (β) μια μέθοδο ανίχνευσης και (γ) μια παραμετροποίηση του προβλήματος. Στην παραμετροποίηση εντάσσονται τόσο οι μεταβλητές εισόδου όσο και οι περιορισμοί του προβλήματος σε κάθε επίπεδο. Στην παρούσα διπλωματική οι στόχοι της βελτιστοποίησης παραμένουν ίδιοι σε όλα τα επίπεδα, κάτι που δεν είναι υποχρεωτικό γενικά. Ακόμα, δεν πρέπει να συγχέεται η μέθοδος ανίχνευσης με το επίπεδο βελτιστοποίησης, αφού είναι δυνατό να χρησιμοποιείται ίδια μέθοδος ανίχνευσης σε δυο διαφορετικά επίπεδα, τα οποία διαφοροποιούνται σε άλλα χαρακτηριστικά τους. Στη συνέχεια η ανάλυση εστιάζει σε πολυεπίπεδη βελτιστοποίηση δύο επιπέδων, χωρίς βλάβη της γενικότητας, επειδή τέτοια χρησιμοποιείται στην παρούσα διπλωματική.

Υπάρχουν, λοιπόν, τρεις βασικές τεχνικές πολυεπίπεδης βελτιστοποίησης, καθεμιά από τις οποίες θα αναλυθεί στη συνέχεια:

1. πολυεπίπεδης αξιολόγησης
2. πολυεπίπεδης ανίχνευσης
3. πολυεπίπεδης παραμετροποίησης



Σχήμα 1.5: Σχηματική αναπαράσταση των τριών βασικών τεχνικών πολυεπίπεδης βελτιστοποίησης.

Οι βασικές αυτές τεχνικές φαίνονται και στο σχήμα 1.5. Είναι προφανές ότι μπορεί να υλοποιηθεί και ένας συνδυασμός των τεχνικών αυτών, όταν υπάρχουν οι απαραίτητες προϋποθέσεις.

### 1.4.2 Πολυεπίπεδη Αξιολόγηση

Η πολυεπίπεδη αξιολόγηση (αριστερά στο σχήμα 1.5) αναφέρεται στην χρήση πολλών προτύπων/λογισμικών αξιολόγησης, διαφορετικής ακρίβειας και υπολογιστικού κόστους σε κάθε επίπεδο. Προφανώς η έκπτωση σε ακρίβεια συνοδεύεται με πτώση των υπολογιστικών απαιτήσεων του λογισμικού, ως αντιστάθμιση του μειονεκτήματός αυτού και ως κίνητρο για την εφαρμογή αυτής της μεθόδου πολυεπίπεδης βελτιστοποίησης.

Το κατώτερο επίπεδο χρησιμοποιεί το λογισμικό χαμηλής ακρίβειας και υπολογιστικού κόστους με σκοπό τον εντοπισμό των πιο υποσχόμενων περιοχών στο χώρο των μεταβλητών σχεδιασμού. Οι περιοχές αυτές τροφοδοτώνται στο υψηλότερο επίπεδο με τη μορφή μεταναστεύσεων των υποψήφιων λύσεων, όπου πραγματοποιείται περαιτέρω βελτίωσή τους με χρήση του προτύπου υψηλής ακρίβειας και υπολογιστικού κόστους. Με αυτόν τον τρόπο, το υπολογιστικά ακριβό λογισμικό αξιοποιείται αποδοτικά, χρησιμοποιούμενο αποκλειστικά σε περιοχές με μεγαλύτερη πιθανότητα να περιέχουν βέλτιστες λύσεις και όχι για εξερεύνηση του χώρου σχεδιασμού.

Ένας απλός (αλλά όχι ο μοναδικός) τρόπος εφαρμογής της πολυεπίπεδης αξιολόγησης σε ρευστοδυναμική βελτιστοποίηση είναι η χρήση διαφορετικής πυκνότητας υπολογιστικού πλέγματος στα δυο επίπεδα που επιλύουν τις εξισώσεις ρευστών (πχ Navier-Stokes). Το χαμηλό επίπεδο επιλύει τις ίδιες εξισώσεις σε αραιότερο πλέγμα και, άρα, με μικρότερη ακρίβεια και τροφοδοτεί με λύσεις το υψηλό επίπεδο που με πυκνότερο πλέγμα υπολογίζει με μεγαλύτερη ακρίβεια την επίδοση μιας λύσης, απαιτώντας όμως αρκετή υπολογιστική ισχύ. Ένας ακόμη εύκολος τρόπος υλοποίησης αυτής της τεχνικής βελτιστοποίησης είναι η χαλάρωση του κριτηρίου σύγκλισης του επιλύτη. Σε κάθε περίπτωση πρέπει να επιλεγθεί προσεκτικά η επιλογή του προτύπου αξιολόγησης, ώστε να ικανοποιείται κατά το δυνατόν η παρακάτω συνθήκη: μια λύση που υπερέχει σε κάποιο στόχο έναντι μιας άλλης στο υψηλό επίπεδο, να διατηρεί αυτή την υπεροχή και στο χαμηλό. Έτσι εξασφαλίζεται η αποτελεσματικότητα της πολυεπίπεδης βελτιστοποίησης.

### 1.4.3 Πολυεπίπεδη Ανίχνευση

Η πολυεπίπεδη ανίχνευση (στη μέση του σχήματος 1.5) υποδηλώνει τη χρήση πολλών μεθόδων ανίχνευσης, δηλαδή ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης, με διαφορετικές ιδιότητες και απαιτήσεις. Για παράδειγμα αντιπαραβάλλουμε τις στοχαστικές από τις αιτιοκρατικές μεθόδους. Οι πρώτες (με χαρακτηριστικό εκπρόσωπο τους Εξελικτικούς Αλγόριθμους) δεν απαιτούν τον υπολογισμό της κλίσης της συνάρτησης στόχου, εκεί που οι αιτιοκρατικές το απαιτούν.

Στόχος είναι φυσικά η ελαχιστοποίηση του συνολικού υπολογιστικού κόστους της βελτιστοποίησης, δηλαδή η μείωση του αριθμού των λύσεων που εξετάζονται. Αυτό επιτυγχάνεται με κατάλληλο συνδυασμό των μεθόδων, ο οποίος να προτάσσει τα



πλεονεκτήματα της κάθε μεθόδου εκεί που έχει αξία. Για παράδειγμα, μια συνήθης υλοποίηση της μεθόδου θέλει στο χαμηλό επίπεδο να χρησιμοποιούνται ΕΑ, για να ανιχνευθούν οι περιοχές του χώρου των μεταβλητών σχεδιασμού όπου εμφανίζεται ολικό ακρότατο. Αυτή η πληροφορία τροφοδοτείται στη συνέχεια στο υψηλό επίπεδο, όπου εφαρμόζονται αιτιοκρατικές μέθοδοι (όπως η μέθοδος απότομης καθόδου) που εντοπίζουν ταχύτατα το τοπικό ακρότατο μιας περιοχής. Έτσι εκμεταλλευόμαστε το πλεονέκτημα των ΕΑ να μην εγκλωβίζονται σε τοπικά ακρότατα, με αυτό των αιτιοκρατικών μεθόδων δηλαδή να βρίσκουν ταχύτατα το τοπικό ακρότατο μιας περιοχής.

Η μετάδοση της πληροφορίας μεταξύ των επιπέδων γίνεται και πάλι με τη μορφή μετανάστευσης λύσεων. Πρέπει να τονιστεί ότι η επικοινωνία μεταξύ των επιπέδων είναι αμφίδρομη, δηλαδή τοπικά ακρότατα που εξετάζονται από αιτιοκρατικές μεθόδους επιστρέφουν στον ΕΑ του χαμηλού επιπέδου, με σκοπό την αύξηση της πίεσης επιλογής. Στην παρούσα διπλωματική δεν εφαρμόζεται αυτή η τεχνική πολυεπίπεδης βελτιστοποίησης, καθώς χρησιμοποιούνται αποκλειστικά ΕΑ ως μέθοδος ανίχνευσης του χώρου των μεταβλητών.

#### 1.4.4 Πολυεπίπεδη Παραμετροποίηση

Στην πολυεπίπεδη παραμετροποίηση χρησιμοποιείται διαφορετικό διάνυσμα σχεδιασμού σε κάθε επίπεδο. Αυτό το πολυεπίπεδο σχήμα αποσκοπεί στην επίλυση ενός απλούστερου προβλήματος στο χαμηλό επίπεδο, που απαιτεί μικρότερο αριθμό αξιολογήσεων, επομένως στο χαμηλό επίπεδο το διάνυσμα σχεδιασμού είναι μικρής σχετικά διάστασης.

Χαρακτηριστική εφαρμογή της τεχνικής αυτής είναι αυτή που φαίνεται δεξιά στο σχήμα 1.5. Στο σχεδιασμό μιας αεροτομής το κατώτερο επίπεδο χρησιμοποιεί παραμετρικές καμπύλες με λίγα σημεία ελέγχου. Στο ανώτερο επίπεδο, η χρήση περισσότερων βαθμών ελευθερίας (περισσότερων σημείων ελέγχου) επιτρέπει τον έλεγχο του σχήματος με περισσότερη λεπτομέρεια.

Η αλληλεπίδραση μεταξύ των δυο επιπέδων προϋποθέτει έναν τρόπο μετάβασης από τη μια παραμετροποίηση στην άλλη. Στο παράδειγμα της αεροτομής, οι παραμετρικές καμπύλες και επιφάνειες διαθέτουν κατάλληλους αλγόριθμους οι οποίοι επιτρέπουν την προσθήκη ή αφαίρεση σημείων ελέγχου. Κατά κανόνα ο αλγόριθμος προσθήκης νέου σημείου ελέγχου διατηρεί αναλλοίωτη την εξεταζόμενη γεωμετρία, ενώ με την αφαίρεση

σημείων ελέγχου συνήθως υπάρχει απόκλιση. Αυτός είναι και ο λόγος που συνήθως στην πολυεπίπεδη παραμετροποίηση (στην αεροδυναμική και όχι μόνο) επιλέγεται μονόδρομη επικοινωνία από το χαμηλό προς το υψηλό επίπεδο.

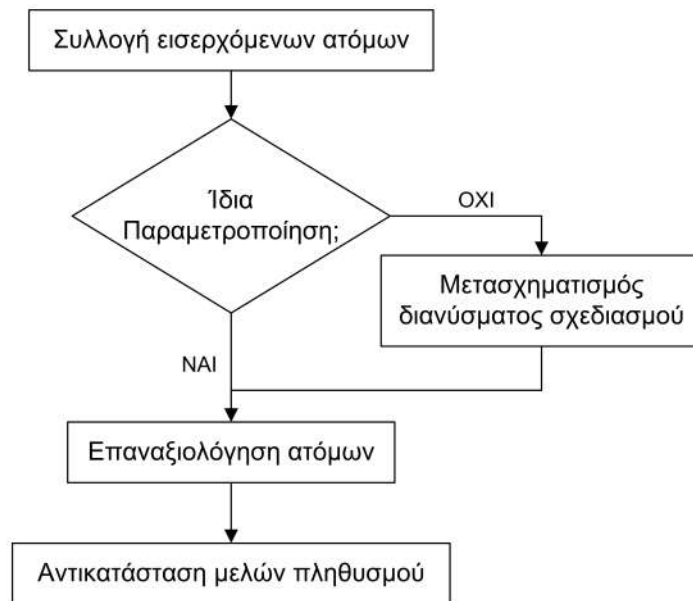
Μια ακόμα δυνατότητα της πολυεπίπεδης παραμετροποίησης είναι η χρήση διαφορετικών περιορισμών μεταξύ των επιπέδων. Ακόμα, η απλή χαλάρωση των ίδιων περιορισμών στο χαμηλό επίπεδο απλουστεύει ακόμα περισσότερο το πρόβλημα που επιλύεται σε αυτό, ειδικά όταν υπάρχουν ισχυροί περιορισμοί στο πρόβλημα.

#### 1.4.5 Επικοινωνία μεταξύ των Επιπέδων

Εξέχουσας σημασίας για την αποτελεσματικότητα της πολυεπίπεδης βελτιστοποίησης είναι η διαδικασία της μετανάστευσης των υποψήφιων λύσεων μεταξύ των επιπέδων. Στη γενική περίπτωση πολλών επιπέδων, καθένα επικοινωνεί με το αμέσως ανώτερο και αμέσως κατώτερό του. Το κριτήριο για την έναρξη της επικοινωνίας μεταξύ διαδοχικών επιπέδων είναι η ανεξάρτητη εκτέλεσή του για έναν αριθμό γενιών (ή επαναλήψεων για αιτιοκρατικές μεθόδους). Επιτρέπεται λοιπόν η απομονωμένη εξέλιξη των λύσεων σε ένα επίπεδο, μέχρι έναν προκαθορισμένο από το χρήστη αριθμό γενεών. Σε περίπτωση που το γειτονικό επίπεδο δεν έχει ολοκληρώσει τις απαραίτητες γενιές για την μετανάστευση, το υπο εξέταση επίπεδο τίθεται σε κατάσταση αναμονής.

Στο σχήμα 1.6 παρουσιάζεται διαγραμματικά η επικοινωνία με μετανάστευση υποψήφιων λύσεων από ένα επίπεδο σε ένα άλλο. Όταν περάσει ο προκαθορισμένος αριθμός γενεών (ή επαναλήψεων) εξέλιξης, συλλέγονται τα επίλεκτα άτομα του επιπέδου και τίθενται σε διαθεσιμότητα στο επόμενο επίπεδο, εκκινώντας την επικοινωνία μεταξύ των επιπέδων. Αξίζει να σχολιαστεί ότι ο μετασχηματισμός του διανύσματος σχεδιασμού αφορά σε πολυεπίπεδη παραμετροποίηση.

Αφού εξασφαλιστεί η συμφωνία της παραμετροποίησης, τα εισαγόμενα άτομα επαναξιολογούνται κατά ένα ποσοστό που επιλέγεται από τον χρήστη, με το λογισμικό αξιολόγησης του επιπέδου προορισμού. Από τα άτομα που μετανάστευσαν, μόνο αυτά που αξιολογήθηκαν με το λογισμικό του επιπέδου προορισμού μπορούν να αντικαταστήσουν πιθανώς χειρότερα άτομά του. Τα υπόλοιπα θεωρείται ότι έχουν προσεγγιστική τιμή καταλληλότητας και συγκρίνονται μόνο με εκείνα των οποίων οι στόχοι υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας μεταπρότυπα.



Σχήμα 1.6: Αλγόριθμος των φάσεων κατά τη μετανάστευση λύσεων στην επικοινωνία μεταξύ δυο επιπέδων.

Η πορεία των μεταναστεύσεων καταγράφεται για να αξιολογείται η προσφορά των χαμηλών επιπέδων. Σε περίπτωση που διαπιστωθεί ότι ένα χαμηλό επίπεδο αδυνατεί να συνεισφέρει με νέα άτομα που να μεταναστεύσουν επιτυχώς, για ένα ορισμένο αριθμό διαδοχικών μεταναστεύσεων, διακόπτεται η λειτουργία του. Επιτυχής θεωρείται μια μετανάστευση όταν το επαναξιολογημένο, στο επίπεδο προορισμού, άτομο αντικαταστήσει κάποιο χειρότερό του στο επίπεδο αυτό. Μετά το τέλος της επικοινωνίας η εξέλιξη των επιπέδων συνεχίζεται μέχρι την επόμενη προγραμματισμένη ανταλλαγή υποψήφιων λύσεων.

Οι παράμετροι καθορισμού της χρονικής στιγμής ανταλλαγής υποψήφιων λύσεων για κάθε επίπεδο είναι:

- η γενιά της πρώτης μετανάστευσης
- η συχνότητα μετανάστευσης μετά την πρώτη

Πρέπει να τονιστεί ότι είναι προτιμότερο αυτές οι παράμετροι να είναι διαφορετικές για κάθε κατεύθυνση επικοινωνίας, επειδή κάθε επίπεδο επιτελεί διαφορετικό ρόλο. Η

συχνή ανταλλαγή υποψήφιων λύσεων με το αμέσως χαμηλό επίπεδο επιφέρει μεγαλύτερο κέρδος από τις λύσεις που έχουν εντοπισθεί από αυτό, ενώ η αραιή επικοινωνία με το αμέσως ανώτερο επίπεδο εξυπηρετεί στην καλύτερη ανίχνευση του χώρου σχεδιασμού, επιτρέποντας την τροφοδοσία του με όσο δυνατά καλύτερες υποψήφιες λύσεις.

## Κεφάλαιο 2

# Μέτωπο Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων Προβλημάτων Βελτιστοποίησης

### 2.1 Μέτωπο Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών στόχων δεν έχουν μία μοναδική λύση, αλλά ένα σύνολο βέλτιστων λύσεων που ονομάζεται σύνολο των βέλτιστων κατά Pareto λύσεων. Η υπερ-επιφάνεια στο χώρο της συνάρτησης στόχων, όπου εντοπίζεται το σύνολο των βέλτιστων αυτών λύσεων είναι το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζεται η έννοια του *Pareto Βέλτιστου*, δίνονται οι ορισμοί των σχετικών εννοιών και σχολιάζονται κάποια χαρακτηριστικά των μετώπων που έχουν ενδιαφέρον στην βελτιστοποίηση.

#### 2.1.1 Εισαγωγή

Η έννοια του βέλτιστου σε προβλήματα πολλών στόχων διαφέρει από αυτή για πρόβλημα ενός στόχου. Αυτό συμβαίνει επειδή, στα προβλήματα πολλών στόχων, αναζητούνται στην ουσία καλοί συμβιβασμοί μεταξύ αντικρουόμενων στόχων, αντί μιας μοναδικής καθολικής λύσης. Αυτή η προσέγγιση της έννοιας του βέλτιστου παρουσιάστηκε αρχικά από τον Francis Ysidro Edgeworth το 1881 και στη συνέχεια γενικεύθηκε από τον Vilfredo Pareto το 1896, του οποίου το όνομα υιοθετήθηκε τελικά.

Ο Vilfredo Pareto (1848 - 1923) ήταν Ιταλός μηχανικός, κοινωνιολόγος, οικονομολόγος και φιλόσοφος. Η συμβολή του απλώνεται σε όλα αυτά τα πεδία, αν και η κληρονομιά του στην οικονομική επιστήμη είναι πιο σημαντική, όντας από του πρώτους εισηγητές της στατιστικής στις οικονομικές αναλύσεις[49]. Μέσα από την ενασχόλησή του με την μικροοικονομία ανέπτυξε και την έννοια που πήρε το όνομά του: *Pareto Βέλτιστο*.

Στα προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών στόχων, το Pareto Βέλτιστο προκύπτει ως εξής. Με δεδομένη μια λύση του προβλήματος πολλών στόχων, κάθε διαφορετική αποδεκτή λύση με καλύτερη επίδοση ως προς ένα τουλάχιστον στόχο, αλλά ίδια επίδοση στους υπόλοιπους στόχους, συνιστά μια *Pareto Βελτίωση*. Όταν δεν δύναται να πραγματοποιηθεί άλλη Pareto Βελτίωση, τότε η τελευταία λύση συνιστά Pareto Βέλτιστο. Ο υπολογισμός, λοιπόν, όλων των Pareto Βέλτιστων λύσεων είναι ο στόχος των προβλημάτων βελτιστοποίησης.

### 2.1.2 Ορισμοί Εννοιών και Χαρακτηριστικά του Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων

Υπενθυμίζουμε από το κεφάλαιο 2 τους τύπους 1.1 και 1.2, που περιγράφουν ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης  $\mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M$ , με  $M_C$  περιορισμούς ανισο-ισότητας.

$$\begin{aligned} \min \vec{f}(\vec{x}) \quad , \quad \vec{x} \in \mathbb{R}^N \quad , \quad \vec{f} \in \mathbb{R}^M \\ c_j(\vec{x}) \leq c_j^t \text{ hres} \quad , \quad j = 1, \dots, M_C \end{aligned} \quad (2.1)$$

Ακολουθούν οι μαθηματικοί ορισμοί των εννοιών που σχετίζονται με τον υπολογισμό των βέλτιστων λύσεων προβλημάτων πολλών μεταβλητών[40, 23, 27].

Σε προβλήματα ελαχιστοποίησης, ένα διάνυσμα στόχων  $\vec{f}(\vec{x}_1) = [f_1(\vec{x}_1), \dots, f_M(\vec{x}_1)]$  είναι κατά Pareto κυρίαρχο έναντι ενός άλλου  $\vec{f}(\vec{x}_2) = [f_1(\vec{x}_2), \dots, f_M(\vec{x}_2)]$  αν και μόνο αν το διάνυσμα  $\vec{f}(\vec{x}_1)$  είναι μερικώς μικρότερο του  $\vec{f}(\vec{x}_2)$ :

$$\begin{aligned} \vec{f}(\vec{x}_1) \preceq \vec{f}(\vec{x}_2) &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \forall m \in \{1, \dots, M\}, f_m(\vec{x}_1) \leq f_m(\vec{x}_2) \wedge \exists m \in \{1, \dots, M\} : f_m(\vec{x}_1) < f_m(\vec{x}_2) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Στο χώρο των μεταβλητών σχεδιασμού  $\mathbb{R}^N$  έχουμε την έννοια της *Βέλτιστης κατά Pareto Λύσης*. Λέμε ότι μια λύση  $\vec{x}^* \in \mathbb{R}^N$  είναι βέλτιστη κατά Pareto όταν **δεν** υπάρχει καμία άλλη λύση  $\vec{x} \in \mathbb{R}^N$  τέτοια ώστε να ισχύουν ταυτόχρονα οι σχέσεις:

1.  $f_m(\vec{x}) \leq f_m(\vec{x}^*)$  για κάθε  $m = 1, \dots, M$  και
2.  $f_m(\vec{x}) < f_m(\vec{x}^*)$  για τουλάχιστον μια τιμή του  $m$

Μια παρεμφερής έννοια είναι αυτής της *Ασθενώς Βέλτιστης κατά Pareto Λύσης*. Η λύση  $\vec{x}^*$  του παραπάνω ορισμού, θα ήταν ασθενώς βέλτιστη αν δεν υπήρχε άλλη  $\vec{x}$  τέτοια ώστε  $f_m(\vec{x}) < f_m(\vec{x}^*)$  για κάθε  $m = 1, \dots, M$ . Προφανώς το σύνολο των Βέλτιστων κατά Pareto Λύσεων είναι υποσύνολο του συνόλου των Ασθενώς Βέλτιστων.

Το *Μέτωπο Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων* ή *Μέτωπο Pareto* είναι η επιφάνεια στο χώρο των στόχων, που ορίζεται από τις καθολικά Βέλτιστες κατά Pareto λύσεις. Αναφέρεται και ως *Διακριτό Σύνολο των Βέλτιστων κατά Pareto Λύσεων*.

Ορίζονται, ακόμη, τα *Ιδεατά Διανύσματα Στόχων* ως τα  $M$  διανύσματα που προκύπτουν ελαχιστοποιώντας κάθε έναν από τους  $M$  στόχους ξεχωριστά, για όλες τις εφικτές λύσεις.

Εδώ πρέπει να γίνει μια σημαντική παρατήρηση. Στα μη-γραμμικά προβλήματα βελτιστοποίησης, δεν είναι πρακτικά εφικτό να βρεθεί το πλήρες σύνολο των Βέλτιστων κατά Pareto Λύσεων. Αυτό που υπολογίζεται στην πράξη είναι μια προσέγγιση του μετώπου Pareto, μέσω ενός διακριτού συνόλου εξεταζόμενων λύσεων. Αν και μπορεί να υπάρχουν άγνωστες εφικτές λύσεις (δηλαδή λύσεις που ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος) που να κυριαρχούν των τρεχουσών καλύτερων λύσεων, εντούτοις στην παρουσίαση των αποτελεσμάτων μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης έχει επικρατήσει ο όρος *Μέτωπο Pareto* εκεί που εννοείται Βέλτιστες Λύσεις του συνόλου των εξετασμένων. Σε κάθε περίπτωση, πρέπει κανείς να είναι προσεκτικός σε τί ακριβώς αναφέρεται αυτή η ορολογία, όπου τη συναντά. Στην παρούσα διπλωματική, οι όροι κυριαρχίας, βέλτιστης λύσης και μετώπου Pareto, θα αναφέρονται πάντα σε σχέση με το σύνολο των εξετασμένων λύσεων, δηλαδή αυτών που έχουν αξιολογηθεί από το κανονικό λογισμικό αξιολόγησης σε όλες τις γενιές, εκτός από όπου διευκρινίζεται.

Πρέπει, ακόμα, να σχολιαστούν κάποια χαρακτηριστικά των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Αναζητώνται τα αίτια που προκαλούν αυτά τα χαρακτηριστικά, στο χώρο των

μεταβλητών σχεδιασμού και στους περιορισμούς του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων δεν είναι απαραίτητα συνεχές. Ένα μη-συνεχές μέτωπο μπορεί να οφείλεται είτε στην παρουσία διακριτών μεταβλητών σχεδιασμού είτε στους περιορισμούς. Αν είναι συνεχές, το μέτωπο χωρίζει το χώρο των στόχων σε δυο μέρη: στις αποδεκτές και μη-αποδεκτές λύσεις.

Έπειτα, το μέτωπο μπορεί να είναι κυρτό, κύλλο, ή συνδυασμός τους. Ακόμη, είναι δυνατόν το μέτωπο να συρρικνωθεί σε ένα μοναδικό σημείο. Αυτό μπορεί να συμβεί σε πρόβλημα μη-συγκρουόμενων στόχων, ή λόγω περιορισμών.



## 2.2 Μετρικές της Ποιότητας του Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων

### 2.2.1 Εισαγωγή

Η ανάπτυξη των μεθόδων βελτιστοποίησης έχει δώσει μια πληθώρα διαφορετικών εργαλείων και αλγορίθμων στα χέρια των ερευνητών. Ωστόσο, την ίδια στιγμή δημιουργείται το πρόβλημα της σύγκρισης της επίδοσης των εναλλακτικών αλγορίθμων πάνω στο ίδιο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Αν αγνοηθούν παράγοντες προτίμησης ορισμένων μόνο στόχων, ή περιοχών του χώρου των στόχων, που ανήκουν στο επίπεδο Λήψης Απόφασης και, ως τέτοιες, δεν αφορούν την βελτιστοποίηση, ο στόχος της βελτιστοποίησης πολλών στόχων είναι να παράγει ένα μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων το οποίο προσεγγίζει το πλήρες μέτωπο Pareto για το πρόβλημα. Επομένως, είναι προφανές ότι η σύγκριση μεθόδων βελτιστοποίησης ανάγεται σε σύγκριση των μετώπων που παράγουν.

Στα προβλήματα ενός στόχου, η σύγκριση γίνεται απευθείας με βάση την τιμή καταλληλότητας της λύσης στην οποία κατέληξε κάθε μέθοδος, στον ίδιο χρόνο. Σε προβλήματα πολλών στόχων όμως, η καταλληλότητα μιας λύσης δίνεται από ένα διάνυσμα στόχων και κάθε μέθοδος αποδίδει ένα σύνολο τέτοιων διανυσμάτων, μη-κυριαρχούμενων αναμεταξύ τους.

Μια προσέγγιση στη σύγκριση δυο μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων είναι η απόδοση χαρακτηρισμού με βάση τη σχέση κυριαρχίας που υπάρχει μεταξύ των δυο μετώπων. Μια άλλη προσέγγιση περιλαμβάνει μετρικές που ποσοτικοποιούν την ποιότητα κάθε μετώπου, μετασχηματίζοντας τη σύγκριση των μετώπων σε σύγκριση της επίδοσης στις μετρικές. Παρακάτω παρουσιάζονται οι βασικές αρχές των δυο προσεγγίσεων, ενώ η ανάλυση εστιάζει στις μετρικές που χρησιμοποιούνται στην παρούσα διπλωματική.

### Σχέσεις Κυριαρχίας Μεταξύ Μετώπων Λύσεων

Αναφέρεται ενδεικτικά ότι ορίζονται τρεις σχέσεις κυριαρχίας μεταξύ δυο μετώπων εσωτερικά μη-κυριαρχούμενων λύσεων:[27, 18, 39]

**Ασθενούς Κυριαρχίας** Ένα μέτωπο A κυριαρχεί ασθενώς ( $O_W$ ) ενός άλλου B όταν όλα τα σημεία του B “καλύπτονται” από αυτά του A και υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο του A που δεν περιέχεται στο B (σχήμα 2.1α'). Στην παραπάνω

έκφραση, η λέξη “καλύπτονται” δηλώνει είναι ίσα ή κυριαρχούνται. Συμβολικά:

$$A O_W B \Leftrightarrow ND(A \cup B) = A \text{ και } A \neq B \quad (2.3)$$

**Ισχυρής Κυριαρχίας** Το μέτωπο  $A$  κυριαρχεί ισχυρά ( $O_S$ ) έναντι του μετώπου  $B$ , αν όλα τα σημεία του  $B$  “καλύπτονται” από αυτά του  $A$  και υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο του  $B$  που κυριαρχείται από ένα σημείο του  $A$  (σχήμα 2.1β'). Συμβολικά:

$$A O_S B \Leftrightarrow ND(A \cup B) = A \text{ και } B \setminus ND(A \cup B) \neq \emptyset \quad (2.4)$$

**Καθολικής Κυριαρχίας** Το μέτωπο  $A$  έχει καθολική κυριαρχία ( $O_C$ ) έναντι του μετώπου  $B$ , αν κάθε σημείο του  $B$  κυριαρχείται από κάποιο σημείο του  $A$  (σχήμα 2.1γ'). Συμβολικά:

$$A O_C B \Leftrightarrow ND(A \cup B) = A \text{ και } B \cap ND(A \cup B) = \emptyset \quad (2.5)$$

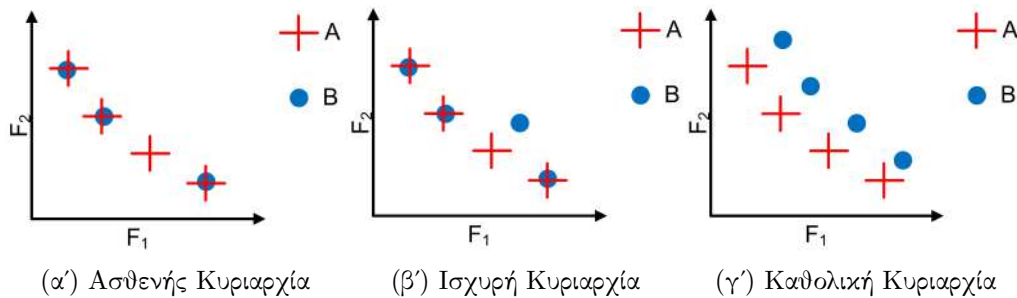
Από τα παραπάνω παρατηρείται ότι ισχύει η σχέση συνεπαγωγής:

$$A O_C B \Rightarrow A O_S B \Rightarrow A O_W B \quad (2.6)$$

Αυτό σημαίνει ότι η ισχυρότερη σχέση κυριαρχίας είναι η καθολική και ασθενέστερη η ασθενής, αλλά και ότι μια ισχυρότερη σχέση εξασφαλίζει/περιλαμβάνει τις ασθενέστερες. Σχηματικά οι παραπάνω σχέσεις κυριαρχίας μεταξύ δυο μετώπων από πρόβλημα δύο στόχων, φαίνονται στο σχήμα 2.1. Το μειονέκτημα αυτής της προσέγγισης είναι ότι δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για απευθείας σύγκριση περισσότερων των δυο μετώπων, καθώς και ότι δε προσφέρει πληροφορία για το πόσο ποιοτικό ή καλύτερο είναι το μέτωπο που έχει ισχυρότερη κυριαρχία έναντι του ανταγωνιστικού. Για αυτό το λόγο αναπτύσσονται μετρητικές της ποιότητας των μετώπων, όπως αυτές που αναλύονται στη συνέχεια.

### Μετρικές ποιότητας Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων

Η επιδίωξη της ανάπτυξης των μετρικών είναι να μετασχηματίσει την ποιότητα ενός μετώπου σε τιμή ενός δείκτη, που διευκολύνει την στατιστική ανάλυση και τις συγκρίσεις. Η πραγματικότητα όμως είναι ότι δεν έχει αναπτυχθεί ενιαία θεωρία που να δίνει έναν καθολικό δείκτη που να εκφράζει αξιόπιστα την ποιότητα ενός μετώπου λύσεων. Η ανάπτυξη των μετρικών κινείται πάνω σε τρία διαφορετικά χαρακτηριστικά των μετώπων που μπορούν να αναγνωριστούν και να μετρηθούν:[41, 18]

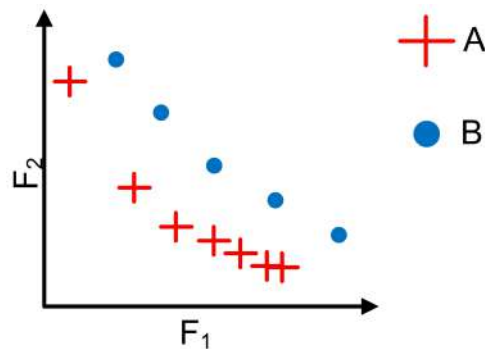


Σχήμα 2.1: Οι τρεις σχέσεις κυριαρχίας μεταξύ δυο μετώπων  $A$  και  $B$ , ενός προβλήματος βελτιστοποίησης δυο στόχων.

1. Η απόσταση του μετώπου από το ιδανικό μέτωπο Pareto, η οποία επιθυμείται να είναι ελάχιστη.
2. Η κατανομή των λύσεων στο μέτωπο, η οποία επιδιώκεται να είναι όσο δυνατόν ομοιόμορφη.
3. Το εύρος των λύσεων στο μέτωπο, το οποίο επιθυμείται να είναι μεγάλο, δηλαδή να υπάρχει μεγάλο εύρος τιμών για κάθε στόχο.

Ωστόσο, η επιλογή αυτών των χαρακτηριστικών έχει αμφισβητηθεί, καθώς είναι ανεπαρκής σε ορισμένες περιπτώσεις. Για παράδειγμα, στην περίπτωση που το ιδεατό μέτωπο Pareto είναι ένα σημείο στο χώρο, η τρίτη κατηγορία μετρικών δεν έχει νόημα. Σε άλλη περίπτωση, που τα σημεία στο ιδεατό μέτωπο Pareto δεν είναι ομοιόμορφα κατανομημένα, τότε ένας καλός δείκτης ομοιομορφίας της κατανομής του μετώπου-προσέγγιση μπορεί να αποπροσανατολίσει (βλέπε σχήμα 2.2). Η πιο σημαντική μετρική είναι αυτή της πρώτης κατηγορίας, αυτή που ασχολείται δηλαδή με το χώρο που καταλαμβάνει ένα μέτωπο. Δεν είναι, όμως, ανεξάρτητη και πρέπει να συνοδεύεται από μετρικές που φέρουν διαφορετική πληροφορία (όπως της ομοιομορφίας της κατανομής, του αριθμού των σημείων στο μέτωπο, κ.α.).

Από τα παραπάνω, λοιπόν, διαπιστώνεται ότι οι μετρικές κάθε είδους δεν είναι απόλυτα αξιόπιστες. Ακόμα, δεν έχει αναδειχθεί ένας δείκτης σε κάθε κατηγορία, αλλά υπάρχει πληθώρα δεικτών που μετρούν με διαφορετική μέθοδο το ίδιο χαρακτηριστικό των μετώπων, καθέναν με ξεχωριστά πλεονεκτήματα, μειονεκτήματα και πεδίο εφαρμογής. Παρολαυτά, οι μετρικές είναι ένα χρήσιμο εργαλείο ανάλυσης και σύγκρισης μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων, αρκεί να χρησιμοποιούνται σκοπτικά και σε συνδυασμό



Σχήμα 2.2: Το μέτωπο A, αν και είναι σαφώς καλύτερο του B, παρουσιάζει μεγάλη ανισοκατανομή των σημείων του, οπότε η μετρική διασποράς θα προέκρινε το B μέτωπο.

μεταξύ τους.

Ενδεικτικά, αναφέρονται ονομαστικά ορισμένες μετρικές με ευρεία διάδοση και αναλύονται στις επόμενες ενότητες οι δυο μετρικές που χρησιμοποιούνται στην παρούσα διπλωματική: ο δείκτης υπερόγκου (ή μετρική  $S$ ) και ο δείκτης διασποράς ESS[18, 39].

- η μετρική  $C$  βρίσκει σε τί ποσοστό ένα μέτωπο A κυριαρχεί ασθενώς ενός άλλου B.
- η μετρική  $S$  ή Δείκτης Υπερόγκου (Hypervolume Indicator) υπολογίζει τον αδιαστατοποιημένο υπερόγκο, στο χώρο στόχων, στον οποίο κυριαρχεί ένα μέτωπο.
- η σχέση σφάλματος (Error Ratio) ποσοτικοποιεί την κοινή “επαφή” που έχει ένα μέτωπο-προσέγγιση με το ιδεατό μέτωπο Pareto.
- ο δείκτης απόστασης γενιών (Generational Distance) υπολογίζει πόσο απέχει ένα μέτωπο-προσέγγιση από το ιδεατό μέτωπο Pareto.
- οι μετρικές  $R1$  και  $R2$  υπολογίζουν την πιθανότητα ένα μέτωπο A να είναι καλύτερο ενός B με βάση ένα σύνολο συναρτήσεων ωφέλειας.
- ο δείκτης ESS (Efficient Set Spacing) μετράει την ομοιομορφία της κατανομής των σημείων ενός μετώπου.

### 2.2.2 Δείκτης Υπερόγκου

Από όλες τις μετρικές που μετρούν συνολικά την ποιότητα ενός συνόλου λύσεων, η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη είναι ο Δείκτης Υπερόγκου (HyperVolume Indicator - HV)[37, 14, 11]. Ο λόγος που έχει τόσο μεγάλη αποδοχή στις αναλύσεις μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων είναι η απόλυτη συμβατότητά του με την σχέση ασθενούς κυριαρχίας (βλέπε εικόνα 2.1α'). Αυτό σημαίνει ότι αν ένα μέτωπο  $A$  κυριαρχεί έστω ασθενώς ενός άλλου  $B$ , τότε ο HV του  $A$  θα είναι μεγαλύτερος του  $B$ .

$$A O_W B \Rightarrow HV(A) > HV(B) \quad (2.7)$$

Για ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης  $M$  στόχων  $\vec{f} = (f_1, \dots, f_m, \dots, f_M)$ , με  $N$  μεταβλητές εισόδου  $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n, \dots, x_N)$ , ο δείκτης υπερόγκου ενός συνόλου λύσεων  $A = (\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_d, \dots, \vec{x}_D)$  ορίζεται ως εξής:

$$HV(A) = \lambda(\{\bigcup h(\vec{x}) \mid \vec{x} \in A\}) \quad (2.8)$$

όπου:  $h(\vec{x}) = [y_1, r_1] \times \dots \times [y_D, r_D]$

$\vec{r} = (r_1, \dots, r_D)$  ένα σημείο αναφοράς, το οποίο πρέπει να κυριαρχείται από όλα τα σημεία του συνόλου  $A$ .

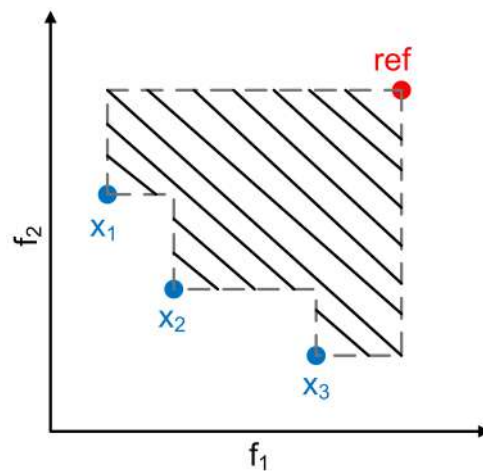
$\lambda$  το μέτρο Lebesgue ενός συνόλου

Η διάσταση του υπερόγκου που μετράται από τον δείκτη, είναι η ίδια με του χώρου των στόχων. Για παράδειγμα, σε ένα πρόβλημα δύο στόχων, ο δείκτης υπερόγκου υπολογίζει το εμβαδό του χώρου μεταξύ ενός μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων και ενός σημείου αναφοράς που κυριαρχείται από αυτά (βλέπε σχήμα 2.3).

#### Πλεονεκτήματα

Ο δείκτης υπερόγκου έχει ορισμένα πλεονεκτήματα που τον καθιστούν πολύ χρήσιμο για την ανάλυση της ποιότητας μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Αυτά είναι, ενδεικτικά:

- συμβατότητα με τις σχέσεις κυριαρχίας μετώπων (ασθενής, κλπ)
- ανεξαρτησία από κλίμακες / αδιαστατοποίηση
- διαφοροποίηση τιμής ανάλογα με διαφορετικό βαθμό κυριαρχίας μεταξύ μετώπων
- διαισθητική/άμεση αντίληψη της ποιότητας ενός μετώπου



Σχήμα 2.3: Παράδειγμα υπολογισμού του δείκτη υπερόγκου για ένα μέτωπο τριών σημείων και δύο στόχων.

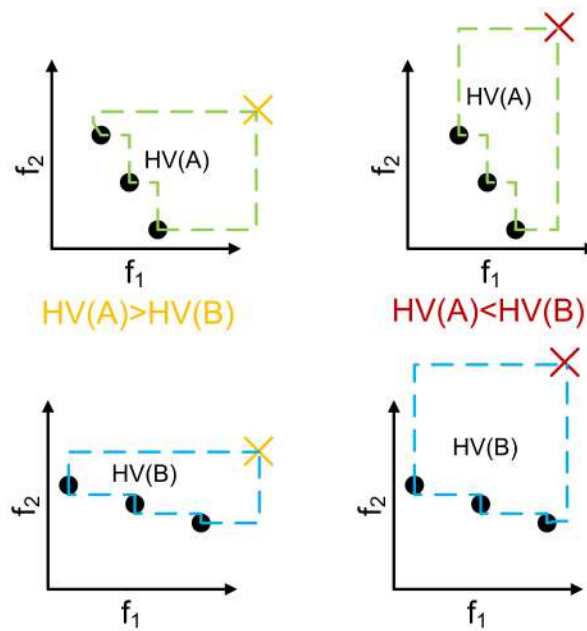
### Μειονεκτήματα

Ωστόσο, ο δείκτης υπερόγκου παρουσιάζει και ορισμένα μειονεκτήματα που πρέπει να προσεχθούν όταν γίνεται χρήση του. Αυτά έχουν να κάνουν κυρίως με την απαίτηση σημείου αναφοράς και το υπολογιστικό κόστος.

Το πρώτο μειονέκτημα αφορά την απαίτηση δεδομένου (αυθαίρετου) σημείου αναφοράς. Το σημείο αυτό πρέπει να κυριαρχείται από όλα τα σημεία του μετώπου που μελετάται, τα όρια του οποίου δεν είναι γνωστά εκ των προτέρων. Επομένως το σημείο επιλέγεται με πρότερη γνώση του μετώπου και αφού γίνουν γνωστά τα όρια των σημείων που το αποτελούν.

Ωστόσο, τις περισσότερες φορές ο δείκτης υπερόγκου υπολογίζεται για περισσότερα του ενός μετώπου, του ίδιου προβλήματος, για να συγκριθούν μεταξύ τους. Για το ίδιο πρόβλημα, τα μέτωπα που συγκρίνονται με τον δείκτη υπερόγκου πρέπει να έχουν το ίδιο σημείο αναφοράς για να είναι έγκυρη η σύγκριση. Σε αυτές τις περιπτώσεις, το σημείο αναφοράς πρέπει να τεθεί από τον χρήστη εμπειρικά, με συνεταγμένες πολύ μεγαλύτερες σε τάξη μεγέθους από ότι ίσως χρειάζεται, για να εξασφαλίζει τη σύγκριση πολλών μετώπων, μερικά από τα οποία ίσως δεν έχουν υπολογιστεί τη στιγμή εκείνη.

Η επιλογή σημείου αναφοράς συνεταγμένων μεγάλης τάξης μεγέθους, αυξάνει το ήδη σημαντικό υπολογιστικό κόστος του δείκτη υπερόγκου (που συζητείται σε επόμενη πα-



Σχήμα 2.4: Η επιλογή του σημείου αναφοράς επηρεάζει την σύγκριση δυο μετώπων με το δείκτη υπερόγκου. Αριστερά, ο δείκτης υπερόγκου προκρίνει το μέτωπο A έναντι του B, ενώ δεξιά το ανάποδο.

ράγραφο), αλλά λύνει ένα άλλο μειονέκτημα. Συγκεκριμένα, υπό ορισμένες συνθήκες και για κάποιες μορφές μετώπων, η επιλογή του σημείου αναφοράς μπορεί να καθορίσει ποιά θα δώσει την καλύτερη τιμή, χωρίς να είναι απαραίτητα καλύτερο. Στην εικόνα 2.4 βλέπουμε πώς η επιλογή του σημείου αναφοράς σε ένα πρόβλημα δυο στόχων, μπορεί να μεταβάλλει το αποτέλεσμα της σύγκρισης του δείκτη υπερόγκου για δυο μέτωπα που διαφέρουν πολύ στην κλίση.

Αυτό το παράδοξο λύνεται με επιλογή σημείου αναφοράς μακριά από το μέγιστο των σημείων του μετώπου σε κάθε στόχο. Όμως, για το ίδιο υπολογιστικό κόστος υπολογισμού του δείκτη υπερόγκου, μακρινό σημείο αναφοράς σημαίνει αραιότερο πλέγμα υπολογισμού και άρα μικρότερη ακρίβεια υπολογισμού του δείκτη.

Το κόστος υπολογισμού του δείκτη υπερόγκου είναι σημαντικό. Αυτό συμβαίνει επειδή ο ακριβής υπολογισμός του δείκτη έχειδειχθεί ότι είναι πρόβλημα δυσκολίας #P (#P-hard problem).<sup>1</sup> Αυτό σημαίνει ότι απαιτεί υπερπολυωνυμικό χρόνο εκτέλεσης

<sup>1</sup>Η δυσκολία #P είναι αντίστοιχη της NP για αριθμητικά προβλήματα[38].

(superpolynomial runtime) και ότι είναι αδύνατο να υλοποιηθεί με ακριβή πολυωνυμικό αλγόριθμο, αλλά χρησιμοποιούνται πολυωνυμικοί αλγόριθμοι προσέγγισης, που βασίζονται στη δειγματοληψία Monte Carlo.

### 2.2.3 Δείκτης διασποράς - Efficient Set Spacing

Ο δείκτης διασποράς ESS (Efficient Set Spacing) είναι ένα μέτρο της κατανομής των σημείων ενός συνόλου μη-κυριαρχούμενων λύσεων στο μέτωπο[24, 18]. Συγκεκριμένα μετράει την απόκλιση της απόστασης κάθε λύσης από την πλησιέστερη σε αυτή λύση στο μέτωπο. Ο δείκτης επιδιώκεται να ελαχιστοποιείται, ενώ τιμή ίση με το μηδέν δείχνει ότι τα σημεία/λύσεις είναι απόλυτα ισοκαταναμημένα πάνω στο μέτωπο.

Ο ορισμός του δείκτη ESS είναι ο εξής:

$$ESS = \sqrt{\frac{1}{D-1} \sum_{i=1}^D (\bar{d} - d_i)^2} \quad (2.9)$$

όπου:

$$d_i = \min_j \{|f_1^i - f_1^j| + \dots + |f_M^i - f_M^j|\} \quad (2.10)$$

όπου:  $D$  ο αριθμός των σημείων του μετώπου  
 $j = 1, \dots, D$   
 $\bar{d}$  η μέση τιμή των  $d_i$  για  $i = 1, \dots, D$

Ο μελετητής που χρησιμοποιεί αυτή τη μετρική οφείλει να λαμβάνει υπόψη και τον αριθμό των σημείων που αποτελούν το μέτωπο. Για παράδειγμα, αν το μέτωπο αποτελείται από δύο σημεία, ο δείκτης έχει αποτέλεσμα μηδέν εξ ορισμού.

Τέλος, η μετρική ESS δεν είναι κύρια μετρική. Δηλαδή χρησιμοποιείται ως συμπληρωματική και φέρει πληροφορία μόνο για την κατανομή των σημείων. Ακόμη, είναι πολύ γρήγορος και υπολογιστικά “φθηνός” ο υπολογισμός της. Ωστόσο, έχει το μειονέκτημα ότι δεν κανονικοποιεί την κλίμακα των τιμών των στόχων.



## 2.3 Οπτικοποίηση Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων Προβλημάτων Πολλών Στόχων

### 2.3.1 Εισαγωγή

Οπτικοποίηση είναι η μετατροπή συμβολικών δεδομένων σε γεωμετρική πληροφορία, η οποία βοηθάει τον άνθρωπο να σχηματίσει μια νοητή εικόνα των δεδομένων. Η θέση της οπτικοποίηση των δεδομένων στη βελτιστοποίηση είναι στην παρουσίαση του συνόλου των (μη-κυριαρχούμενων) λύσεων σε τέτοια μορφή που να διευκολύνει τη λήψη απόφασης (decision making).

Θεωρητικά, η εργασία της βελτιστοποίησης πολλών στόχων ολοκληρώνεται όταν υπολογιστεί ένα σύνολο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που προσεγγίζει το ιδεατό. Ο decision maker τότε, καλείται να διαλέξει μια λύση ανάμεσα στις διαθέσιμες, για υλοποίηση. Επειδή όμως κάθε λύση είναι ένα διάνυσμα που συμβιβάζει πολλούς στόχους, η επιλογή μεταξύ πολλών τέτοιων διανυσμάτων γίνεται εξαιρετικά δύσκολη για τον άνθρωπο. Γίνεται εμφανής λοιπόν η ανάγκη για μετατροπή των δεδομένων σε μορφή φιλική προς τον άνθρωπο, χωρίς να χάνεται όμως πληροφορία. Το πώς θα γίνει πιο αποτελεσματική η οπτικοποίηση αυτών των δεδομένων είναι ένα ζήτημα που ερευνάται ιδιαίτερα τις τελευταίες δεκαετίες.

Σημειώνεται ότι η παραπάνω χρήση της οπτικοποίησης συνιστά μια a posteriori μέθοδο. Αυτός ο όρος δηλώνει ότι υπάρχει ξεκάθαρος διαχωρισμός του σταδίου βελτιστοποίησης από το στάδιο λήψης απόφασης, το οποίο έπεται χρονικά. Στη διάρκεια της βελτιστοποίησης, οι προτιμήσεις του decision maker δεν λαμβάνονται υπόψη, ενώ στόχος είναι να προσεγγιστεί ένα μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων και να παρουσιαστεί όσο δυνατόν καλύτερα.

Τα χαρακτηριστικά που πρέπει να έχει μια τεχνική οπτικοποίησης, για να είναι αποτελεσματική, είναι τα εξής:

1. απλότητα, δηλαδή η οπτικοποίηση να είναι άμεσα κατανοητή
2. εμμονή, δηλαδή να αποτυπώνονται στο μυαλό του χρήστη
3. καθολικότητα, δηλαδή να αναπαρίσταται όλη η σχετική πληροφορία

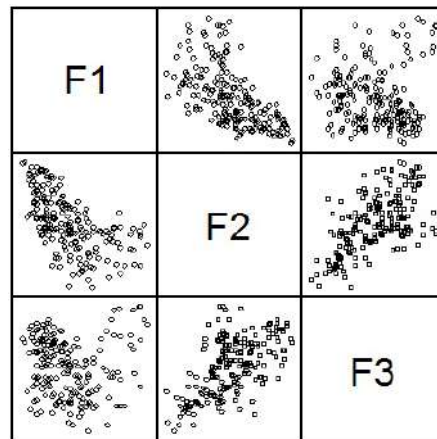
Σε προβλήματα δύο στόχων, η οπτικοποίηση είναι πολύ εύκολη, αφού η λύση είναι ένα επίπεδο μέτωπο Pareto. Η απεικόνισή του σε ένα διάγραμμα με άξονες τους στόχους είναι αρκετή και φέρει όλη την πληροφορία που απαιτεί η λήψη απόφασης.

Ωστόσο, για προβλήματα βελτιστοποίησης τριών ή περισσότερων στόχων, η οπτικοποίηση δεν είναι τόσο προφανής. Ήδη για τα προβλήματα τριών στόχων, η απευθείας γεωμετρική απεικόνιση των σημείων/λύσεων δεν είναι πολύ χρήσιμη, ενώ για περισσότερες διαστάσεις του χώρου των στόχων είναι αδύνατη [28, 10, 30].

Σε αυτό το πλαίσιο έχουν προταθεί και αναπτυχθεί πολλές τεχνικές οπτικοποίησης. Παρακάτω αναφέρουμε τρεις βασικές, δυο από τις οποίες θα αναλυθούν εκτενέστερα στις επόμενες ενότητες :

**Πίνακας διαγραμμάτων διασποράς** Ο πίνακας διαγραμμάτων διασποράς (scatter diagrams matrix) είναι ένα πλέγμα καρτεσιανών επιπέδων διαγραμμάτων (όπως αυτά που χρησιμοποιούνται στα προβλήματα δύο στόχων), διαταγμένων στη μορφή πίνακα διάστασης  $n \times n$ , όπου  $n$  ο αριθμός των στόχων. Κάθε στόχος αντιστοιχεί σε μια γραμμή και μια στήλη του πίνακα, ενώ οι θέσεις του πίνακα με ίσο αριθμό γραμμής και πίνακα είναι κενές (βλέπε σχήμα 2.5). Στις υπόλοιπες θέσεις του πίνακα των διαγραμμάτων, απεικονίζονται τα σημεία του μετώπου με βάση τις τιμές τους σε δυο στόχους για κάθε διάγραμμα. Αυτή η οπτικοποίηση είναι μια προφανής γενίκευση της χρησιμοποίησης του απλού επιπέδου διαγράμματος των προβλημάτων δύο στόχων, σε προβλήματα περισσότερων στόχων. Ωστόσο, τα διαγράμματα διασποράς γίνονται πιο δύσκολα όσο αυξάνεται η διάσταση του χώρου των στόχων και όσο περισσότερα σημεία αποτελούν το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που απεικονίζεται. Το τελευταίο ισχύει επειδή δεν γίνεται άμεσα ταυτοποίηση συγκεκριμένων λύσεων ανάμεσα σε όλα τα διαγράμματα.

**Διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων** Το διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων (parallel coordinates plot) απεικονίζει σημεία του πολυδιάστατου χώρου σε ένα διδιάστατο γράφημα. Κάθε διάσταση του σημείου αναπαρίσταται από μια συντεταγμένη του άξονα  $x$  του διδιάστατου γραφήματος. Πρόκειται για μια συμπαγή και πλήρη-πληροφορίας τεχνική οπτικοποίησης του πολυδιάστατου χώρου, η οποία όμως μπορεί να χάσει την σαφήνεια στην απεικόνιση πολυπληθών συνόλων δεδομένων, δυσχεραίνοντας την ανάλυση.



Σχήμα 2.5: Παράδειγμα πίνακα διαγραμμάτων διασποράς για δεδομένα τριών διαστάσεων. Ο πίνακας είναι συμμετρικός ως προς την κύρια διαγώνιο, οπότε συχνά παραλείπεται ο μισός.

**Διαγράμματα επιπέδου** Τα διαγράμματα επιπέδου (level diagram) είναι μια πιο πρόσφατη τεχνική οπτικοποίησης  $n$ -διάστατων μετώπων Pareto σε μια σειρά διαγραμμάτων, ένα για κάθε στόχο. Η οπτικοποίηση με διαγράμματα επιπέδου βασίζεται στην κατάταξη των σημείων του μετώπου ανάλογα με την εγγύτητά τους σε ιδεατά σημεία, με τη βοήθεια μιας νόρμας των κανονικοποιημένων στόχων (η νόρμα δείχνει το επίπεδο της εκάστοτε λύσης). Με τη μέθοδο αυτή μπορούν να οπτικοποιηθούν και όλες οι μεταβλητές σχεδιασμού ξεχωριστά, όχι μόνο οι στόχοι, για κάθε σημείο που ανήκει στο μέτωπο Pareto.

### 2.3.2 Διάγραμμα Παράλληλων Συντεταγμένων

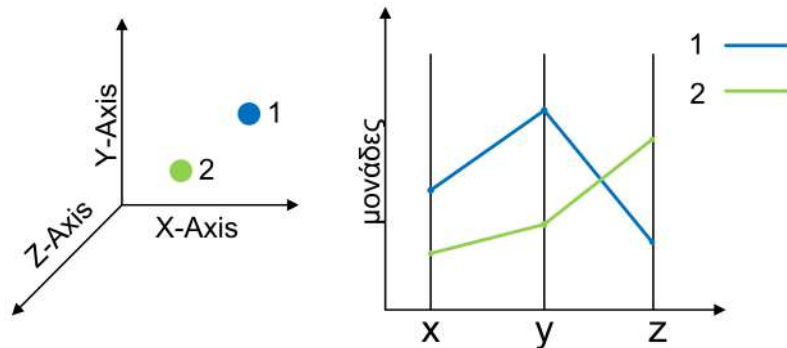
Το διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων (parallel coordinates plot) είναι ένα εργαλείο επεικόνισης πολυμεταβλητών δεδομένων [17, 9, 46, 42, ;]. Στη θέση διαγραμμάτων που προσπαθούν να διατηρήσουν οπτικά την καθετότητα των  $n$  αξόνων ενός  $n$ -διάστατου χώρου, το διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων τοποθετεί τους άξονες παράλληλα μεταξύ τους σε ένα επίπεδο.

#### Κατασκευή του διαγράμματος παράλληλων συντεταγμένων

Έστω ένα σύνολο σημείων του χώρου  $\mathbb{R}^n$ . Στο καρτεσιανό επίπεδο συντεταγμένων  $x - y$  και ξεκινώντας από τον άξονα  $y$ ,  $n$  αντίγραφα του άξονα  $y$  τοποθετούνται (με

εικέτα αντίστοιχα  $f_1, f_2, \dots, f_n$  σε ίση απόσταση μεταξύ τους και κάθετα στον άξονα  $x$ . Αυτοί είναι οι άξονες του διαγράμματος παράλληλων συντεταγμένων και έχουν όλοι την ίδια κατεύθυνση, όπως ο άξονας  $y$ . Έτσι, ένα σημείο  $C \in \mathbb{R}^n$  με συντεταγμένες  $(c_1, c_2, \dots, c_n)$ , αναπαρίσταται με μία πολυγωνική γραμμή της οποίας οι  $n$  κορυφές βρίσκονται στις θέσεις  $(i-1, c_i)$  (όπου  $i-1$  η θέση του άξονα  $f_i$  στον οριζόντιο άξονα  $x$ , με  $i = 1, \dots, n$ ). Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνεται μια ένα-προς-ένα αντιστοιχία μεταξύ των σημείων του χώρου  $\mathbb{R}^n$  και των πολυγωνικών γραμμών στο επίπεδο με κορυφές στους άξονες  $f_1, f_2, \dots, f_n$ .

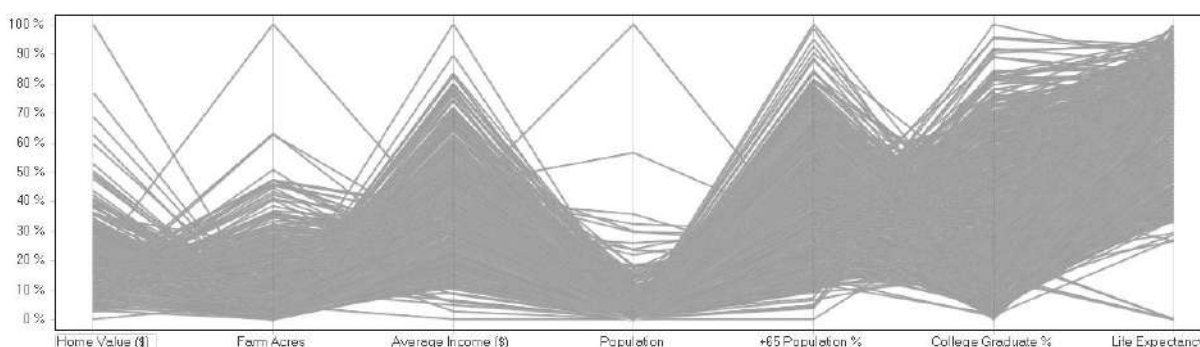
Στο σχήμα 2.6 βλέπουμε ένα παράδειγμα της μετατροπής ενός διαγράμματος καρτεσιανών συντεταγμένων του τριδιάστατου χώρου με δύο σημεία, σε διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων. Ενώ η καρτεσιανή απεικόνιση των σημείων ενός τριδιάστατου χώρου, δεν δίνει πλήρη πληροφορία για τις συντεταγμένες, φαίνεται ότι η απεικόνιση των σημείων ως τεθλασμένες γραμμές στο διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων παρέχει όλη την πληροφορία για τα σημεία αυτά.



Σχήμα 2.6: Σύγκριση της απεικόνισης δύο σημείων του τριδιάστατου χώρου με διάγραμμα καρτεσιανών συντεταγμένων (αριστερά) και παράλληλων συντεταγμένων (δεξιά). Στο πρώτο δεν λαμβάνεται πληροφορία για τη θέση των σημείων ως προς τον άξονα  $z$ , ενώ στο δεύτερο φαίνονται για όλους τους άξονες οι τιμές των σημείων (που απεικονίζονται με τεθλασμένες γραμμές).

Παρά τα προφανή πλεονεκτήματα αυτής της οπτικοποίησης πολυμεταβλητών δεδομένων, στην στατική (μη-διαδραστική) μορφή της παρουσιάζει ορισμένα προβλήματα. Για παράδειγμα, η απεικόνιση μεγάλων συνόλων δεδομένων μπορεί να “υπερφορτώσει” το επίπεδο του διαγράμματος τόσο ώστε να είναι δύσκολη η αντίληψη και εξαγωγή πληρο-

φορίας από αυτό (βλέπε σχήμα 2.7). Για αυτό το λόγο αποφεύγεται να χρησιμοποιείται για οπτικοποίηση μετώπων Pareto που αποτελούνται από μεγάλο αριθμό σημείων. Η οπτικοποίηση ολόκληρου πολυπληθούς μετώπου Pareto συστήνεται να γίνεται με τα διαγράμματα επιπέδου, που παρουσιάζονται στην επόμενη ενότητα. Σε κάθε περίπτωση όμως, το διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων είναι ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο στην απεικόνιση και σύγκριση περιορισμένων στον αριθμό σημείων ενός μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων χώρου υψηλής διάστασης.



Σχήμα 2.7: Παράδειγμα “υπερφορτωμένου” διαγράμματος παράλληλων συντεταγμένων. Το πολύ μεγάλο πλήθος δεδομένων έχει ως αποτέλεσμα να μην διακρίνονται ξεχωριστές γραμμές σε πολλές περιοχές του διαγράμματος, δυσχεραίνοντας την ανάλυση[46]

Τέλος, η κλίμακα των παράλληλων αξόνων, ή ακόμα και η σειρά τους, επηρεάζει την σαφήνεια του διαγράμματος και την ποιότητα της πληροφορίας που μπορεί να εξαχθεί. Για παράδειγμα, συνήθης τακτική στην οπτικοποίηση μετώπων Pareto είναι η κανονικοποίηση των σημείων, ώστε κάθε παράλληλος άξονας να έχει τιμές από 0 έως 1 (ενιαία κλίμακα για όλους τους παράλληλους άξονες).

### 2.3.3 Διαγράμματα Επιπέδου

Τα διαγράμματα επιπέδου (level diagrams) είναι μια τεχνική οπτικοποίησης που δημιουργήθηκε για να διευκολύνει την ανάλυση μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων και να αποτελέσει βοηθητικό εργαλείο στη λήψη απόφασης[50]. Πρόκειται για μια προσπάθεια γεωμετρικής αποτύπωσης του μετώπου πολλών διαστάσεων στο επίπεδο, δημιουργώντας ένα γράφημα για κάθε στόχο.

### Κατασκευή των διαγραμμάτων επιπέδου

Έστω ένα μέτωπο ( $\Theta$ ) μη-κυριαρχούμενων λύσεων ( $K$  στον αριθμό), για το πρόβλημα βελτιστοποίησης (ελαχιστοποίησης)  $M$  στόχων:

$$\Theta = \{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \dots, \vec{f}_K\} \quad (2.11)$$

όπου:  $\vec{f}_K = f(\vec{x}_K)$   
 $\vec{f} = (f_1, \dots, f_M)$  το διάνυσμα των στόχων  
 $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)$  το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού

Τα διαγράμματα επιπέδου βασίζονται στην κατάταξη των σημείων του μετώπου  $\Theta$  ανάλογα με την εγγύητά τους σε ένα ιδεατό σημείο. Αυτό το ιδεατό σημείο έχει συντεταγμένες την ελάχιστη τιμή κάθε στόχου για όλα τα σημεία του μετώπου και δεν πρέπει να συγχέεται με τα ιδεατά διανύσματα.<sup>2</sup>

Για να πραγματοποιηθεί αυτή η κατάταξη, κανονικοποιούμε τα σημεία με βάση τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή του στόχου σε όλο το μέτωπο:

$$f_i^{max} = \max_{\vec{f} \in \Theta} f_i, \quad f_i^{min} = \min_{\vec{f} \in \Theta} f_i, \quad i = 1, \dots, M \quad (2.12)$$

$$\bar{f}_i = \frac{f_i - f_i^{min}}{f_i^{max} - f_i^{min}} \rightarrow 0 \leq \bar{f}_i \leq 1 \quad (2.13)$$

Έπειτα, εφαρμόζεται μια νόρμα που υπολογίζει την απόσταση από το ιδεατό σημείο. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορες νόρμες, ενεργοποιώντας διαφορετικά χαρακτηριστικά στο τελικό διάγραμμα. Στην παρούσα διπλωματική χρησιμοποιείται η ευκλείδεια νόρμα:

$$\|\vec{\bar{f}}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^M \bar{f}_i^2} \quad (2.14)$$

Από τον ορισμό της νόρμας και λόγω της κανονικοποίησης των δεδομένων, ισχύει:

<sup>2</sup>Υπενθυμίζεται από την ενότητα 2.1.2, ότι ιδεατά διανύσματα στόχων είναι τα  $M$  διανύσματα που προκύπτουν ελαχιστοποιώντας κάθε έναν από τους  $M$  στόχους ξεχωριστά, για όλα τα σημεία του μετώπου.

$$0 \leq \|\bar{f}\| \leq \sqrt{M} \quad (2.15)$$

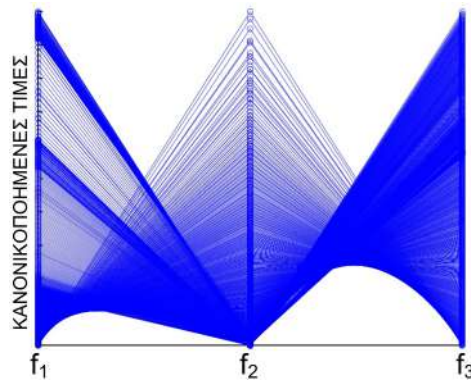
Η ευκλείδεια νόρμα παρέχει μια ακριβή αξιολόγηση της συμβατικής γεωμετρικής απόστασης ενός σημείου από το ιδεατό, δίνοντας έτσι μια καλύτερη εικόνα της “πραγματικής” μορφής του μετώπου. Άλλες νόρμες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να τονίσουν πχ πληροφορία για ακραίες λύσεις, κ.α.

Αφού λοιπόν έχει υπολογιστεί η νόρμα με την οποία κατατάσσονται τα σημεία του μετώπου, μπορεί να γίνει απεικόνιση του μετώπου, σε  $M$  ξεχωριστά διαγράμματα, ένα για κάθε στόχο. Τα διαγράμματα αυτά έχουν στον κατακόρυφο άξονα την τιμή της νόρμας και στον οριζόντιο άξονα τον εκάστοτε στόχο, στις μονάδες του. Πρέπει να τονιστεί ότι κάθε σημείο του μετώπου έχει μία (όχι απαραίτητα μοναδική) τιμή στην ευκλείδεια νόρμα, με βάση την οποία τοποθετείται στο ίδιο ύψος σε όλα τα διαγράμματα διαφορετικών στόχων.

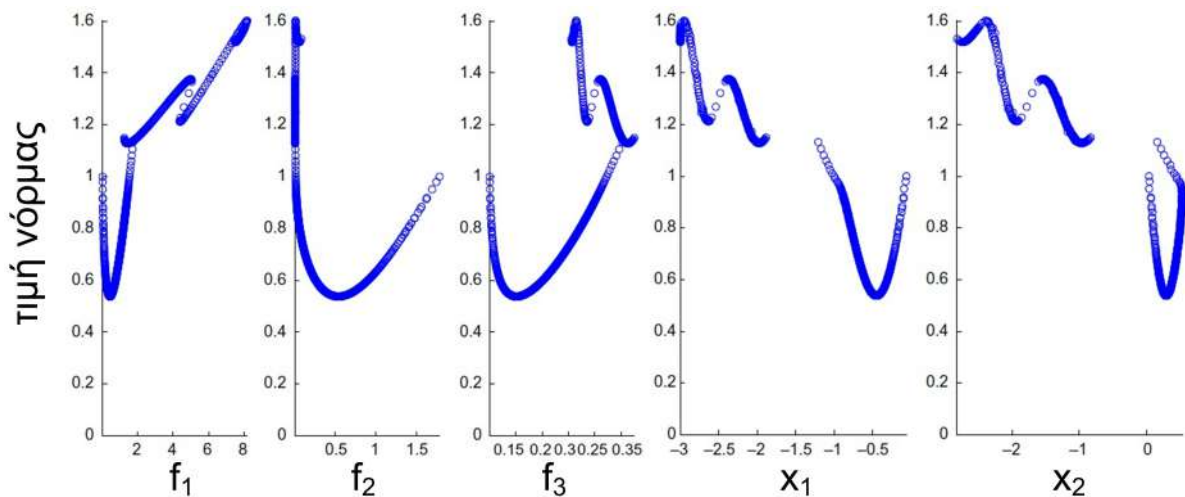
Τα σημεία ενός μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων είναι δυνατό να οπτικοποιηθούν με διαγράμματα επιπέδου και στο χώρο σχεδιασμού, δηλαδή με οριζόντιο άξονα τις τιμές καθεμιάς από τις μεταβλητές σχεδιασμού. Αυτό είναι ένα πολύ σημαντικό προτέρημα των διαγραμμάτων επιπέδου, επειδή χρησιμοποιούμενα σε συνδυασμό με τα διαγράμματα για τους στόχους, προσφέρουν ταυτόχρονη εποπτεία για τις βέλτιστες λύσεις και στο χώρο του σχεδιασμού, όχι μόνο των στόχων όπως οι περισσότερες τεχνικές οπτικοποίησης μετώπων Pareto. Η οπτικοποίηση των λύσεων ενός μετώπου στο χώρο σχεδιασμού, δεν είναι καινοτομία. Γίνεται με όλες τις γνωστές τεχνικές οπτικοποίησης (πχ διαγράμματα διασποράς, παράλληλων συντεταγμένων, κ.α.). Η καινοτομία εδώ είναι ότι μπορούν να συσχετιστούν άμεσα με την επίδοσή τους στο χώρο των στόχων, μέσω της νόρμας.

Ακολουθεί ένα παράδειγμα εφαρμογής των διαγραμμάτων επιπέδου για να γίνουν πιο κατανοητά τα οφέλη στην αντίληψη και ανάλυση του μετώπου. Έστω ένα πρόβλημα δύο μεταβλητών εισόδου και τριών στόχων. Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων δίνεται με τη μορφή διαγράμματος παράλληλων συντεταγμένων (σχήμα 2.8) και διαγραμμάτων επιπέδου (σχήμα 2.9).

Το μεγάλο πλήθος σημείων αποτελεί τροχοπέδη στην εξαγωγή συμπερασμάτων από το διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων (σχήμα 2.8). Από αυτά τα διαγράμματα



Σχήμα 2.8: Οπτικοποίηση μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων με διάγραμμα παράλληλων συνεταγμένων για πρόβλημα τριών διαστάσεων. Το μέτωπο αποτελείται από μεγάλο αριθμό σημείων και έτσι το διάγραμμα χάνει την σαφήνιά του[50].



Σχήμα 2.9: Οπτικοποίηση του ίδιου μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων όπως στο σχήμα 2.8, με τη μορφή διαγραμμάτων επιπέδου, ένα για κάθε στόχο ή μεταβλητή σχεδιασμού[50].

επιπέδου (σχήμα 2.9), όμως, μπορούν να γίνουν οι εξής παρατηρήσεις:

- Πρόκειται για ένα μέτωπο με πολλά σημεία στο χαμηλό επίπεδο της νόρμας (του άξονα  $y$ ), που σημαίνει ότι υπάρχουν πολλές λύσεις κοντά στο ιδεατό σημείο, δηλαδή κοντά στο σημείο ελαχιστοποίησης όλων των στόχων ταυτόχρονα. Επομένως, το αποκτηθέν μέτωπο λύσεων φαίνεται να κάνει ένα καλό συμβιβασμό στους στόχους του προβλήματος.



- Οι λύσεις που είναι πιο κοντά στο ιδεατό σημείο είναι για  $f_1 \in [0.4, 0.6]$ ,  $f_2 \in [0.35, 0.55]$  και  $f_3 \in [0.15, 0.18]$ . Αυτές οι τιμές ορίζουν την περιοχή στο χώρο των στόχων όπου γίνεται καλύτερος συμβιβασμός μεταξύ τους.
- Παρόμοια ανάλυση μπορεί να γίνει και στο χώρο σχεδιασμού, όπου οι τιμές των μεταβλητών  $x_1 \approx -0.5$  και  $x_2 \approx 0.3$  εξασφαλίζουν εγγύτητα στο ιδεατό σημείο.
- Γίνεται δυνατό να επιλεγεί μια συγκεκριμένη τιμή (ή περιοχή τιμών) για ένα στόχο και να εντοπισθεί η περιοχή στην οποία κυμαίνονται οι υπόλοιποι στόχοι και οι μεταβλητές σχεδιασμού. Για παράδειγμα, αν επιθυμείται ο στόχος  $f_1$  να είναι μεταξύ  $[2, 4]$ , είναι απαραίτητο να διαλέξει ένα σημείο με νόρμα στο επίπεδο  $[1.2, 1.35]$ . Σε αυτό το επίπεδο, το εύρος όπου κυμαίνονται οι υπόλοιποι στόχοι και οι μεταβλητές σχεδιασμού είναι το εξής:  $f_2 \approx 0$ ,  $0.3 \leq f_3 \leq 0.35$ ,  $-2.5 \leq x_1 \leq -2$ , και  $-1.7 \leq x_2 \leq -1$ .
- Γίνεται εύκολη η παρατήρηση της διασποράς των λύσεων στο επίπεδο των στόχων και του σχεδιασμού. Για παράδειγμα, παρατηρείται ότι υπάρχει ασυνέχεια στο χώρο των μεταβλητών σχεδιασμού. Ακόμα, από τα διαγράμματα επιπέδου των μεταβλητών σχεδιασμού μπορεί να αντληθεί πληροφορία για πιθανή αλλαγή των ορίων των μεταβλητών στη βελτιστοποίηση. Εδώ για παράδειγμα γίνεται να μετατοπιστούν δεξιά τα όρια και των δύο μεταβλητών, αφού φαίνεται ότι για μικρές τιμές τους η απόσταση των λύσεων από το ιδεατό σημείο αυξάνει.
- Το μόνο μειονέκτημα αυτής της οπτικοποίησης είναι ότι δεν γίνεται ξεκάθαρη ανίχνευση μεμονωμένων σημείων του μετώπου, όταν το ίδιο επίπεδο (ίδια τιμή της νόρμας) αντιστοιχεί σε περισσότερα σημεία.

Η πληθώρα των παρατηρήσεων που μπορούν να γίνουν, καθιστούν τα διαγράμματα επιπέδου πολύτιμα εργαλεία οπτικοποίησης και ανάλυσης των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Αποτελούν εποπτικά γραφήματα των συνολικών χαρακτηριστικών των μετώπων (σε ειδικές περιπτώσεις δίνουν πληροφορία και για μεμονωμένες λύσεις) και μπορούν να χρησιμοποιηθούν και στον επαναπροσδιορισμό των ορίων των μεταβλητών σχεδιασμού της βελτιστοποίησης.



## Κεφάλαιο 3

# Η εφαρμογή πλέγματος υδροτροβίλων στα υδροηλεκτρικά έργα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά των υδροτροβίλων τύπου Matrix, από τις οποίες αντλείται το πρόβλημα εφαρμογής του ενισχυμένου ΕΑ. Αναλύονται τα συνιστώσα τμήματά τους, τυπικές προδιαγραφές και πλεονεκτήματα χρήσης τους σε υδροηλεκτρικά έργα.

### 3.1 Εισαγωγή

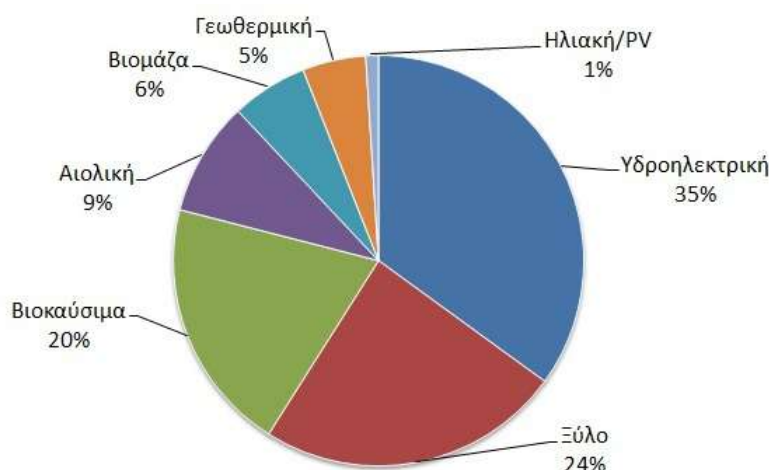
Η υδροηλεκτρική ενέργεια είναι η πιο αναπτυγμένη και, άρα, εξέχουσας σημασίας ανανεώσιμη μορφή ενέργειας[4]. Διαδραματίζει σπουδαίο ρόλο στην επίτευξη των στόχων του πρωτοκόλλου του Κυότο[7] και των απαιτήσεων της Ευρωπαϊκής Ένωσης, όπως αυτές εκφράζονται στην οδηγία της : *Renewable Energy*<sup>1</sup>. Με τις ευρωπαϊκές χώρες να πιέζονται και να επιδιώκουν να αυξήσουν το μερίδιο των ανανεώσιμων πηγών στο ενεργειακό τους μίγμα, η υδροηλεκτρική ενέργεια πλεονεκτεί έχοντας τη δυνατότητα κάλυψης μεγαλύτερου ποσοστού της ζήτησης από τις υπόλοιπες τεχνικές αυτή τη στιγμή, δεδομένου ότι έχει τη μεγαλύτερη μερίδα στην παγκόσμια κατανάλωση ισχύος (βλέπε σχήμα 3.1). Ακόμα, τα υδροηλεκτρικά εργοστάσια μπορούν και ανταποκρίνονται άμεσα στις αλλαγές της ζήτησης του ρεύματος, καλύπτοντας έτσι και τις αιχμές

---

<sup>1</sup>Η οδηγία 2009/28/EC της Ευρωπαϊκής Ένωσης ορίζει τα επίπεδα ενσωμάτωσης των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας στο ενεργειακό μίγμα των κρατών μελών της[6]

στη ζήτηση.

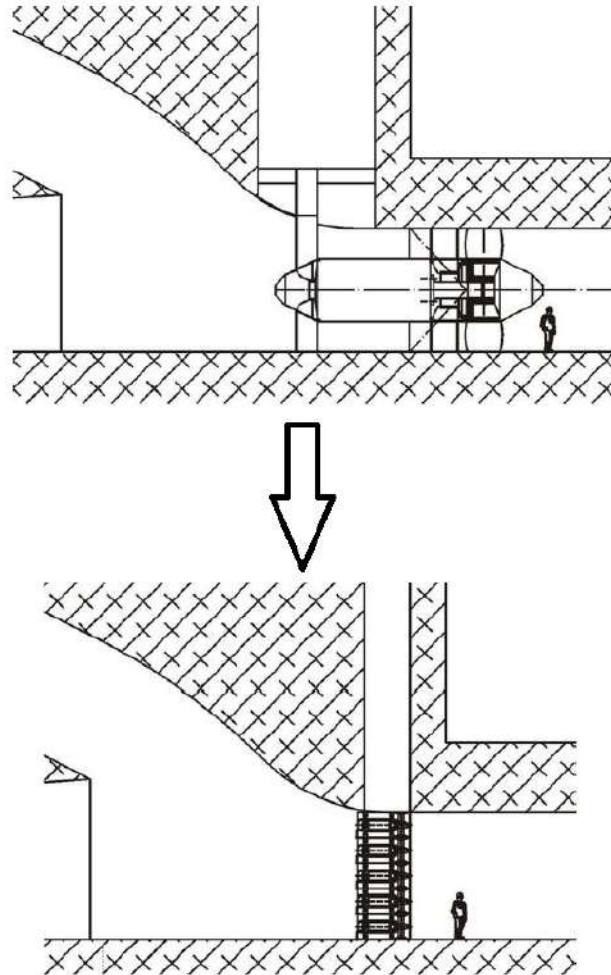
Είναι επόμενο λοιπόν να υπάρχει ανάγκη για εξέταση οικονομικότερων λύσεων εκμετάλλευσης του υδροδυναμικού πλούτου, σε όλες τις κλίμακες (μικρά και μεγάλα Υδροηλεκτρικά Έργα - **ΥΗΕ**). Σε αυτό το πλαίσιο εντάσσεται και η ανάπτυξη των υδροστροβίλων πλέγματος - matrix[8, 43, 34]. Η έρευνα και ανάπτυξη των μηχανών αυτών εξυπηρετείται από αντίστοιχη ανάπτυξη και χρήση μοντέρνων μεθόδων βελτιστοποίησης, αλλά και μεθόδων ΥΡΔ : Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (Computational Fluid Dynamics - CFD).



Σχήμα 3.1: Το ποσοστό συμμετοχής των διάφορων τεχνικών στην συνολική παγκόσμια παραγωγή ενέργειας από ανανεώσιμες πηγές το 2009. (πηγή: *U.S. Energy Information Administration*)

Η ιδέα της χρησιμοποίησης υδροστροβίλων τύπου matrix είναι η αντικατάσταση των μεγάλων μονάδων υδροστροβίλου - ηλεκτρογεννήτριας (γνωστές και ως *στροβιλογεννήτριες*, Turbine - Generator-**TG**) με ένα πλήθος μικρότερων τέτοιων μονάδων διαταγμένων σε πλέγμα (matrix) (βλέπε σχήματα 3.2, 3.3). Το πλήθος των στροβιλογεννητριών εγγυάται αυξημένη ευελιξία στην παραγωγή ηλεκτρικής ισχύος υπό διαφορετικές συνθήκες λειτουργίας του υδροηλεκτρικού έργου, μικρότερη αρχική επένδυση, στενότερο χρονοδιάγραμμα εργασιών εγκατάστασης και απλοποίηση της διαδικασίας συντήρησης του εξοπλισμού. Βασικό χαρακτηριστικό των υδροστροβίλων αυτών είναι η εύκολη τοποθέτησή τους σε υπάρχουσες υδραυλικές κατασκευές (πχ φράγματα, έργα

άρδευσης, υδατοφράκτες κ.α.).



Σχήμα 3.2: Αντικατάσταση/σύγκριση μεγάλου υδροστροβίλου με πλέγμα υδροστροβίλων. Είναι χαρακτηριστική η μείωση του καταλαμβανόμενου χώρου και η εύκολη πρόσβαση για εγκατάσταση ή ανύψωση του πλέγματος από την θέση του[43]

Οι υδροστρόβιλοι τύπου matrix αναπτύχθηκαν σαν ιδέα αρχικά από τον Henry Obermeyer ο οποίος κατέθεσε πατέντα πάνω τους στη δεκαετία του 1980. Από τότε έχουν αναπτυχθεί, μελετηθεί και εφαρμοστεί σε πολλά μέρη του κόσμου από διάφορες εταιρείες κατασκευής **ΥΗΕ**. Από αυτή την άποψη, αν και θεωρείται αντισυμβατική, είναι μια δοκιμασμένη λύση στην ηλεκτροπαραγωγή, που παρουσιάζει συγκριτικά πλεονεκτήματα σε ορισμένες συνθήκες που σχετίζονται με την τοποθεσία εφαρμογής και τα υδρολογικά δεδομένα. Οι συνθήκες καλής εφαρμογής του πλέγματος υδροστροβίλων



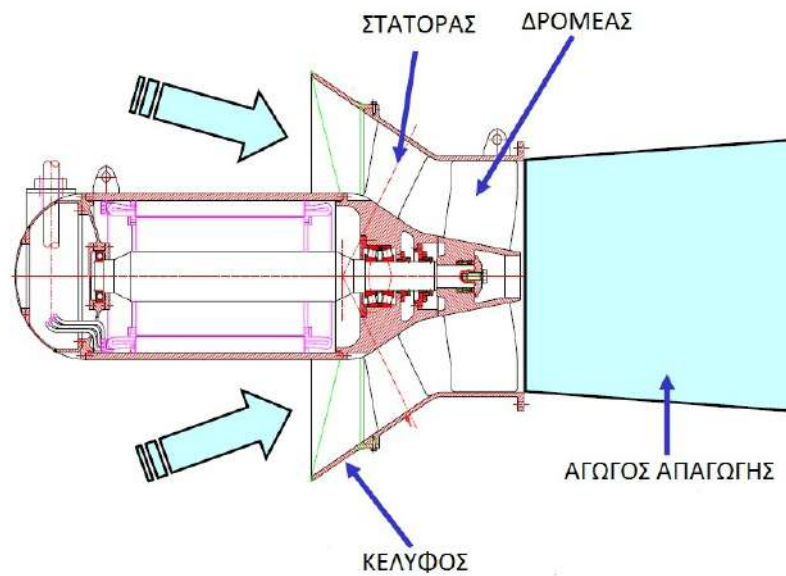
Σχήμα 3.3: Οι δυο όψεις ενός πλέγματος στροβιλογεννητριών. Δεξιά είναι η όψη κατάντι του φράγματος, ενώ αριστερά φαίνονται οι ενσωματωμένες γεννήτριες. (πηγή: *Andritz AG*)

και τα πλεονεκτήματά τους αναλύονται στις επόμενες ενότητες του κεφαλαίου. Σε γενικές γραμμές, το πλέγμα υδροστροβίλων τοποθετείται σε υδραυλικές εγκαταστάσεις χαμηλής πτώσης  $H$  και υψηλής παροχής  $Q$ , με μικρές παρεμβάσεις που να απαιτούν την εκπόνηση έργων πολιτικού μηχανικού.

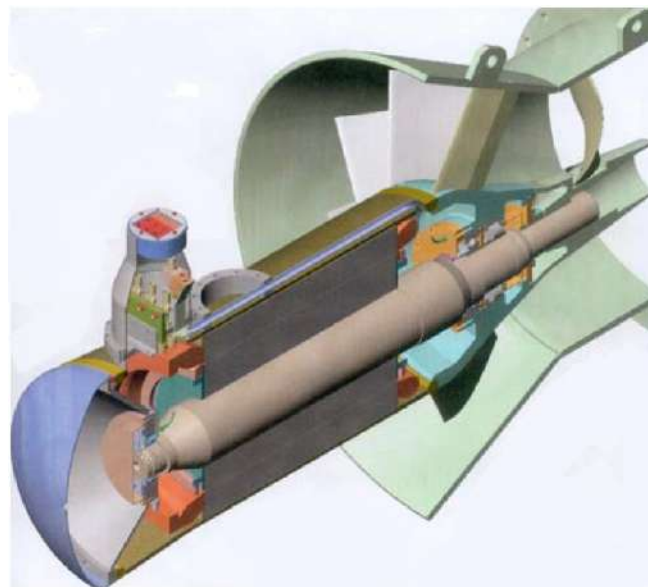
## 3.2 Συνιστώσες των Υδροστροβίλων Matrix

Κάθε μονάδα TG αποτελείται από μια σύγχρονη ηλεκτρογεννήτρια, στον άξονα της οποίας είναι συζευγμένος ο άξονας του δρομέα του υδροστροβίλου. Το κέλυφος που περιβάλλει το δρομέα ενώνεται με το περίβλημα του ηλεκτροκινητήρα μέσω των πακτωμένων σε αυτά οδηγητικών πτερυγίων (στάτορας). Στην έξοδο του δρομέα υπάρχει ένας αγωγός απαγωγής που επιβραδύνει τη ροή και ανακτά την κινητική της ενέργεια. Τα βασικά αυτά τμήματα ενός υδροστροβίλου matrix φαίνονται στα σχήματα 3.4 και 3.5.

Εκτός όμως από αυτά τα τμήματα, μια στροβιλογεννήτρια για να λειτουργήσει περιλαμβάνει και μια πληθώρα δευτερευουσών συνιστωσών. Κάθε μονάδα επικοινωνεί με το σταθμό με ένα σωλήνα που περιλαμβάνει τα καλώδια για την μεταφορά της ηλεκτρικής ισχύος και το υδραυλικό σύστημα για τον έλεγχο της μονάδος. Οι στροβιλογεννήτριες



Σχήμα 3.4: Βασικά τμήματα από τα οποία αποτελείται ένας υδροστροβίλος matrix.



Σχήμα 3.5: Ημιτομή τυπικού υδροστροβίλου matrix[43].

που αποτελούν το πλέγμα μπορούν να ενεργοποιούνται και να απενεργοποιούνται κατά βούληση με υδραυλικά συρόμενα καλύμματα - θύρες στο πίσω μέρος του αγωγού απαγωγής, ρυθμίζοντας έτσι και τη συνολική παροχή νερού που διέρχεται από το πλέγμα, άρα και την παραγόμενη ισχύ του εργοστασίου.

Μια τυπική διάταξη πλέγματος υδροστροβίλων matrix με τα βασικά περιφερειακά συστήματά του, φαίνεται στο σχήμα 3.6. Ο υπερχειλιστής είναι μια κατασκευή που παρέχει ελεγχόμενη απελευθέρωση παροχής νερού, προκειμένου να μην ξεπεράσει η στάθμη του νερού το φράγμα, καλύπτοντάς το ή καταστρέφοντάς το. Τα συστήματα υδραυλικής ισχύος, ελέγχου και οι ηλεκτρικοί διακόπτες είναι σε επίπεδο πάνω από το πλέγμα, προστατευμένα από την ροή του νερού. Βλέπουμε ακόμα στο σχήμα τις συρόμενες θύρες στην έξοδο των στροβιλογεννητριών που (απ)ενεργοποιούν κάθε μονάδα και τις προστατευτικές σχάρες στην είσοδό τους, για προστασία του υδροστροβίλου από ξένα σώματα μέσα στο νερό, τα οποία θα μπορούσαν να φθείρουν τη μηχανή.



Σχήμα 3.6: Διάταξη πλέγματος υδροστροβίλων δυο σειρών[43].



### 3.3 Προδιαγραφές Υδροστροβίλων Matrix

Οι προδιαγραφές των υδροστροβίλων matrix προέκυψαν έπειτα από τεχνικοοικονομική ανάλυση, αλλά και με βάση την αποκτημένη εμπειρία από τη λειτουργία πολλών σταθμών. Το πλέγμα υδροστροβίλων βρίσκει εφαρμογή στα μικρά και μεγάλα ΥΗΕ. Τονίζεται ότι δεν είναι λύση που αφορά στα πολύ μικρά ΥΗΕ (micro hydro). Αν και δεν υπάρχει σαφής διαχωρισμός ούτε μονοκριτηριακός χαρακτηρισμός του μεγέθους των ΥΗΕ, τα ΥΗΕ κατατάσσονται σε κατηγορίες με βάση ποσοτικά αλλά και ποιοτικά κριτήρια.

Σύμφωνα με την ονομαστική τους ισχύ  $N$ , τα **ΥΗΕ** διακρίνονται σε μεγάλα ( $N > 10MW$ ) και μικρά για  $N \leq 10MW$  αν και το όριο αυτό είναι μικρότερο ή μεγαλύτερο από χώρα σε χώρα[1]. Υπενθυμίζουμε ότι η υδραυλική ισχύς είναι το γινόμενο της παροχής του νερού  $Q$  και της υδραυλικής πτώσης  $H$ :  $N(W) = Q(\frac{m^3}{s}) \cdot H(m)$ . Το όριο για τα πολύ μικρά **ΥΗΕ** συνήθως είναι  $N < 100kW$ . Η ονομαστική ισχύς ενός **ΥΗΕ** με εγκατεστημένο πλέγμα υδροστροβίλων είναι το άθροισμα της ισχύος  $N_{TG}$  των υδροστροβίλων που το απαρτίζουν, με μια συνήθη τιμή για μια στροβιλογεννήτρια να κυμαίνεται μεταξύ 200 και 700 kW.

Ο συνολικός βαθμός απόδοσης  $\eta$  του πλέγματος των υδροστροβίλων είναι λίγο μικρότερος από ότι ενός συμβατικού μεγάλου υδροστροβίλου για το ίδιο ΥΗΕ (π.χ. 86% αντί 93%). Ο βαθμός απόδοσης ενός υδροστροβίλου είναι το γινόμενο τριών βαθμών απόδοσης : υδραυλικού, ογκομετρικού και μηχανικού ( $\eta = \eta_h \eta_Q \eta_m$ ). Οι ογκομετρικές απώλειες στους υδροστροβίλους οφείλονται στην ροή  $\delta Q$  μιας ποσότητας νερού από το διάκενο μεταξύ της άκρης του πτερυγίου του δρομέα και του κελύφους. Όσο μικρότερος είναι ο υδροστροβίλος, τόσο μικρότερο επιτρέπεται να γίνει το διάκενο κατασκευαστικά. Επομένως, το πλέγμα υδροστροβίλων έχει υψηλότερο ογκομετρικό βαθμό απόδοσης. Παρολαυτά, υστερεί σημαντικά στον υδραυλικό βαθμό απόδοσης, επειδή λόγω της ύπαρξης περισσότερων επιφανειών και αγωγών από τους οποίους διέρχεται το νερό, αυξάνονται οι υδραυλικές απώλειες.

Μια άλλη διάκριση των **ΥΗΕ** αναφέρεται στο μέγεθος της διαθέσιμης υδραυλικής πτώσης  $H$ , η τιμή της οποίας εκφράζει την ανά μονάδα μάζας υδραυλική ενέργεια του νερού και την τάξη μεγέθους της στατικής πίεσης στον αγωγό προσαγωγής και το τμήμα εισόδου του υδροστροβίλου. Διακρίνονται τρεις κατηγορίες :

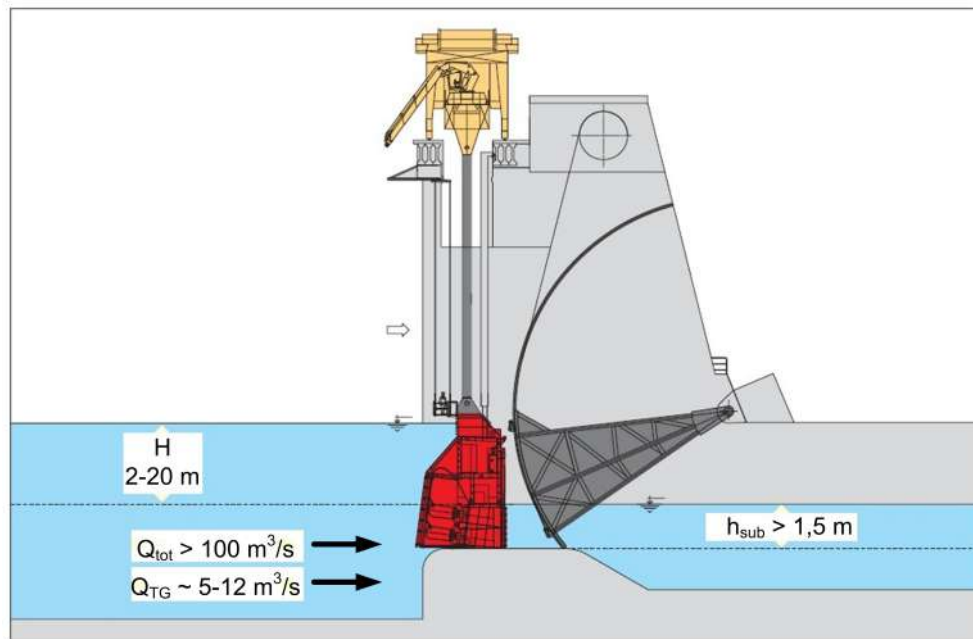
- μικρού ύψους όταν  $H < 20m$
- μεσαίου ύψους όταν  $20 < H < 150m$
- και μεγάλου ύψους όταν  $H > 150m$

Οι υδροστρόβιλοι matrix βρίσκουν εφαρμογή κυρίως σε **ΥΗΕ** μικρού ύψους και δευτερευόντως μεσαίου ύψους, αφού συνήθως ισχύει  $H = 5 - 20m$ , με δυνατότητα έως  $30m$  σε ορισμένες περιπτώσεις.

Όσον αφορά στην παροχή  $Q$ , πρέπει να γίνει ένας σαφής διαχωρισμός μεταξύ της συνολικής παροχής του σταθμού:  $Q_{tot}$  και της παροχής καθεμιάς από στροβιλογεννήτριες:  $Q_{TG}$ . Η πρώτη είναι το άθροισμα των παροχών όλων των στροβιλογεννητριών που βρίσκονται ταυτόχρονα σε λειτουργία, κάποια χρονική στιγμή. Τεχνικοοικονομικές μελέτες έχουν δείξει ότι απαιτείται συνολική παροχή  $Q_{tot} > 100 \frac{m^3}{s}$ , για τον λόγο που αναλύεται παρακάτω. Ένας υδροστρόβιλος matrix σχεδιάζεται να λειτουργεί με παροχή περίπου  $5 < Q_{TG} < 12 \frac{m^3}{s}$ . Η μεγάλη συνολική παροχή εξασφαλίζει, λοιπόν, την εγκατάσταση μεγάλου πλήθους στροβιλογεννητριών που απαιτείται για την ευέλικτη συνδυασμένη λειτουργία τους και την απρόσκοπτη παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας σε μια ποικιλία υδραυλικών συνθηκών.

Είναι ήδη προφανές από τα σχήματα της προηγούμενης ενότητας ότι οι υδροστρόβιλοι πλέγματος είναι αξονικού τύπου και συγκεκριμένα τύπου βολβού (Bulb turbine). Τώρα αυτό μπορεί να εξηγηθεί ως αποτέλεσμα των συνθηκών υψηλής παροχής και χαμηλής υδραυλικής πτώσης, που οδηγούν στην επιλογή αξονικού τύπου υδροστρόβιλου. Ένας ακόμα λόγος για αυτή την επιλογή είναι η ευκολία εγκατάστασης των μονάδων αξονικού τύπου χωρίς την ανάγκη δαπανηρής κατασκευής αγωγών οδήγησης της ροής.

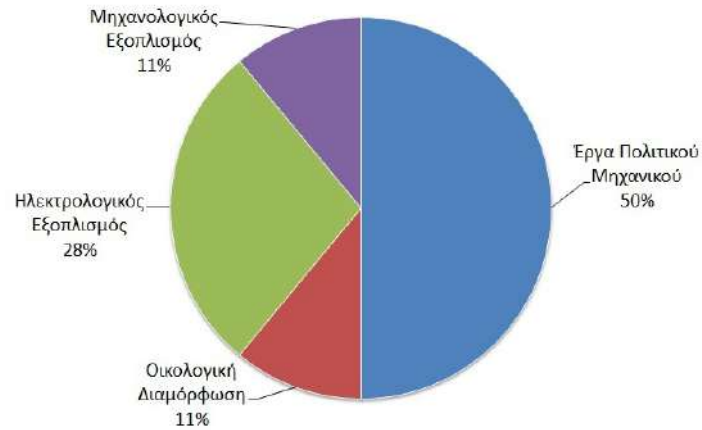
Ένα ακόμα μέγεθος που ελέγχεται για την εφαρμογή υδροστρόβιλων matrix σε ένα **ΥΗΕ**, είναι το μήκος  $h_{sub}$  βύθισης της στροβιλογεννήτριας έναντι της στάθμης του νερού κατάντι του φράγματος. Για να υπάρχει ασφάλεια έναντι της ανάπτυξης σπηλαιώσης στον υδροστρόβιλο συνιστάται να είναι  $h_{sub} > 1,5m$ , ενώ για μεγαλύτερες βυθίσεις γίνεται να τοποθετηθούν δυο σειρές στο πλέγμα, αυξάνοντας σημαντικά την συνολική ισχύ με μικρή κατάληψη επιπλέον χώρου. Το μέγεθος κάθε στροβιλογεννήτριας είναι έτσι και αλλιώς πολύ μικρό, δεδομένου ότι η εξωτερική διάμετρος  $D$  του δρομέα είναι της τάξεως του  $1,5 m$ .



Σχήμα 3.7: Βασικές προδιαγραφές υδροστροβίλων matrix. (πηγή: *Andritz AG*)

Οι προδιαγραφές - απαιτήσεις των υδροστροβίλων matrix όσον αφορά στα έργα πολιτικού μηχανικού είναι ιδιαίτερα χαμηλές, ιδίως σε σύγκριση με αυτές των συμβατικών υδροηλεκτρικών εγκαταστάσεων. Ιδίως σε παλαιότερες εγκαταστάσεις (πχ φράγματα, εγκαταλλειμένες δεξαμενές ανύψωσης πλοίων) η εφαρμογή των στροβιλογεννητριών μπορεί να γίνει ακόμα και με μηδενικές επεμβάσεις έργων πολιτικού μηχανικού. Δεδομένου ότι το κόστος των έργων πολιτικού μηχανικού και προστασίας του περιβάλλοντος για ένα συμβατικό υδροηλεκτρικό έργο ξεπερνάει το μισό της συνολικής επένδυσης (βλεπε σχήμα 3.8), οι υδροστροβίλοι matrix αποτελούν μια πολύ ανταγωνιστική οικονομικά λύση στην Υδροηλεκτρική Παραγωγή.

Συγκεντρωτικά, οι προδιαγραφές των υδροστροβίλων matrix φαίνονται στον πίνακα 3.1.



Σχήμα 3.8: Διάρθρωση κόστους για συμβατικό ΥΗΕ πάνω στη ροή ποταμού[43].

Διαθέσιμη Υδραυλική Πτώση	$H [m]$	3 – 30
Συνολική Παροχή Πλέγματος	$Q_{tot} [\frac{m^3}{s}]$	> 100
Παροχή μιας Στροβιλογεννήτριας	$Q_{TG} [\frac{m^3}{s}]$	5 – 12
Μήκος Βύθισης Στροβιλογεννήτριας	$h_{sub} [m]$	> 1,5
Εξωτερική Διάμετρος Στροβιλογεννήτριας	$D [m]$	1,5
Ηλεκτρική Ισχύς Στροβιλογεννήτριας	$N_{TG} [kW]$	200 – 700
Ολικός Βαθμός Απόδοσης Πλέγματος	$\eta (\%)$	~ 86

Πίνακας 3.1: Προδιαγραφές τυπικών υδροστροβίλων τύπου Matrix

### 3.4 Πλεονεκτήματα Υδροστροβίλων Matrix

Στην προηγούμενη ενότητα αναφέρθηκε ότι ο βαθμός απόδοσης μιας εγκατάστασης πλέγματος υδροστροβίλων είναι μικρότερος από ότι ενός συμβατικού υδροστρόβιλου. Ωστόσο, αυτό το μειονέκτημα δεν υποσκάπτει την χρησιμότητα εφαρμογής τους. Είναι γνωστό ότι ο βαθμός απόδοσης επιδιώκεται να είναι ο μέγιστος δυνατός σε έργα πολύ μεγάλης ισχύος, ενώ σε έργα μικρότερης ισχύος όπως αυτά στα οποία βρίσκεται εφαρμογή το πλέγμα υδροστροβίλων (~ 3MW) ο βαθμός απόδοσης δεν αποτελεί προτεραιότητα. Σε αυτές τις περιπτώσεις μετράνε περισσότερο άλλα χαρακτηριστικά και κόστη (όπως το κόστος αρχικής επένδυσης, ή των εργασιών πολιτικού μηχανικού), ως προς τα οποία το πλέγμα υδροστροβίλων είναι πολύ ανταγωνιστικό.

Τα χαρακτηριστικά πλεονεκτήματα του πλέγματος υδροστροβίλων matrix είναι επιγραμματικά τα ακόλουθα:

- μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ήδη υπάρχουσες υδραυλικές εγκαταστάσεις - φράγματα
- απαιτεί πολύ περιορισμένα έργα πολιτικού μηχανικού
- δεν ενέχει γεωλογικούς κινδύνους
- δεν προκαλεί πλημμύριση επιπλέον περιοχών
- είναι τυποποιημένο και ενσωματωμένο σχέδιο (modular - integrated)
- έχει σχετικά μικρό χρονοδιάγραμμα εγκατάστασης
- οι στροβιλογεννήτριες μπορούν εύκολα να απομακρυνθούν από τη θέση τους σε περίπτωση υπερχειλίσης, ή για επιθεώρηση και συντήρηση
- δε μεταβάλλει την ροή του ποταμού
- αποτελεί καινοτόμο σύνδυασμό αποδεδειγμένων και αξιόπιστων τεχνολογικών λύσεων

### 3.5 Συμπεράσματα

Τα πλεονεκτήματα της εφαρμογής των υδροστροβίλων matrix είναι αξιοσημείωτα και την καθιστούν σοβαρή εναλλακτική λύση σε ορισμένες συνθήκες υψηλής ροής και χαμηλής υδραυλικής πτώσης. Πολλές εγκαταστάσεις υπαρχόντων ΥΗΕ πληρούν τα παραπάνω κριτήρια, οπότε οι μικρές ή και μηδενικές παρεμβάσεις έργων πολιτικού μηχανικού που απαιτούνται για την ενσωμάτωση υδροστροβίλων τύπου matrix συνιστούν οικονομικό πλεονέκτημα έναντι της δαπανηρής δημιουργίας συμβατικών υδροηλεκτρικών σταθμών, συρρικνώνοντας αντίστοιχα το χρονοδιάγραμμα των εργασιών. Τελικά, το ειδικό κόστος ανά  $kW$  της εγκατάστασης είναι συγκρίσιμο με αυτό των εγκαταστάσεων φυσικού αερίου ( $2.500 - 3.000 US\$/kW$ ). Ένα ακόμα πλεονέκτημα του πλέγματος υδροστροβίλων είναι η ευκολία ρύθμισης της συνολικής παραγόμενης ηλεκτρικής ισχύος του εργοστασίου (απ)ενεργοποιώντας μεμονωμένες στροβιλογεννήτριες, δεδομένου ότι τα υδροηλεκτρικά εργοστάσια στο δίκτυο χρησιμοποιούνται για την κάλυψη των αιχμών στη ζήτηση ηλεκτρικού ρεύματος. Τέλος, η επιθεώρηση και συντήρηση των στροβιλογεννητριών είναι απλοποιημένη και πραγματοποιείται μεμονωμένα για κάθε μονάδα χωρίς να διακόπτεται η λειτουργία του πλέγματος συνολικά.

## Μέρος II

Πρακτική Εφαρμογή: Σχεδιασμός  
- Βελτιστοποίηση Πτερωτής  
Δρομέα Υδροστροβίλου **Matrix**





## Κεφάλαιο 4

### Περιγραφή Προβλήματος

#### 4.1 Σημεία λειτουργίας πραγματικού και μοντέλου υδροστροβίλου

Μια βιομηχανία κατασκευής υδροστροβίλων οφείλει να δοκιμάσει εργαστηριακά τους υδροστροβίλους της στις συνθήκες λειτουργίας τους, κάτι το οποίο είναι προφανώς ασύμφορο, αν όχι αδύνατο τεχνικά. Επομένως, χρησιμοποιούνται οι νόμοι ομοιότητας για να κατασκευαστούν μοντέλα των υδροστροβίλων που έχουν μικρότερες διαστάσεις και συγκεκριμένες συνθήκες λειτουργίας που επιτρέπουν την εργαστηριακή δοκιμή[1]. Για αυτόν το λόγο βελτιστοποιούμε κατάλληλο μοντέλο του πραγματικού υδροστροβίλου Matrix.

##### 4.1.1 Διαδικασία Προσδιορισμού των Σημείων Λειτουργίας

Ο σχεδιασμός του μοντέλου ενός υδροστροβίλου Matrix γίνεται σε τρία σημεία λειτουργίας, κανένα από τα οποία προσδιορίζεται από τις τιμές υδραυλικής πτώσης, παροχής και στροφών του δρομέα:  $(H, Q, n)$ , που θεωρείται ότι καλύπτουν επαρκώς το εύρος λειτουργίας του[2, 35]. Αυτά είναι:

- το σημείο λειτουργίας με τον υψηλότερο βαθμό απόδοσης (best efficiency point - BEP)
- το σημείο μερικού φορτίου (part load - PL)
- το σημείο μέγιστου φορτίου (full load - FL)

Συνήθως αναφέρεται ως “κανονικό” σημείο λειτουργίας, αυτό που δίνει το μέγιστο βαθμό απόδοσης, καθώς σε αυτό αναμένεται να λειτουργεί πιο συχνά ο υδροστροβίλος. Τα άλλα δυο σημεία λειτουργίας μελετώνται και συμπεριλαμβάνονται στο σχεδιασμό γιατί σε αυτά είναι αυξημένος ο κίνδυνος εμφάνισης στήλης σπηλαίωσης.<sup>1</sup>

Πιο αναλυτικά, ο προσδιορισμός των τριών σημείων λειτουργίας, τα οποία λαμβάνονται υπόψη στο σχεδιασμό, γίνεται με τη σύνθεση δυο διαγραμμάτων. Το ένα είναι οι χαρακτηριστικές καμπύλες λειτουργίας του υδροστροβίλου για σταθερή ταχύτητα περιστροφής (σχήμα 4.1) και το άλλο ένα ποιοτικό διάγραμμα διαθέσιμης υδραυλικής πτώσης  $H$  για κάθε τιμή της παροχής  $Q_{TG}$  (σχήμα 4.2).

Στο διάγραμμα ( $H, Q$ ) των χαρακτηριστικών καμπυλών λειτουργίας του υδροστροβίλου (σχήμα 4.1) έχουν χαραχθεί οι καμπύλες σταθερού βαθμού απόδοσης, ενώ συνήθως χαράσσονται σε αυτό και οι καμπύλες ανοίγματος/κλίσης των ρυθμιστικών πτερυγίων. Ωστόσο, στην παρούσα εφαρμογή υδροστροβίλων Matrix έχει ήδη θεωρηθεί ότι ο στάτορας περιλαμβάνει μόνο σταθερά πτερύγια, χωρίς δυνατότητα ρύθμισης, οπότε αυτές οι καμπύλες αγνοούνται.

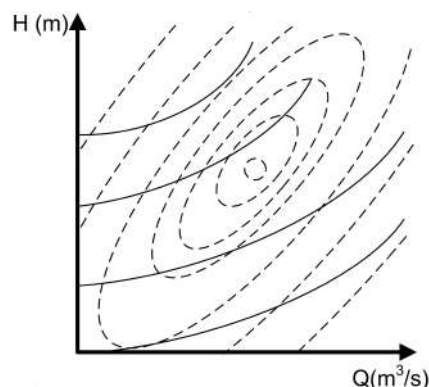
Η σταθερή ταχύτητα περιστροφής του υδροστροβίλου που αξιώνεται στο διάγραμμα των χαρακτηριστικών λειτουργίας είναι η σύγχρονη ταχύτητα του συζευγμένου ηλεκτροκινητήρα:

$$n_{\sigma}(rpm) = \frac{60 * f}{p} \quad (4.1)$$

όπου:  $f$  η συχνότητα του ηλεκτρικού ρεύματος σε Hz ( $f = 50$  Hz στην Ευρώπη)  
 $p$  το πλήθος των ζευγών των πόλων

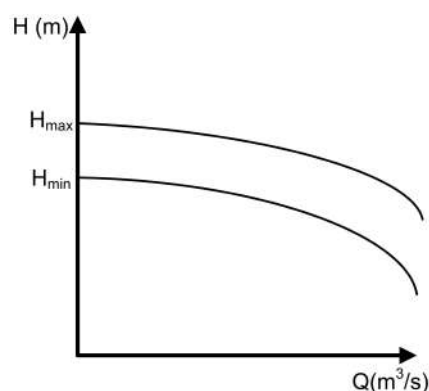
Το ποιοτικό διάγραμμα της διαθέσιμης υδραυλικής πτώσης (σχήμα 4.2) προκύπτει από ανάλυση των υδρολογικών στοιχείων στη περιοχή του υδροηλεκτρικού έργου, για μεγάλο χρονικό διάστημα. Τα αποτελέσματα της ανάλυσης προσαρμόζονται στη μορφή

<sup>1</sup>Στήλη σπηλαίωσης εμφανίζεται για σημεία λειτουργίας εκτός του κανονικού, επειδή σε αυτά η ροή εξέρχεται με μη-μηδενική συστροφή, που μεταφράζεται (μέσω της αρχής διατήρησης της συστροφής) σε αυξημένη ταχύτητα κοντά στον άξονα της μηχανής και, άρα, χαμηλή στατική πίεση. Η πτώση στατικής πίεσης κοντά στον άξονα είναι τέτοια που μπορεί να δημιουργήσει μια στήλη υδρατμού στην έξοδο, η οποία προκαλεί μηχανικές ταλαντώσεις, ενώ αν οδηγήσει και σε ταλαντώσεις της διερχόμενης παροχής, επηρεάζεται αντίστοιχα και την ισχύ της μηχανής.



Σχήμα 4.1: Διάγραμμα χαρακτηριστικών καμπυλών λειτουργίας υδροστροβίλου για σταθερές στρόφες. Οι διακεκομμένες γραμμές είναι γραμμές σταθερού βαθμού απόδοσης (μεγαλύτερος βαθμός απόδοσης στο κέντρο), ενώ με συνεχή γραμμή δηλώνεται η διαφορετική κλίση των οδηγών πτερυγίων.

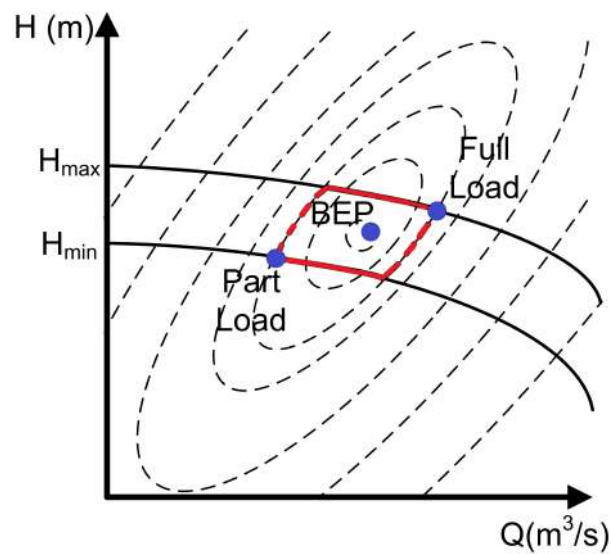
ελάχιστης και μέγιστης διαθέσιμης υδραυλικής πτώσης -  $H_{min}$  και  $H_{max}$  - για διάφορες τιμές της ογκομετρικής παροχής  $Q$ .



Σχήμα 4.2: Ποιοτικό διάγραμμα διαθέσιμης υδραυλικής πτώσης συναρτήσει της παροχής. Το διάγραμμα προκύπτει από ανάλυση υδρολογικών δεδομένων μιας περιοχής.

Τοποθετώντας το ένα διάγραμμα πάνω από το άλλο (σχήμα 4.3), παρατηρούμε ότι οι καμπύλες ελάχιστης και μέγιστης υδραυλικής πτώσης τέμνουν πολλές καμπύλες σταθερού βαθμού απόδοσης, ενώ η καμπύλη μέγιστου βαθμού απόδοσης βρίσκεται κάπου στη μέση. Σε αυτήν τη φάση, ο σχεδιαστής επιλέγει τον ελάχιστο βαθμό απόδοσης στον οποίο επιθυμεί να λειτουργεί ο υπό σχεδιασμό υδροστροβίλος και, έτσι, οριοθετεί-

ται η περιοχή λειτουργίας του υδροστροβίλου στην κοινή περιοχή: (α) του μικρότερου επιθυμητού βαθμού απόδοσης της μηχανής και (β) του εύρους διαθέσιμης υδραυλικής πτώσης της εγκατάστασης. Μέσα στη περιοχή αυτή βρίσκεται το BEP στο σημείο τομής της καμπύλης μέγιστου βαθμού απόδοσης με τη νοητή τοπική καμπύλη  $H(Q)$ . Τα σημεία PL, FL είναι στα άκρα της περιοχής, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.3.



Σχήμα 4.3: Σύνθεση διαγράμματος χαρακτηριστικών λειτουργίας υδροστροβίλου και διαθέσιμης υδραυλικής πτώσης της τοποθεσίας. Με έντονη γραμμή οριοθετείται η επιλεγμένη περιοχή λειτουργίας του υδροστροβίλου, γύρω από το σημείο μέγιστου βαθμού απόδοσης (BEP) και τα άκρα της περιοχής που ορίζουν τα σημεία μερικού και ολικού φορτίου (Part, Full Load).

Σχηματικά μπορεί κάποιος να πει, για το υδροηλεκτρικό έργο που προορίζεται ο υπό σχεδιασμό υδροστροβίλος Matrix, ότι το BEP δίνεται από τη μέση ετήσια διαθέσιμη υδραυλική πτώση  $H$ , ενώ τα σημεία PL, FL αντιπροσωπεύουν την ελάχιστη και μέγιστη διαθέσιμη υδραυλική πτώση αντίστοιχα, λόγω των εναλλαγών ξηρών και υγρών εποχών, στην οποία επιτρέπεται η λειτουργία του υδροστροβίλου.

### 4.1.2 Προσδιορισμός των Σημείων Λειτουργίας του Μοντέλου Υδροστροβίλου Matrix

Για το συγκεκριμένο πρόβλημα, η στροβιλογεννήτρια του μοντέλου της οποίας τον δρομέα σχεδιάζουμε, έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

Εξωτερική διάμετρος δρομέα:  $D = 1,32m$

Σύγχρονη ηλεκτρική γεννήτρια 16 πόλων (8 ζευγών) στα  $50Hz$

Επομένως, οι σταθερές στροφές περιστροφής του πραγματικού δρομέα είναι οι σύγχρονες του ηλεκτροκινητήρα:

$$n_{real}(rpm) = \frac{50 * 60}{8} = 375rpm \quad (4.2)$$

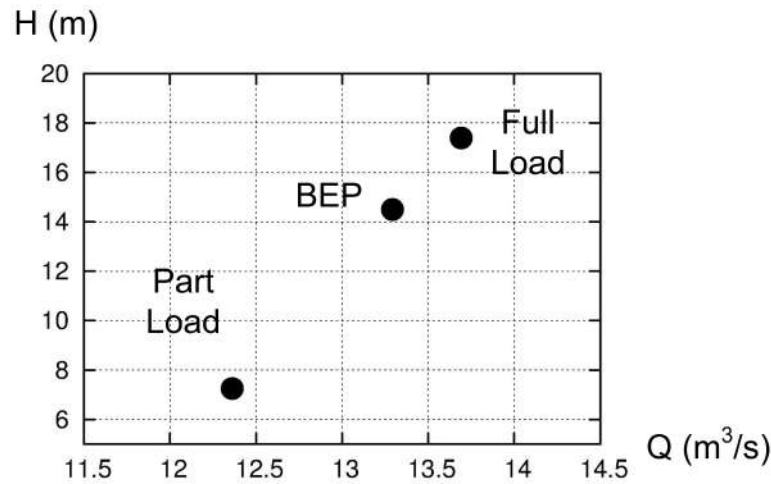
Με βάση την διαδικασία που περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα, προκύπτουν τα τρία σημεία λειτουργίας της πραγματικής μηχανής (πίνακας 4.1 και σχήμα 4.4). Αυτά τα σημεία λειτουργίας αφορούν έναν υδροστροβίλο που θα αποδίδει περίπου  $1,5MW$  ηλεκτρικής ισχύος.

	BEP	Full Load	Part Load
$Q_{real}(\frac{m^3}{s})$	13,30	13,69	12,36
$H_{real}(m)$	14,50	17,40	7,25

Πίνακας 4.1: Τα τρία σημεία λειτουργίας του πραγματικού υδροστροβίλου Matrix

Πρέπει να τονιστεί ότι τα παραπάνω λειτουργικά χαρακτηριστικά αφορούν τον πραγματικών διαστάσεων υδροστροβίλο τύπου Matrix. Το μοντέλο υδροστροβίλου που θα μελετήσουμε έχει μικρότερες διαστάσεις και συγκεκριμένες συνθήκες λειτουργίας που διευκολύνουν την εργαστηριακή δοκιμή. Οι εργαστηριακές εγκαταστάσεις έχουν μια δεξαμενή σταθερής στάθμης νερού, δίνοντας μια γνωστή-σταθερή τιμή για την υδραυλική πτώση, από την οποία μπορούν να προκύψουν οι υπόλοιπες τιμές των σημείων λειτουργίας του μοντέλου. Στο πρόβλημά μας θεωρούμε ότι η σταθερή στάθμη (υδραυλική πτώση για το μοντέλο) είναι:  $H_{model} = 7m$ .

Ακόμα, στο πρόβλημά μας ο λόγος γεωμετρικής ομοιότητας  $\lambda$  υδροστροβίλου-μοντέλου είναι ίσος προς το πηλίκο των εξωτερικών διαμέτρων των δρομέων. Ορίζουμε τη διά-



Σχήμα 4.4: Διάγραμμα  $(Q, H)$  των τριών σημείων λειτουργίας του πραγματικού υδροστροβίλου τα οποία λαμβάνονται υπόψη στο σχεδιασμό.

μετρο του δρομέα του μοντέλου  $D = 0,34m$ , οπότε έχουμε:

$$\lambda = \frac{D_{model}}{D_{real}} = \frac{0,34\ m}{1,32\ m} = 0,258 \quad (4.3)$$

Για να είναι συγκρίσιμες οι χαρακτηριστικές λειτουργίας των δυο υδροστροβίλων (πραγματικού και μοντέλου), πρέπει να τις ανάγουμε σε ίδιες συνθήκες, κάνοντας χρήση των νόμων ομοιότητας. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιούνται οι μοναδιαίες αδιάστατες παραμέτρους λειτουργίας, οι οποίες έχουν το χαρακτηριστικό ότι διατηρούν ίδιες τιμές για γεωμετρικά όμοιους υδροστροβίλους, σε αντίστοιχα σημεία λειτουργίας. Οι παράμετροι (στροφών και παροχής) ξεχωρίζουν με το δείκτη 11 και είναι[1]:

$$n_{11} = n \frac{D}{\sqrt{H}} \quad Q_{11} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}} \quad (4.4)$$

Συνεπώς, μελετάμε το μοντέλο (που είναι γεωμετρικά όμοιο με τον πραγματικό υδροστροβίλο Matrix), σε αντίστοιχο σημείο λειτουργίας, με ενδιάμεσες βοηθητικές τιμές τις κοινές αδιάστατες παραμέτρους λειτουργίας. Σχηματικά, η διαδικασία υπολογισμού των τριών αντίστοιχων σημείων λειτουργίας για το μοντέλο είναι η εξής :

	BEP	Full Load	Part Load
$H_{real}(m)$	14,50	17,40	7,25
$D_{real}(m)$	1,32	1,32	1,32
$n_{real}(rpm)$	375	375	375
$Q_{real}(\frac{m^3}{s})$	13,30	13,69	12,36

Πίνακας 4.2: Σημεία λειτουργίας του Πραγματικού Υδροστροβίλου, που λαμβάνονται υπόψη κατά το σχεδιασμό-βελτιστοποίηση.

$$n_{11} = n \frac{D}{\sqrt{H}} \quad \Downarrow \quad Q_{11} = \frac{Q}{D^2 \sqrt{H}}$$

	BEP	Full Load	Part Load
$n_{11}$	130,0	118,7	183,9
$Q_{11}$	2,00	1,88	2,64

Πίνακας 4.3: Αδιάστατες Παράμετροι.

$$\begin{aligned} H_{model} &= 7m \\ D_{model} &= 0,34m \end{aligned} \quad \Downarrow \quad \begin{aligned} n_{model} &= n_{11} \frac{\sqrt{H_{model}}}{D_{model}} \\ Q_{model} &= Q_{11} * D_{model}^2 * \sqrt{H_{model}} \end{aligned}$$

	BEP	Full Load	Part Load
$H_{model}(m)$	7	7	7
$D_{model}(m)$	0,34	0,34	0,34
$n_{model}(rpm)$	1011	924	1431
$Q_{model}(\frac{m^3}{s})$	0,613	0,576	0,806

Πίνακας 4.4: Σημεία λειτουργίας του Μοντέλου Υδροστροβίλου, που λαμβάνονται υπόψη κατά το σχεδιασμό-βελτιστοποίηση.

## 4.2 Στόχοι Βελτιστοποίησης

Η βελτιστοποίηση μιας πτερωτής δρομέα υδροστροβίλου είναι ένα πολυσύνθετο πρόβλημα με πολλούς (αντικρουόμενους και μη) στόχους. Ωστόσο, η εμπειρία έχει δείξει ότι κάποιοι είναι πιο σημαντικοί από άλλους, κάτι που όμως επαφίεται τελικά στην κρίση του σχεδιαστή. Εδώ επιλέγεται η βελτιστοποίηση να γίνει ως προς τρεις (3) στόχους, που κρίνονται κρίσιμοι. Οι τρεις αυτοί στόχοι αναλύονται στην επόμενη ενότητα και σχετίζονται με:

1. την ακτινική κατανομή των συνιστωσών της ταχύτητας του νερού στην έξοδο του δρομέα.
2. τη μεταβολή της φόρτισης κατά μήκος του πτερυγίου.
3. την ενδεχόμενη εμφάνιση (κίνδυνος εμφάνισης) σπηλαίωσης στο πτερύγιο.

Πρέπει να τονιστεί ότι αυτοί οι στόχοι μελετώνται ξεχωριστά για καθένα σημείο λειτουργίας από τα τρία που λαμβάνονται υπόψη στο σχεδιασμό ( $OP_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ). Αφού υπολογιστούν για κάθε σημείο λειτουργίας, γίνεται σύνθεσή τους με τη μέθοδο που περιγράφεται στην ενότητα 4.2.2.

### 4.2.1 Ανάλυση των τριών στόχων της βελτιστοποίησης

Οι τρεις στόχοι βελτιστοποίησης του δρομέα είναι, πιο αναλυτικά, οι εξής :

1. Ο πρώτος στόχος  $F_1$  είναι το σταθμισμένο άθροισμα των αποκλίσεων των κατανομών της αξονικής ( $v_{axial}$ ) και περιφερειακής ( $v_{swirl}$ ) ταχύτητας του νερού στην έξοδο του δρομέα, σε σχέση με δεδομένες—επιθυμητές.

$$\min F_{1,OP_i} = w_{11} * Dev(v_{axial}) + w_{12} * Dev(v_{swirl}) \quad (4.5)$$

Η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας  $v_{axial}$  καθορίζει την παροχή του νερού στον υδροστρόβιλο, ενώ η περιφερειακή ταχύτητα  $v_{swirl}$  αντιστοιχεί στη συστροφή της ροής του εξερχόμενου νερού.

Οι συντελεστές στάθμισης των δυο παραμέτρων επιλέγονται ίσοι με τη μονάδα, όπως φαίνεται στον πίνακα 4.5.

Ο στόχος αυτός κρίνεται σημαντικός για δυο λόγους. Πρώτον, σχετίζεται με την επίτευξη της επιθυμητής παροχής που ορίζει το εκάστοτε σημείο λειτουργίας



$w_{11}$	$w_{12}$
1	1

Πίνακας 4.5: Οι τιμές των συντελεστών στάθμισης του στόχου 1.

μέσω της ακτινικής ταχύτητας  $v_{axial}$ . Έπειτα, σε έναν υδροστρόβιλο Matrix, μετά το δρομέα, το νερό διέρχεται από έναν δεδομένης γεωμετρίας αγωγό απαγωγής που χρησιμοποιείται για επιβράδυνση της ροής και για να ανακτήσει το νερό την κινητική του ενέργεια και, επειδή δεν υπάρχει η δυνατότητα ρύθμισης ή οδήγησης της ροής, πρέπει η κατανομή της ροής του νερού στην είσοδο του αγωγού απαγωγής να προσεγγίζει το επιθυμητό.

2. Για την ποσοτική έκφραση του δεύτερου στόχου ακολουθούμε την εξής διαδικασία. Χωρίζουμε το πτερύγιο σε 11 κατατομές ακτινικά από τον άξονα προς το κέλυφος (περισσότερες λεπτομέρειες για αυτήν τη διαμέριση στην ενότητα 5.4.2 και βλέπε εικόνα 4.11) και υπολογίζεται σε κάθε κατατομή τη μέση τιμή των διαφορών των συντελεστών πίεσης  $\Delta c_P$  ανάμεσα στην πλευρά πίεσης (Pressure side-PS) και υποπίεσης (Suction side-SS) κατά μήκος της κατατομής. Έπειτα, για κάθε κατατομή, υπολογίζεται η τυπική απόκλιση του  $\Delta c_P$  από την μέση τιμή κατά μήκος της ίδιας κατατομής. Αθροίζοντας τις έντεκα τυπικές αποκλίσεις στις έντεκα κατατομές, προκύπτει ο δεύτερος στόχος της βελτιστοποίησης :  $\sum StdDev(\Delta c_P)$ . Σε αυτόν, προστίθεται ακόμα, ως ποινή, μια τιμή (αντίστοιχα υπολογιζόμενη) όταν τοπικά αναστραφεί το πρόσημο του  $\Delta c_P$ .

$$\min F_{2,OP_i} = w_{21} * \sum StdDev(\Delta c_P) + w_{22} * \sum StdDev(\Delta c_{P,crossing}) \quad (4.6)$$

όπου οι τιμές των συντελεστών βαρύτητας  $w$  δίνονται στον πίνακα 4.6. Το πώς υπολογίζονται οι όροι της εξίσωσης 4.6, αναλύεται στις επομένως παραγράφους.

Ο συντελεστής πίεσης  $c_P$  (Pressure Coefficient) είναι μια αδιάστατη έκφραση της πίεσης, που υπολογίζεται σε κάθε σημείο της επιφάνειας του πτερυγίου από τον τύπο:

$$c_P = \frac{P - P_{ref}}{\frac{1}{2}\rho U_{ref}^2} \quad (4.7)$$

όπου:  $P$  η πίεση σε ένα σημείο του πτερυγίου  
 $P_{ref}$  η πίεση-αναφορά της αδιατάραχτης ροής  
 $U_{ref}$  η ταχύτητα της αδιατάραχτης ροής  
 $\rho$  η (σταθερή) πυκνότητα του νερού

Ο συντελεστής πίεσης υπολογίζεται για όλες τις θέσεις και στις δυο πλευρές του πτερυγίου, υπερπίεσης ( $PS$  - Pressure Side) και υποπίεσης ( $SS$  - Suction Side):

$$c_{P,PS}(t, m) \quad , \quad c_{P,SS}(t, m) \quad (4.8)$$

όπου:  $t$  η θέση κατά μήκος της χορδής του πτερυγίου  
 $m = 1, 2, \dots, 11$  η κατατομή του πτερυγίου ακτινικά

Στη συνέχεια, υπολογίζεται η διαφορά των συντελεστών πίεσης από τις δυο πλευρές του πτερυγίου, σε όλες τις θέσεις:

$$\Delta c_P(t, m) = c_{P,SS}(t, m) - c_{P,PS}(t, m) \quad (4.9)$$

Για καθεμιά από τις έντεκα κατατομές ακτινικά στο πτερύγιο, υπολογίζεται η μέση τιμή της διαφοράς των συντελεστών πίεσης κατά μήκος της χορδής της:

$$\overline{\Delta c_P}(m) = \frac{1}{t} \sum_{\forall t} (\Delta c_P(t, m)) \quad , \quad m = 1, 2, \dots, 11 \quad (4.10)$$

Έπειτα, υπολογίζεται η τυπική απόκλιση των διαφορών των συντελεστών πίεσης, κατά μήκος κάθε κατατομής  $m$  και αθροίζεται η τιμή της για τις έντεκα κατατομές ακτινικά του πτερυγίου. Έτσι, προκύπτει τελικά ο δεύτερος στόχος:

$$\sum_{m=1}^{11} (StdDev(\Delta c_P(m))) \quad (4.11)$$

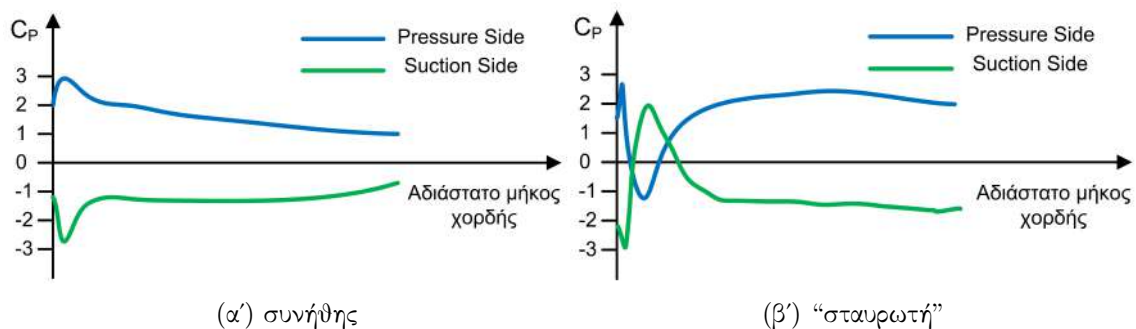
Ένα παράδειγμα της κατανομής του συντελεστή πίεσης κατά μήκος της χορδής ενός πτερυγίου δίνεται στο σχήμα 4.5α'. Ο συντελεστής πίεσης στην πλευρά υπερπίεσης είναι σε όλο το μήκος της χορδής μεγαλύτερος από αυτόν της πλευράς

$w_{21}$	$w_{22}$
0,2	100

Πίνακας 4.6: Οι τιμές των συντελεστών βαρύτητας του στόχου 2

υποπίεσης, ώστε το  $\Delta c_P$  να διατηρείται θετικό, δηλαδή να ασκείται πίεση προς μία μόνο κατεύθυνση πάνω στο πτερύγιο, η οποία μετατρέπεται στη δύναμη που κινεί το πτερύγιο, ώστε να παραχθεί ισχύς από τον υδροστροβίλο.

Ορισμένες φορές όμως, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.5β', είναι δυνατόν να παρατηρηθεί ένα "σταύρωμα" των καμπυλών του συντελεστή πίεσης των πλευρών υπερπίεσης και υποπίεσης. Πρακτικά, αυτή η αλλαγή σημαίνει ότι ένα πτερύγιο λειτουργεί τοπικά (στην περιοχή της χορδής που έχει αντιστραφεί το πρόσημο του  $\Delta c_P$ ) ως αντλία αντί για υδροστροβίλος, κάτι που υπονομεύει την καλή λειτουργία του υδροστροβίλου. Τέτοια φαινόμενα αναμένονται στα ακραία σημεία λειτουργίας και κοντά στην ακμή πρόσπτωσης, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.5β'. Για να αποφευχθεί, ήδη από φάση του σχεδιασμού, αυτό το φαινόμενο, ορίζεται μεγάλος συντελεστής βάρους (βλέπε πίνακα 4.6) ως ποινή για τις λύσεις εκείνες που εμφανίζουν το χαρακτηριστικό αυτό.



Σχήμα 4.5: Παράδειγμα της κατανομής του συντελεστή πίεσης ( $c_P$ ) κατά μήκος της χορδής ενός πτερυγίου. Αριστερά φαίνεται μια συνηθισμένη μορφή για πτερύγιο υδροστροβίλου, ενώ δεξιά φαίνεται η χαρακτηριστική (ανεπιθύμητη) αλλαγή του προσήμου του  $\Delta c_P$  κοντά στην ακμή πρόσπτωσης του πτερυγίου.

Η κατανομή του φορτίου είναι προφανώς σημαντικός στόχος στο σχεδιασμό ενός πτερυγίου δρομέα υδροστροβίλου, αφού συναλλάσσεται ενέργεια με το ρευστό μέσω των πιέσεων που ασκούνται στα πτερύγια. Ο στόχος εδώ είναι γενικά να μην υπάρχουν διακυμάνσεις στη φόρτιση ακτινικά και κατά μήκος του πτερυγίου (άρα ελαχιστοποίηση της τυπικής απόκλισης του  $\Delta C_P$ ), οι τιμές του  $\Delta c_P$  να κυμαίνονται σε μεγάλο επίπεδο (για να παράγεται μεγαλύτερο έργο) και οι τιμές του φορτίου για την πλευρά υποπίεσης να μην είναι πολύ χαμηλές για να αποφευχθεί

η σπηλαίωση. Ο έλεγχος της τελευταίας παρατήρησης δεν υπεισέρχεται άμεσα στο δεύτερο στόχο, όμως η σπηλαίωση ελέγχεται με την τρίτη συνάρτηση-στόχο.

3. Ο τρίτος στόχος είναι, όπως έχει αναφερθεί, η σπηλαίωση. Συγκεκριμένα, στόχος είναι η ελαχιστοποίηση της παραμέτρου σπηλαίωσης  $\sigma$  στο δρομέα.

$$\min F_{3,OP_i} = \sigma = \frac{P_{ref} - P_{min}}{\frac{1}{2}\rho U_{ref}^2} \quad (4.12)$$

όπου:  $P_{min}$  η ελάχιστη στατική πίεση του νερού στο πτερύγιο

Αν η στατική πίεση του νερού σε μια περιοχή του πτερυγίου είναι χαμηλότερη από την πίεση ατμοποίησης  $P_M$  ( $P_{min} \leq P_M$ ) τότε εμφανίζεται το φαινόμενο της σπηλαίωσης. Αυτό σημαίνει ότι τοπικά το νερό ατμοποιείται, για να επανέλθει σε υγρή κατάσταση σε κοντινή θέση με κρουστικής μορφής αύξηση της στατικής πίεσης. Η κρουστική αυτή αύξηση της στατικής πίεσης εξηγείται ποιοτικά από το ότι κατά την επανυγροποίηση μιας φυσαλίδας ατμού, ο όγκος υγρού που αντιστοιχεί στον ατμό είναι πολύ μικρός. Άρα, με την επανυγροποίηση της φυσαλίδας, σχηματίζεται ένα κενό που τείνει να καταληφθεί από το περιβάλλοντα υγρό, το οποίο επιταχύνεται γρήγορα αλλά επίσης πολύ γρήγορα η ταχύτητά του μηδενίζεται όταν ολόκληρος ο όγκος της πρώην φυσαλίδας καταληφθεί από το περιβάλλον υγρό. Η απότομη επιβράδυνση των υγρών στοιχείων έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη σημαντικών υπερπίεσεων.

Η ανάπτυξη υψηλών υπερπίεσεων λαμβάνει χώρα πολύ κοντά στην επιφάνεια του πτερυγίου και, μάλιστα, με μεγάλη συχνότητα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα σημαντική φθορά του υλικού των πτερυγίων, το οποίο αποτελείται από κόκκους διαφορετικής μηχανικής αντοχής. Εκτός της μηχανικής φθοράς στο πτερύγιο, η σπηλαίωση προκαλεί ταλαντώσεις στον άξονα του δρομέα, με ό,τι αυτό συνεπάγεται ως προς τη φθορά του υδροστροβίλου, συνολικά. Όσο χαμηλότερη είναι η πίεση από την πίεση ατμοποίησης τόσο πιο έντονο είναι το φαινόμενο της σπηλαίωσης.

Από τους τύπους 4.7 και 4.12 παρατηρείται ότι ισχύει:

$$\sigma = -c_{P,min} \quad (4.13)$$

Αυτό σημαίνει ότι το σημείο όπου ξεκινά το φαινόμενο σπηλαίωσης στο πτερύγιο του δρομέα ανήκει πάντα στην πλευρά της υποπίεσης (Suction Side) και είναι αυτό με την μικρότερη στατική πίεση και, άρα, με τη μικρότερη τιμή του συντελεστή πίεσης (ο οποίος έχει αρνητική τιμή, ώστε τελικά ο συντελεστής σπηλαίωσης να είναι θετική ποσότητα). Επομένως, η λειτουργία του δρομέα είναι τόσο ασφαλής όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του  $c_{P,min}$  και άρα του  $P_{min}$ , ελαχιστοποιώντας την τιμή της παραμέτρου σπηλαίωσης  $\sigma$ .

#### 4.2.2 Σύνθεση των τριών σημείων λειτουργίας στους στόχους

Αναφέρθηκε στην ενότητα 4.1.1 ότι ο σχεδιασμός του μοντέλου υδροστροβίλου Matrix γίνεται για τρία σημεία λειτουργίας. Αυτό σημαίνει προφανώς ότι θα προκύψουν ξεχωριστές τιμές των στόχων για κάθε σημείο λειτουργίας, αφού αλλάζει η παροχή και συνολικά η ροή γύρω από τη σταθερή κατα τα άλλα γεωμετρία του πτερυγίου (ή αλλιώς εξεταζόμενη λύση).

Ωστόσο, είναι επιθυμητό να ενσωματώθούν οι επιδόσεις της υποψήφιας λύσης στα διαφορετικά σημεία λειτουργίας σε μία συνάρτηση για κάθε στόχο. Αν και το πρόβλημα είναι δυνατό να λυθεί ως πρόβλημα βελτιστοποίησης εννέα (9) στόχων, κάτι τέτοιο είναι μη-πρακτικό και ανεπιθύμητο. Αυτό ισχύει επειδή ένα πρόβλημα εννέα στόχων δεν αντιμετωπίζεται εύκολα, καθώς, αργεί και δεν επιτυγχάνεται καλή εποπτεία των λύσεων.

Ακολουθείται, λοιπόν, η τεχνική της άθροισης με κατάλληλη στάθμιση των τιμών κάθε στόχου στα τρία σημεία λειτουργίας, για να έχουμε τελικά ένα πρόβλημα τριών (3) στόχων, οι τιμές των οποίων χαρακτηρίζουν κάθε υποψήφια λύση. Έτσι, οι στόχοι  $F_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  για κάθε υποψήφια λύση υπολογίζονται ως εξής:

$$F_i = \sum_{j=1}^3 w_{OP_j} F_{OP_j}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.14)$$

όπου:  $w_{OP_j}$  οι συντελεστές βαρύτητας των διαφορετικών σημείων λειτουργίας,  
 $F_{OP_j}$  οι τιμές των στόχων των διαφορετικών σημείων λειτουργίας

Η επιλογή των συντελεστών βαρύτητας αποτελεί, πάντοτε, απόφαση του μηχανικού. Δεδομένου ότι ο υδροστροβίλος σχεδιάζεται να λειτουργεί με μέγιστο βαθμό απόδοσης στο σημείο BEP, είναι επόμενο να δοθεί μεγαλύτερη βαρύτητα στην επίδοση σε αυτό το σημείο λειτουργίας έναντι των υπόλοιπων. Έτσι, οι χρησιμοποιηθέντες συντελεστές βαρύτητας στα σημεία λειτουργίας δίνονται στον πίνακα 4.7:

BEP	Part Load	Full Load
$w_{OP_1}$	$w_{OP_2}$	$w_{OP_3}$
1	0,1	0,1

Πίνακας 4.7: Οι συντελεστές βαρύτητας των τιμών των στόχων για τα τρία σημεία λειτουργίας του υδροστροβίλου.

### 4.3 Μεταβλητές Σχεδιασμού - Παραμετροποίηση στη Πτερύγωση

Οι μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος σχεδιασμού βέλτιστης πτερύγωσης δρομέα υδροστροβίλου Matrix αφορούν στην δημιουργία της τριδιάστατης γεωμετρίας ενός πτερυγίου. Η πτερωτή του υδροστροβίλου Matrix που μελετάται αποτελείται από τέσσερα (4) όμοια πτερύγια. Αρκεί ο σχεδιασμός ενός πτερυγίου και, στη συνέχεια, με αξονοσυμμετρική τοποθέτησή των τεσσάρων όμοιων στην πλήμνη, προκύπτει η πτερωτή. Ακόμη, αναφέρεται ότι, στο παρόν πρόβλημα, είναι δεδομένη η γεωμετρία της πλήμνης (hub) και του κελύφους (shroud).

Η παραμετροποίηση του πτερυγίου πραγματοποιείται με χρήση καμπυλών Bezier. Οι καμπύλες Bezier είναι παραμετρικές καμπύλες, η μορφή των οποίων καθορίζεται από έναν αριθμό σημείων ελέγχου, που χρησιμοποιούνται κατά κόρον στο σχεδιασμό πάσης φύσης μηχανών.

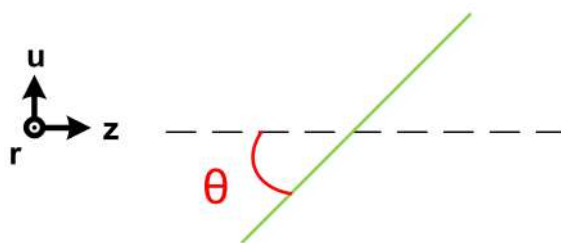
Η παραμετροποίηση του πτερυγίου περιλαμβάνει τέσσερα στάδια, τα οποία αναλύονται στη συνέχεια:

1. την παραμετροποίηση της διδιάστατης μέσης επιφάνειας του πτερυγίου (μεσημβρινής επιφάνειας)



του κελύφους, γίνεται μια παρεκβολή των άκρων της ακμής μέχρι το κέλυφος ή την πλύμνη.

**Στρεβλότητα πτερυγίου** Η τριδιάστατη μορφή της μεσημβρινής επιφάνειας αποκτάται με τον ορισμό μιας γωνίας  $\theta$  για όλα τα σημεία των ακμών πρόσπτωσης και εκφυγής. Η γωνία αυτή εκφράζει την κλίση ως προς τον άξονα της πλύμνης (άξονας  $z$ , βλέπε σχήμα 4.7). Η γωνία  $\theta$  δεν είναι σταθερή για όλη την μεσημβρινή επιφάνεια, αλλά μεταβάλλεται ακτινικά.

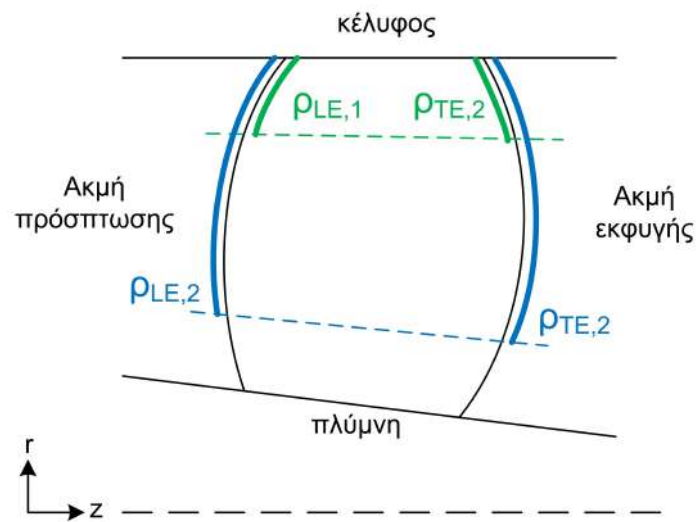


Σχήμα 4.7: Η γωνία  $\theta$  στο χώρο της γεωμετρίας του πτερυγίου είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ μιας χορδής της μεσημβρινής επιφάνειας του πτερυγίου και του άξονα της πλύμνης ( $z$ ), πάνω στο επίπεδο αξονικής και περιφερειακής διεύθυνσης ( $z - u$ ).

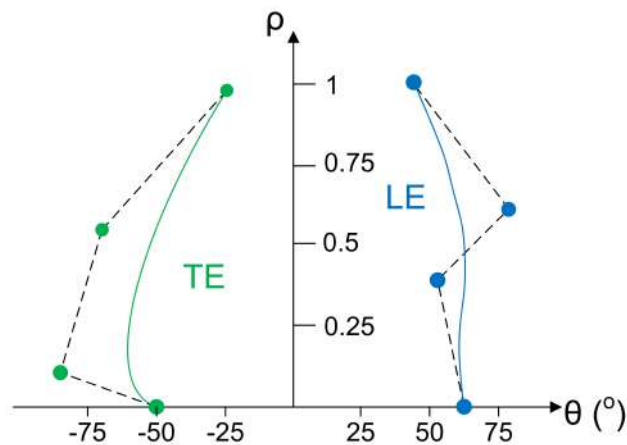
Για την παραμετροποίηση της γωνίας  $\theta$ , ορίζεται μια βοηθητική παράμετρος  $\rho$ . Η παράμετρος αυτή ορίζεται για κάθε σημείο πάνω στην ακμή πρόσπτωσης (αντίστοιχα και για την ακμή εκφυγής) και εκφράζει το κανονικοποιημένο ( $\rho \in [0, 1]$ ) μήκος του διδιάστατου τόξου, πάνω στην ακμή πρόσπτωσης, από το κέλυφος μέχρι το σημείο υπολογισμού (βλέπε σχήμα 4.8).

Η κατανομή της γωνίας  $\theta$  ακτινικά στο πτερύγιο μεταφράζεται σε κατανομή της γωνίας για όλες τις τιμές της παραμέτρου  $\rho \in [0, 1]$  και δίνεται με μια καμπύλη Bezier ξεχωριστά για κάθε ακμή, πρόσπτωσης και εκφυγής (βλέπε σχήμα 4.9). Η κάθε καμπύλη αποτελείται από τέσσερα σημεία ελέγχου, οπότε συνολικά έχουμε 8 σημεία ελέγχου για την γωνία  $\theta$ . Έπειτα, η τιμή της γωνίας για τα εσωτερικά σημεία της μεσημβρινής επιφάνειας, προκύπτει με γραμμική παρεμβολή της τιμής των ακμών πρόσπτωσης και εκφυγής για την αυτή θέση  $\rho$ .





Σχήμα 4.8: Αναπαράσταση της κανονικοποιημένης παραμέτρου  $\rho$ , που δηλώνει το μήκος του τόξου από το κέλυφος μέχρι ένα σημείο, πάνω στην ίδια καμπύλη. Εδώ φαίνεται το τόξο για δυο θέσεις πάνω στις ακμές πρόσπτωσης (LE) και εκφυγής (TE) και ισχύει  $\rho_{LE,1} = \rho_{TE,1} < \rho_{LE,2} = \rho_{TE,2}$ .



Σχήμα 4.9: Παράδειγμα κατανομής της γωνίας  $\theta$  για τις ακμές πρόσπτωσης (LE) και εκφυγής (TE), για κάθε τιμή  $\rho \in [0, 1]$ .

Οι μεταβλητές σχεδιασμού είναι οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου των καμπυλών Bezier. Από τα οκτώ (8) σημεία ελέγχου, τα τέσσερα (4) είναι ελεύθερα να κινηθούν στο επίπεδο  $\theta$ - $\rho$ , ενώ τα τέσσερα (4) ακρυνά σημεία ελέγχου, πάνω στην πλύμνη ( $\rho = 1$ ) και το κέλυφος ( $\rho = 0$ ), έχουν σταθερή θέση στον άξονα των  $\rho$ . Επομένως, από την παραμετροποίηση της στρεβλότητας του πτερυγίου,

προκύπτουν  $4 * 2 + 4 * 1 = 12$  μεταβλητές σχεδιασμού.

**Διαμόρφωση κυρτότητας** Για να οριστεί η γεωμετρία της μέσης επιφάνειας στον τριδιάστατο χώρο, χρειάζεται η γεωμετρία της διδιάστατης μεσημβρινής επιφάνειας και η κατανομή της γωνίας  $\theta$ . Μένει να καθοριστεί η κυρτότητα του πτερυγίου, με τον ορισμό δύο ακόμη γωνιών  $\beta$  και  $\zeta$ , που κατανέμονται στο κανονικοποιημένο μήκος του πτερυγίου  $\rho$ .

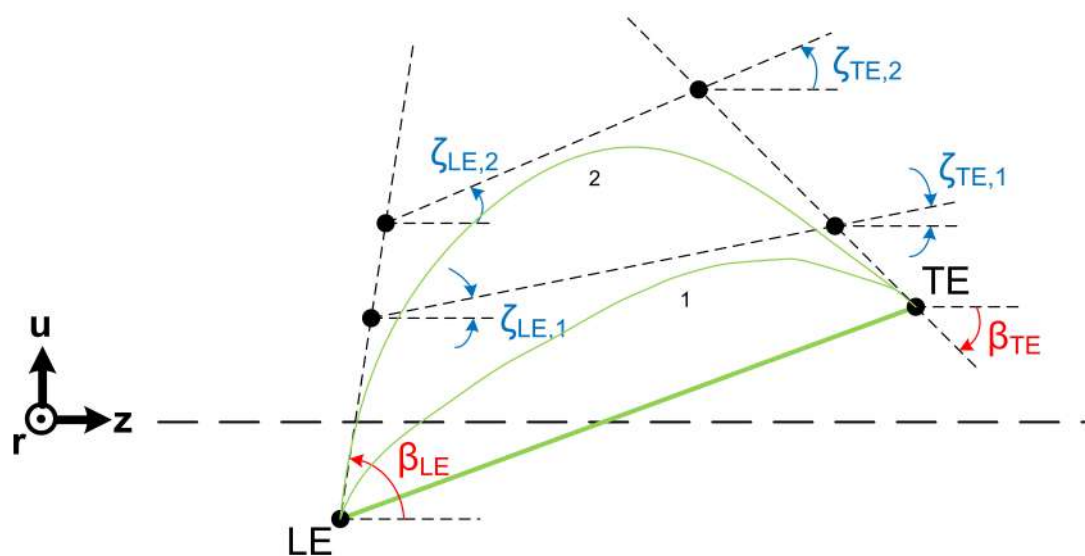
Η γωνία  $\beta$  εκφράζει την γωνία μετάλλου εισόδου (ακμής πρόσπτωσης) και εξόδου (ακμής εκφυγής) του πτερυγίου. Παραμετροποιείται με ταυτόσημο τρόπο όπως η γωνία  $\theta$ , για τις ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής, για  $\rho \in [0, 1]$ .

Η γωνία  $\zeta$  εκφράζει την βαρύτητα των δυο γωνιών  $\beta$  στις ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής. Ορίζει δηλαδή με πόση βαρύτητα επηρεάζουν οι τιμές της γωνίας  $\beta$  των ακραίων σημείων μιας χορδής, την κατανομή της στα εσωτερικά σημεία της χορδής (η τελική μορφή της κυρτότητας είναι μια καμπύλη Bezier, βλέπε σχήμα 4.10). Και αυτή η γωνία ορίζεται με καμπύλες Bezier στο επίπεδο  $\zeta - \rho$ , όπως ακριβώς και οι γωνίες  $\theta$  και  $\beta$ . Στο σχήμα 4.10 φαίνεται πώς συνδυάζονται οι γωνίες  $\beta$  και  $\zeta$  για να δημιουργήσουν την κυρτότητα μιας χορδής του πτερυγίου (δηλαδή για  $\rho = \text{σταθερό}$ ) και πώς η επηρεάζει η μεταβολή της γωνίας  $\zeta$  την τελική κυρτότητα.

Για τα σημεία ελέγχου των καμπυλών  $(\beta, \rho)$  και  $(\zeta, \rho)$ , ισχύει ότι και για τη γωνία  $\theta$ . Έτσι, ορίζονται ακόμη είκοσιτέσσερις (24) μεταβλητές σχεδιασμού (12 για την γωνία  $\beta$  και 12 για την γωνία  $\zeta$ ).

**Κατανομή πάχους** Αφού οριστεί η τριδιάστατη κυρτή μορφή της μέσης επιφάνειας του πτερυγίου, έχει προκύψει ένα απείρως λεπτό πτερύγιο. Σε αυτό παρεμβάλεται μια κατανομή πάχους ακτινικά. Αυτό είναι το τελευταίο βήμα στην παραμετρική δημιουργία της γεωμετρίας του πτερυγίου.

Ορίζονται πάνω στην ακτινική διάσταση του πτερυγίου έντεκα (11) κατατομές (βλέπε σχήμα 4.11). Σε αυτές τις κατατομές ορίζεται το μέγιστο πάχος για κάθε

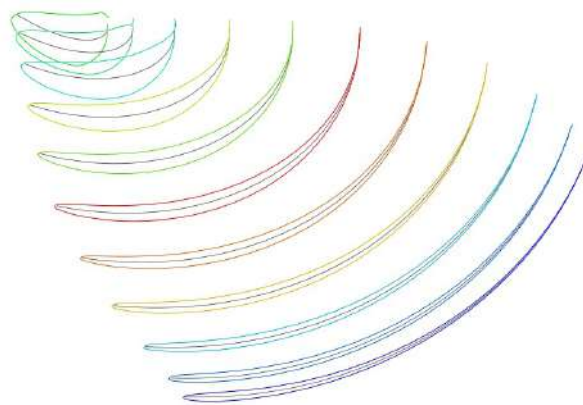


Σχήμα 4.10: Παράδειγμα διαμόρφωσης της κυρτότητας μιας χορδής του πτερυγίου, μέσω των γωνιών  $\beta$  και  $\zeta$ . Φαίνεται πώς επιδρά η τιμή της γωνίας  $\zeta$  των ακμών πρόσπτωσης (LE) και εκφυγής (TE) στην τελική κυρτότητα (1 ή 2) της χορδής.

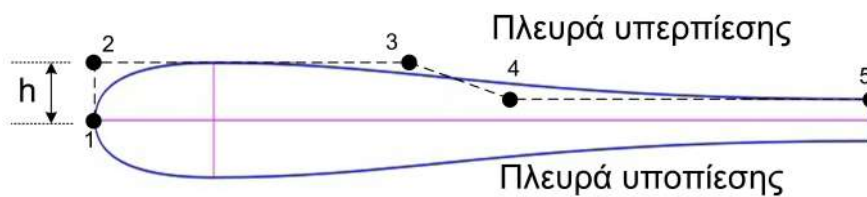
πλευρά του πτερυγίου. Η κατανομή του πάχους μιας πλευράς του πτερυγίου, σε μια κατατομή της μέσης επιφάνειάς του, ορίζεται με μια καμπύλη Bezier, που έχει πέντε (5) σημεία ελέγχου (βλέπε σχήμα 4.12). Με πανομοιότυπο τρόπο ορίζεται η κατανομή πάχους και στην έταιρη πλευρά του πτερυγίου (πλευρά υπερπίεσης ή υποπίεσης).

Στην παρούσα διπλωματική, από τις συντεταγμένες των σημείων ελέγχου της κατανομής του πάχους σε μια πλευρά μιας κατατομής, χρησιμοποιείται μόνο εκείνη η διάσταση που ορίζει το μέγιστο πάχος. Συγκεκριμένα, όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.12, ορίζεται ως μεταβλητή σχεδιασμού το μήκος  $h$  που αφορά το δεύτερο και τρίτο σημείο ελέγχου. Αφού έχουν οριστεί έντεκα κατατομές του πτερυγίου και σε καθεμιά το πάχος ορίζεται ξεχωριστά για την πλευρά υπερπίεσης και υποπίεσης, προκύπτουν  $11 * 2 = 22$  μεταβλητές σχεδιασμού που αφορούν το πάχος του πτερυγίου.

Οι συνολικά 74 μεταβλητές σχεδιασμού που περιγράφονται παραπάνω, φαίνονται συγκεντρωτικά στον πίνακα 4.8.



Σχήμα 4.11: Διαίρεση του πτερυγίου σε έντεκα κατατομές που ισαπέχουν, στην ακτινική κατεύθυνση. Σε καθεμιά ορίζεται ξεχωριστά η κατανομή πάχους και για τις δυο πλευρές (υπερπίεσης και υποπίεσης).



Σχήμα 4.12: Η κατανομή του πάχους σε μια κατατομή του πτερυγίου, για την πλευρά υπερπίεσης, με 5 σημεία ελέγχου. Το μήκος  $h$  ορίζει το μέγιστο πάχος.

$z, r$		$\theta$		$\beta$		$\zeta$		$h$	
<i>LE</i>	<i>TE</i>	<i>LE</i>	<i>TE</i>	<i>LE</i>	<i>TE</i>	<i>LE</i>	<i>TE</i>	<i>PS</i>	<i>SS</i>
8	8	6	6	6	6	6	6	11	11
<b>Σύνολο: 74</b>									

Πίνακας 4.8: Μεταβλητές Σχεδιασμού Προβλήματος Βελτιστοποίησης

όπου:  $h$  το μέγιστο πάχος μιας από τις έντεκα κατατομές του πτερυγίου  
 LE η ακμή πρόσπτωσης (Leading Edge)  
 TE η ακμή εκφυγής (Trailing Edge)  
 PS η πλευρά υπερπίεσης (Pressure Side)  
 SS η πλευρά υποπίεσης (Suction Side)

## 4.4 Λογισμικό - Αλγόριθμος Διαδικασίας Βελτιστοποίησης

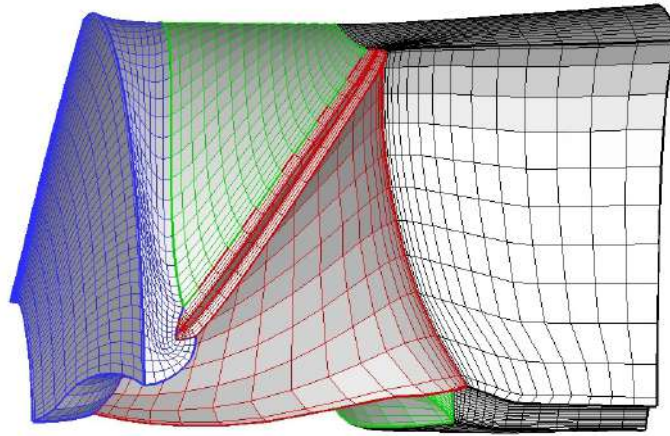
### 4.4.1 Χαρακτηριστικά επιλυόμενης ροής

Η ανάλυση του υδροστροβίλου γίνεται για ασυμπέστο, μη-συνεκτικό ρευστό και οι εξισώσεις ροής που επιλύονται είναι οι τριδιάστατες (3D) Euler. Η ροή επιλύεται για μια βαθμίδα σταθερών πτερυγίων-δρομέα, ενώ δημιουργείται ξεχωριστό πλέγμα για κάθε μονάδα της βαθμίδας.

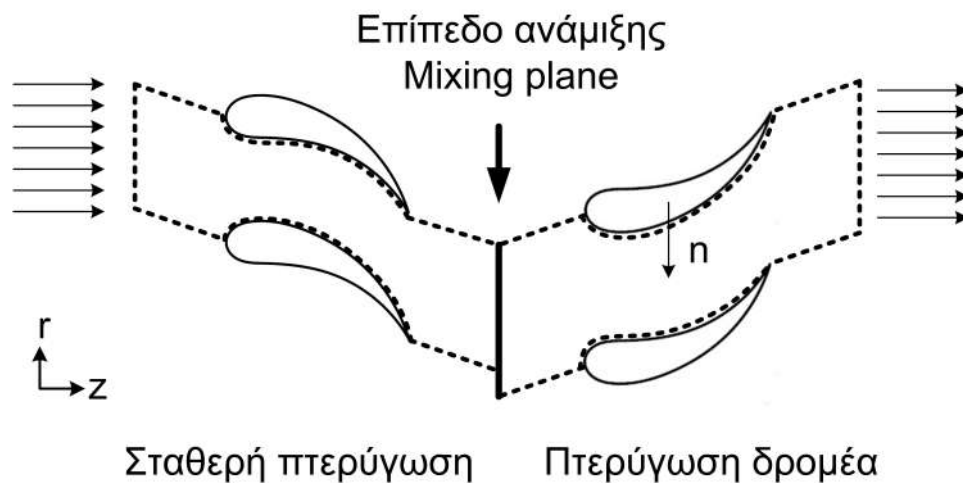
Είναι γνωστό ότι στην Υπολογιστική Ρευστοδυναμική (CFD), η αριθμητική επίλυση της ροής ρευστού γύρω από στερεά σώματα συγκεκριμένης γεωμετρίας, απαιτεί την δημιουργία πλέγματος. Το πλέγμα, είτε είναι δομημένο είτε αδόμητο, πρέπει να είναι πιο πυκνό πάνω στο όριο των στερεών σωμάτων, επειδή εκεί εμφανίζονται μεγαλύτερες διακυμάνσεις των συνθηκών του πεδίου. Αντίστοιχα, όσο μεγαλώνει η απόσταση από το στερεό σύνορο, τόσο αραιώνει το πλέγμα. Τέλος, πάνω στο όριο του στερεού σώματος, συνίσταται να είναι ακόμη πιο πυκνό το πλέγμα όπου αλλάζει η γεωμετρία (σε γωνίες κλπ) και δη έντονα. Αυτό συμβαίνει επειδή σε αυτά τα σημεία οι διακυμάνσεις του πεδίου είναι πολύ πιο έντονες και πρέπει να υπάρχει αρκετά πυκνό πλέγμα ώστε να γίνουν οι υπολογισμοί με καλή ακρίβεια.

Στην παρούσα εφαρμογή, το πεδίο λύνεται ταυτόχρονα για μια βαθμίδα στάτορα-δρομέα, ενώ κάθε στοιχείο έχει ξεχωριστό χωρίο και πλέγμα. Μια εικόνα του πλέγματος του στάτορα και του δρομέα της εφαρμογής δίνεται στο σχήμα 4.13. Στην διεπιφάνεια που ενώνει το χωρίο των οδηγητικών πτερυγίων με αυτό του δρομέα, πρέπει να εξασφαλιστεί η ομαλή και ακριβής μετάδοση της πληροφορίας για τις συνθήκες της ροής. Η μετάδοση αυτή επιτυγχάνεται με την μέθοδο του επιπέδου ανάμιξης (Mixing Plane). Πιο αναλυτικά, η μέθοδος επιπέδου ανάμιξης δρα στο κρίσιμο σημείο που ενώνονται τα δυο χωρία, που είναι έξοδος για το χωρίο του στάτορα και είσοδος για το χωρίο του δρομέα (βλέπε σχήμα 4.14). Τα ροϊκά δεδομένα του κοινού συνόρου υπολογίζονται ως μέσα μεγέθη των δεδομένων στα όρια εξόδου του στάτορα ή εισόδου του δρομέα.

Κάθε χωρίο επιλύεται ως πρόβλημα σταθερών συνθηκών, επομένως απαιτείται ένα ελάχιστο αξονοσυμμετρικό πεδίο ροής, που αποτελείται από δύο συνεχόμενα πτερύγια (ισχύει και για το χωρίο του στάτορα και για αυτό του ρότορα). Το πλάτος του κάθε



Σχήμα 4.13: Εικόνα του πλέγματος επίλυσης των ροϊκών εξισώσεων, για τον δρομέα.



Σχήμα 4.14: Το κοινό σύνορο των χωρίων επίλυσης της ροής για την βαθμίδα σταθερής πτερύγωσης - πτερύγωσης δρομέα, όπου εφαρμόζεται η μέθοδος του επιπέδου ανάμιξης (Mixing Plane).

χωρίου είναι ίσο προς το βήμα της αντίστοιχης πτερύγωσης. Δεδομένου ότι η σταθερή πτερύγωση αποτελείται από περισσότερα πτερύγια και άρα το βήμα της είναι μικρότερο, θα έχει μικρότερου πλάτους χωρίο επίλυσης.

Αφού επιλυθεί κάθε χωρίο ξεχωριστά, γίνεται ο υπολογισμός των μέσων μεγεθών στην διεπιφάνεια, περιφερειακά για όλες τις πτερυγώσεις, έτσι ώστε να υπολογισθούν οι κατανομές πιέσεων και ταχυτήτων για καθένα από τα διαφορετικά χωρία. Οι κατα-

νομές που υπολογίζονται κάθε φορά, ανανεώνουν τις προηγούμενες τιμές (η επίλυση είναι επαναληπτική) των ροϊκών δεδομένων στα σύνορα των δυο χωρίων και γίνεται εκ νέου ο υπολογισμός των μέσων μεγεθών, μέχρις ότου επιτευχθούν ομοιόμορφες συνθήκες ροής στη κοινή διεπιφάνεια. Οι οριακές συνθήκες που χρησιμοποιούνται από τον επιλύτη είναι οι εξής:

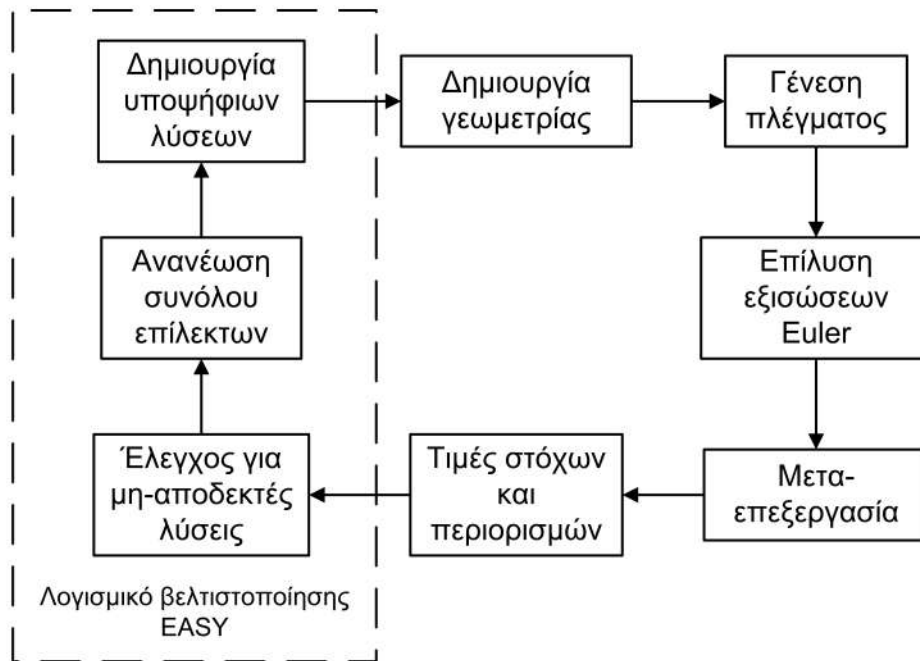
- η διαφορά ολικών πιέσεων  $\Delta p_t = p_{t,out} - p_{t,in}$  ανάμεσα στην έξοδο και είσοδο του δρομέα. Η τιμή του  $\Delta p_t$  προκύπτει από την τιμή της διαθέσιμης υδραυλικής πτώσης του σημείου λειτουργίας του μοντέλου του υδροστροβίλου (βλέπε  $H_{model}$ , πίνακας 4.4) και από μια πίεση αναφοράς.
- η κατεύθυνση της ταχύτητας (γωνία ροής) στη διατομή εισόδου.
- οι στροφές περιστροφής του δρομέα του μοντέλου (βλέπε  $n_{model}$ , πίνακας 4.4).

#### 4.4.2 Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης

Το λογισμικό βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται ονομάζεται EASY. Η πλατφόρμα βελτιστοποίησης EASY είναι εμπορικό πακέτο το οποίο έχει αναπτυχθεί από το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ. Η διαδικασία βελτιστοποίησης που ακολουθείται και η διασύνδεση του λογισμικού βελτιστοποίησης με αυτό της αξιολόγησης φαίνεται στο σχήμα 4.15.

Πιο αναλυτικά, το λογισμικό βελτιστοποίησης δημιουργεί λ στον αριθμό διαφορετικά άτομα-συνδυασμούς των μεταβλητών σχεδιασμού. Αυτό το σύνολο αποτελεί μια γενιά του εξελικτικού αλγορίθμου (βλέπε ενότητα 1.2.1). Για κάθε άτομο δημιουργείται η γεωμετρία του πτερυγίου που αυτό ορίζει, ακολουθεί η γένεση του πλέγματος και η επίλυση της ροής (των εξισώσεων Euler). Στη συνέχεια, γίνεται μια επεξεργασία των αποτελεσμάτων της επίλυσης του χωρίου (Μετα-Επεξεργασία), προκειμένου να υπολογιστούν οι τιμές των στόχων και των περιορισμών του προβλήματος.

Πρώτα επιλύεται η ροή για το σημείο λειτουργίας με το μέγιστο βαθμό απόδοσης (BEP). Αν η παροχή  $Q_{model}$  που προκύπτει διαφέρει περισσότερο από 10% από την επιθυμητή τιμή για το σημείο λειτουργίας (βλέπε πίνακα 4.4), τότε η λύση θεωρείται μη-αποδεκτή (non-feasible), λαμβάνει ποινή (penalty) και δεν συμμετέχει στην επιλογή επίλεκτων λύσεων. Αν, όμως, η παροχή για το BEP είναι εντός ορίων, τότε επιλύεται η ροή και για τα άλλα δύο σημεία λειτουργίας, στα οποία το κριτήριο χαλαρώνει στο 15%



Σχήμα 4.15: Εποπτικό διάγραμμα του απλοποιημένου αλγόριθμου βελτιστοποίησης, όπου φαίνεται η διασύνδεση μεταξύ βελτιστοποίησης, αξιολόγησης και μετα-επεξεργασίας.

απόκλιση από την επιθυμητή παροχή του εκάστοτε σημείου λειτουργίας. Για το σημείο BEP, ο υπολογισμός του περιορισμού γίνεται με τον τύπο 4.15.

$$MassFlow = \frac{|Q_{model}^{solver} - Q_{model}^{BEP}|}{Q_{model}^{BEP}} \leq 10\% \quad (4.15)$$

Ένας δεύτερος περιορισμός για το πρόβλημα, είναι το υπόλοιπο που προέκυψε από την σύγκλιση του επιλύτη. Αν το υπόλοιπο είναι μεγαλύτερο του 0,5 για οποιοδήποτε σημείο λειτουργίας, τότε η υποψήφια λύση είναι επίσης μη-αποδεκτή και λαμβάνει ποινή. Συγκεντρωτικά, οι περιορισμοί του προβλήματος φαίνονται στον πίνακα 4.9.

Ο έλεγχος των περιορισμών του προβλήματος, η ανανέωση του συνόλου των επιλέκτων λύσεων και η δημιουργία νέων υποψήφιων, ανήκουν στις διεργασίες που επιτελεί το λογισμικό βελτιστοποίησης (EASY).



	BEP	Full Load	Part Load
<i>MassFlow</i>	10%	15%	15%
<i>SolverResiduals</i>	0,5	0,5	0,5

Πίνακας 4.9: Οι τιμές των περιορισμών του προβλήματος για τα σημεία λειτουργίας του σχεδιασμού. Οι περιορισμοί είναι της μορφής ανισοσύτητας (π.χ. πρέπει  $Mass\ Flow \leq 10\%$  για το σημείο λειτουργίας BEP).



## Κεφάλαιο 5

# Αποτελέσματα και Σχολιασμός

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης του σχεδιασμού πτερυγίου δρομέα μοντέλου υδροστροβίλου Matrix. Το πρόβλημα επιλύεται με τέσσερις διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης, επιδιώκοντας αφενός μεν την “βαθμονόμησή” τους (δηλαδή την πρόσκτηση εμπειρίας σε ένα ιδιαίτερα απαιτητικό πρόβλημα βελτιστοποίησης) και αφετέρου τη σύγκρισή τους (καθεμιάς στην καλύτερη διαμόρφωσή τους) με κριτήριο την αύξηση της ταχύτητας σύγκλισης του δείκτη υπερόγκου. Το κριτήριο αυτό, επιβάλλεται με γνώμονα την ανάγκη της βιομηχανίας για ελαχιστοποίηση του χρόνου (και άρα του υπολογιστικού κόστους) της βελτιστοποίησης. Για το σκοπό αυτό, ο μονοεπίπεδος - συμβατικός ΕΑ ενισχύεται κατά σειρά με μεταπρότυπο, δυο επίπεδα αξιολόγησης και επιπλέον σε αυτά δυο παραμετροποιήσεις. Τονίζεται ότι στόχος δεν είναι απαραίτητα να βρεθεί το καλύτερο μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων, επειδή είναι δεδομένο ότι όλες οι μέθοδοι καταλήγουν, εντέλει, σε παρόμοιο μέτωπο, μετά από μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων. Το ζητούμενο, λοιπόν, είναι να αναδειχθεί η μέθοδος που δίνει σε μικρό αριθμό αξιολογήσεων, μια καλή προσέγγιση του πραγματικού μετώπου Pareto του προβλήματος.

### 5.1 Μονοεπίπεδη Βελτιστοποίηση

Αρχικά γίνεται μια μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση (Single Level Optimization) με χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων σε παράλληλο περιβάλλον. Αυτή είναι η πιο απλή υλοποίηση της βελτιστοποίησης που έγινε στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Περιγράφονται οι επιλογές των βασικών παραμέτρων του εξελικτικού αλγορίθμου που χρησιμοποιείται, παρουσιάζεται το μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων με χρήση

των διαγραμμάτων επιπέδου και του γραφήματος παράλληλων συντεταγμένων και αξιολογείται η ποιότητα του μετώπου με χρήση των μετρικών υπερόγκου και διασποράς. Αυτή η μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση θα λειτουργήσει ως μέτρο σύγκρισης για τις επόμενες, που θα ενσωματώνουν περισσότερα στοιχεία (π.χ. μεταπρότυπα, περισσότερα επίπεδα ή αριθμό παραμετροποιήσεων).

### 5.1.1 Καθορισμός Βασικών Παραμέτρων της Βελτιστοποίησης

Για αυτήν τη βελτιστοποίηση επιλέγεται η παραμετροποίηση του πτερυγίου όπως αυτή περιγράφηκε στην ενότητα 5.4.2. Χρησιμοποιούνται λοιπόν 74 μεταβλητές σχεδιασμού, που ορίζουν βασικά χαρακτηριστικά της γεωμετρίας του πτερυγίου που σχεδιάζεται.

Τα όρια των μεταβλητών σχεδιασμού κρίνεται σκόπιμο να μην αναφερθούν, καθώς αποτελούν ανοιχτή επιλογή του μηχανικού. Στον προσδιορισμό τους συνεισφέρει η ανάλυση των μεταβλητών σχεδιασμού, η εμπειρία και η διαίσθηση. Ωστόσο, η επιλογή των ορίων ορισμένων μεταβλητών είναι προφανής, όπως για παράδειγμα των μεταβλητών σχεδιασμού που αναφέρονται στην κανονικοποιημένη παράμετρο  $\rho \in [0, 1]$ .

Υπενθυμίζεται ότι περιορισμοί του προβλήματος είναι δύο: η ποσοστιαία απόκλιση της υπολογισμένης παροχής νερού από την επιθυμητή και το υπόλοιπο της σύγκλισης του επιλύτη της ροής (βλέπε πίνακα 4.9). Το τελευταίο πρέπει να είναι μικρότερο από μια μικρή τιμή που ορίζει ο χρήστης και αυτό, όταν επιτυγχάνεται, αποτελεί ένδειξη ότι οι διακριτοποιημένες εξισώσεις ροής έχουν συγκλίνει επαρκώς.

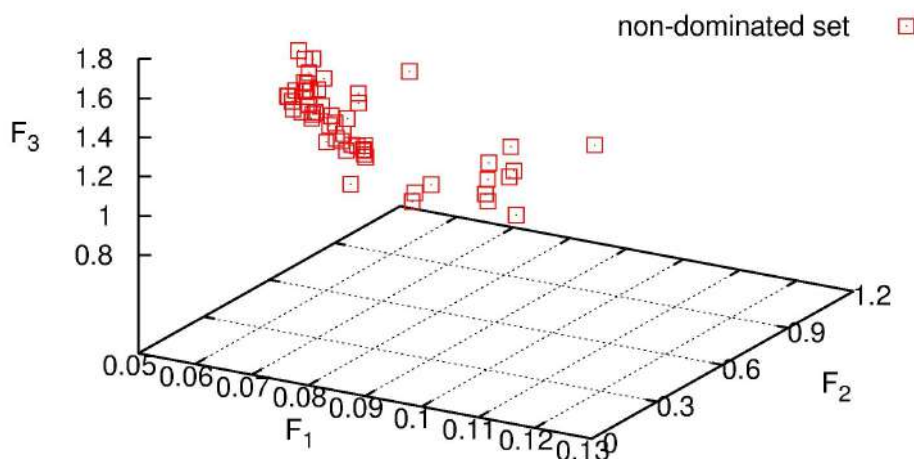
Ο πληθυσμός των απογόνων κάθε γενιάς τίθεται ίσος με  $\lambda = 60$ , ενώ αυτός των γονέων ίσος με  $\mu = 20$  λύσεις. Κάθε απόγονος προκύπτει από διασταύρωση τριών γονέων. Η πιθανότητα επιλογής μέλους των επίλεκτων λύσεων ως γονέα ορίζεται στο 3%, ενώ σε κάθε νέα γενιά, ένα άτομο διαλεγμένο τυχαία από το σετ των επίλεκτων ορίζεται απ'ευθείας ως απόγονος. Η αρχικοποίηση του πληθυσμού του EA γίνεται τυχαία με χρήση της γεννήτριας τυχαίων αριθμών. Είναι προφανές ότι, με την τυχαία αυτή αρχικοποίηση, δεν μπορεί να εξασφαλιστεί ότι ο αρχικός πληθυσμός είναι αποδεκτός. Γενικά, ειδικά στο εξεταζόμενο πρόβλημα, είναι πολύ πιθανό ο αρχικός πληθυσμός να αποτελείται, σε μεγάλο ποσοστό από μη-αποδεκτές λύσεις λόγω των τιθέμενων περιορισμών.

Ως κριτήριο τερματισμού ορίζεται ο μέγιστος αριθμός αξιολογήσεων υποψήφιων λύσεων στις 1500. Άλλο κριτήριο είναι να αποτύχει στην αξιολόγηση μια ολόκληρη γενιά λύσεων (δηλαδή να παραβιάζουν τους περιορισμούς όλα τα άτομά της). Ωστόσο, αυτό θεωρείται ελάχιστα πιθανό, δεδομένου του μεγάλου αριθμού απογόνων κάθε γενιάς.

### 5.1.2 Παρουσίαση Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων

Η μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε για υπολογιστικό κόστος 1500 αξιολογήσεων, οι οποίες αντιστοιχούν σε 24 γενιές λύσεων. Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που προέκυψε από αυτές αποτελείται από 54 σημεία-λύσεις.

Μια εικόνα του μετώπου στον τριδιάστατο χώρο των στόχων δίνεται στο σχήμα 5.1. Το σχήμα αυτό δεν δίνει σημαντική πληροφορία για την επιφάνεια που καταλαμβάνουν οι λύσεις στο χώρο των στόχων. Αυτή η αδυναμία της ευθείας απεικόνισης του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων προβλημάτων βελτιστοποίησης περισσότερων από δυο στόχους, έχει σχολιαστεί στην ενότητα 2.3.



Σχήμα 5.1: Μονοεπίπεδος - συμβατικός ΕΑ: Απεικόνιση του μετώπου των μη-κυριαρχούμενων λύσεων του προβλήματος.

Η πλέον χρήσιμη τεχνική οπτικοποίησης του μετώπου, από την οποία μπορούν να ε-

Ξαχθούν πολλά συμπεράσματα, είναι τα διαγράμματα επιπέδου (βλέπε ενότητα 2.3.3). Με τα διαγράμματα επιπέδου, αντιστοιχείται σε κάθε λύση που ανήκει στο μέτωπο, μια τιμή (ευκλείδεια νόρμα) που δηλώνει την απόσταση της λύσης από ένα ιδεατό σημείο που αποτελείται από τις ελάχιστες τιμές του μετώπου για κάθε έναν από τους τρεις στόχους (βλέπε πίνακα 5.1.2). Αυτές οι τιμές χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό της κανονικοποιημένης ευκλείδειας νόρμας για κάθε σημείο του μετώπου.

	$F_1$	$F_2$	$F_3$
min	0,0563	0,2407	0,9560
max	0,1213	0.9362	1,717

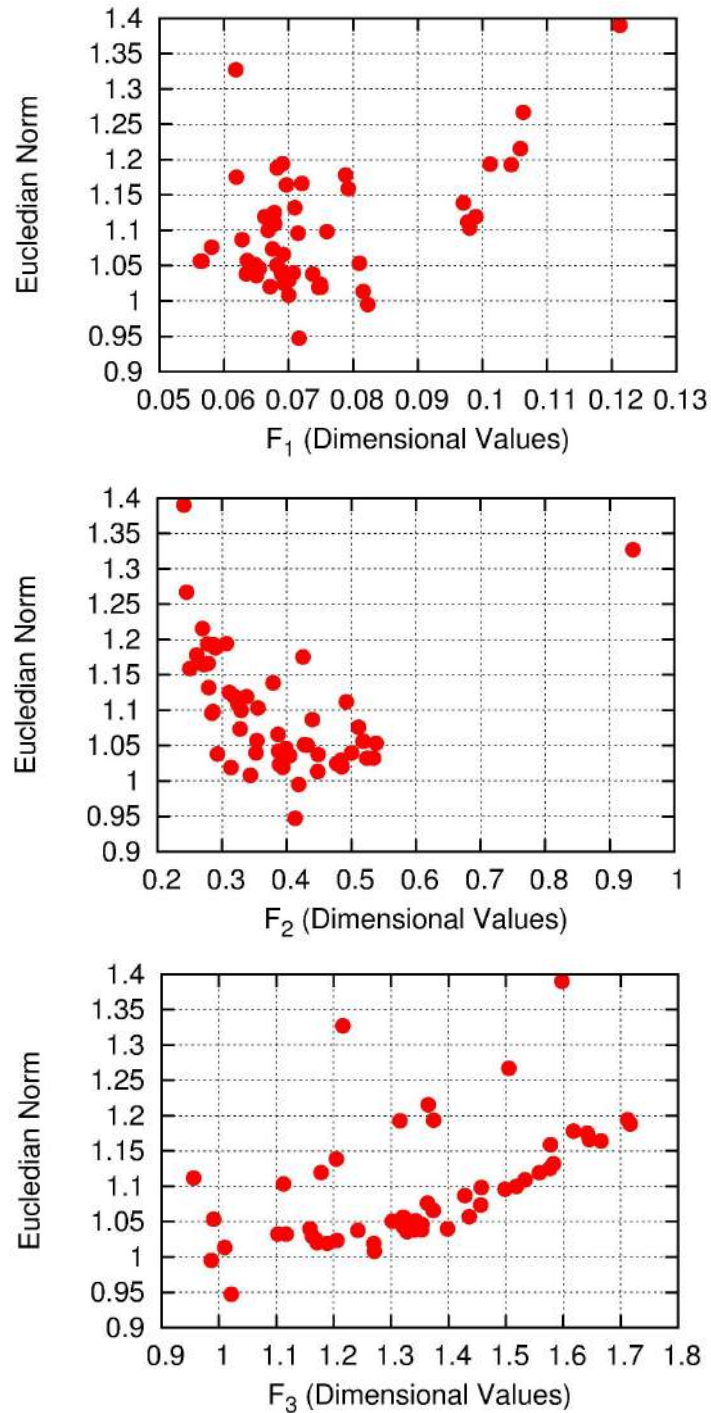
Πίνακας 5.1: Μονοεπίπεδος - συμβατικός ΕΑ: Ελάχιστη και μέγιστη τιμή κάθε στόχου, που παρατηρήθηκε στο σύνολο μη-κυριαρχούμενων λύσεων του προβλήματος.

Στο σχήμα 5.2 φαίνονται τα διαγράμματα επιπέδου του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μονοεπίπεδης βελτιστοποίησης. Κάθε στόχος απεικονίζεται ξεχωριστά σε ένα διάγραμμα με τις πραγματικές τιμές του στον ένα άξονα και την ευκλείδεια νόρμα στον άλλο. Η συνδυαστική ανάγνωση των τριών διαγραμμάτων μέσω του κοινού επιπέδου (νόρμας) μπορεί να βοηθήσει στην διαμόρφωση της εικόνας του μετώπου.

Από τα διαγράμματα επιπέδου του σχήματος 5.2 μπορούμε να κάνουμε ορισμένες παρατηρήσεις :

- Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αποκτήθηκε έχει πολλές λύσεις στο χαμηλό επίπεδο (για  $norm \leq 1.05$ ), που σημαίνει ότι υπάρχουν πολλές λύσεις στην περιοχή του καλύτερου συμβιβασμού και των τριών στόχων.
- Παρατηρείται ότι το εύρος της ευκλείδειας νόρμας είναι  $[0.9, 1.4]$ . Με δεδομένο ότι το θεωρητικό άνω όριο της ευκλείδειας νόρμας είναι  $\sqrt{3} \simeq 1.7$ , η νόρμα των λύσεων του μετώπου κυμαίνεται σε σχετικά υψηλό επίπεδο. Αυτό σημαίνει ότι οι λύσεις απέχουν πολύ από το ιδεατό σημείο του μετώπου. Υπενθυμίζεται ότι ιδεατό σημείο ορίζεται αυτό που έχει συντεταγμένες τις ελάχιστες για κάθε στόχο τιμές που εμφανίζονται στο μέτωπο.
- Η λύση με τον “καλύτερο” συμβιβασμό όλων των στόχων (middle point), δηλαδή αυτή που βρίσκεται πιο κοντά στο ιδεατό σημείο, είναι στο επίπεδο 0.95. Οι τιμές

των στόχων για αυτήν τη λύση, αλλά και τρεις ακόμα χαρακτηριστικές λύσεις (με την καλύτερη επίδοση ξεχωριστά σε κάθε στόχο), φαίνονται στον πίνακα 5.2.

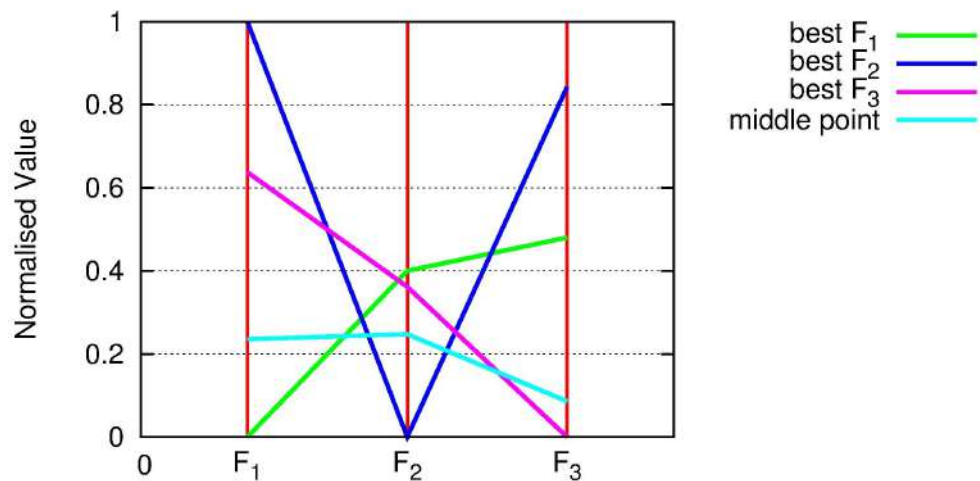


Σχήμα 5.2: Μονοεπίπεδος - συμβατικός ΕΑ: Διαγράμματα επιπέδου για το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων του προβλήματος.



	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$norm$
middle point	0,0716	0.4130	1,021	0,95
min( $F_1$ ) point	0,0563	0.5189	1,322	1,06
min( $F_2$ ) point	0,1213	0.2407	1,598	1,40
min( $F_3$ ) point	0,0977	0.4920	0,9560	1,11

Πίνακας 5.2: Μονοεπίπεδος - συμβατικός ΕΑ: Οι τιμές των στόχων για τέσσερα χαρακτηριστικά σημεία του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Έχουν επιλεγεί τα σημεία με την καλύτερη συμπεριφορά ως προς κάθε στόχο ξεχωριστά και το σημείο middle point που βρίσκεται πιο κοντά στο ιδεατό.



Σχήμα 5.3: Μονοεπίπεδος - συμβατικός ΕΑ: Απεικόνιση, σε διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων, τεσσάρων χαρακτηριστικών λύσεων του μετώπου μη-κυριαρχούμενων. Απεικονίζονται οι τρεις λύσεις με την καλύτερη απόδοση σε κάθε στόχο και μια λύση στη που συμβιβάζει κατά τον καλύτερο τρόπο όλους τους στόχους, σύμφωνα με την ευκλείδεια νόρμα.

Οι χαρακτηριστικές λύσεις του πίνακα 5.2 αποτυπώνονται σε ένα διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων (σχήμα 5.3), προκειμένου να φανεί πιο καθαρά η θέση τους στο χώρο των στόχων (βλέπε σχήμα 5.3). Στο διάγραμμα, οι τρεις άξονες που αντιστοιχούν στους στόχους έχουν κανονικοποιηθεί (εύρος =  $[0, 1]$ ) χρησιμοποιώντας τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές των στόχων στο μέτωπο, από τον πίνακα . Περισσότερες πληροφορίες για το διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων υπάρχουν στην ενότητα 2.3.2.

Παρατηρείται από το διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων ότι υπάρχει “αρνητική σχέση” μεταξύ των στόχων  $F_1$  και  $F_2$ , αφού η λύση με την καλύτερη επίδοση ως προς τη φόρτιση ( $F_2$ ) έχει ταυτόχρονα και την χειρότερη επίδοση στο μέτωπο για την κατανομή της ταχύτητας στην έξοδο ( $F_1$ ). Επιβεβαιώνεται από την τάση των τεσσάρων τεθλασμένων γραμμών (που αντιπροσωπεύουν χαρακτηριστικές λύσεις του μετώπου) ότι οι στόχοι της βελτιστοποίησης είναι αλληλοσυγκρουόμενοι, όπως αναφέρθηκε στην ανάλυση του προβλήματος. Τέλος, η λύση middle point είναι πράγματι μια λύση με πολύ καλή επίδοση σε όλους τους στόχους, όπως αναμενόταν από τα διαγράμματα επιπέδου (σχήμα 5.2).

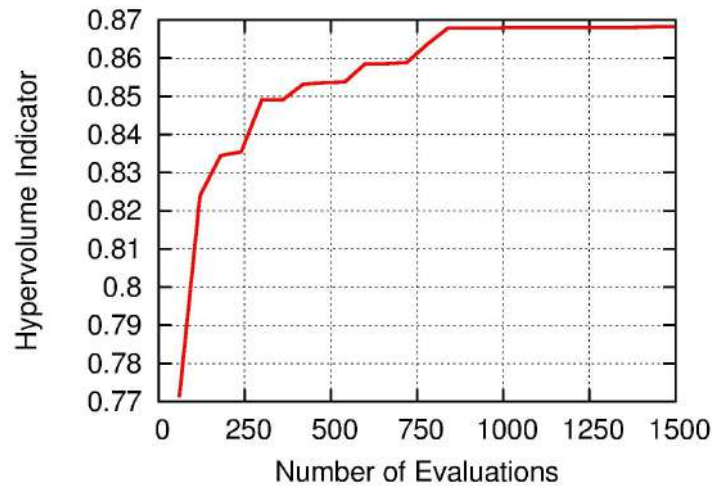
### 5.1.3 Αξιολόγηση του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων με μετρικές

Στη συνέχεια χρησιμοποιούνται δυο δείκτες μέτρησης της ποιότητας του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Συγκεκριμένα, μετράται η επίδοση του μετώπου ως προς το χώρο που καταλαμβάνει και ως προς την ομοιομορφία της διασποράς των λύσεων πάνω στο μέτωπο. Υπενθυμίζεται ότι το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που προέκυψε, αποτελείται από 54 σημεία.

Πρώτα υπολογίζεται ο δείκτης υπερόγκου του μετώπου. Ο δείκτης αυτός μετρά τον όγκο του χώρου των στόχων που κυριαρχείται από το μέτωπο, μέχρι ένα σημείο αναφοράς στο χώρο, που δίνεται από το χρήστη (βλέπε ενότητα 2.2.2). Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δείκτη, τόσο πιο κοντά στην ιδανική λύση (μηδενισμός των στόχων) είναι το μέτωπο. Το σημείο αναφοράς εδώ, δίνεται σε μεγάλη απόσταση από το μέτωπο και χρησιμοποιείται το ίδιο στον υπολογισμό του δείκτη υπερόγκου σε όλες τις διαφορετικές τεχνικές της βελτιστοποίησης στις επόμενες ενότητες.

Η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου ως προς τον αριθμό αξιολογήσεων πραγματοποιήθηκαν, δίνεται στο σχήμα 5.4. Η μορφή της καμπύλης είναι αναμενόμενη, δηλαδή υπάρχει απότομη βελτίωση του συνόλου των μη-κυριαρχούμενων λύσεων στις πρώτες γενιές, ενώ στη συνέχεια επέρχεται μικρή βελτίωση σε ένα μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων.

Το διάγραμμα εξέλιξης του δείκτη υπερόγκου μπορεί να αποτελέσει “οδηγό” για μια



Σχήμα 5.4: Μονοεπίπεδος - συμβατικός ΕΑ: Εξέλιξη της τιμής του δείκτη υπερόγκου συναρτήσει του αριθμού των αξιολογήσεων.

βιομηχανία που επιθυμεί να έχει ένα καλό σύνολο λύσεων σε πολύ μικρό χρόνο (που μεταφράζεται σε αριθμό αξιολογήσεων). Το ανταγωνιστικό περιβάλλον μιας βιομηχανίας δρα πιεστικά προς την κατεύθυνση αποφυγής όλων των περιττών χρονοβόρων διαδικασιών. Με βάση αυτό το διάγραμμα, λοιπόν, μπορεί ο μηχανικός της βιομηχανίας να δει ότι αρκούν περίπου 600 αξιολογήσεις για να συγκλίνει το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε αρκετά καλό βαθμό και να εφαρμόσει αυτό το μειωμένο κριτήριο τερματισμού της βελτιστοποίησης στο μέλλον. Η εμπειρία όμως για την βελτίωση της αποτελεσματικότητας των διαδικασιών έπεται της χρονοβόρας έρευνας στο αρχικό στάδιο.

Στη συνέχεια, μετράται η ομοιομορφία της κατανομής των σημείων του μετώπου με τον δείκτη *Efficient Set Spacing*. Υπενθυμίζεται ότι όσο μικρότερη είναι η τιμή του δείκτη τόσο ιδανικότερη είναι η διασπορά των μελών του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων στο χώρο των στόχων, δηλαδή τόσο πιο ισοκατανεμημένα είναι τα σημεία που αποτελούν το μέτωπο. Στη σχέση 5.1 δίνεται η επίδοση του συγκεκριμένου μετώπου στον δείκτη ESS. Η ποιότητα της διασποράς μέσω της τιμής του  $ESS_{s,l}$  δεν μπορεί να αξιολογηθεί από μόνη της, παρά μόνο σε σύγκριση με την τιμή ενός άλλου μετώπου ανταγωνιστικής διαδικασίας βελτιστοποίησης. Επομένως, τα συμπεράσματα για τη διασπορά του υπολογισθέντος μετώπου θα φανούν στις επόμενες ενότητες όπου θα συγκρίνονται δύο μέτωπα.

$$ESS_{s.l.} = 0,0692 \quad (5.1)$$

#### 5.1.4 Αξιολογήσεις επιπέδων ατόμων

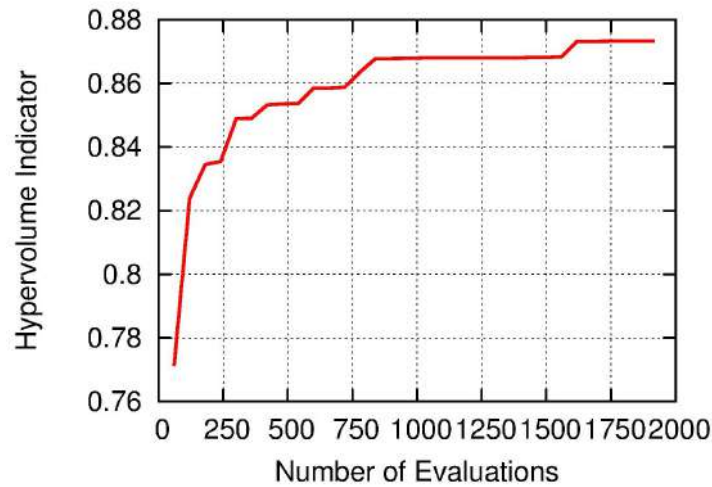
Όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα, στη φάση της ανάπτυξης μια νέας διαδικασίας, είναι σκόπιμο να ερευνώνται σε μεγαλύτερο βάθος τα αποτελέσματα, παρά το υπολογιστικό τους κόστος. Σε αυτό το πλαίσιο, συνεχίστηκε η παραπάνω εξελικτική διαδικασία πλέον των 1500 αξιολογήσεων, έως τις 2000.

Ο σκοπός εδώ είναι να φανεί η εξέλιξη του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων, μετά την περίοδο που αυτή ήταν ραγδαία. Με αυτόν τον τρόπο λαμβάνεται καλύτερη εικόνα και για πού βρίσκεται το πραγματικό μέτωπο Pareto το οποίο προσεγγίζει η διαδικασία βελτιστοποίησης.

Για την εποπτεία της εξέλιξης του μετώπου στις επιπέδων αξιολογήσεις επιλέγουμε τον δείκτη υπερόγκου, που είναι άλλωστε η πιο αξιόπιστη διαθέσιμη μετρική. Στο σχήμα 5.5, φαίνεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου σε 2000 αξιολογήσεις. Πράγματι, υπάρχει μια βελτίωση του μετώπου, η οποία όμως είναι αρκετά μικρή, επιβεβαιώνοντας την υπόθεση ότι δεν είναι αποτελεσματικό για μια βιομηχανία να ξεπεράσει τις 1500 αξιολογήσεις στις αναλύσεις της, για αυτό το πρόβλημα.

Τέλος, δίνεται μια καλύτερη προσέγγιση του πραγματικού μετώπου Pareto του προβλήματος. Συγκρίνουμε το μέτωπο που είχε προκύψει για 1500 αξιολογήσεις με το νέο μέτωπο για 2000 αξιολογήσεις. Ήδη ο δείκτης υπερόγκου προδιαθέτει ότι το νέο μέτωπο είναι καλύτερο, δηλαδή κυριαρχεί σε μεγαλύτερο όγκο στο χώρο των στόχων. Η σύγκριση γίνεται με αντιπαραβολή των διαγραμμάτων επιπέδου των δυο μετώπων (σχήμα 5.6). Πρέπει να τονιστεί ότι για να έχει νόημα η σύγκριση, η κανονικοποίηση των τιμών των στόχων για τον υπολογισμό της ευκλείδειας νόρμας γίνεται με βάση τις μέγιστες τιμές των στόχων που εμφανίζονται συνολικά στα δυο μέτωπα (βλέπε πίνακα 5.3).

Από το σχήμα 5.6 επιβεβαιώνεται ότι το μέτωπο που προέκυψε μετά από 2000 αξιολογήσεις (το οποίο αποτελείται από 57 σημεία) είναι καλύτερο αυτού για 1500 (που έχει 54 σημεία). Από τα διαγράμματα κοινού επιπέδου, φαίνεται ότι οι λύσεις του νέου μετώπου επεκτείνονται σε πιο μικρές τιμές της νόρμας, έως 0.75, ενώ το προγενέστερο

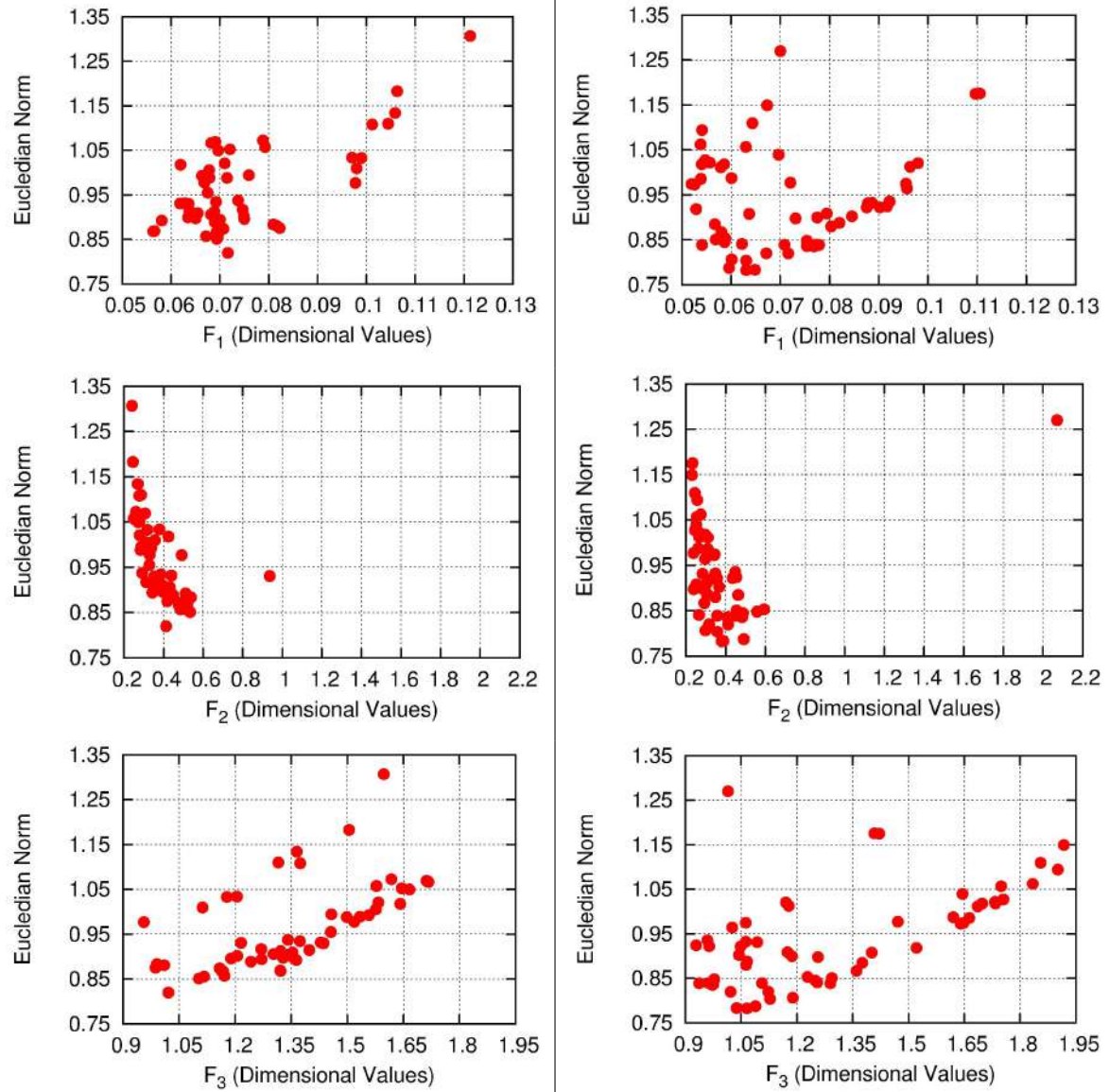


Σχήμα 5.5: Μονοεπίπεδος - συμβατικός ΕΑ: Εξέλιξη της τιμής του δείκτη υπερόγκου για αυξημένο αριθμό αξιολογήσεων (πλέον των 1500).

	1500 αξιολογήσεις			2000 αξιολογήσεις			Ολικές τιμές		
	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_1$	$F_2$	$F_3$
min	0,0563	0,2407	0,9560	0,0519	0,2303	0,9290	0,0519	0,2303	0,9290
max	0,1213	0,9362	1,717	0,1105	2,070	1,918	0,1213	2,070	1,918

Πίνακας 5.3: Μονοεπίπεδος - συμβατικός ΕΑ: Ελάχιστη και μέγιστη τιμή κάθε στόχου, που παρατηρήθηκαν στα δύο σύνολα μη-κυριαρχούμενων λύσεων του προβλήματος. Το αρχικό μέτωπο αποκτήθηκε με 1500 αξιολογήσεις, ενώ το νέο μέτωπο από 2000 αξιολογήσεις. Στην τρίτη στήλη βρίσκονται οι μέγιστες και ελάχιστες τιμές των στόχων και για τα δύο μέτωπα.

μέτωπο φτάνει περίπου μέχρι το επίπεδο 0.85. Ακόμα, είναι εμφανές ότι για το νέο μέτωπο, οι λύσεις που βρίσκονται πιο κοντά στο ιδεατό σημείο (αυτές στο χαμηλότερο επίπεδο), αντιστοιχούν σε χαμηλότερες τιμές σε όλους τους στόχους.



Σχήμα 5.6: Μονοεπίπεδος - συμβατικός ΕΑ: Σύγκριση των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων για 1500 αξιολογήσεις (αριστερά) και 2000 αξιολογήσεις (δεξιά).

## 5.2 Μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση υποβοηθούμενη από μεταπρότυπα

Στην ενότητα αυτή υλοποιείται η μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση με υποβοήθηση από μεταπρότυπα (Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης). Το θέμα της διπλωματικής εργασίας αφορά κυρίως στα πολυεπίπεδα σχήματα, επομένως, δε δίνεται μεγάλο βάρος στην εφαρμογή των μεταπροτύπων.

### 5.2.1 Καθορισμός Βασικών Παραμέτρων της Βελτιστοποίησης

Όλες οι παράμετροι που αφορούν τον ΕΑ αυτής της βελτιστοποίησης είναι ακριβώς ίδιες με αυτές της μονοεπίπεδης επίλυσης (βλέπε ενότητα 5.1.1). Η μόνη διαφορά είναι ότι στην παρούσα προσέγγιση επίλυσης του προβλήματος, χρησιμοποιούνται μεταπρότυπα προκειμένου να μειωθεί ο αριθμός αξιολογήσεων που απαιτείται ανα γενιά. Διευκρινίζεται ότι ο τελικός αριθμός των 1500 αξιολογήσεων, αφορά ακριβείς αξιολογήσεις από το κανονικό λογισμικό αξιολόγησης. Το μεταπρότυπο, μειώνοντας τον αριθμό ακριβών αξιολογήσεων ανά γενιά, επιτρέπει την εξέλιξη του πληθυσμού των λύσεων για περισσότερες γενιές.

Το μεταπρότυπο που εφαρμόζεται είναι τα Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης, τροποποιημένα ώστε να αντιλαμβάνονται την ευαισθησία της απόκρισης ως προς τις μεταβλητές εισόδου του (RBFN with Importance Factors, βλέπε ενότητα ). Η μέθοδος αλληλεπίδρασης του μεταπροτύπου με το λογισμικό αξιολόγησης, είναι η Προσεγγιστική Προ-Αξιολόγηση (ΠΠΑ, βλέπε ενότητα 1.3.2).

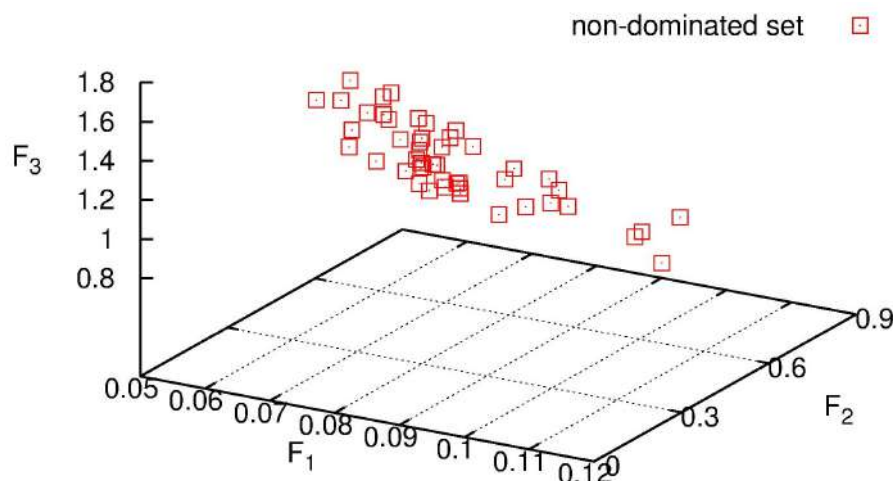
Σημαντική παράμετρος για το μεταπρότυπο, είναι αυτή που ορίζει τον πληθυσμό των λύσεων που απαιτείται για την εκπαίδευσή του, πριν τεθεί σε λειτουργία. Εφαρμόζεται ένα διπλό κριτήριο: να έχουν αξιολογηθεί 120 λύσεις και τουλάχιστον 120 λύσεις να μην παραβιάζουν τους περιορισμούς του προβλήματος. Προφανώς το πρώτο κριτήριο είναι ασθενέστερο.

Εφόσον έχουν τεθεί σε ισχύ, τα μεταπρότυπα προσεγγίζουν την επίδοση του πληθυσμού λύσεων μιας γενιάς και στη συνέχεια αξιολογούνται μόνο 4 έως 8 από τις καλύτε-

ρες λύσεις με το “κανονικό” (ακριβό και ακριβές) λογισμικό αξιολόγησης. Λύσεις που παραβιάζουν τους περιορισμούς δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιηθούν στην εκπαίδευση των δικτύων. Αν και οι 8 λύσεις που προκρίνει το μεταπρότυπο προς αξιολόγηση αποτύχουν, τότε συνεχίζεται η ακριβής αξιολόγηση των υποψήφιων λύσεων της γενιάς, μέχρι να βρεθεί τουλάχιστον μια αποδεκτή λύση.

### 5.2.2 Παρουσίαση Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων

Το μέτωπο της παρούσας βελτιστοποίησης με μεταπρότυπο, που αποτελείται από 48 σημεία, απεικονίζεται στο σχήμα 5.7. Για να δοθεί καλύτερη εικόνα του μετώπου, σε σύγκριση και με αυτό της απλής μονοεπίπεδης βελτιστοποίησης, παρουσιάζονται τα δυο μέτωπα σε αντιπαραβολή, με διαγράμματα επιπέδου, στο σχήμα 5.8. Ο υπολογισμός της ευκλείδειας νόρμας στα διαγράμματα αυτά, έγινε με χρήση καθολικών μέγιστων και ελάχιστων τιμών των στόχων στα δυο μέτωπα (βλέπε πίνακα 5.4).



Σχήμα 5.7: Μονοεπίπεδος ΕΑ υποβοηθούμενος με μεταπρότυπα: Γεωμετρική απεικόνιση του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων του προβλήματος.

Από τη σύγκριση των μετώπων (σχήμα 5.8), μπορούν να γίνουν οι εξής παρατηρήσεις :

- Τα δύο μέτωπα βρίσκονται πολύ κοντά το ένα στο άλλο. Εκτείνονται περίπου στο ίδιο εύρος τιμών της νόρμας, που σημαίνει ότι βρίσκονται περίπου πάνω στην

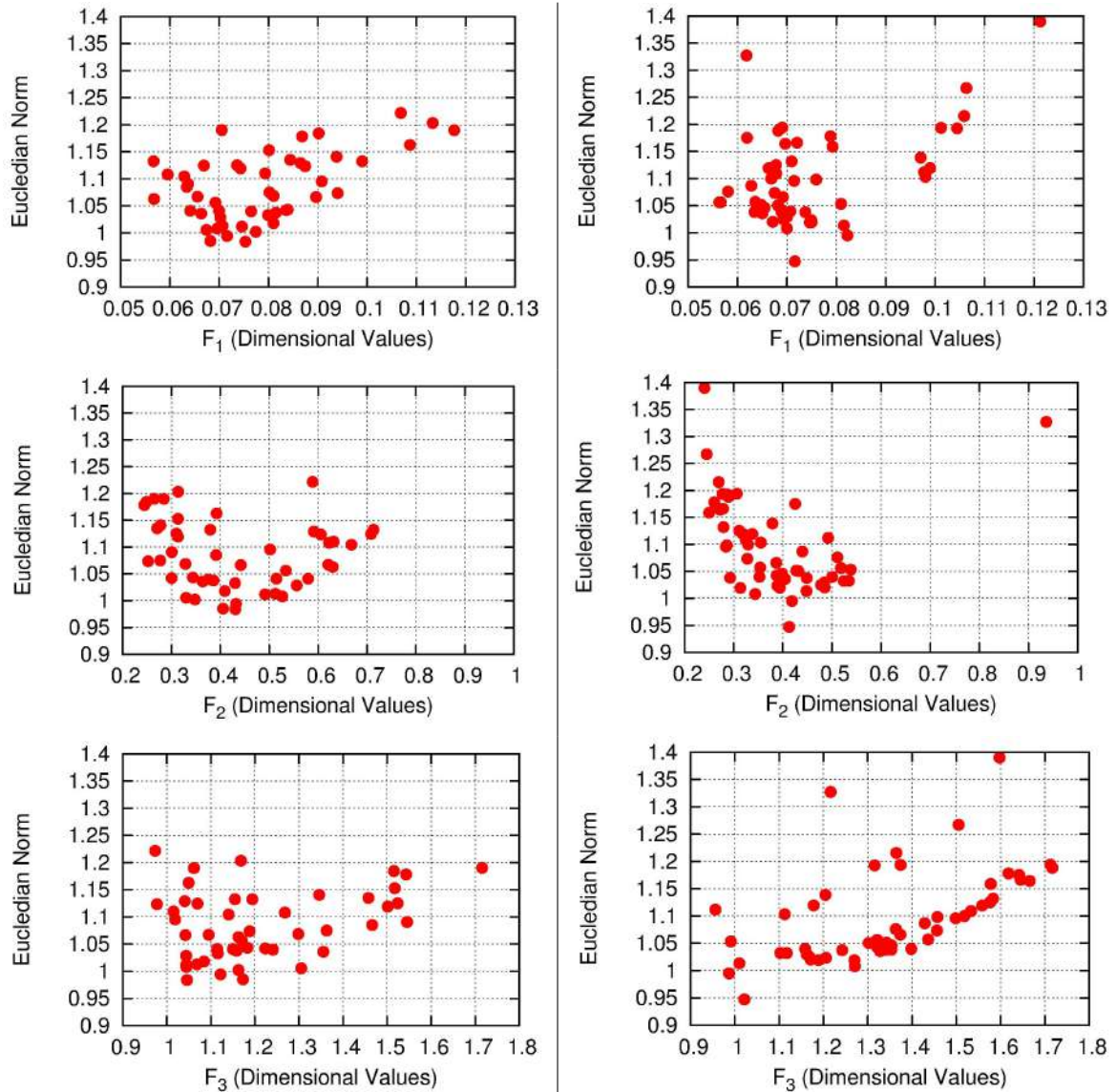


	$F_1$	$F_2$	$F_3$
min	0,0567	0,2443	0,9732
max	0,1177	0,7133	1,716

Πίνακας 5.4: Μονοεπίπεδος ΕΑ υποβοηθούμενος με μεταπρότυπα: Ελάχιστη και μέγιστη τιμή κάθε στόχου, που παρατηρήθηκε στο σύνολο μη-κυριαρχούμενων λύσεων του προβλήματος.

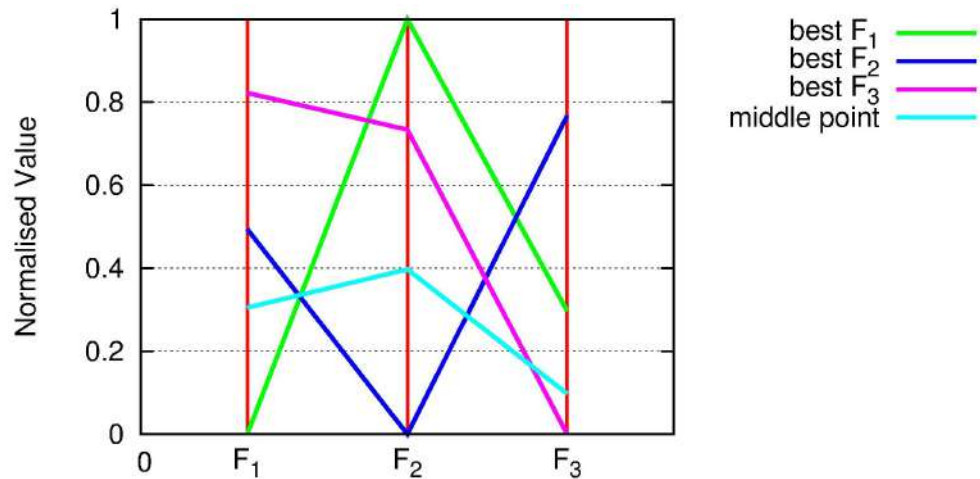
ίδια επιφάνεια στο χώρο των στόχων.

- Το εύρος της νόρμας στο οποίο εκτείνονται τα δυο μέτωπα (από 0,95 έως 1,4) κρίνεται υψηλό, με δεδομένο το άνω όριο της ευκλείδειας νόρμας με τιμή 1,7. Αυτό δηλώνει ότι αμφότερα τα μέτωπα απέχουν σημαντικά από το ιδεατό σημείο, δηλαδή δεν επιτυγχάνουν καλό συμβιβασμό και των τριών στόχων.



Σχήμα 5.8: Σύγκριση των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων για τη βελτιστοποίηση με υποβοήθηση από μεταπρότυπο (αριστερά) και την μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση (δεξιά).

Ακολουθεί μια παρουσίαση τεσσάρων χαρακτηριστικών λύσεων του μετώπου, σε διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων (σχήμα 5.9). Οι λύσεις που επιλέγονται, είναι και πάλι οι τρεις καλύτερες ως προς κάθε στόχο ξεχωριστά και η λύση με την χαμηλότερη τιμή της ευκλείδειας νόρμας, δηλαδή αυτή που συμβιβάζει καλύτερα και τους τρεις στόχους. Η αδιαστατοποίηση των τιμών των στόχων, στο διάγραμμα, έγινε χρησιμοποιώντας τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές κάθε στόχου στο παρόν μέτωπο (πίνακας 5.4). Η παρατήρηση που έγινε για τη μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση, ισχύει και για το παρόν μέτωπο: οι στόχοι είναι έντονα αντικουρόμενοι, αφού φαίνεται ότι οι καλύτερες λύσεις του μετώπου για κάθε στόχο μεμονωμένα, δεν έχουν καλή απόδοση στους υπόλοιπους.



Σχήμα 5.9: Μονοεπίπεδος ΕΑ υποβοηθούμενος με μεταπρότυπα: Απεικόνιση, σε διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων, τεσσάρων χαρακτηριστικών λύσεων του μετώπου μη-κυριαρχούμενων. Απεικονίζονται οι τρεις λύσεις με την καλύτερη απόδοση σε κάθε στόχο και μια λύση που συμβιβάζει κατά τον καλύτερο τρόπο όλους τους στόχους, σύμφωνα με την ευκλείδεια νόρμα.

### 5.2.3 Σύγκριση με Μονοεπίπεδη - Συμβατική Βελτιστοποίηση

Σε πρώτη φάση, συγκρίνονται τα δυο μέτωπα με βάση τη μετρική διασποράς των λύσεών τους. Η τιμή της μετρικής ESS για το μέτωπο της βελτιστοποίησης με μεταπρότυπο είναι 0,0384. Η σύγκριση με την επίδοση του μετώπου για μονοεπίπεδο - συμβατικό ΕΑ

(τύπος 5.1), φαίνεται στην ανίσωση 5.2. Υπενθυμίζεται ότι μικρή τιμή του δείκτη ESS δηλώνει ομοιομορφία στην διασπορά τους, ενώ μηδενική τιμή δηλώνει απόλυτη ισοκατανομή τους στην επιφάνεια του μετώπου. Από την σύγκριση φαίνεται ότι οι λύσεις της βελτιστοποίησης με μεταπρότυπο, είναι πολύ πιο ισοκατανεμημένες στο μέτωπο, από αυτές που απαρτίζουν το μέτωπο της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης.

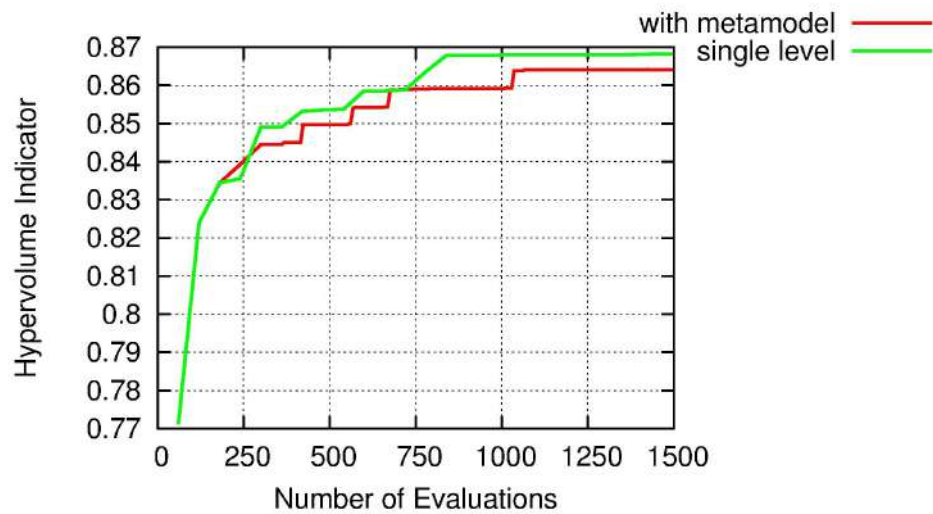
$$ESS_{IPE} = 0,0384 < 0,0692 = ESS_{s.l.} \quad (5.2)$$

Η χρήση της μετρικής ESS πρέπει να συνοδεύεται με πληροφορία για τον αριθμό των σημείων που απαρτίζουν κάθε μέτωπο, για λόγους που αναλύονται στην ενότητα 2.2.3. Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που υπολογίζει ο μονοεπίπεδος EA με μεταπρότυπα αποτελείται από 48 σημεία, ενώ αυτό της συμβατικής μονοεπίπεδης από 54 σημεία. Σημειώνεται ότι, στατιστικά, περισσότερα σημεία στο μέτωπο τείνουν να αυξήσουν την τιμή του δείκτη ESS, αλλά εδώ ο αριθμός των σημείων είναι παρόμοιος, οπότε δε συντρέχει λόγος να αμφισβητηθεί το συμπέρασμα για υπεροχή του νέου μετώπου στη διασπορά των λύσεων.

Στη συνέχεια, συγκρίνονται τα δυο μέτωπα με βάση τον δείκτη υπερόγκου. Με αυτήν τη σύγκριση διευκρινίζεται ποια μέθοδος συγκλίνει γρηγορότερα, αφού τα μέτωπα που προέκυψαν είναι, όπως φάνηκε στην προηγούμενη ενότητα, παρόμοια. Στο σχήμα 5.10, δίνεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου της βελτιστοποίησης με EA υποβοηθούμενο από μεταπρότυπα, σε αντιπαραβολή με αυτή της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης.

Οι δυο μέθοδοι δίνουν πανομοιότυπη καμύλη, μέχρι τη στιγμή που ενεργοποιήθηκε η ΠΠΑ. Στο τέλος, πράγματι οι δυο μέθοδοι κατέληξαν στην ίδια περίπου τιμή του δείκτη, κάτι που δικαιολογεί τη συνάφεια των μετώπων. Ωστόσο, η μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση, διατηρεί ένα μικρό προβάδισμα ως προς την ταχύτητα σύγκλισης στο μέτωπο.

Το σχήμα 5.10 αποδεικνύει ότι η εφαρμογή μεθόδων βελτίωσης της απόδοσης του EA, εν προκειμένω μεταπρωτύπων, απαιτεί εμπειρία και καλή ρύθμιση των παραμέτρων του μεταπρωτύπου πάνω στο εκάστοτε πρόβλημα[45]. Η παρούσα διπλωματική εργασία εστιάζει κυρίως στα πολυεπίπεδα σχήματα βελτιστοποίησης, οπότε, η βελτίωση της απόδοσης του EA με υποβοήθηση μεταπρωτύπων ξεφεύγει από αυτό το πλαίσιο και αναφέρεται ως ερέθισμα για μελλοντική έρευνα.



Σχήμα 5.10: Εξέλιξη της τιμής του δείκτη υπερόγκου για μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση, με και χωρίς υποστήριξη από μεταπρότυπο.

### 5.3 Βελτιστοποίηση με Διεπίπεδη Αξιολόγηση

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης, χρησιμοποιώντας την τεχνική της πολυεπίπεδης αξιολόγησης. Στην μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση, προστίθεται ένα ακόμη επίπεδο με μειωμένο υπολογιστικό κόστος ανά αξιολόγηση. Δείχνεται η απόκλιση των αποτελεσμάτων για αξιολογήσεις ίδιων λύσεων στα διαφορετικά επίπεδα, αποδεικνύοντας ότι μόνο λύσεις που έχουν αξιολογηθεί στο υψηλό επίπεδο, με το ακριβές, αλλά ακριβό, λογισμικό αξιολόγησης πρέπει να απαρτίζουν το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Τα αποτελέσματα της μεθόδου συγκρίνονται με αυτά της μονοεπίπεδης βελτιστοποίησης, με χρήση διαγραμμάτων επιπέδου και των δεικτών υπερόγκου και ESS.

#### 5.3.1 Καθορισμός Βασικών Παραμέτρων της Βελτιστοποίησης

Οι παράμετροι του ΕΑ καθορίζονται εδώ για τα δυο επίπεδα: το υψηλό και το χαμηλό. Σε αμφότερα τα επίπεδα, οι παράμετροι του ΕΑ που χρησιμοποιείται είναι ίδιες όπως στη μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση (βλέπε ενότητα 5.1.1), εκτός από τους πληθυσμούς κάθε επιπέδου.

Ο πληθυσμός απογόνων στο υψηλό επίπεδο ορίζεται  $\lambda_{high} = 40$  άτομα (αντί για 60 άτομα της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης), ενώ ο πληθυσμός των γονέων  $\mu_{high} = 15$  άτομα. Για καλύτερη σύγκριση των δυο μεθόδων βελτιστοποίησης, επιθυμείται το συνολικό υπολογιστικό κόστος μιας γενιάς να είναι παρόμοιο. Επιλέγεται ο πληθυσμός απογόνων του χαμηλού επιπέδου ( $\lambda_{low}$ ) έτσι ώστε ο αριθμός ισοδύναμων αξιολογήσεων ανά γενιά να είναι 60 άτομα, όσα και αποτελούν τη γενιά της μονοεπίπεδης βελτιστοποίησης. Όπως θα δειχθεί παρακάτω, το υπολογιστικό κόστος αξιολόγησης στο χαμηλό επίπεδο είναι περίπου 1/3 του κόστους στο υψηλό επίπεδο. Άρα, όπως φαίνεται από την εξίσωση 5.3, η γενιά του χαμηλού επιπέδου ορίζεται να έχει  $\lambda_{low} = 60$  απογόνους και  $\mu_{low} = 20$  γονείς.

$$1 * 40 + \frac{1}{3} \lambda_{low} = 60 \Rightarrow \lambda_{low} = 60 \quad (5.3)$$

Η διαφορά των δυο επιπέδων, εκτός των χαρακτηριστικών πληθυσμών, έγκειται κυρίως στο λογισμικό αξιολόγησης. Το χαμηλό επίπεδο ενσωματώνει δυο διαφορές που αφορούν στην γεννήτρια πλέγματος και το κριτήριο σύγκλισης του επιλύτη. Οι δυο

αλλαγές έχουν ως αποτέλεσμα να μειωθεί το υπολογιστικό κόστος αξιολόγησης μιας λύσης στο 1/3 του κανονικού (του υψηλού επιπέδου).

Η γεννήτρια πλέγματος (grid generator) που χρησιμοποιείται στο επίπεδο αυτό, δημιουργεί πιο αραιό πλέγμα επίλυσης της ροής, επιταχύνοντας τη λύση της ροής, με αντίποδα όμως τη μειωμένη ακρίβεια των υπολογισμών. Η άλλη αλλαγή στο λογισμικό αξιολόγησης, το “χαλαρωμένο” κριτήριο σύγκλισης, αφορά στον τερματισμό των επαναληπτικών πράξεων επίλυσης της ροής. Όταν το υπόλοιπο των υπολογισμών είναι μικρότερο από ένα όριο σύγκλισης, τότε θεωρείται ότι η επίλυση της ροής έχει επιτευχθεί. Στο χαμηλό επίπεδο έχει αυξηθεί το όριο σύγκλισης του επιλύτη, μειώνοντας το χρόνο αξιολόγησης μιας λύσης, ταυτόχρονα όμως μειώνοντας και την αξιοπιστία της.

Αναφέρθηκε παραπάνω ο όρος *ισοδύναμες αξιολογήσεις*. Με αυτόν τον όρο δηλώνεται το σταθμισμένο άθροισμα των αξιολογήσεων των δυο επιπέδων. Με το σχετικό υπολογιστικό κόστος των δυο επιπέδων να είναι 1/3, ο αριθμός ισοδύναμων αξιολογήσεων σε αυτή τη βελτιστοποίηση δίνεται από τον τύπο 5.4.

$$\text{equivalent evals} = 1 * \text{evals}_{high} + \frac{1}{3} \text{evals}_{low} \quad (5.4)$$

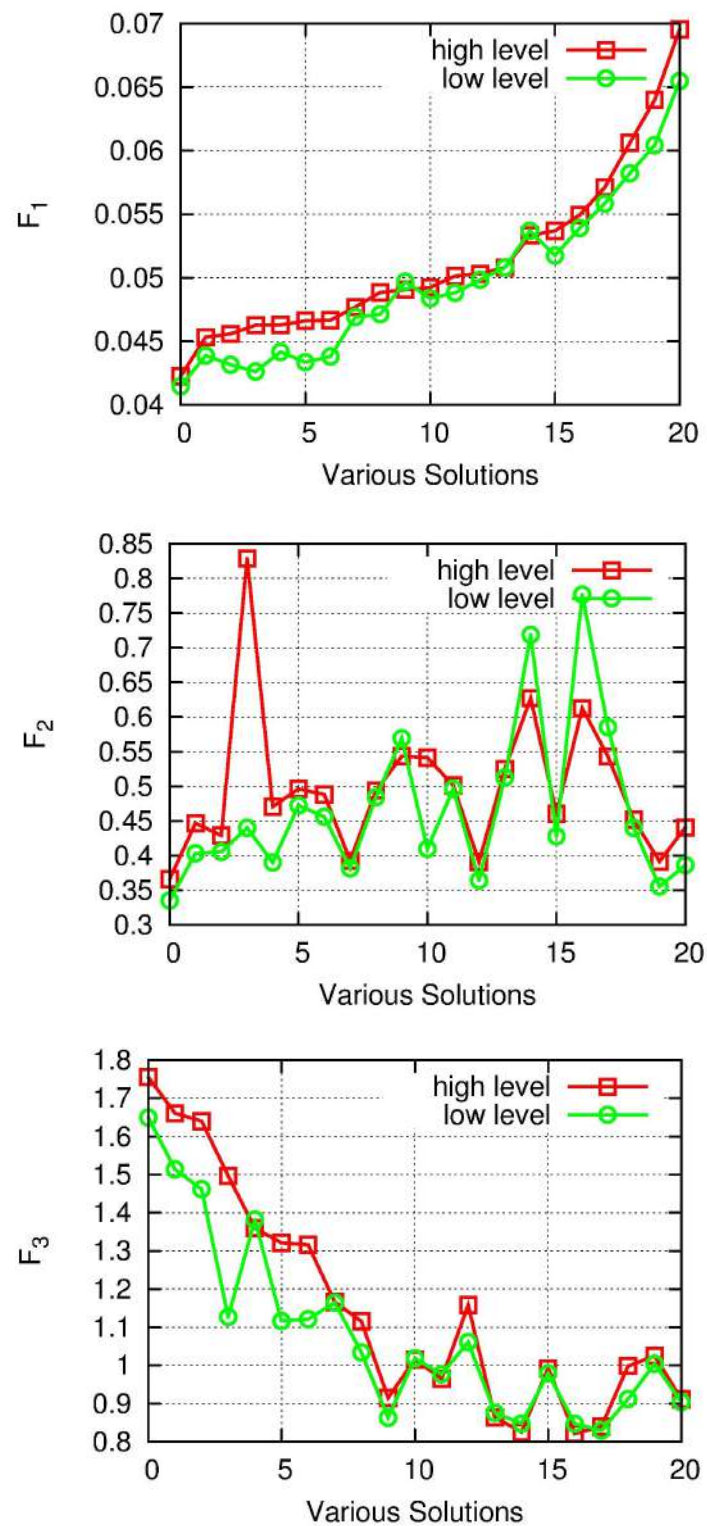
Η αρχικοποίηση του χαμηλού επιπέδου γίνεται με τυχαίες τιμές που παράγει μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών, ενώ η αρχικοποίηση του υψηλού επιπέδου γίνεται από επίλεκτες λύσεις του χαμηλού επιπέδου, αφού αυτό εξελεχθεί για τέσσερις γενιές.

### 5.3.2 Σύγκριση του Λογισμικού Αξιολόγησης των Δυο Επιπέδων

Η αξιολόγηση μιας λύσης στο χαμηλό επίπεδο, έχει επιταχυνθεί σημαντικά με τις δυο αλλαγές που έγιναν, με μειονέκτημα όμως, όπως αναφέρθηκε, τη μειωμένη ακρίβεια των υπολογισμών και, άρα, αναξιοπιστία της τιμής των στόχων. Για αυτό το λόγο άλλωστε, οι λύσεις που αξιολογούνται σε αυτό το επίπεδο απέχουν των τελεστών ανανέωσης του συνόλου των επίλεκτων λύσεων, ώστε το χαμηλό επίπεδο να χρησιμοποιείται αποκλειστικά για τροφοδοσία του πιο αξιόπιστου, αλλά και υπολογιστικά απαιτητικού, υψηλού επιπέδου. Γίνεται δηλαδή εκμετάλλευση του χαμηλού υπολογιστικού του κόστους για την ταχεία εξερεύνηση του χώρου σχεδιασμού.

Προκειμένου να φανεί η διαφορά της αξιοπιστίας ανάμεσα στα δυο επίπεδα, αξιολογήθηκε το ίδιο σύνολο 21 λύσεων με τα λογισμικά των δυο επιπέδων. Η επίδοση των λύσεων στους τρεις στόχους, διαφέρει ανάλογα με το επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.11. Συγκεκριμένα, φαίνεται ότι το λογισμικό του χαμηλού επιπέδου δίνει στις ίδιες λύσεις μικρότερες τιμές στους στόχους, από αυτό του υψηλού επιπέδου. Υπενθυμίζεται ότι το πρόβλημα βελτιστοποίησης που μελετάται έχει διαμορφωθεί ως πρόβλημα ελαχιστοποίησης, επομένως μικρότερες τιμές σημαίνει καλύτερη επίδοση. Αυτό συμφωνεί με τη γενική διαπίστωση στην διεπίπεδη αξιολόγηση, ότι το χαμηλό επίπεδο διαφέρει στις τιμές των στόχων από το υψηλό (εν προκειμένω “υπερεκτιμά” την επίδοση των λύσεων που εξετάζει).

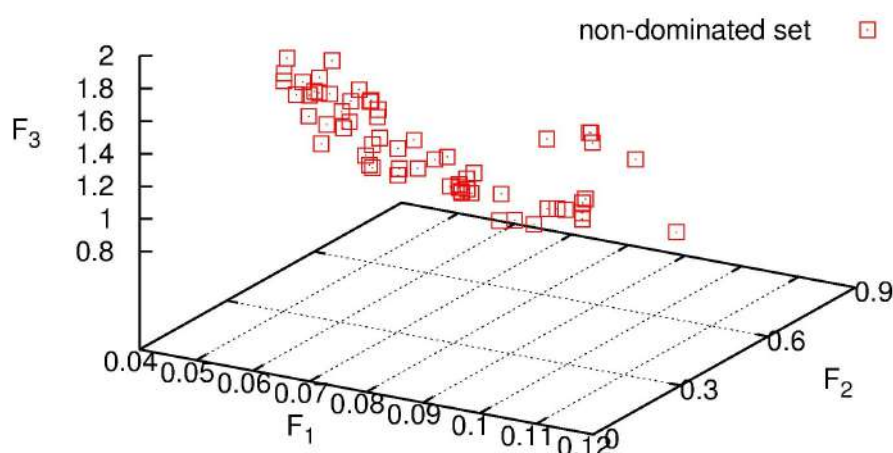




Σχήμα 5.11: Διεπίπεδη αξιολόγηση: Σύγκριση της επίδοσης στους στόχους, ενός συνόλου 21 λύσεων.

### 5.3.3 Παρουσίαση Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων

Στο σχήμα 5.12 φαίνεται η απλή γεωμετρική απεικόνιση του μετώπου στον τριδιάστατο χώρο των στόχων. Το μέτωπο έχει προκύψει για 1500 ισοδύναμες αξιολογήσεις λύσεων, οι οποίες επιμερίζονται στα δυο επίπεδα όπως φαίνεται στον πίνακα 5.5 και αποτελείται από 61 σημεία.



Σχήμα 5.12: Διεπίπεδη αξιολόγηση: Γεωμετρική απεικόνιση του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων του προβλήματος.

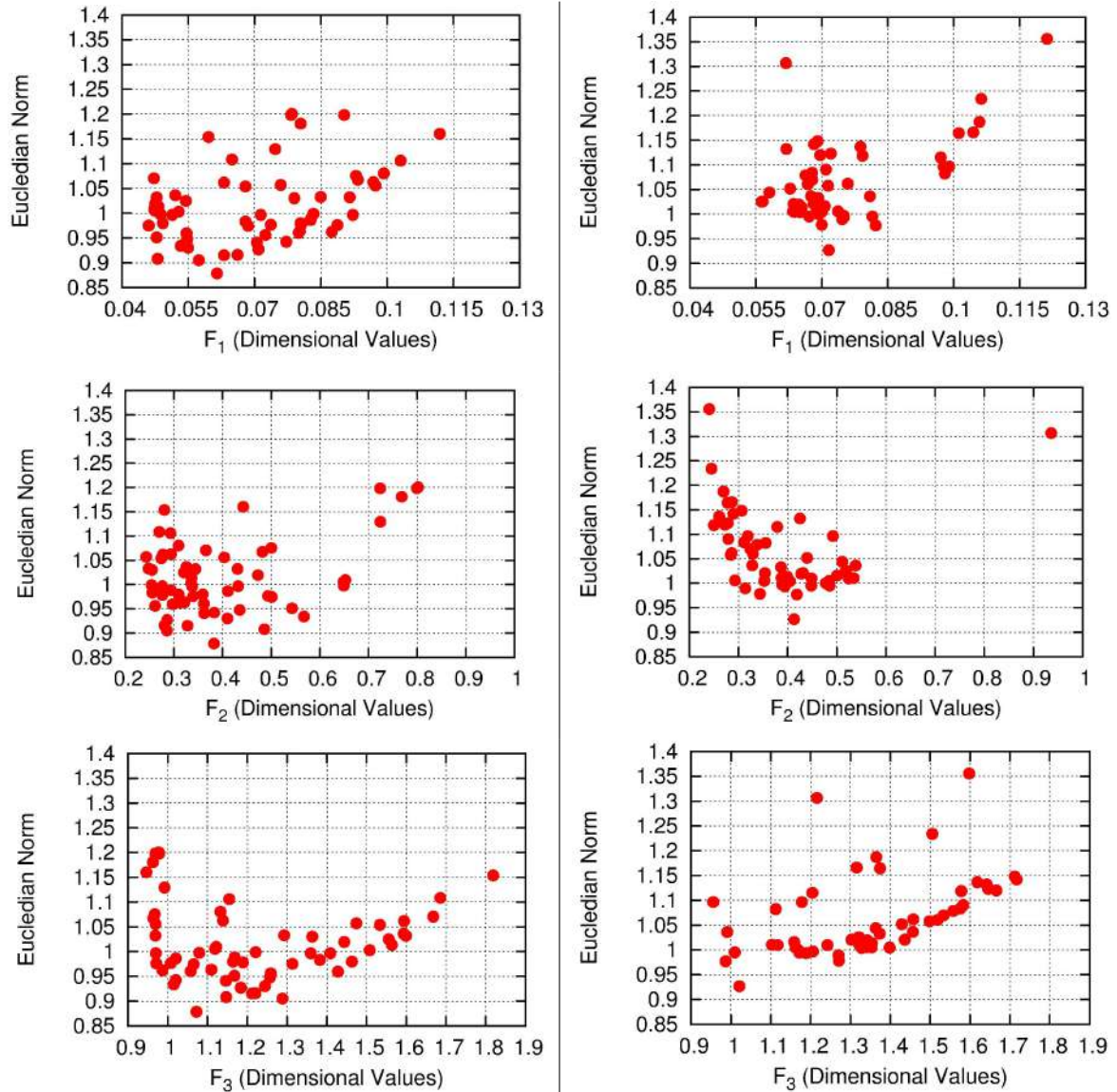
	Υψηλό Επίπεδο	Χαμηλό Επίπεδο
αξιολογήσεις	533	2901
σχετικό κόστος	1	0,3
Σύνολο:	1500	

Πίνακας 5.5: Διεπίπεδη αξιολόγηση: Αριθμός αξιολογήσεων υποψήφιων λύσεων από τα δυο επίπεδα της βελτιστοποίησης.

Τα - πιο χρήσιμα στην ανάλυση - διαγράμματα επιπέδου για το μέτωπο αυτό, δίνονται στο σχήμα 5.13, όπου συγκρίνονται με αυτά του μετώπου της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης. Ο υπολογισμός της ευκλείδειας νόρμας έγινε με χρήση των μέγιστων και ελάχιστων τιμών για κάθε στόχο, που εμφανίζονται καθολικά στα δυο μέτωπα. Από την σύγκριση αυτή μπορούν να γίνουν οι εξής παρατηρήσεις :

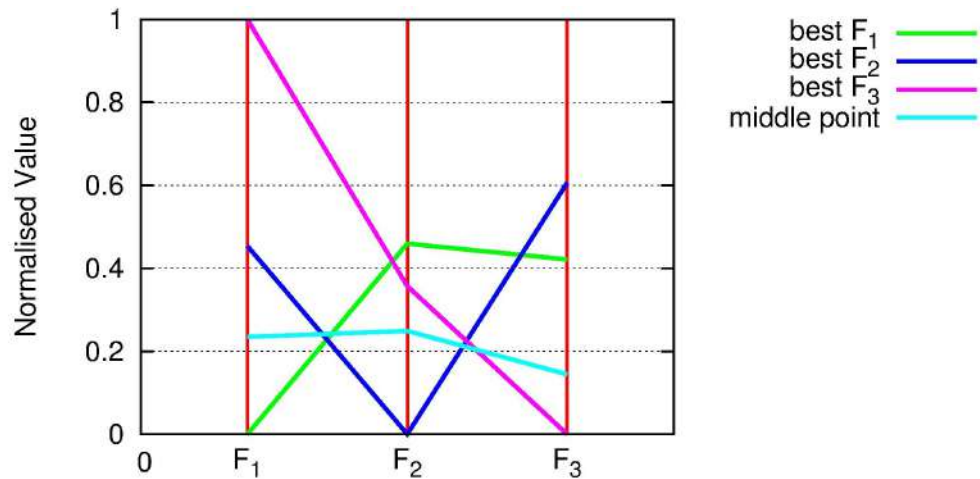
- Οι λύσεις του μετώπου βελτιστοποίησης με διεπίπεδη αξιολόγηση, βρίσκονται πιο χαμηλά στον άξονα της ευκλείδειας νόρμας. Αυτό σημαίνει ότι το μέτωπο αυτό έχει λύσεις που προσεγγίζουν καλύτερα το ιδεατό σημείο του μετώπου. Το ιδεατό σημείο αναφέρεται στο σημείο με τις ελάχιστες τιμές των στόχων που εμφανίζονται στα δυο μέτωπα. Πρακτικά, το νέο μέτωπο συμβιβάζει καλύτερα τους τρεις στόχους από αυτό της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης, για τον ίδιο αριθμό αξιολογήσεων.
- Μια δεύτερη παρατήρηση έχει να κάνει με τη θέση των μετώπων, όσον αφορά τον οριζόντιο άξονα των στόχων. Το νέο μέτωπο είναι συγκεντρωμένο κοντά στις χαμηλότερες τιμές των τριών στόχων, που σημαίνει ότι έχει περισσότερες λύσεις με καλή επίδοση στους στόχους, απ'ότι το έταιρο μέτωπο.
- Την ίδια στιγμή όμως, φαίνεται ότι το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων για την μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση, έχει περισσότερες λύσεις με υψηλές τιμές σε κάθε στόχο ξεχωριστά. Αυτό σημαίνει ότι παρουσιάζει μεγαλύτερη διασπορά των λύσεών του στο χώρο των στόχων ενώ το διάγραμμα για ΕΑ με υποβοήθηση από μεταπρότυπα είναι πιο συγκεντρωμένο.

Από τα παραπάνω, καθίσταται σαφές ότι στον ίδιο αριθμό αξιολογήσεων, η διεπίπεδη αξιολόγηση προσφέρει καλύτερο σύνολο βέλτιστων λύσεων από τη μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση.



Σχήμα 5.13: Σύγκριση των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων για τη βελτιστοποίηση με διεπίπεδη αξιολόγηση (αριστερά) και τη μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση (δεξιά).

Στη συνέχεια, παρουσιάζει ενδιαφέρον να δειχθεί η επίδοση ορισμένων χαρακτηριστικών λύσεων, χρησιμοποιώντας το διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων (σχήμα 5.14). Συγκεκριμένα, δείχνεται πώς συμπεριφέρεται μια πολύ καλή λύση όσον αφορά ένα στόχο, στους υπόλοιπους δυο. Στο διάγραμμα δίνεται και η λύση με τη μικρότερη απόσταση από το ιδεατό σημείο συμβιβασμού όλων των στόχων. Ξεχωρίζει η λύση με την ελάχιστη στο μέτωπο τιμή για τον τρίτο στόχο (*best F<sub>3</sub>*), που παρουσιάζει ταυτόχρονα την χειρότερη επίδοση στον πρώτο στόχο. Εκτός αυτής, όμως, οι τρεις υπόλοιπες λύσεις έχουν πολύ καλή επίδοση στους τρεις στόχους, ενισχύοντας την καλή εικόνα του μετώπου από την ανάλυση των διαγραμμάτων παράλληλων συντεταγμένων.



Σχήμα 5.14: Διεπίπεδη αξιολόγηση: Απεικόνιση, σε διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων, τεσσάρων χαρακτηριστικών λύσεων του μετώπου μη-κυριαρχούμενων. Απεικονίζονται οι τρεις λύσεις με την καλύτερη απόδοση σε κάθε στόχο και μια λύση που συμβιβάζει κατά τον καλύτερο τρόπο όλους τους στόχους, σύμφωνα με την ευκλείδεια νόρμα.

#### 5.3.4 Σύγκριση με Μονοεπίπεδη - Συμβατική Βελτιστοποίηση

Συγκρίνονται τα μέτωπα που προέκυψαν με τις δυο διαφορετικές μεθόδους, με κριτήριο τις μετρικές ESS και δείκτη υπερόγκου. Η πρώτη σύγκριση θα δώσει μια εικόνα για την κατανομή των λύσεων στο μέτωπό τους ενώ η δεύτερη σύγκριση θα δείξει αν έχει

επιτευχθεί επιτάχυνση της σύγκλισης της βελτιστοποίησης.

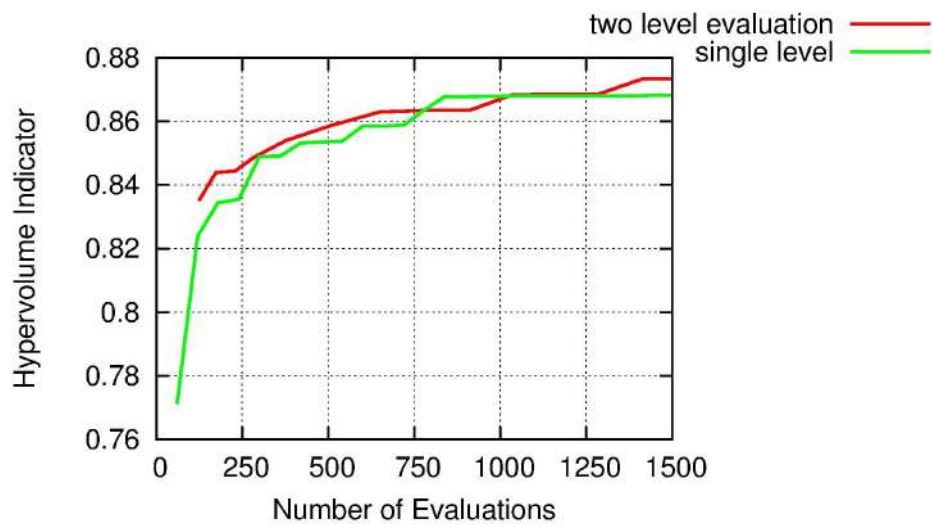
Η μετρική διασποράς των λύσεων για το νέο μέτωπο, προκύπτει  $ESS_{m.eval.} = 0,0308$ . Αυτή η τιμή συγκρίνεται με την επίδοση του μετώπου της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης (τύπος 5.1). Η λύση με τη χαμηλότερη τιμή του δείκτη είναι αυτή με την ιδανικότερη κατανομή των σημείων στο μέτωπό τους. Όπως φαίνεται στην ανίσωση 5.7, οι λύσεις του νέου μετώπου είναι καλύτερα κατανεμημένες. Η παραπάνω διαπίστωση έγινε και αναλύοντας τα διαγράμματα επιπέδου για τις δυο βελτιστοποιήσεις (σχήμα 5.13).

$$ESS_{m.eval.} = 0,0308 < 0,0692 = ESS_{s.l.} \quad (5.5)$$

Η χρήση της μετρικής ESS πρέπει να συνοδεύεται με πληροφορία για τον αριθμό των σημείων που απαρτίζουν κάθε μέτωπο, για λόγους που αναλύονται στην ενότητα 2.2.3. Το μέτωπο της βελτιστοποίησης με διεπίπεδη αξιολόγηση αποτελείται από 61 σημεία, ενώ αυτό της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης από 54 σημεία. Με δεδομένο ότι, στατιστικά, περισσότερα σημεία στο μέτωπο τείνουν να αυξήσουν την τιμή του δείκτη ESS, ενισχύεται ακόμη περισσότερο το συμπέρασμα για υπεροχή του νέου μετώπου στη διασπορά των λύσεων.

Ακολουθεί η σημαντικότερη σύγκριση, αυτή του δείκτη υπερόγκου συναρτήσεως του αριθμού των αξιολογήσεων. Από το σχήμα 5.15 φαίνεται ότι η διεπίπεδη προσέγγιση έχει επιταχύνει ελαφρά την σύγκλιση της βελτιστοποίησης και καταλήγει σε καλύτερο μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων για 1500 αξιολογήσεις.

Παρατηρείται ακόμη ότι η πρώτη τιμή του δείκτη υπερόγκου της προσέγγισης με διεπίπεδη αξιολόγηση εμφανίζεται σε μεγαλύτερο αριθμό αξιολογήσεων από την ανταγωνιστική μέθοδο, παρά το μικρότερο αριθμό λύσεων του υψηλού επιπέδου ανά γενιά. Αυτό οφείλεται στην αρχικοποίηση του υψηλού επιπέδου από τις βέλτιστες λύσεις της τέταρτης γενιάς του χαμηλού. Αυτή η αρχικοποίηση είναι που δίνει σε αυτή τη βελτιστοποίηση ένα “προβάδισμα” στη σύγκλιση προς το ιδεατό μέτωπο, έναντι της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης. Πρόκειται για απόδειξη της χρησιμότητας του χαμηλού επιπέδου ως εργαλείο ταχείας εξερεύνησης του χώρου των μεταβλητών, για καθοδήγηση του υψηλού επιπέδου σε πιο υποσχόμενες λύσεις.



Σχήμα 5.15: Εξέλιξη της τιμής του δείκτη υπερόγκου για βελτιστοποίηση διεπίπεδης αξιολόγησης και μονοεπίπεδης - συμβατικής.

## 5.4 Βελτιστοποίηση με Διεπίπεδη Αξιολόγηση και Παραμετροποίηση

Τελευταία προσέγγιση του προβλήματος είναι μια ακόμα πολυεπίπεδη βελτιστοποίηση. Σε αυτή, γίνεται συνδυασμός των τεχνικών διεπίπεδης αξιολόγησης και διεπίπεδης παραμετροποίησης. Επιχειρείται να απλοποιηθεί το πρόβλημα που επιλύει το χαμηλό επίπεδο, περισσότερο από την προηγούμενη βελτιστοποίηση, με κατάλληλη μείωση των μεταβλητών σχεδιασμού. Τέλος, συγκρίνονται τα αποτελέσματα με αυτά της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης και με αυτά της διεπίπεδης αξιολόγησης.

### 5.4.1 Καθορισμός Βασικών Παραμέτρων της Βελτιστοποίησης

Στην τελευταία αυτή διεπίπεδη βελτιστοποίηση, έχουμε δύο επίπεδα:

- Το υψηλό επίπεδο χρησιμοποιεί το ακριβές λογισμικό αξιολόγησης των υποψήφιων λύσεων και την παραμετροποίηση που περιγράφηκε στην ενότητα 5.4.2 (74 μεταβλητών σχεδιασμού). Είναι αυτό το επίπεδο που επιτρέπεται να τροφοδοτεί το σύνολο των επιλέκτων λύσεων με νέες υποψήφιες.

Διαφέρει από τη μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση μόνο ως προς τους πληθυσμούς της γενιάς απογόνων και γονέων. Συγκεκριμένα, η γενιά ορίζεται να έχει  $\lambda = 30$  απογόνους - υποψήφιες λύσεις και  $\mu = 20$  γονείς (σε αντίθεση με τη γενιά των 60 απογόνων της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης).

- Το χαμηλό επίπεδο, από την άλλη, χρησιμοποιεί μόνο το “χαλαρωμένο” κριτήριο σύγκλισης του επιλύτη που αναφέρθηκε στην ενότητα: 5.3.1. Σε αυτό το σημείο διαφέρει από το χαμηλό επίπεδο της προηγούμενης διεπίπεδης αξιολόγησης, το οποίο είχε επιπλέον διαφορετική γεννήτρια πλέγματος από το υψηλό επίπεδο. Έτσι, ενώ στην διεπίπεδη αξιολόγηση ο χρόνος αξιολόγησης στο χαμηλό επίπεδο έπεφτε στο 0,3 του κανονικού, στην τελευταία αυτή βελτιστοποίηση ο λόγος έχει αυξηθεί στο 0,5. Αυτή είναι η τιμή του σχετικού κόστους των δυο επιπέδων.



Το κριτήριο για τον τερματισμό της βελτιστοποίησης είναι οι 1500 ισοδύναμες αξιολογήσεις από τον συνδυασμό των δυο επιπέδων. Αυτό σημαίνει ότι το υψηλό επίπεδο θα έχει πραγματοποιήσει λιγότερες αξιολογήσεις από ότι στην μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση. Ο αριθμός ισοδύναμων αξιολογήσεων υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{equivalent evals} = 1 * \text{evals}_{high} + 0.5 * \text{evals}_{low} \quad (5.6)$$

Οι χαρακτηριστικοί πληθυσμοί της γενιά του χαμηλού επιπέδου έχουν επιλεγεί λαμβάνοντας υπόψη τον πληθυσμό του υψηλού επιπέδου και του σχετικού κόστους των δυο επιπέδων, ώστε να υπάρχει αντιστοιχία με το μέγεθος της γενιάς της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης (60 άτομα). Προκύπτει λοιπόν  $30 + 0,5 * \lambda = 60 \Rightarrow \lambda = 60$  απόγονοι για το χαμηλό επίπεδο. Ο πληθυσμός του συνόλου των γονέων ορίζεται στα  $\mu = 25$  άτομα.

Η συχνότητα επικοινωνίας μεταξύ των δυο επιπέδων ακολουθεί τη σύσταση που γίνεται για διεπίπεδη αξιολόγηση[3]. Αυτή ορίζει το χαμηλό επίπεδο να αφήνεται περισσότερες γενιές να εξελιχθεί εξερευνώντας το χώρο μεταβλητών πριν μεταναστεύσει τις επίλεκτες λύσεις του στο ανώτερο επίπεδο και το υψηλό επίπεδο να μεταναστεύει λύσεις του πιο συχνά προς το χαμηλό, καθοδηγώντας το. Έτσι, επιλέγεται να μεταναστεύουν 3 επίλεκτες λύσεις από το υψηλό επίπεδο προς το χαμηλό στο τέλος κάθε γενιάς, ενώ 7 λύσεις μεταναστεύουν από το χαμηλό στο υψηλό με συχνότητα ανά δυο γενιές.

Η αρχικοποίηση του χαμηλού επιπέδου γίνεται με τυχαίες τιμές, από μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Στη συνέχεια, αφού εξελιχθεί το χαμηλό επίπεδο για τέσσερις γενιές, χρησιμοποιούνται οι επίλεκτες λύσεις του χαμηλού επιπέδου, ως πρώτη γενιά του υψηλού.

### 5.4.2 Μεταβλητές Σχεδιασμού του Χαμηλού Επιπέδου

Για πρώτη φορά στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιείται διαφορετική παραμετροποίηση από αυτή που περιγράφηκε στην ενότητα . Η αλλαγή αφορά στις παραμέτρους εκείνες που ορίζουν το μέγιστο πάχος των 11 κατατομών που ορίζονται ακτινικά στο πτερύγιο.

Έχουν οριστεί 22 παράμετροι για το πάχος του πτερυγίου: 11 για κάθε πλευρά του (υπερπίεσης ή υποπίεσης). Επιθυμείται η μείωση του αριθμού αυτών των μεταβλητών, ενώ ταυτόχρονα να διατηρείται συσχετισμός με την πλήρη παραμετροποίηση του υψηλού επιπέδου. Σε αυτό το πλαίσιο, διατηρούνται ως μεταβλητές σχεδιασμού οι παράμετροι που ορίζουν το πάχος στις δυο ακρואνές κατατομές (κοντά στο κέλυφος και στην πλύμνη) και παραλείπονται οι ενδιάμεσες 18. Προκύπτει, έτσι, ένα μικρότερο σύνολο 56 μεταβλητών σχεδιασμού για το χαμηλό επίπεδο.

Ο συσχετισμός με το πλήρες σύνολο των 74 μεταβλητών του υψηλού επιπέδου επιτυγχάνεται ως εξής. Για κάθε πλευρά του πτερυγίου (υπερπίεσης ή υποπίεσης), δημιουργούνται από το λογισμικό βελτιστοποίησης (EASY) οι τιμές του πάχους στις ακραίες κατατομές (Hub και Shroud), ενώ στις ενδιάμεσες 9 κατατομές, το πάχος ακολουθεί γραμμική παρεμβολή των τιμών στα άκρα. Το ίδιο συμβαίνει και με τις λύσεις που μεταναστεύουν από το υψηλό στο χαμηλό επίπεδο και πρέπει να μετατραπεί η παραμετροποίηση των 74 σε 56 μεταβλητών σχεδιασμού: μεταφέρονται οι 4 τιμές πάχους των ακρואνών κατατομών και παρεμβάλλονται γραμμικά οι ενδιάμεσες 18.

Τελικά, ο νέος αριθμός μεταβλητών σχεδιασμού φαίνεται στον πίνακα 5.6.

$z, r$		$\theta$		$\beta$		$\zeta$		$h$	
<i>LE</i>	<i>TE</i>	<i>LE</i>	<i>TE</i>	<i>LE</i>	<i>TE</i>	<i>LE</i>	<i>TE</i>	<i>PS</i>	<i>SS</i>
8	8	6	6	6	6	6	6	2	2
<b>Σύνολο: 56</b>									

Πίνακας 5.6: Διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση: Μεταβλητές σχεδιασμού χαμηλού επιπέδου. Οι μεταβλητές πάχους  $h$  αφορούν τις κατατομές του πτερυγίου κοντά στην πλύμνη και το κέλυφος.

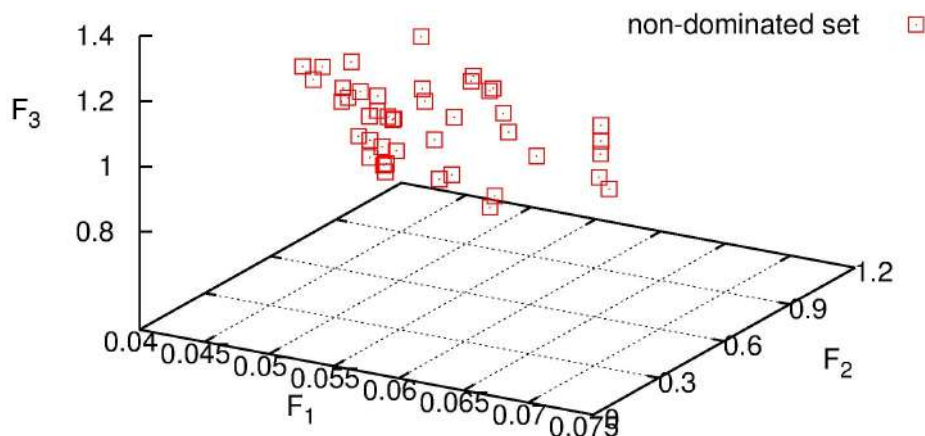
όπου:  $h$  το μέγιστο πάχος των κατατομών του πτερυγίου  
 LE η ακμή πρόσπτωσης (Leading Edge)  
 TE η ακμή εκφυγής (Trailing Edge)  
 PS η πλευρά υπερπίεσης (Pressure Side)  
 SS η πλευρά υποπίεσης (Suction Side)

### 5.4.3 Παρουσίαση Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων

Η διεπίπεδη αυτή βελτιστοποίηση πραγματοποίησε 1500 ισοδύναμες αξιολογήσεις λύσεων. Τα στατιστικά του αριθμού αξιολογμένων λύσεων και γενιών εξέλιξης για κάθε επίπεδο, φαίνονται στον πίνακα 5.7. Σε κάθε περίπτωση, οι λύσεις που βρίσκονται στο μετωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων έχουν αξιολογηθεί στο υψηλό επίπεδο. Το μετωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων, που προέκυψε, αποτελείται από 44 σημεία. Στο σχήμα 5.16 φαίνεται η απλή γεωμετρική απεικόνιση του μετώπου στον τριδιάστατο χώρο των μεταβλητών.

	Υψηλό Επίπεδο	Χαμηλό Επίπεδο
αξιολογήσεις	1012	976
σχετικό κόστος	1	0,5
Σύνολο:	1500	

Πίνακας 5.7: Διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση: Αριθμός αξιολογήσεων υποψήφιων λύσεων από τα δυο επίπεδα.



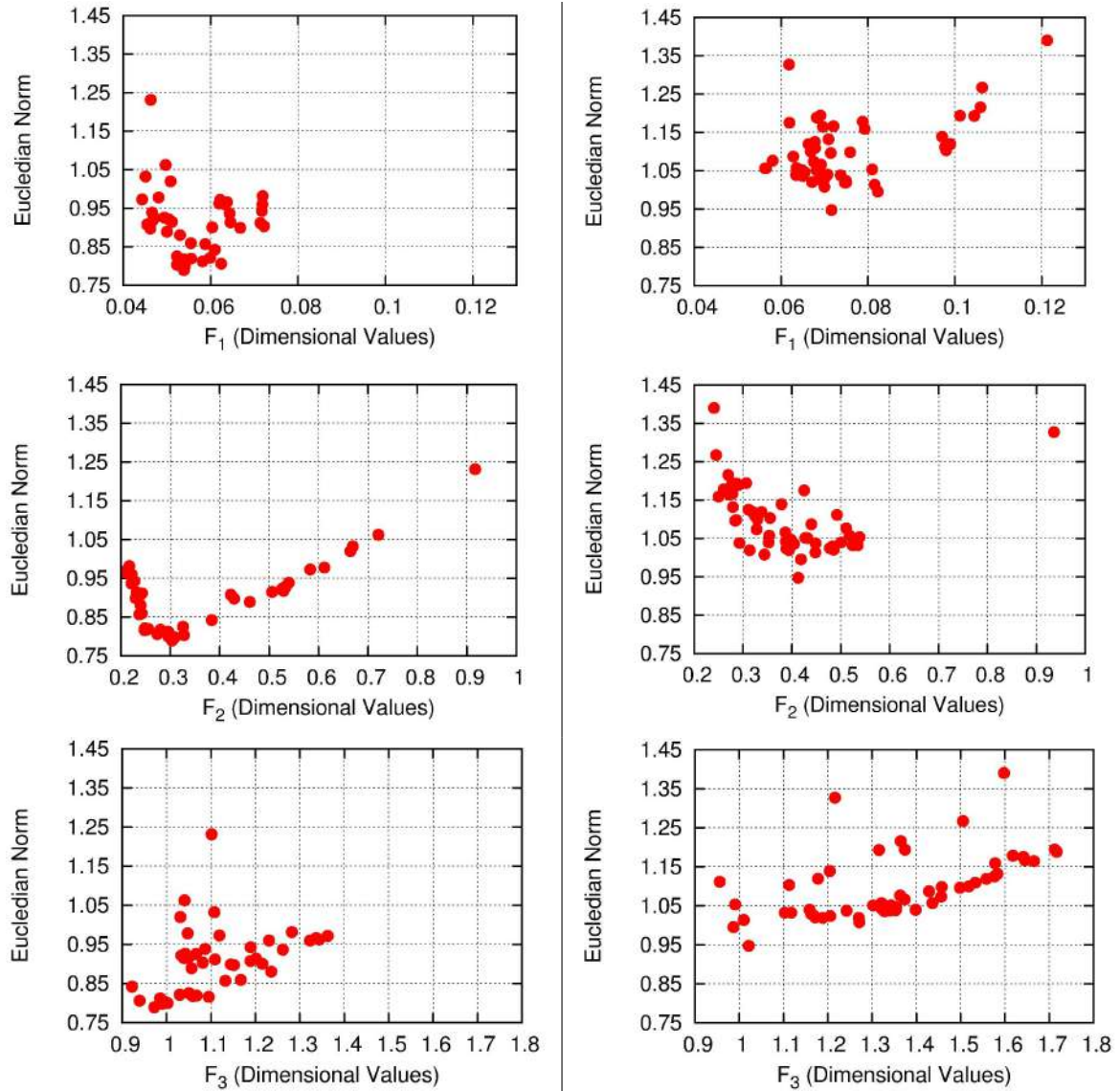
Σχήμα 5.16: Γεωμετρική απεικόνιση του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων του προβλήματος βελτιστοποίησης με διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση.

	$F_1$	$F_2$	$F_3$
min	0,0443	0,2103	0,9219
max	0,0722	0,7210	1,363

Πίνακας 5.8: Ελάχιστη και μέγιστη τιμή κάθε στόχου, από τις μη-κυριαρχούμενες λύσεις του προβλήματος βελτιστοποίησης με διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση.

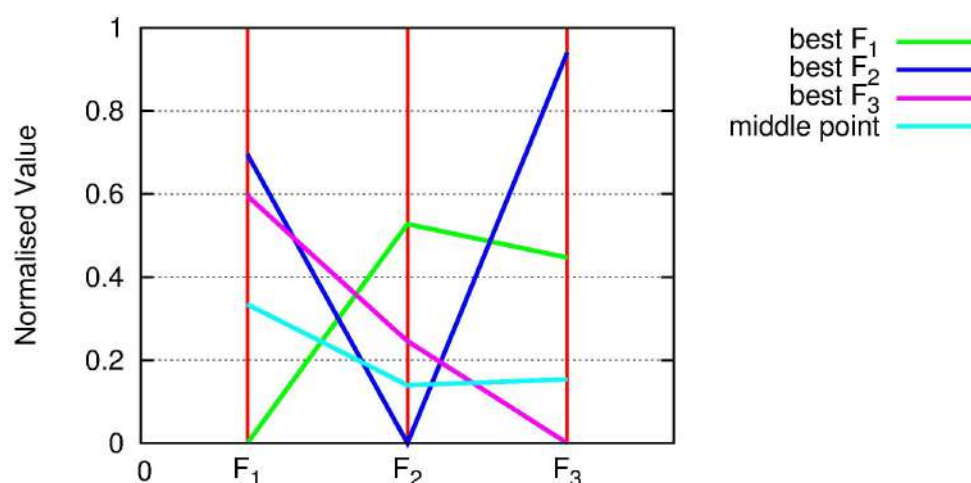
Η - πιο χρήσιμη - απεικόνιση του μετώπου με διαγράμματα επιπέδου, δίνεται στο σχήμα 5.17, σε σύγκριση με το μέτωπο της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης. Οι τιμές της ευκλείδειας νόρμας για τα διαγράμματα αυτά, έχουν υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τις καθολικές μέγιστες και ελάχιστες τιμές των στόχων στα δυο μέτωπα (από τους πίνακες 5.1.2 και 5.8). Με βάση αυτά τα διαγράμματα, γίνονται οι εξής παρατηρήσεις :

- Η διαφορά των μετώπων είναι πιο εμφανής από ότι στις συγκρίσεις που γίνονται στις προηγούμενες ενότητες. Το μέτωπο της βελτιστοποίησης με διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση, είναι συγκεντρωμένο “κάτω και αριστερά” στα διαγράμματα, που σημαίνει ότι αποτελείται από πολλά σημεία κοντά στο ιδεατό σημείο και αυτά τα σημεία παρουσιάζουν πολύ καλή συμπεριφορά σε όλους τους στόχους. Επομένως, είναι αναμφίβολη η υπεροχή του μετώπου έναντι αυτού για απλή βελτιστοποίηση ενός επιπέδου.
- Παρουσιάζει ενδιαφέρον η μορφή του διαγράμματος επιπέδου του νέου μετώπου, για το δεύτερο στόχο. Το μέτωπο σχηματίζει μια χαρακτηριστική μορφή  $\nu$ . Αυτό δείχνει ότι ο καλύτερος συμβιβασμός των τριών λύσεων προκύπτει για μια περιοχή του στόχου  $F_2$  ( $\in [0.25, 0.35]$ ) και για καλύτερη ή χειρότερη επίδοση μιας λύσης στο στόχο αυτό, απομακρύνονται οι λύσεις από το ιδεατό σημείο ελαχιστοποίησης όλων των στόχων.



Σχήμα 5.17: Σύγκριση των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων για τη βελτιστοποίηση με διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση (αριστερά) και τη μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση (δεξιά).

Στον πίνακα 5.8 δίνεται η μέγιστη και ελάχιστη τιμή κάθε στόχου στο μέτωπο. Με βάση αυτές τις τιμές, κανονικοποιούνται οι τιμές τεσσάρων χαρακτηριστικών λύσεων και εμφανίζονται στη μορφή διαγράμματος παράλληλων συντεταγμένων, στο σχήμα 5.18. Οι λύσεις που έχουν επιλεγεί είναι και πάλι οι τρεις λύσεις με την καλύτερη επίδοση σε κάθε στόχο ξεχωριστά και η λύση που απέχει λιγότερο από το ιδεατό σημείο συμβιβασμού όλων των στόχων. Παρατηρείται ότι η λύση που ελαχιστοποιεί το δεύτερο στόχο, έχει πολύ κακή επίδοση στους υπόλοιπους στόχους, χωρίς να συμβαίνει το ανάλογο με τις υπόλοιπες λύσεις που ελαχιστοποιούν τους άλλους στόχους.



Σχήμα 5.18: Διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση: Απεικόνιση σε διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων τεσσάρων χαρακτηριστικών λύσεων του μετώπου μη κυριαρχούμενων. Απεικονίζονται οι τρεις λύσεις με την καλύτερη απόδοση σε κάθε στόχο και μια λύση στη που συμβιβάζει κατά τον καλύτερο τρόπο όλους τους στόχους, σύμφωνα με την ευκλείδεια νόρμα.

#### 5.4.4 Σύγκριση με Μονοεπίπεδη - Συμβατική Βελτιστοποίηση

Στην ενότητα αυτή συγκρίνονται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης με διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση, με την μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση για 1500 αξιολογήσεις. Η σύγκριση γίνεται χρησιμοποιώντας τις μετρικές ESS και δείκτη υπερόγκου.

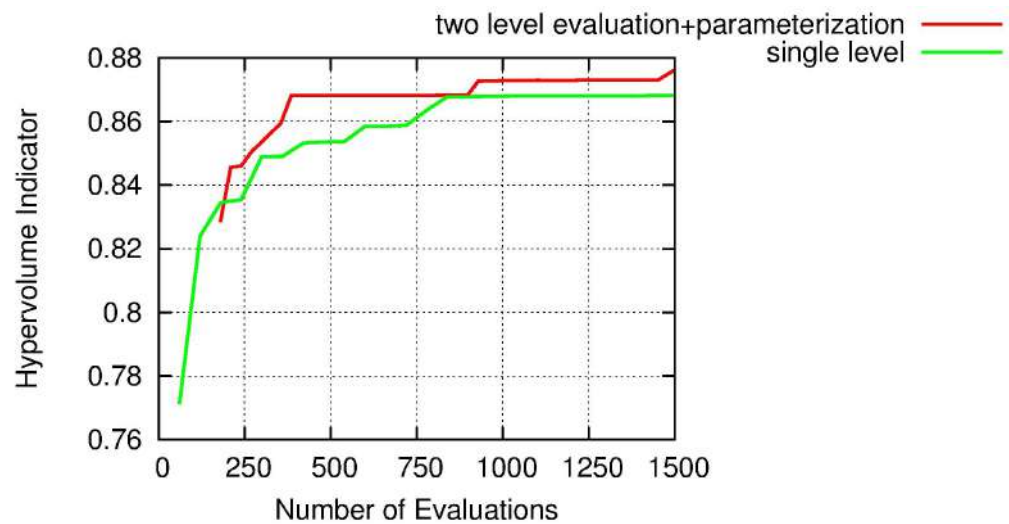
Η τιμή της μετρικής διασποράς των λύσεων για το νέο μέτωπο, είναι:  $ESS_{m.param.} = 0,0411$ . Αυτή η τιμή συγκρίνεται με την επίδοση του μετώπου της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης (τύπος 5.1). Η λύση με τη χαμηλότερη τιμή του δείκτη είναι αυτή με την ιδανικότερη κατανομή των σημείων στο μέτωπό τους. Όπως φαίνεται στην ανίσωση 5.7, οι λύσεις του νέου μετώπου είναι καλύτερα κατανεμημένες.

$$ESS_{m.param.} = 0,0411 < 0,0692 = ESS_{s.l.} \quad (5.7)$$

Η χρήση της μετρικής ESS πρέπει να συνοδεύεται με πληροφορία για τον αριθμό των σημείων που απαρτίζουν κάθε μέτωπο, για λόγους που αναλύονται στην ενότητα 2.2.3. Το μέτωπο της βελτιστοποίησης που προέκυψε από τη διεπίπεδη αξιολόγηση αποτελείται από 44 σημεία, ενώ αυτό της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης από 54 σημεία. Με δεδομένο ότι, στατιστικά, περισσότερα σημεία στο μέτωπο τείνουν να αυξήσουν την τιμή του δείκτη ESS, ένα μέρος της διαφοράς του δείκτη διασποράς μπορεί να οφείλεται στον μειωμένο αριθμό μελών του νέου μετώπου.

Η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου συναρτήσει του αριθμού αξιολογήσεων για την βελτιστοποίηση με διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση, δίνεται στο σχήμα 5.19, σε αντιπαραβολή με την μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση. Είναι εμφανές ότι έχει επιτευχθεί σημαντική επιτάχυνση της σύγκλισης της βελτιστοποίησης ενώ και το μέτωπο που προκύπτει είναι καλύτερο. Συγκεκριμένα, η τιμή του δείκτη υπερόγκου, στην οποία συγκρίνει η μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση για περίπου 850 αξιολογήσεις, επιτυγχάνεται με διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση στις 380 αξιολογήσεις. Υπάρχει λοιπόν, ένα κέρδος χρόνου, από την αποφυγή 470 αξιολογήσεων, της τάξης του 55% από τον συνολικό χρόνο σύγκλισης της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης. Δηλαδή, ο υπολογισμός κάνει το μισό χρόνο.

Επομένως, φαίνεται ότι η ενσωμάτωση διαφορετικής παραμετροποίησης στο χαμηλό επίπεδο και η μικρότερη διαφορά στο λογισμικό αξιολόγησης των δυο επιπέδων, επιτρέπουν στο χαμηλό επίπεδο να επιλύει με μεγαλύτερη αξιοπιστία ένα απλοποιημένο αντίστοιχο πρόβλημα με το υψηλό επίπεδο, μεγιστοποιώντας την αποτελεσματικότητα του συνδυασμού των δυο επιπέδων, για την επιτάχυνση της σύγκλισης της βελτιστοποίησης προς το πραγματικό μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων του προβλήματος.



Σχήμα 5.19: Διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση: Εξέλιξη της τιμής του δείκτη υπερόγκου και σύγκριση με την μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση.



### 5.4.5 Παρουσίαση Βελτιστοποιημένου Πτερυγίου

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται ένα βελτιστοποιημένο πτερύγιο υδροστροβίλου Matix, που προέκυψε από την βελτιστοποίηση με διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση. Δίνεται εικόνα της γεωμετρίας του πτερυγίου (εικόνα 5.22) και σχολιάζεται η επίδοσή του στους τρεις στόχους της βελτιστοποίησης.

Η λύση που επιλέγεται για την παρουσίαση, είναι αυτή που ελαχιστοποιεί τον πρώτο στόχο της βελτιστοποίησης, από το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων των σχημάτων 5.17 και 5.18. Υπενθυμίζεται ότι ο πρώτος στόχος της βελτιστοποίησης αφορά την ελαχιστοποίηση της απόκλισης της κατανομής της ταχύτητας στην έξοδο του δρομέα, από δεδομένες επιθυμητές τιμές. Η επίδοση της λύσης και στους τρεις στόχους, δίνεται στον πίνακα 5.9.

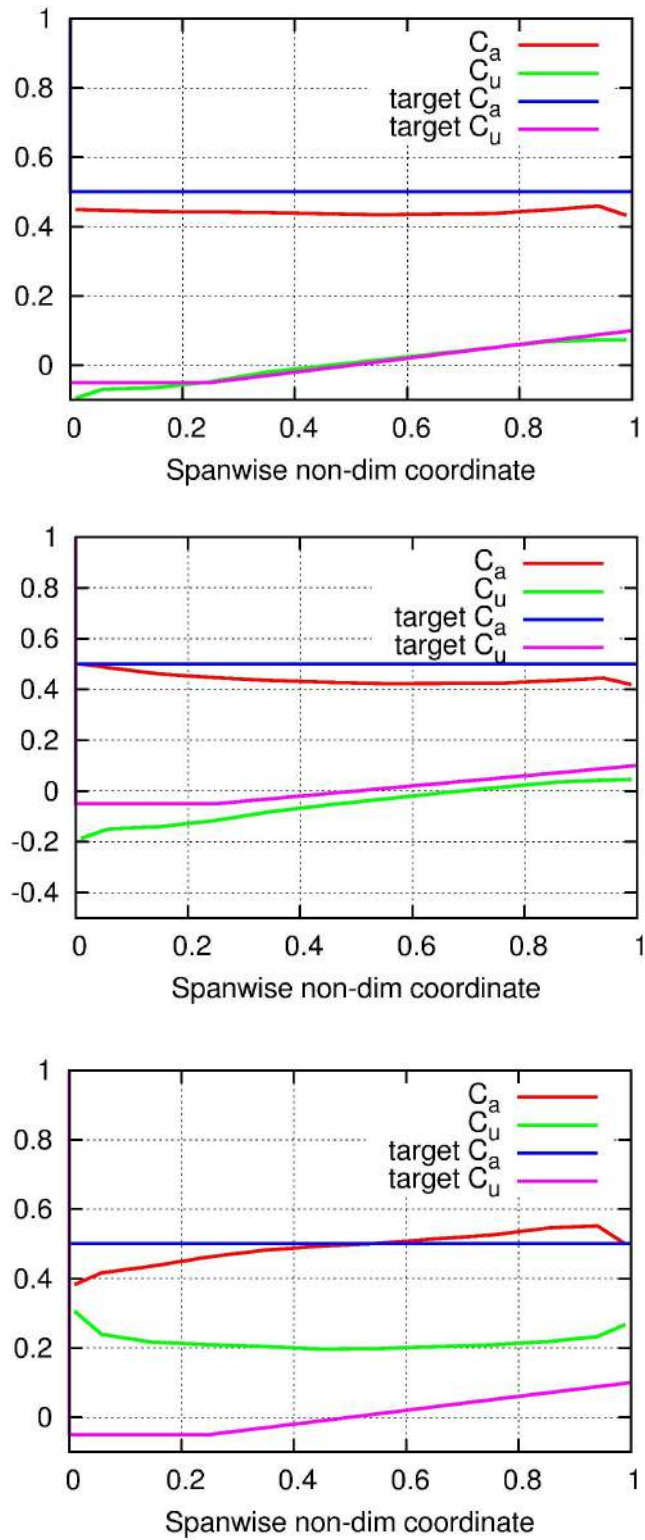
	$F_1$	$F_2$	$F_3$
<i>best F<sub>1</sub></i>	0,0443	0,5830	1,118

Πίνακας 5.9: Διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση: Συνολική επίδοση της λύσης που την καλύτερη συμπεριφορά ως προς τον πρώτο στόχο της βελτιστοποίησης.

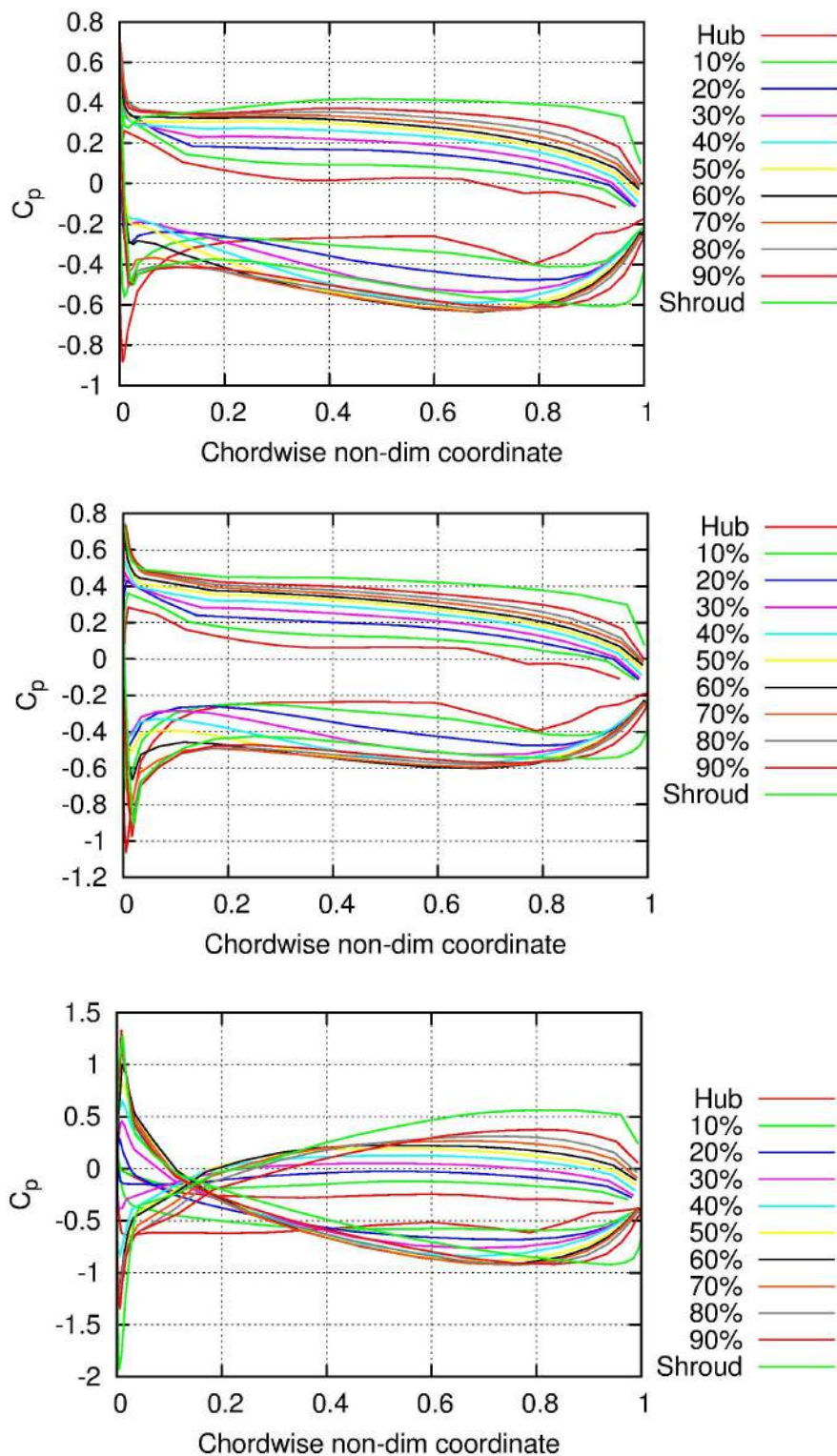
Η επίδοση της λύσης στα τρία σημεία λειτουργίας, όσον αφορά τον πρώτο στόχο, δίνεται στο διάγραμμα 5.20. Στη συνέχεια, δίνεται η επίδοση της λύσης στο δεύτερο στόχο (διάγραμμα 5.21). Η επίδοση της λύσης στον τρίτο στόχο, τη σπηλαίωση, φαίνεται και αυτή από τα διαγράμματα 5.21, αφού η παράμετρος σπηλαίωσης ισούται με το απόλυτο της παραμέτρου φορτίου της πλευράς υποπίεσης.

Από τα διαγράμματα του σχήματος 5.20, παρατηρείται ότι στο σημείο λειτουργίας με μέγιστο βαθμό απόδοσης (BEP), η κατανομή των ταχυτήτων στην έξοδο είναι πολύ κοντά στους στόχους, τόσο της αξονικής όσο και της περιφερειακής συνιστώσας. Στα άλλα δυο σημεία λειτουργίας (Full Load και Part Load), η κατανομή της αξονικής ταχύτητας διατηρείται πολύ κοντά στο στόχο, αλλά η κατανομή της περιφερειακής ταχύτητας απέχει αισθητά από το στόχο. Αυτό είναι αναμενόμενο, αφού το πτερύγιο σχεδιάζεται και βελτιστοποιείται με μεγαλύτερη βαρύτητα στη συμπεριφορά του στο σημείο BEP.

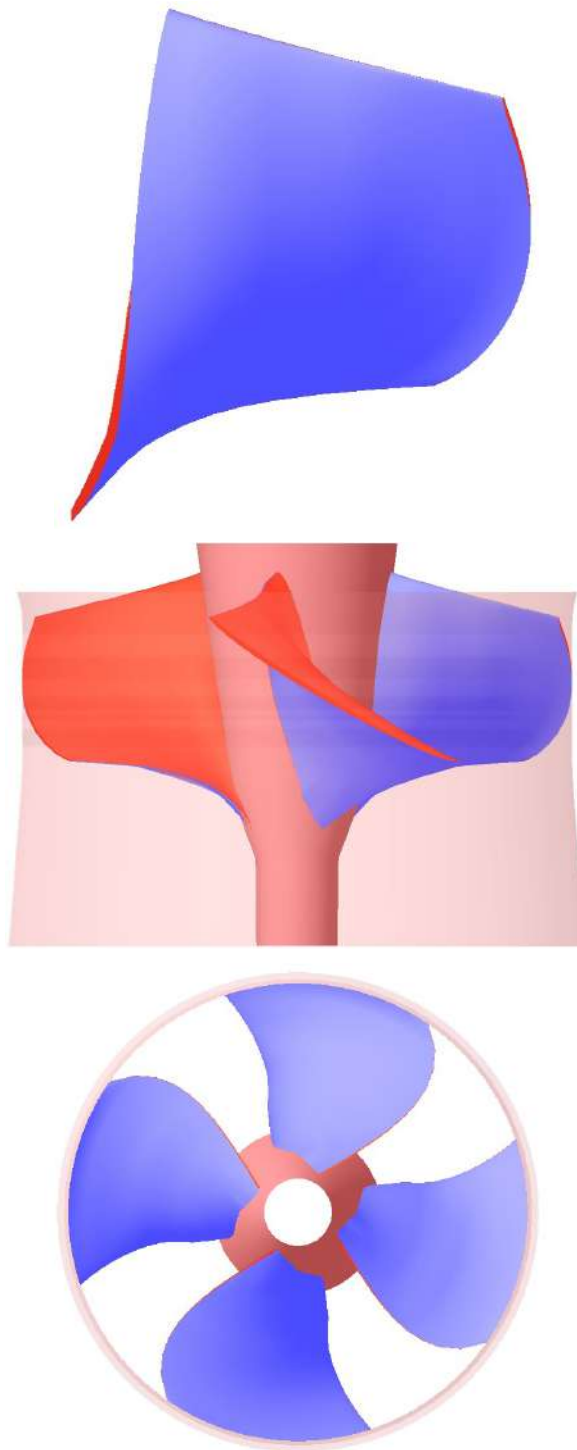
Από τα διαγράμματα του σχήματος 5.21, φαίνεται ότι στα σημεία λειτουργίας BEP και Full Load, το  $\Delta c_P$  διατηρείται σχετικά σταθερό κατά μήκος του πτερυγίου στην αξονική διεύθυνση. Ωστόσο, στο σημείο λειτουργίας Part Load, εμφανίζεται το χαρακτηριστικό “σταύρωμα” των καμπυλών του συντελεστή φορτίου για τις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης. Η αλλαγή του προσήμου του  $\Delta c_P$  κοντά στην ακμή πρόσπτωσης, είναι ανεπιθύμητο φαινόμενο και έχει σχολιαστεί στην ενότητα ενότητα 4.2.1. Μάλιστα, είχε τονιστεί ο κίνδυνος εμφάνισης αυτού του φαινομένου στο σημείο μερικού φορτίου, κοντά στην ακμή πρόσπτωσης του πτερυγίου.



Σχήμα 5.20: Η επίδοση στον πρώτο στόχο, της λύσης που επιλέχθηκε να παρουσιαστεί, για τα τρία σημεία λειτουργίας : BEP πάνω, Full Load στη μέση και Part Load χαμηλά.



Σχήμα 5.21: Η επίδοση στο δεύτερο στόχο, της λύσης που επιλέχθηκε να παρουσιαστεί, για τα τρία σημεία λειτουργίας : BEP πάνω, Full Load στη μέση και Part Load χαμηλά.



Σχήμα 5.22: Εικόνες ενός πτερυγίου και του δρομέα που προκύπτει, από τη βελτιστοποίηση με διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση.



## Κεφάλαιο 6

# Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

### 6.1 Ανακεφαλαίωση

Η παρούσα διπλωματική εργασία αφορά στην προσαρμογή μιας μεθόδου βελτιστοποίησης - σχεδιασμού μορφής ρευστομηχανικών προβλημάτων, με χρήση ΕΑ σε πολυεπίπεδα σχήματα και στην εφαρμογή της σε πραγματικό πρόβλημα της βιομηχανίας.

Το πρόβλημα στο οποίο εφαρμόζεται η τεχνική της πολυεπίπεδης βελτιστοποίησης με ΕΑ, είναι ο σχεδιασμός - βελτιστοποίηση δρομέα υδροδυναμικής στροβιλομηχανής, τύπου Matrix. Αρχικά, παρουσιάστηκαν οι προδιαγραφές του πλέγματος υδροστροβίλων, το πεδίο εφαρμογής τους και τα πλεονεκτήματά τους. Πρόκειται για σχετικά πρόσφατη τεχνολογία, που βασίζεται στην ενσωμάτωση ενός πλήθους μικρών υδροστροβίλων σε μορφή πλέγματος, για ηλεκτροπαραγωγή σε τοποθεσίες με μικρή διαθέσιμη πτώση και μεγάλες παροχές νερού. Η εύκολη εγκατάσταση, συντήρηση και το τυποποιημένο/ενσωματωμένο σχέδιο (modular-integrated) είναι τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα των υδροστροβίλων Matrix.

Στη συνέχεια, παρουσιάζεται η στοχαστική μέθοδος βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται: ένας Εξελικτικός Αλγόριθμος (ΕΑ). Οι ΕΑ είναι ιδανικοί για προβλήματα πολλών στόχων, όπως αυτό που μελετάται εδώ, επειδή χειρίζονται πληθυσμούς λύσεων ταυτόχρονα και όχι μεμονωμένες λύσεις. Έχουν όμως το μειονέκτημα να απαιτούν μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων υποψήφιων λύσεων για να δώσουν καλή λύση.

Η απαίτηση μεγάλου αριθμού αξιολογήσεων ενός τυπικού ΕΑ, σε συνδυασμό με το αυξημένο υπολογιστικό κόστος αξιολόγησης μιας λύσης του παρόντος προβλήματος,

καθιστά επιτακτική την εφαρμογή τεχνικών μείωσης του απαιτούμενου αριθμού αξιολογήσεων υποψήφιων λύσεων. Αναλύονται οι τεχνικές που βασίζονται σε εφαρμογή μεταπροτύπων και ειδικά του Δικτύου Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης και οι τεχνικές πολυεπίπεδης προσέγγισης της επίλυσης του προβλήματος βελτιστοποίησης.

Έπειτα, αναλύθηκε η έννοια του συνόλου των Pareto βέλτιστων λύσεων. Το μέτωπο βέλτιστων λύσεων αφορά προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών στόχων, όπως το πρόβλημα της παρούσας διπλωματικής. Η σύγκριση μετώπων λύσεων είναι δύσκολο πρόβλημα και στη γενική του μορφή, άλυτο. Χρήσιμες έννοιες στη σύγκριση μετώπων έχουν αποδειχθεί να είναι η (ασθενής, ισχυρή ή καθολική) κυριαρχία ενός μετώπου έναντι άλλου.

Ανάλογα, όμως, με τις ανάγκες της εκάστοτε ανάλυσης μπορούν να θεσπιστούν κριτήρια για τον χαρακτηρισμό της ποιότητας του μετώπου. Παρατίθενται δυο κριτήρια, τα οποία υιοθετούνται στην ανάλυση των αποτελεσμάτων του προβλήματος. Το πρώτο, είναι ο δείκτης υπερόγκου (HyperVolume Indicator), που μετρά τον όγκο στο χώρο των στόχων, που κυριαρχείται από το μέτωπο. Το δεύτερο, είναι ο δείκτης Efficient Set Spacing που μετρά την ομοιομορφία της κατανομής των σημείων στο μέτωπο.

Το πρόβλημα σχεδιασμού - βελτιστοποίησης, στο οποίο προσαρμόζεται ο ΕΑ, έχει τρεις στόχους. Η οπτικοποίηση του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων για ένα τέτοιο πρόβλημα παρουσιάζει δυσκολίες, οι οποίες δεν υπάρχουν στα προβλήματα δυο στόχων. Η ανάγκη για καλή εποπτεία του μετώπου και για υποβοήθηση της λήψης απόφασης, οδήγησε στην ανάπτυξη πολλών εναλλακτικών τρόπων απεικόνισης του πολυδιάστατου χώρου των στόχων σε διδιάστατα γραφήματα. Παρουσιάστηκαν τα διαγράμματα επιπέδου και το διάγραμμα παράλληλων συντεταγμένων, τα οποία καλύπτουν την ανάγκη παρουσίασης των μετώπων στην εργασία αυτή.

Ακολούθησε αναλυτική περιγραφή του προβλήματος βελτιστοποίησης πτερωτής δρομέα υδροστροβίλου. Το πρόβλημα ανάγεται στο βέλτιστο σχεδιασμό μοντέλου του δρομέα, χρησιμοποιώντας τους νόμους της ομοιότητας. Ο σχεδιασμός γίνεται σε τρία σημεία λειτουργίας ( $H, Q$ ) : σημείο βέλτιστου βαθμού απόδοσης (BEP), μέγιστου φορτίου και μερικού φορτίου. Η επίδοση των στόχων σε κάθε σημείο λειτουργίας ενοποιείται σε μια τιμή για κάθε στόχο, με μεγαλύτερη βαρύτητα στην επίδοση της υποψήφιας λύσης στο σημείο BEP. Οι μεταβλητές σχεδιασμού οι οποίες παραμετροποιούν ένα πτερύγιο,



είναι 74, ενώ υπάρχουν και δυο περιορισμοί, που αφορούν την απόκλιση της παροχής από την επιθυμητή και το επίπεδο σύγκλισης του επιλύτη της ροής.

Στο τελευταίο κεφάλαιο, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης με τέσσερις διαφορετικές προσεγγίσεις, στοχεύοντας στην μείωση του αριθμού επαναλύσεων που απαιτείται για την απόκτηση καλού συνόλου λύσεων. Πρώτα έγινε μια μονοεπίπεδη - συμβατική βελτιστοποίηση, η οποία χρησιμοποιείται ως μέτρο σύγκρισης για τις επόμενες. Στη συνέχεια, επιχειρήθηκε η υποβοήθηση του ΕΑ με μεταπρότυπα (Προσεγγιστική Προ-Αξιολόγηση με Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης).

Επόμενο βήμα ήταν η διεπίπεδη αξιολόγηση, με το χαμηλό επίπεδο να έχει σημαντικά μειωμένο υπολογιστικό κόστος αξιολόγησης μιας λύσης. Η “ελάφρυνση” αυτή του χαμηλού επιπέδου συνοδεύεται με μειωμένη αξιοπιστία των αξιολογήσεων που πραγματοποιεί. Συγκεκριμένα, φαίνεται να υπερεκτιμά την επίδοση των λύσεων στους στόχους. Η μέθοδος αυτή επέφερε μικρή αύξηση της ταχύτητας σύγκλισης της βελτιστοποίησης. Στην τελευταία διεπίπεδη βελτιστοποίηση που παρουσιάστηκε, χρησιμοποιήθηκε η εμπειρία που παρείχαν οι προηγούμενες δοκιμές στις ιδιαιτερότητες του προβλήματος, ώστε να επιτευχθεί μεγάλη μείωση του χρόνου βελτιστοποίησης. Το πρόβλημα που επιλύει το χαμηλό επίπεδο απλοποιείται με κατάλληλη μείωση του αριθμού των μεταβλητών σχεδιασμού. Τελικά, η βελτιστοποίηση με διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση μείωσε στο 55% περίπου, τον αριθμό αξιολογήσεων που απαιτείται για την σύγκλιση σε παρόμοιο σύνολο λύσεων, έναντι της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης.

## 6.2 Συμπεράσματα

- Το πρόβλημα βελτιστοποίησης - σχεδιασμού που μελετά η παρούσα διπλωματική, είναι ένα πραγματικό πρόβλημα της βιομηχανίας στροβιλομηχανών. Ο σχεδιασμός βέλτιστης πτερωτής υδροστροβίλου Matrix χρησιμοποιώντας εργαλεία Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (ΥΡΔ - CFD) και Βελτιστοποίησης (Optimization), αποτελεί μια σύνθετη εργασία που απαιτεί διεπιστημονική προσέγγιση (Multidisciplinary Approach).

Το κόστος κατασκευής μοντέλου υδροδυναμικής μηχανής σε μια βιομηχανία και

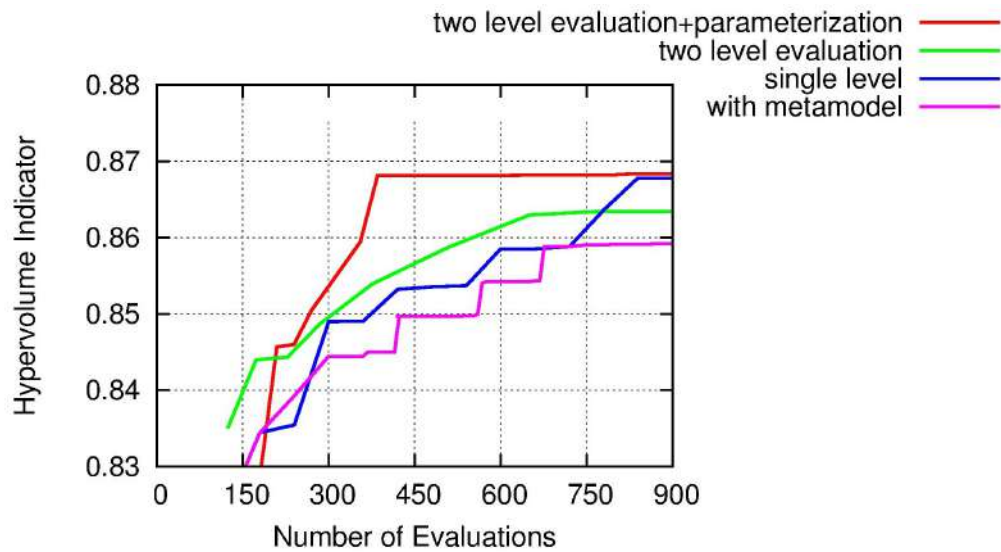
η δοκιμή του σε εργαστηριακές εγκαταστάσεις, είναι μεγάλο. Επομένως, είναι κρίσιμης σημασίας η δυνατότητα: 1. πιστής προσομοίωσης του υδροστροβίλου και 2. ταχείας βελτιστοποίησης - σχεδιασμού του. Η πρώτη απαίτηση έχει καλυφθεί με τις σύγχρονες μεθόδους ΥΡΔ, που επιτρέπουν την πιστή αναπαράσταση ρευστοδυναμικών φαινομένων. Ωστόσο, το υπολογιστικό κόστος τέτοιων μεθόδων μπορεί να είναι ιδιαίτερα υψηλό, την ίδια στιγμή που η Βελτιστοποίηση μπορεί να απαιτεί πολλές επαναλήψεις των υπολογισμών. Γίνεται, λοιπόν, αντιληπτή η ανάγκη επιτάχυνσης της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

- Στην παρούσα διπλωματική εργασία, η βελτιστοποίηση έγινε με Εξελικτικό Αλγόριθμο. Το υψηλό υπολογιστικό κόστος αυτής της μεθόδου οφείλεται στον μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων υποψήφιων λύσεων που απαιτείται πριν συγκλίνει σε ικανοποιητικό σύνολο βέλτιστων λύσεων.

Επιχειρείται να μειωθεί ο αριθμός των απαιτούμενων αξιολογήσεων της μονοεπίπεδης - συμβατικής βελτιστοποίησης, με υποβοήθηση του ΕΑ με μεταπρότυπα και πολυεπίπεδα σχήματα, με έμφαση στα δεύτερα. Το αποτέλεσμα των παρεμβάσεων που έγιναν στον ΕΑ, όσον αφορά στη μείωση του αριθμού των αξιολογήσεων, που απαιτούνται για σύγκλιση του δείκτη υπερόγκου στην ίδια τιμή, φαίνεται στο σχήμα 6.1.

Η παράθεση της βελτιστοποίησης με υποβοήθηση από μεταπρότυπα έγινε ως ερέθισμα για μελλοντική εργασία που θα εστιάσει στην προσαρμογή της στο πρόβλημα, ώστε να φανεί το πραγματικό εύρος του οφέλους χρήσης της[45]. Η διεπίπεδη αξιολόγηση κατάφερε μια μικρή μείωση του απαιτούμενου αριθμού απαιτούμενων αξιολογήσεων, αλλά όχι σημαντική. Αυτό δείχνει ότι ίσως είχε μειωθεί υπερβολικά η αξιοπιστία του λογισμικού αξιολόγησης του χαμηλού επιπέδου, τόσο ώστε να είναι αναποτελεσματικό στην υποστήριξη του υψηλού επιπέδου ακριβούς αξιολόγησης λύσεων.

Με βάση τα παραπάνω, δημιουργείται ένα χαμηλό επίπεδο με μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος από πριν (αυξάνοντας όμως την αξιοπιστία των αξιολογήσεών του) και επιχειρείται η περαιτέρω απλοποίηση του προβλήματος που επιλύει, με κατάλληλη μείωση του αριθμού των μεταβλητών σχεδιασμού. Αυτή η προσέγγιση



Σχήμα 6.1: Εξέλιξη της τιμής του δείκτη υπερόγκου για διάφορες τεχνικές βελτιστοποίησης με ΕΑ. Ξεχωρίζει η βελτιστοποίηση με διεπίπεδη αξιολόγηση και παραμετροποίηση (two level evaluation+parameterization), η οποία μειώνει στο μισό περίπου τον αριθμό αξιολογήσεων που πρέπει να πραγματοποιηθούν μέχρι να συγκλίνει ο ΕΑ, σε σύγκριση με τον συμβατικό - μονοεπίπεδο ΕΑ.

της βελτιστοποίησης απέδωσε μεγάλη μείωση (55%) του αριθμού απαιτούμενων αξιολογήσεων.

- Στο πλαίσιο της διπλωματικής εργασίας, φάνηκε ότι η ενίσχυση ενός πραγματικού προβλήματος βελτιστοποίησης με χρήση μεταπροτύπων ή επιπλέον επιπέδων, θέλει μεγάλη εμπειρία. Εκεί που σε ένα μαθηματικό πρόβλημα η χρήση τους φέρνει άκοπα καλύτερα αποτελέσματα, εδώ έγιναν πολύ περισσότερες δοκιμές από αυτές που παρουσιάζονται, πολλές από τις οποίες απέτυχαν στο σκοπό τους : να επιταχύνουν την σύγκλιση της βελτιστοποίησης. Με αυτόν τον τρόπο όμως, αποκτήθηκε η εμπειρία για την καλύτερη αξιοποίηση της πολυεπίπεδης προσέγγισης.
- Η διαδικασία που ακολουθήθηκε και τα αποτελέσματα που επέφερε, με τη μείωση στο μισό περίπου του υπολογιστικού κόστους ενός προβλήματος βελτιστοποίησης, συνάδει με το πνεύμα εργασίας στους κόλπους της βιομηχανίας. Δείχνει

ότι η έρευνα για βελτίωση διαδικασιών, όσο χρονοβόρα και να είναι, επιφέρει μακροπρόθεσμα μεγάλο όφελος με μείωση του χρόνου εκτέλεσής τους και άρα του κόστους της παραγωγικής διαδικασίας.

# Βιβλιογραφία

- [1] Δ.Ε.Παπαντώνης: *Υδροδυναμικές Μηχανές, Αντλίες - Υδροστρόβιλοι*. Εκδόσεις Συμεών, 2002.
- [2] Σκουτεροπούλου., Ι.: *Εφαρμογές ασύγχρονων εξελικτικών και μιμητικών αλγορίθμων στη μηχανική των ρευστών - στροβιλομηχανές*. Διπλωματική Εργασία, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ, 2010.
- [3] Ι.Καμπόλης: *Πολυεπίπεδοι, πολυεπεξεργαστικοί αλγόριθμοι αεροδυναμικής βελτιστοποίησης στις στροβιλομηχανές*. Διδακτορική Διατριβή, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών, Τομέας Ρευστών, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών.
- [4] Δ.Ε.Παπαντώνης: *Μικρά Υδροηλεκτρικά Έργα, Εκδόσεις Συμεών ,Αθήνα, 2008*.
- [5] Κ.Χ.Γιαννάκογλου: *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική, ΕΜΠ, 2005*.
- [6] *Directive 2009/28/ec of the european parliament and of the council on the promotion of the use of energy from renewable sources and amending*. European Union.
- [7] *Kyoto protocol to the united nations framework convention on climate change, 1998*. United Nations.
- [8] A.Bihlmayer, M.Koleber: *Hydromatrix – the 21st century solution for low head hydropower*. VA TECH HYDRO USA Corporation, 2004.
- [9] A.Inselberg: *The plane with parallel coordinates*. Visual Computer, 1985, 1(4):69–91.
- [10] A.V.Lotov, K.Miettinen: *Visualizing the pareto frontier*. Multiobjective Optimization '08, 2008.

- 
- [11] Beume, Nicola and Gunter Rudolph: *Faster s-metric calculation by considering dominated hypervolume as klee's measure problem*. In *Computational Intelligence*, pages 233–238, 2006.
- [12] C.A.Georgopoulou, S.A.Kyriacou, K.C.Giannakoglou, P.Grafenberger, and E.Parkinson: *Constrained multi-objective design optimization of hydraulic components using a hierarchical metamodel assisted evolutionary algorithm. Part 1: theory*.
- [13] C.Darwin: *On the origin of species by means of natural selection, or the preservation of favored races in the struggle for life*. John Murray,London,UK, 1859.
- [14] D.Brockhoff, T.Friedrich, F.Neumann: *Analyzing hypervolume indicator based algorithms*. Conference on Parallel Problem Solving From Nature (PPSN X), 2008, 5199:651–660.
- [15] D.E.Goldberg: *Genetic algorithms in search, optimization & machine learning*. Addison – Wesley, 1989.
- [16] E.Alba and M.Tomassini: *Parallelism and evolutionary algorithms*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 2002; 6(5):443-462.
- [17] E.J.Wegman: *Hyperdimensional data analysis using parallel coordinates*. Journal of the American Statistical Association, 1990, 85(411).
- [18] Gen, Mitsuo and Lin Lin: *Multi-objective hybrid genetic algorithm for bicriteria network design problem*. Complexity Internat, 11:73–83, 2005.
- [19] Giannakoglou., K.C.: *Acceleration of genetic algorithms using artificial neural networks - theoretical background*. von Karman Institute Lectures Series on Genetic Algorithms for Optimization in Aeronautics and Turbomachinery, May 15-19, 2000.
- [20] Giannakoglou., K.C.: *Cost-effective metamodel-assisted evolutionary algorithms*. Evolutionary Algorithms and Intelligent Tools in Engineering Optimization. Editors: W. Annicchiarico, J. Periaux, M. Cerrolaza, G. Winter, CIMNE Series of Handbooks, 2005 (ISBN 1-84564-038-1).
- [21] I.C.Kampolis and K.C.Giannakoglou: *A multilevel approach to single- and multiobjective aerodynamic optimization*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 197(33-40):2963–2975, 2008.
-

- [22] J.H.Holland: *Adaption in natural and artificial systems*. 1975. University of Michigan Press. Second Edition, 1992.
- [23] J.Lampinen: *Multiobjective nonlinear pareto-optimization, a pre-investigation report*. LAPPEENRANTA 2000.
- [24] J.R.Schott: *Fault tolerant design using single and multicriteria genetic algorithm optimization*. Master's thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 1995.
- [25] K.C.Giannakoglou, I.C.Kampolis, C.A.Georgopoulou: *Metamodel assisted evolutionary algorithms (maeas)*.
- [26] K.DeJong: *Analysis of the behaviour of a class of genetic adaptive systems*. Ph.D. Dissertation, University of Michigan, Ann Arbor, 1975.
- [27] Knowles, Joshua and David Corne: *On metrics for comparing non-dominated sets*, 2001.
- [28] Koppen, Mario and Kaori Yoshida: *Visualization of pareto-sets in evolutionary multi-objective optimization*. In *Hybrid Intelligent Systems*, pages 156–161, 2007.
- [29] L.Davis: *Handbook of genetic algorithms*. Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.
- [30] M.C.Ortiz, L.A.Sarabia, M.S.Sanchez D.Arroyo: *Improving the visualization of the pareto-optimal front for the multi-response optimization of chromatographic determinations*. *Analytica Chimica Acta*, 2011, 687(2):129–136.
- [31] P.Grafenberger, E.Parkinson, C.A.Georgopoulou, S.A.Kyriacou, and K.C.Giannakoglou: *Constrained multi-objective design optimization of hydraulic components using a hierarchical metamodel assisted evolutionary algorithm. Part 2: applications*.
- [32] P.Liu, F.Lau, M.J.Lewis, and C.Wang: *A new asynchronous parallel evolutionary algorithm for function optimization*. *Parallel Problem Solving from Nature, PPSN VII*, Granada, Spain, September 2002.
- [33] R.Dawkins: *The blind watchmaker*. 1986. Norton & Company, Inc.

- [34] R.Hammelmüller, M.Schneeberger, H.Schmid: *Hydromatrix - experiences with implemented plants*. Villach/Austria, 2005.
- [35] S.A. Kyriacou, S. Weissenberger and K.C. Giannakoglou.: *Design of a matrix hydraulic turbine using a metamodel-assisted evolutionary algorithm with pca-driven evolution operators*. International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimization, SI: Simulation-Based Optimization Techniques for Computationally Expensive Engineering Design Problems 2011.
- [36] Schoenauer, Z.Michalewicz: *Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems*. Evolutionary Computation Mechanics 1996; 4:1 – 32.
- [37] A.Auger, J.Bader, D.Brockhoff, E.Zitzler: *Theory of the Hypervolume Indicator:  $\mu$ -Distributions and the Choice of the Reference Point*. Proceedings of the tenth ACM SIGEVO workshop on foundations of genetic algorithms, Jan 11, 2009, Orlando, Florida, USA.
- [38] C. M. Papadimitriou: *Computational Complexity*. Addison-Wesley, 1994.
- [39] C.Grosan, M.Oltean, D.Dumitrescu: *Performance metrics for multiobjective optimization evolutionary algorithms*. In Proceedings of Conference on Applied and Industrial Mathematics (CAIM), Oradea, 2003.
- [40] David A. Van Veldhuizen and Gary B. Lamont: *Evolutionary Computation and Convergence to a Pareto Front*. Στο *Stanford University, California*, σελίδες 221–228. Morgan Kaufmann, 1998.
- [41] Eckart Zitzler and Kalyanmoy Deb and Lothar Thiele: *Comparison of Multi-objective Evolutionary Algorithms: Empirical Results*. Evolutionary Computation, 8:173–195, 2000.
- [42] Edsall, Robert M: *The parallel coordinate plot in action: design and use for geographic visualization*. Computational Statistics & Data Analysis, 43(4):605–619, 2003.
- [43] E.Schlemmer, F.Ramsauer, X.Cui, A.Binder: *HYDROMATRIX and StrafloMatrix, Electric Energy from Low Head Hydro Potential*. International Conference on Clean Electrical Power, 2007. ICCEP '07, pages 329–334.



- 
- [44] K.C. Giannakoglou, A.P. Giotis, M.K. Karakasis: *Low-cost genetic optimization based on inexact pre-evaluations and the sensitivity analysis of design parameters*. Inverse Problems in Engineering 2001, 9(4):389–412.
- [45] M. Karakasis and K.C. Giannakoglou.: *On the Use of Metamodel-Assisted Multi-Objective Evolutionary Algorithms*. Engineering Optimization 2006, 38(8):941–957.
- [46] S.Few: *Multivariate analysis using parallel coordinates, 2006*. IBM Scientific Center.
- [47] V.G.Asouti, I.C.Kampolis, and K.C.Giannakoglou: *A grid-enabled asynchronous metamodel-assisted evolutionary algorithm for aerodynamic optimization*. Genetic Programming and Evolvable Machines (SI:Parallel and Distributed Evolutionary Algorithms, Part One), 10(3):373–389, 2009.
- [48] V.G.Asouti and K.C.Giannakoglou: *Aerodynamic optimization using a parallel asynchronous evolutionary algorithm controlled by strongly interacting demes*. Engineering Optimization, 41(3):241–257., 2009.
- [49] V.Pareto: *Cour's d' economie politique professè á l' univeritè de lausanne*. Lausanne, François – Rouge, 1896 – 1897.
- [50] X.Blasco, J.M.Herrero, J.Sanchis M.Martinez: *A new graphical visualization of n-dimensional pareto front for decision-making in multiobjective optimization*. Information Sciences, 2008.
- [51] Z.Michalewicz: *Genetic algorithms + data structures = evolution programs. artificial intelligence*. Berlin, Springer, 1992.