

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Ρευστών
Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής
& Βελτιστοποίησης

Συμβολή στη Βελτιστοποίηση Μορφής του
Γενικευμένου Μοντέλου Αυτοκινήτου DrivAer, με
Χρήση Συζυγών Μεθόδων και OpenFOAM

Διπλωματική Εργασία

Πατέλης Κωνσταντίνος

Επιβλέποντες: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2015

Ευχαριστίες

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που συνέβαλλαν στην ολοκλήρωση της διπλωματικής αυτής εργασίας, αλλά και των προπτυχιακών μου σπουδών στο ΕΜΠ. Αρχικά, θέλω να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου εργασίας, κ. Κυριάκο Γιαννάκογλου, που μου έδωσε τη δυνατότητα να ασχοληθώ με ένα θέμα σύγχρονο και τόσο κοντά στα ενδιαφέροντα μου, καθώς και για το γεγονός ότι για την ολοκλήρωση της εργασίας αυτής μου πρόσφερε λογισμικό και πόρους της ΜΠΥΡ&Β/ΕΘΣ. Πέρα από αυτό θα ήθελα να τον ευχαριστήσω και για τις πολύτιμες συμβουλές και διορθώσεις που μου πρόσφερε σε όποιο σημείο τις χρειάστηκα, αλλά και για τις γνώσεις που μου μετέδωσε σε όλα τα χρόνια των σπουδών μου.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τα μέλη της ΜΠΥΡ&Β/ΕΘΣ, και ιδιαίτερα τον διδάκτορα Ευάγγελο Παπουτσή-Κιαχαγιά, τον οποίο ευχαριστώ για το χρόνο που μου διέθεσε, τη βοήθεια που μου πρόσφερε κατά την εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας και την άμεση ανταπόκριση του.

Στη συνέχεια, ευχαριστίες θα ήθελα να προσφέρω και προς τον πατέρα μου, τη μητέρα μου, την αδερφή μου αλλά και την ευρύτερη οικογένεια μου για τη στήριξη τους στις επιλογές μου όλα αυτά τα χρόνια.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου, εντός και εκτός σχολής, για την ευχάριστη παρέα τους, τη βοήθεια τους και τη στήριξη τους. Ανάμεσα σε αυτούς, ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω το Γιώργο Πάμπαλη, καλό φίλο και συνεργάτη σε όλα τα χρόνιας μας στη σχολή.

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ
ΜΟΝΑΔΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΥΡΔ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Συμβολή στη Βελτιστοποίηση Μορφής του Γενικευμένου Μοντέλου Αυτοκινήτου DrivAer, με Χρήση Συζυγών Μεθόδων και OpenFOAM

Διπλωματική Εργασία
του

Κωνσταντίνου Πατέλη

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου
Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2015

Περίληψη

Στόχος της παρούσας διπλωματικής είναι η προσαρμογή υπάρχουσας μεθόδου και αντίστοιχου λογισμικού που έχει αναπτυχθεί στη Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών (ΜΠΥΡ&Β/ΕΘΣ) του ΕΜΠ, για χρήση κατά την αεροδυναμική βελτιστοποίηση ενός γενικευμένου μοντέλου αυτοκινήτου, του DrivAer. Το DrivAer αποτελεί μία προσπάθεια να γεφυρωθεί το χάσμα ανάμεσα στα εξαιρετικά απλοποιημένα γενικευμένα μοντέλα που χρησιμοποιούνται στις αεροδυναμικές μελέτες και στην περιορισμένη εφαρμογή των αποτελεσμάτων μιας αεροδυναμικής μελέτης που εφαρμόστηκε σε ένα συγκεκριμένο μοντέλο της παραγωγής χάρη στο γεγονός ότι είναι διαμορφώσιμο και, άρα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε μια πληθώρα αεροδυναμικών μελετών και βελτιστοποιήσεων. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη μελέτη του συγκεκριμένου μοντέλου μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για τη βελτιστοποίηση πραγματικών οχημάτων της παραγωγής.

Στη διπλωματική αυτή εργασία παρουσιάζονται διαφορετικές διαμορφώσεις του DrivAer, στις οποίες πραγματοποιούνται βασικές αεροδυναμικές μελέτες. Στη συνέχεια, επιλέγεται μία από τις διαμορφώσεις αυτές στην οποία επικεντρώθηκε η προσπάθεια της αεροδυναμικής βελτιστοποίησης. Παρουσιάζονται τα βήματα που διέπουν τη διαδικασία της αεροδυναμικής βελτιστοποίησης και τα οποία πραγματοποιήθηκαν στο πλαίσιο αυτής της διπλωματικής εργασίας με τελικό στόχο τη μείωση της οπισθέλκουσας του οχήματος.

Βασικό εργαλείο για την πραγματοποίηση της αρχικής αεροδυναμικής μελέτης αποτέλεσε το ανοιχτό λογισμικό OpenFOAM και βασικά εργαλεία βελτιστοποίησης αποτέλεσαν το λογισμικό συνεχών συζυγών μεθόδων για ασυμπίεστη τυρβώδη ροή και το λογισμικό μορφοποίησης πλέγματος με χρήση ογκομετρικών καμπυλών b-splines, που έχουν αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&B/ΕΘΣ σε περιβάλλον OpenFOAM. Η συνεχής συζυγής μέθοδος υπολογίζει τις παραγωγούς ευαισθησίας και παράγει τον χάρτη ευαισθησίας, δηλαδή το “χρωματισμό” της επιφάνειας του αυτοκινήτου που δείχνει την ένταση της παραγωγού της αντικειμενικής συνάρτησης, εδώ του συντελεστή οπισθέλκουσας, ως προς την κάθετη μετατόπιση κάθε σημείου της επιφάνειας αυτής. Με βάση αυτήν την πληροφορία επιλέχθηκαν από τον γράφοντα οι περιοχές στις οποίες επικεντρώνεται η προσπάθεια βελτιστοποίησης και στις οποίες εφαρμόζεται παραμετροποίηση με χρήση ογκομετρικών b-splines. Αρχικά, ο γράφων απέκτησε μία εξοικείωση με τη θεωρία και την εφαρμογή των ογκομετρικών b-splines μελετώντας και αναπτύσσοντας λογισμικό παραμετροποίησης σημείων βασισμένο σε αυτές. Στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό μορφοποίησης πλέγματος που έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&B καθώς είναι προσαρμοσμένο να λειτουργεί στο περιβάλλον του OpenFOAM αλλά και να συνδυάζεται με το λογισμικό συνεχών συζυγών μεθόδων. Με χρήση των παραπάνω εργαλείων τα παραμετροποιημένα σημεία της επιφάνειας μετακινούνται με βάση τις παραγωγούς ευαισθησίας και τελικά παράγεται μια νέα, βελτιωμένη επιφάνεια με μικρότερο συντελεστή οπισθέλκουσας. Αρχικά, για περαιτέρω εξοικείωση, η διαδικασία εφαρμόστηκε σε πιο απλές γεωμετρίες και, στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε και στο αυτοκίνητο που μελετάται. Διερευνήθηκαν διάφορες περιοχές της επιφάνειας του αυτοκινήτου και το κατά πόσο η εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων σε αυτές αποτελούν βελτίωση του αρχικού μοντέλου.

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING
FLUIDS DEPARTMENT
LABORATORY OF THERMAL TURBOMACHINES
PARALLEL CFD & OPTIMIZATION UNIT

Contribution to the Aerodynamic Optimization of the DrivAer Generic Car Model using Continuous Adjoint Methods and OpenFOAM

Diploma Thesis
by

Konstantinos Patelis

Supervisor: Kyriakos C. Giannakoglou
Professor NTUA

Athens, September 2015

Abstract

The aim of this diploma thesis is to adapt an existing method and its corresponding software, developed by Parallel CFD & Optimization Unit of the Laboratory of Thermal Turbomachinery (PCOpt/LTT) of NTUA, for use in the aerodynamic optimization of a generic car model, the DrivAer. DrivAer is an attempt to bridge the gap between the extremely simplified generic car models used in aerodynamic studies and the limited application of results obtained by an aerodynamic study applied to a particular production vehicle thanks to the fact that it is configurable and therefore can be used in a plurality of aerodynamic research cases and optimization. The results obtained by studying this model can then be applied to optimize actual production vehicles.

The thesis presents different configurations of DrivAer, upon which basic aerodynamic studies are performed. One of these configurations is then selected in which the effort of aerodynamic optimization is focused. The steps governing the process of aerodynamic optimization are presented with the ultimate aim of reducing the drag of the vehicle.

A key tool used to conduct the initial aerodynamic study is the open source software OpenFOAM and basic optimization tools are the continuous adjoint methods software for incompressible, turbulent flow and the grid morphing software using volumetric b-splines, both of which were developed by the PCOpt/LTT in the OpenFOAM environment. The continuous adjoint method computes the sensitivity

derivatives and generates the sensitivity map, which is a “coloration” of the surface of the vehicle showing the intensity of the derivative of the objective function, here the drag coefficient with respect to the perpendicular displacement of each point of the car’s surface. Based on this information the areas upon which the optimization attempt are selected by the writer of this thesis and are then parameterized using volumetric b-splines. Initially, the author acquired a familiarity with the theory and application of volumetric b-splines studying and developing points parameterization software based on that theory. The grid morphing software developed by the PCOpt is then used as it is adapted to operate in the OpenFOAM environment as well as capable of combining with the above mentioned continuous adjoint methods software. Using the above tools, the parameterized points of a surface are moved as is dictated by the sensitivity derivatives and, thus, a new, improved surface is produced, the drag coefficient of which is reduced, compared to the initial surface. Initially, to increase familiarity with the procedure, the process was applied to simpler geometries and then to the more complex car geometry. Different areas of the surface of the car and whether the implementation of the above methods provides an improvement to the initial car model are explored.

Ακρωνύμια

ΕΜΠ	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
ΕΘΣ	Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
ΜΠΤΡ&Β	Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης
ΥΡΔ	Υπολογιστική Ρευστοδυναμική
<hr/>	
CFD	Computational Fluid Dynamics
NTUA	National Technical University of Athens
PCopt	Parallel CFD & Optimization unit
TUM	Technische Universität München
OpenFOAM	Open Field Operation And Manipulation
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
NVD	Normalised Variable Diagram
GBM	Gradient Based Method

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	i
1 Εισαγωγή	1
1.1 Το γενικευμένο μοντέλο DrivAer	2
1.2 Η Συζυγής Μέθοδος (Adjoint Method)	5
1.3 Το λογισμικό OpenFOAM	7
1.4 Στόχος και Δομή της Διπλωματικής Εργασίας	8
2 Γένεση Πλέγματος	11
3 Οι Εξισώσεις Ροής και η Αριθμητική Επίλυση τους	21
3.1 Οι εξισώσεις Navier-Stokes	22
3.2 Θεωρητικό Υπόβαθρο των Μοντέλων Τύρβης	24
3.2.1 Το μοντέλο των Spalart-Allmaras	25
3.2.2 Το μοντέλο realizable $k - \varepsilon$	26
3.2.3 Το μοντέλο $k - \omega$ SST	28
3.3 Οριακές συνθήκες	29
3.3.1 Συνθήκες στο επάπειρο όριο	29
3.3.2 Οριακές συνθήκες στο υπόλοιπο χωρίο	32
3.4 Διακριτοποίηση και μεθοδολογία επίλυσης των εξισώσεων	33
3.4.1 Διακριτοποίηση των εξισώσεων ροής	34
3.4.2 Επιλύτες των Εξισώσεων Ροής	37
3.5 Αποτελέσματα της Αρχικής Αεροδυναμικής Μελέτης	38
3.5.1 Αποτελέσματα για τη διαμόρφωση Fastback	39

3.5.2	Αποτελέσματα για τη διαμόρφωση Estate Back	41
4	Χρήση της Συνεχούς Συζυγούς Μεθόδου για την Δημιουργία του Χάρτη Ευαισθησίας	43
4.1	Περιγραφή της Συνεχούς Συζυγούς Μεθόδου	44
4.2	Συζυγείς Οριακές Συνθήκες και Τελική Έκφραση των Παραγώγων Ευαισθησίας	49
4.2.1	Συζυγείς Οριακές Συνθήκες στο Επ'Απειρο Όριο	50
4.2.2	Συζυγείς Οριακές Συνθήκες στα Σταθερά και Παραμετροποιημένα Τοιχώματα του Χωρίου	50
4.2.3	Τελική Έκφραση των Παραγώγων Ευαισθησίας	52
4.3	Χάρτης Ευαισθησίας	54
5	Βελτιστοποίηση Μορφής με Χρήση Ογκομετρικών B-Splines	63
5.1	Καμπύλες B-Splines	64
5.2	Ογκομετρικές Καμπύλες B-Splines	67
5.3	Εφαρμογή των Ογκομετρικών Καμπύλων B-Splines σε συνδυασμό με έναν Επιλύτη Συζυγών Εξισώσεων	69
5.3.1	Βελτιστοποίηση του Οπίσθιου Τμήματος της Διαμόρφωσης Estate Back	74
5.3.2	Βελτιστοποίηση της Αεροτομής	76
5.3.3	Βελτιστοποίηση στο A-pillar	79
6	Ανακεφαλαίωση και Συμπεράσματα	87
A'	Εφαρμογή της Συνεχούς Συζυγούς μεθόδου και των Ογκομετρικών Καμπύλων B-Splines σε Πτέρυγα	93
	Βιβλιογραφία	101

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια οι απαιτήσεις για τη μείωση των εκπομπών του διοξειδίου του άνθρακα (CO_2) ολοένα και αυξάνονται, οδηγώντας τις αυτοκινητοβιομηχανίες να αναζητήσουν λύσεις ώστε να ελαχιστοποιήσουν τις εκπομπές ρύπων. Πολλές μελέτες έχουν διεξαχθεί και πολλές βελτιστοποιήσεις έχουν εφαρμοστεί που αποσκοπούν στην ελάττωση των ρύπων [1, 2, 3], ωστόσο υπάρχει ακόμα μεγάλο περιθώριο για τη βελτίωση της αεροδυναμικής των οχημάτων, μέσω της βελτιστοποίησης μορφής (Shape Optimization), που αναμένεται να αποφέρει σημαντικές και οικονομικές δυνατότητες εξέλιξης στο σχεδιασμό των αυτοκινήτων.

Για το σκοπό αυτό είναι απαραίτητο να μελετηθούν τα φαινόμενα της ροής γύρω από τα αυτοκίνητα. Συνήθως γενικές μελέτες των φαινομένων της ροής γίνονται με τη χρήση εξαιρετικά απλοποιημένων μοντέλων αυτοκινήτων όπως είναι το μοντέλο Ahmed [4] και το μοντέλο SAE [5]. Τέτοια μοντέλα δίνουν τη δυνατότητα να μελετηθεί η βασική δομή της ροής, χωρίς να την επηρεάζουν παρεμβολές που δημιουργούνται λόγω των διαφορετικών περιοχών του αυτοκινήτου. Οι παρεμβολές αυτές όμως είναι και αυτές που προκαλούν μερικά από τα πιο σύνθετα φαινόμενα της ροής και για το λόγο αυτό συχνά είναι απαραίτητη η μελέτη τους. Πιο συγκεκριμένα, τα απλοποιημένα μοντέλα αμελούν φαινόμενα που εμφανίζονται λόγω της ύπαρξης και περιστροφής των τροχών ή λόγω της αλληλεπίδρασης μεταξύ του δρόμου και της κάτω πλευράς του αμαξώματος, περιοχές

που έχει αποδειχθεί ότι έχουν δυνατότητες βελτίωσης [6], χωρίς να θυσιάζονται τα βασικά σχεδιαστικά χαρακτηριστικά του αυτοκινήτου.

Αντίθετα, πολλές φορές η μελέτη περιστρέφεται γύρω από τη γεωμετρία ενός πραγματικού μοντέλου της παραγωγής. Ωστόσο, λόγω της περιορισμένης πρόσβασης στην ακριβή γεωμετρία αυτών των οχημάτων ή λόγω αδυναμίας δημοσίευσης ακόμη και αυτών στα οποία η ΜΠΥΡ&Β/ΕΘΣ του ΕΜΠ έχει πρόσβαση, καθώς και λόγω του μικρού χρόνου ζωής τους μέχρι να αντικατασταθούν από νέα μοντέλα, οι αεροδυναμικές μελέτες σε αυτά είναι επίσης περιορισμένες και τα δεδομένα που προκύπτουν από αυτές δυσεύρετα.

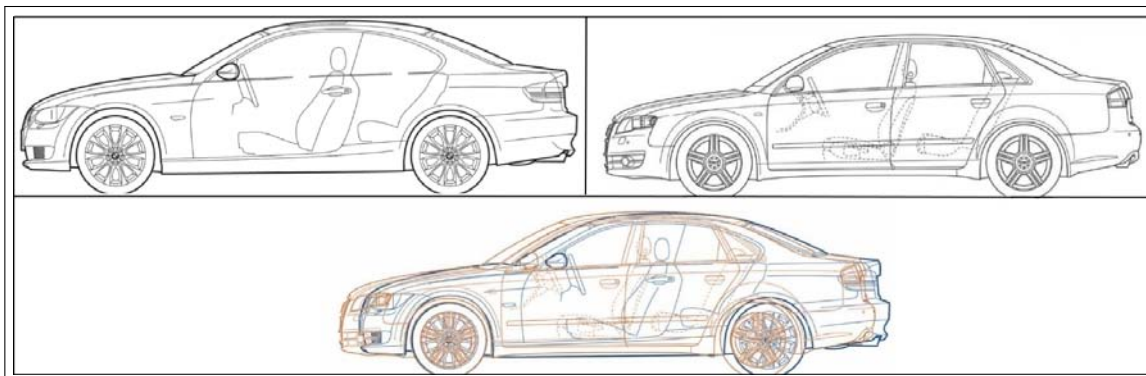
Καθώς λοιπόν τα αποτελέσματα από τη μελέτη εξαιρετικά γενικευμένων μοντέλων δεν επαρκούν για ορισμένες μελέτες, ενώ τα μοντέλα οχημάτων παραγωγής είναι προσβάσιμα σε περιορισμένο αριθμό ατόμων, δημιουργήθηκε ένα νέο, ρεαλιστικό, γενικευμένο μοντέλο αυτοκινήτου, το DrivAer [7], το οποίο προτάθηκε και αναπτύχθηκε από τον τομέα Αεροδυναμικής και Μηχανικής των Ρευστών του Τεχνικού Πανεπιστημίου του Μονάχου.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα γίνει μελέτη της ροής γύρω από το DrivAer και θα γίνει προσπάθεια, μέσω μεθόδων βελτιστοποίησης μορφής, να μειωθεί ο συντελεστής οπισθέλκουσας του αυτοκινήτου C_d με τελικό σκοπό τη μείωση των εκπομπών CO_2 . Η προσομοίωση της ροής θα γίνει με τη βοήθεια του ανοιχτού λογισμικού OpenFOAM [8], ενώ για τη βελτιστοποίηση θα χρησιμοποιηθεί λογισμικό που έχει αναπτυχθεί στην ΜΠΥΡ&Β/ΕΘΣ βασισμένο στη συζυγή μέθοδο (Adjoint Method).

1.1 Το γενικευμένο μοντέλο DrivAer

Το μοντέλο DrivAer [7] αναπτύχθηκε από τον τομέα Αεροδυναμικής και Μηχανικής Ρευστών του Τεχνικού Πανεπιστημίου του Μονάχου (Institute of Aerodynamics and Fluid Mechanics of the Technische Universität München, TUM) σε συνεργασία με τις Audi AG [9] και BMW Group [10]. Για τη δημιουργία του συνδυάστηκαν τα δεδομένα

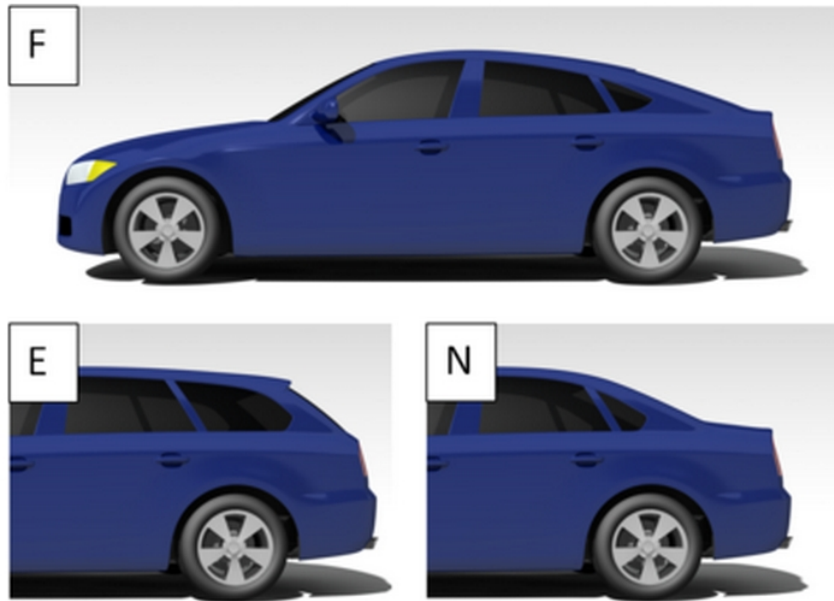
CAD από δύο αυτοκίνητα των παραπάνω εταιριών, τα BMW 3 Series Limousine και Audi A4 Limousine, όπως φαίνεται και στο σχήμα 1.1.



Σχήμα 1.1: Δημιουργία του μοντέλου *DrivAer* (κάτω) συνδυάζοντας τα αυτοκίνητα *BMW 3 Series Limousine* (πάνω αριστερά) και *Audi A4 Limousine* (πάνω δεξιά). Προσφορά του Τεχνικού Πανεπιστημίου του Μονάχου [11].

Το μοντέλο έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε να αποτελείται από διαφορετικά, εναλλάξιμα μέρη ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για ένα μεγάλο εύρος μελετών. Πιο συγκεκριμένα, καθώς υπάρχουν πολλές διαφορετικές διαμορφώσεις αυτοκινήτων, έχει τρία διαφορετικά οπίσθια μέρη (*Fastback*, *Estate Back*, *Notchback*) που μπορούν να εφαρμοστούν (Σχήμα 1.2), έτσι ώστε να μπορεί να μελετηθεί η ροή για διάφορες κατηγορίες οχημάτων, ενώ υπάρχουν και δυο διαμορφώσεις για το κάτω μέρος του αμαξώματος, μία λεπτομερής και μία λεία (Σχήμα 1.3).

Για να οριστεί η διαμόρφωση του μοντέλου *DrivAer* ακολουθείται η εξής κωδικοποίηση: Ορίζεται μια συντομογραφία που αποτελείται από τέσσερα μέρη. Στο πρώτο μέρος ορίζεται η οπίσθια διαμόρφωση του αυτοκινήτου με το αρχικό γράμμα της αγγλικής ονομασίας της (**F**astback, **E**state Back, **N**otchback), στο δεύτερο ορίζεται η διαμόρφωση του αμαξώματος στην κάτω πλευρά του, αν θα είναι δηλαδή λεπτομερής (**D**etailed Underbody) ή λεία (**S**mooth Underbody), ενώ στο τρίτο ορίζεται αν θα έχει η διαμόρφωση καθρέπτες (**wM**, with Mirrors) ή όχι (**woM**, without Mirrors). Τέλος, στο τέταρτο μέρος ορίζεται αν θα έχει το μοντέλο ρόδες (**wW**, with Wheels) ή όχι (**woW**, without Wheels). Έτσι, για παράδειγμα, τα μοντέλα που θα μελετηθούν στην παρούσα διπλωματική εργασία, δηλαδή αυτό με τη διαμόρφωση *Fastback* και αυτό



Σχήμα 1.2: Διαφορετικές διαμορφώσεις του *DrivAer:Fastback (F)*, *Estate Back (E)*, *Notchback (N)*. Προσφορά του Τεχνικού Πανεπιστημίου του Μονάχου [11].



Σχήμα 1.3: Διαφορετικές διαμορφώσεις του *DrivAer* για το κάτω μέρος του αμαξώματος: *Detailed Underbody (D)*, *Smooth Underbody (S)*. Προσφορά του Τεχνικού Πανεπιστημίου του Μονάχου [11].

με τη διαμόρφωση Estate, όπου και στα δύο η κάτω πλευρά του αμαξώματος είναι λεία, ορίζονται από τις συντομογραφίες F_S_wM_wW και E_S_wM_wW αντίστοιχα.

1.2 Η Συζυγής Μέθοδος (Adjoint Method)

Η συζυγής μέθοδος [12, 13] εμφανίστηκε για πρώτη φορά στη θεωρία ελέγχου [14] και χρησιμοποιείται στον κλάδο της βελτιστοποίησης σε φυσικά προβλήματα που περιγράφονται από συστήματα μερικών διαφορικών εξισώσεων. Ένα τέτοιο σύστημα είναι, για παράδειγμα, οι εξισώσεις Navier-Stokes. Η συζυγής μέθοδος είναι ένα μαθηματικό-υπολογιστικό εργαλείο για τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας (sensitivity derivatives) της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, ενώ ταυτόχρονα εξασφαλίζει την ικανοποίηση των βασικών εξισώσεων (εδώ οι εξισώσεις ροής μαζί με το μοντέλο τύρβης που θα επιλέξει ο χρήστης), οι οποίες στη συνέχεια χρησιμοποιούνται σε αιτιοκρατικές μεθόδους βελτιστοποίησης βασισμένες στην κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης (λ.χ. στη μέθοδο της απότομης καθόδου).

Τυπικό παράδειγμα χρήσης της συζυγούς μεθόδου στην αεροδυναμική [15, 16, 17] είναι η εύρεση της βέλτιστης θέσης των σημείων ελέγχου της καμπύλης μιας αεροτομής, η οποία έχει λ.χ. μοντελοποιηθεί με πολυώνυμα Bezier-Bernstein, όπου η αντικειμενική συνάρτηση είναι λ.χ. η απόκλιση από μία επιθυμητή κατανομή της πίεσης στην αεροτομή. Με τη συζυγή μέθοδο υπολογίζονται οι παράγωγοι ευαισθησίας με βάση τις οποίες μεταβάλλονται τα σημεία ελέγχου έτσι ώστε να μειωθεί η απόκλιση. Εντάσσοντας τη μέθοδο αυτή σε μια διαδικασία βελτιστοποίησης είναι δυνατό να προσδιοριστούν τα σημεία ελέγχου που δίνουν την καμπύλη της αεροτομής με την επιθυμητή κατανομή πίεσης.

Υπάρχουν δύο κατηγορίες της συζυγούς μεθόδου, η διακριτή (discrete)[18, 19, 20, 21, 22] και η συνεχής (continuous) [23, 24, 25, 26, 27, 28, 29]. Στη διακριτή μέθοδο, αρχικά γραμμικοποιούνται και διακριτοποιούνται η αντικειμενική συνάρτηση και οι ροϊκές εξισώσεις και κατόπιν από τις διακριτοποιημένες εξισώσεις παράγονται οι προς επίλυση

συζυγείς εξισώσεις, οι οποίες μπορούν να γραφούν απευθείας σε μητρώϊκή μορφή και να επιλυθούν αριθμητικά. Με τη συνεχή συζυγή μέθοδο, οι συζυγείς εξισώσεις διατυπώνονται μαθηματικά χρησιμοποιώντας τις συνεχείς εξισώσεις ροής, δηλαδή στη μορφή μερικών διαφορικών εξισώσεων, προτού αυτές διακριτοποιηθούν. Αρχικά παράγεται η επαυξημένη αντικειμενική συνάρτηση προσθέτοντας στην αντικειμενική συνάρτηση τις εξισώσεις ροής πολλαπλασιασμένες με τις συζυγείς μεταβλητές. Με χρήση του θεωρήματος Green-Gauss εξάγονται οι εκφράσεις των συνεχών συζυγών μεθόδων, οι συζυγείς οριακές συνθήκες καθώς και οι εκφράσεις των παραγώγων ευαισθησίας. Τέλος, οι συζυγείς μερικές διαφορικές εξισώσεις της ροής διακριτοποιούνται για να λυθούν αριθμητικά.

Πλεονέκτημα της συζυγούς μεθόδου είναι το χαμηλό υπολογιστικό κόστος που τη συνοδεύει. Πιο συγκεκριμένα, λόγω της διατύπωσης της μεθόδου, το κόστος υπολογισμού των παραγώγων ευαισθησίας μιας αντικειμενικής συνάρτησης είναι ανεξάρτητο του πλήθους των μεταβλητών σχεδιασμού του προβλήματος, ενώ ο χρόνος που απαιτείται συνολικά για τον υπολογισμό είναι ο χρόνος για να επιλυθούν οι εξισώσεις της ροής και ο χρόνος που απαιτείται για την επίλυση των συζυγών εξισώσεων. Ο χρόνος επίλυσης των συζυγών εξισώσεων είναι ίσος ή και μικρότερος του χρόνου που απαιτείται για την επίλυση των ροϊκών εξισώσεων. Στον αντίποδα, μειονέκτημα της μεθόδου αποτελεί η ανάγκη επαναδιατύπωσης των συζυγών εξισώσεων και των οριακών συνθηκών και, συνεπώς, ο επαναπρογραμματισμός του σχετικού λογισμικού για διαφορετικές αντικειμενικές συναρτήσεις. Η ανάπτυξη και εφαρμογή συζυγών τεχνικών αποτελεί βασική ερευνητική δραστηριότητα της ΜΠΥΡ&Β/ΕΘΣ. Οι πρώτες ερευνητικές προσπάθειες [24, 25, 30] αφορούσαν την εφαρμογή της συνεχούς συζυγούς μεθόδου στην ανάλυση και το σχεδιασμό στροβιλομηχανών.

Αρχικά, σε πολλές ερευνητικές ομάδες, οι συζυγείς εξισώσεις σε προβλήματα τυρβώδους ροής διατυπώνονταν βασισμένες στην ευρέως χρησιμοποιούμενη παραδοχή της “παγωμένης τύρβης” (frozen turbulence) [31], σύμφωνα με την οποία οι μεταβλητές των εξισώσεων τύρβης ήταν ανεξάρτητες των μεταβλητών σχεδιασμού. Σε ερευνητικές προσπάθειες της ΜΠΥΡ&Β η παραδοχή αυτή εγκαταλείφθηκε αφού αντικαταστάθηκε με

τη διατύπωση των συζυγών εξισώσεων για το μοντέλο τύρβης των Spalart-Allmaras [26, 32, 33]. Εφαρμογές της συζυγούς μεθόδου έχουν γίνει σε προβλήματα βελτιστοποίησης μορφής [27, 34], τοπολογίας [27, 34, 35], στιβαρού σχεδιασμού [34], κ.α.

Σε αντίθεση με την ερευνητική ομάδα της ΜΠΥΡ&Β/ΕΘΣ και άλλες ομάδες που ασχολούνται με την ανάπτυξη και εφαρμογή της συνεχούς συζυγούς μεθόδου, υπάρχουν πολλές ερευνητικές ομάδες που επικεντρώνουν το ενδιαφέρον και τις προσπάθειες τους στην ανάπτυξη της διακριτής συζυγούς μεθόδου. Οι Elliot και Peraire πρώτοι βελτιστοποίησαν ένα ολόκληρο αεροσκάφος [36], με βάση μια επιθυμητή κατανομή πίεσης, με χρήση της διακριτής μεθόδου. Ο Giles και οι συνεργάτες του πρότειναν ένα επαναληπτικό σχήμα που εγγυόταν την σύγκλιση των συζυγών εξισώσεων σε περίπτωση που συνέκλινε και η λύση του πρωτεύοντος προβλήματος [18, 37]. Το σχήμα αυτό υιοθετήθηκε από πολλούς ερευνητές αλλά σε περιπτώσεις που η μελέτη αφορούσε περίπλοκες, τριδιάστατες ροές και η λύση του πρωτεύοντος προβλήματος ταλαντωνόταν γύρω από μία τιμή, η υιοθέτηση του σχήματος αυτού οδηγούσε τη λύση του συζυγούς προβλήματος να αποκλίνει. Για να επιλυθεί το πρόβλημα αυτό, οι Campobasso και Giles πρότειναν τη χρήση ενός σταθεροποιητή στο γραμμικό επιλύτη των συζυγών εξισώσεων [38, 39]. Αντίστοιχα με τη διατύπωση των συνεχών συζυγών εξισώσεων με διαφόριση του μοντέλου τύρβης των Spalart-Allmaras και την ανάπτυξη του αντίστοιχου λογισμικού από τη ΜΠΥΡ&Β, έχει αναπτυχθεί λογισμικό βασισμένο στη διαφόριση των εξισώσεων τύρβης για την περίπτωση της διακριτής διατύπωσης των συζυγών εξισώσεων, για τα μοντέλα Spalart-Allmaras [19, 40], $k - \varepsilon$ [41, 42], $k - \omega$ [43, 44] και $k - \omega$ SST [41].

1.3 Το λογισμικό OpenFOAM

Το OpenFOAM [8] είναι ένα ελεύθερο λογισμικό ανοιχτού κώδικα για την επίλυση προβλημάτων Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (ΥΡΔ), το οποίο χρησιμοποιείται ευρύτατα τόσο σε εμπορικό αλλά και σε ακαδημαϊκό επίπεδο. Το OpenFOAM περιλαμβάνει εργαλεία για τη γένεση πλέγματος, καθώς και επιλύτες για ένα εύρος προβλημάτων,

από τον τομέα της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής ως τον Τομέα των Οικονομικών. Οι επιλύτες αυτοί χρησιμοποιούνται για να λυθούν οι διακριτοποιημένες μορφές των εξισώσεων, ενώ στο χρήστη δίνεται επίσης η ελευθερία να επιλέξει το σχήμα διακριτοποίησης που θα χρησιμοποιηθεί για κάθε όρο της προς επίλυση εξίσωσης. Διατίθεται επίσης και μια πληθώρα εργαλείων για την επεξεργασία των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τη χρήση του λογισμικού για την επίλυση ενός προβλήματος. Το λογισμικό είναι όλο γραμμένο στη γλώσσα προγραμματισμού $C++$ και καθώς ο κώδικας είναι ανοιχτός, μπορεί ο καθένας να τον προσαρμόσει στις ανάγκες του. Παράδειγμα αποτελούν και οι συζυγείς τεχνικές που έχουν κωδικοποιηθεί από τη ΜΠΥΡ&Β ώστε να χρησιμοποιούνται στο OpenFOAM. Πλεονέκτημα του λογισμικού OpenFOAM είναι ότι παρέχει τη δυνατότητα παράλληλης επεξεργασίας, δηλαδή να επιλύονται σε διαφορετικούς επεξεργαστές διάφορα τμήματα του προβλήματος ταυτόχρονα, πράγμα που μειώνει δραστικά το χρόνο που απαιτείται για την επίλυση ενός προβλήματος.

1.4 Στόχος και Δομή της Διπλωματικής Εργασίας

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η εφαρμογή μεθόδων βελτιστοποίησης μορφής, με χρήση της συνεχούς συζυγής μεθόδου σε ένα νέο, πιο σύνθετο, γενικευμένο μοντέλο αυτοκινήτου, το μοντέλο DrivAer. Η συνεχής συζυγής μέθοδος θα χρησιμοποιηθεί έτσι ώστε, μέσα από τις παραγώγους ευαισθησίας, να υποδείξει τις δυνατότητες βελτιστοποίησης της μορφής του αυτοκινήτου, με στόχο τη μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας C_d του οχήματος, και στη συνέχεια να συνδυαστεί με ένα μορφοποιητή πλέγματος για να μεταβληθεί το πλέγμα τοπικά, με αποτέλεσμα να μεταβληθεί και η γεωμετρία του οχήματος, το οποίο τελικά θα έχει μικρότερο συντελεστή οπισθέλκουσας από το αρχικό. Η μελέτη αυτή θα πραγματοποιηθεί για τη μόνιμη ασυμπίεστη ροή γύρω από το αυτοκίνητο.

Η δομή της παρούσας εργασίας οργανώνεται ως εξής:

- Στο κεφάλαιο 2 θα παρουσιαστεί η διαδικασία γένεσης του πλέγματος γύρω από την περίπλοκη γεωμετρία του αυτοκινήτου.
- Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται η πρωτεύουσα αεροδυναμική ανάλυση, αφού πρώτα οριστούν οι κατάλληλες οριακές συνθήκες του προβλήματος, καθώς και τα σχήματα διακριτοποίησης των εμπλεκόμενων εξισώσεων και ο αλγόριθμος επίλυσης των εξισώσεων.
- Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται η συνεχής συζυγής μέθοδος, η οποία και εφαρμόζεται για να παραχθούν οι χάρτες ευαισθησίας του αυτοκινήτου ως προς την αντικειμενική συνάρτηση.
- Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζεται μια μέθοδος για τη μεταβολή της γεωμετρίας του αυτοκινήτου βασισμένη στη χρήση ογκομετρικών καμπυλών b-splines, χρησιμοποιώντας τις παραγώγους ευαισθησίας που υπολογίστηκαν με τη βοήθεια της συνεχούς συζυγής μεθόδου, όπως παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 4. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται τοπικά σε διάφορες περιοχές της γεωμετρίας του αυτοκινήτου με βάση την κρίση και τις επιλογές του γράφοντα, με τη βοήθεια του χάρτη ευαισθησίας του αυτοκινήτου.
- Στο κεφάλαιο 6 γίνεται μια ανακεφαλαίωση και παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της διπλωματικής εργασίας.

Κεφάλαιο 2

Γένεση Πλέγματος

Οι μερικές διαφορικές εξισώσεις που διέπουν την κίνηση ενός ρευστού, με εξαίρεση κάποιες πολύ απλές περιπτώσεις, δεν έχουν αναλυτική λύση. Η μέθοδος που ακολουθείται για την ανάλυση της ροής, όπως αυτή συναντάται σε πραγματικά προβλήματα μηχανικού, έγκειται στον κατακερματισμό του χώρου που μελετάται σε μικρότερα χωρία, απλού σχήματος. Οι εξισώσεις της ροής στη συνέχεια διακριτοποιούνται και ικανοποιούνται σε καθένα από τα χωρία αυτά, τα οποία ονομάζονται κελιά (cells). Το σύνολο των κελιών αποτελεί το υπολογιστικό πλέγμα, το οποίο διακρίνεται σε κατηγορίες με βάση το σχήμα των κελιών αυτών (τετράεδρα, εξαέδρα, πρίσματα, κ.λ.π.) αλλά και με βάση τον τρόπο σύνδεσης των κελιών (δομημένα, μη-δομημένα και υβριδικά πλέγματα).

Η γένεση ενός πλέγματος καταναλώνει συνήθως ένα μεγάλο τμήμα χρόνου σε κάθε μελέτη με χρήση μεθόδων υπολογιστικής ρευστοδυναμικής, καθώς δεν υπάρχουν οδηγίες ή κάποια συγκεκριμένη μεθοδολογία για όλες τις περιπτώσεις μοντελοποίησης της ροής. Με άλλα λόγια, το πλέγμα διαμορφώνεται με βάση τη γνώση και την εμπειρία του μηχανικού. Ωστόσο υπάρχουν μερικές βασικές απαιτήσεις στις οποίες πρέπει κάθε πλέγμα να υπακούει. Πιο συγκεκριμένα ένα πλέγμα πρέπει να έχει:

- Πυκνότητα, πρωτίστως στα σημεία που τα μεγέθη της ροής έχουν μεγάλες κλίσεις. Ωστόσο σε ένα καλό πλέγμα η πυκνωση είναι διανεμημένη στα σημεία που απαιτείται, καθώς πυκνωση του πλέγματος στο σύνολο του αυξάνει πολύ το

υπολογιστικό κόστος της προσομοίωσης. Εκεί έγκειται και ένα πλεονέκτημα των μη-δομημένων πλεγμάτων, καθώς δίνουν τη δυνατότητα τοπικής πύκνωσης του πλέγματος χωρίς να επηρεάζουν τα κελιά που βρίσκονται πιο μακριά.

- Ορθογωνιότητα, δηλαδή τα κελιά του πλέγματος να είναι κατά το δυνατόν ορθογώνια. Έτσι μειώνονται τα αριθμητικά σφάλματα και περιορίζεται η αριθμητική διάχυση, δηλαδή το φαινόμενο κατά το οποίο το ρευστό που προσομοιώνεται εμφανίζει μεγαλύτερη διαχυτότητα σε σχέση με την πραγματικότητα. Η ορθογωνιότητα του πλέγματος ελέγχεται από τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της γραμμής που ενώνει τα κέντρα δύο γειτονικών κελιών και του κάθετου διανύσματος της κοινής τους έδρας.
- Ομαλότητα, ως προς το μέγεθος των κελιών καθώς και ως προς τις πλεγματικές γραμμές. Λοξά κελιά ή γειτονικά κελιά με μεγάλες διαφορές στο μέγεθος καθώς και ασυνέχειες ή μεγάλες κλίσεις των πλεγματικών γραμμών χειροτερεύουν την ποιότητα του πλέγματος. Η απόσταση μεταξύ του σημείου που η γραμμή που ενώνει δύο γειτονικά κελιά διαπερνά την κοινή τους έδρα και του κέντρου της έδρας αυτής αποτελεί ένα δείκτη που εκφράζει κατά πόσο ένα κελί είναι λοξό.

Σε κάθε πρόβλημα υπολογιστικής ρευστοδυναμικής λοιπόν, το πρώτο βήμα είναι ο καθορισμός του υπολογιστικού χωρίου. Στην περίπτωση αυτή πρέπει να οριστεί ένας χώρος μέσα στον οποίο να παρεμβληθεί η γεωμετρία του αυτοκινήτου. Σε κάθε περίπτωση της γεωμετρίας του αυτοκινήτου *DriveAer* που θα εξεταστεί στην παρούσα διπλωματική θα χρησιμοποιηθεί η διαμόρφωση όπου η κάτω πλευρά του αμαξώματος είναι λεία (*Smooth Underbody*), οπότε πλέον η γεωμετρία του αυτοκινήτου είναι συμμετρική, με επίπεδο συμμετρίας το $y = 0$ (Σχήμα 2.1). Αυτό δίνει τη δυνατότητα να περιοριστεί το υπολογιστικό κόστος, αφού χρησιμοποιώντας τη γεωμετρία του *half car*, δηλαδή μόνο το μισό αυτοκίνητο, αντίστοιχα μειώνεται και στο μισό το μέγεθος του υπολογιστικού χωρίου. Το χωρίο πρέπει να έχει τις απαραίτητες διαστάσεις ώστε να έχει αναπτυχθεί ο τυρβώδης χαρακτήρας της ροής προτού έρθει σε επαφή με το αυτοκίνητο, καθώς και να έχει αυτή σταθεροποιηθεί μετά την επαφή της με το όχημα. Για

το λόγο αυτό επιλέγεται, όπως φαίνεται και στον πίνακα 2.1, το υπολογιστικό χωρίο να έχει μήκος ίσο με 11 φορές το μήκος (L) του αυτοκινήτου, πλάτος ίσο με 5.5 φορές το πλάτος του (B), και ύψος ίσο με 8 φορές το ύψος του (H) (Σχήμα 2.1). Ένας άλλος λόγος που απαιτείται το χωρίο να έχει τέτοιες διαστάσεις είναι για να μην επηρεάζεται η ροή γύρω από το αυτοκίνητο από τα τοιχώματα του χωρίου. Ένας δείκτης που χρησιμοποιείται για να εξεταστεί αυτό το ενδεχόμενο είναι ο λόγος στένωσης φ (blockage ratio), που δίνεται από τη σχέση:

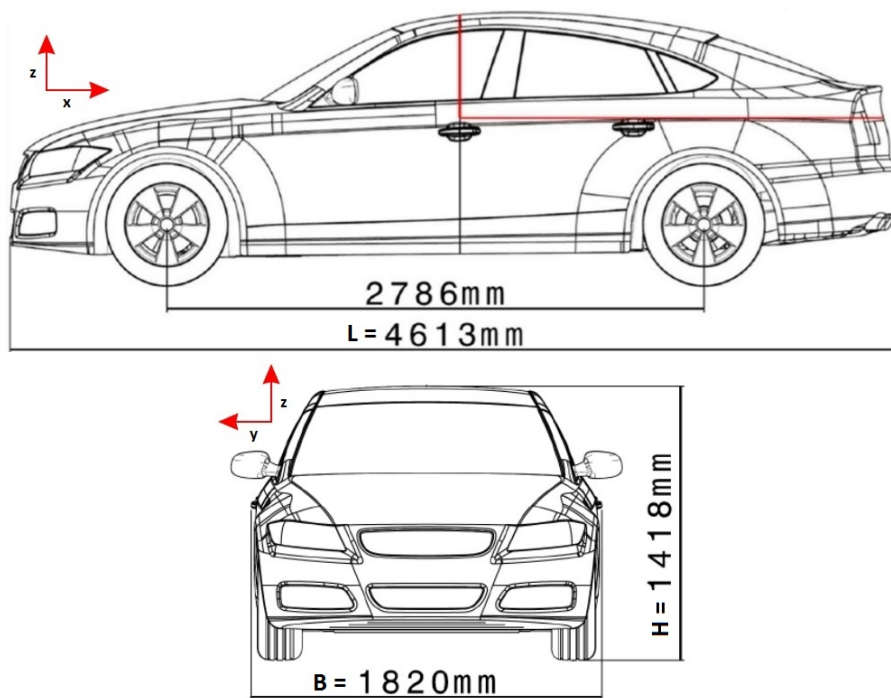
$$\varphi = A_{ref}/(H \cdot W) \quad (2.1)$$

όπου A_{ref} η μετωπική επιφάνεια του αυτοκινήτου, H το ύψος του υπολογιστικού χωρίου και W το πλάτος του. Στις πειραματικές εγκαταστάσεις έχει επιτευχθεί λόγος στένωσης 8% ενώ στο υπολογιστικό χωρίο που θα χρησιμοποιηθεί επιτυγχάνεται λόγος 0.95%.

Διαστάσεις Υπολογιστικού Χωρίου		
Κλίμακα Μοντέλου	1:1	1:1
Συνολικό Μήκος	11L	50.75m
Συνολικό Πλάτος	5.5B	10.01m
Συνολικό Ύψος	8H	11.34m

Πίνακας 2.1: Διαστάσεις του υπολογιστικού χωρίου στο οποίο θα ενσωματωθεί η γεωμετρία του αυτοκινήτου *DrivAer*.

Η γένεση του πλέγματος θα πραγματοποιηθεί με χρήση των εργαλείων που προσφέρει το λογισμικό OpenFOAM [8], που έχει τη δυνατότητα να ορίσει ένα πλέγμα το οποίο αποτελείται από τριδιάστατα “αυθαίρετα” πολυέδρα κελιά ή αλλιώς κυψέλες (cells). Ο όρος “αυθαίρετα” έχει την έννοια ότι τα κελιά αυτά μπορούν ουσιαστικά να αποτελούνται από ένα τυχαίο αριθμό εδρών, ενώ οι έδρες δεν έχουν κάποια προκαθορισμένη διεύθυνση. Τα πλέγματα αυτά ονομάζονται μη-δομημένα και λογισμικά που βασίζονται σε τέτοια πλέγματα παρέχουν μεγάλη ελευθερία τόσο στη γένεση του πλέγματος όσο και στο χειρισμό του. Για τη διακριτοποίηση των εξισώσεων και την επίλυση των ροϊκών συναρτήσεων το OpenFOAM χρησιμοποιεί τη μέθοδο των Πεπερασμένων Όγκων

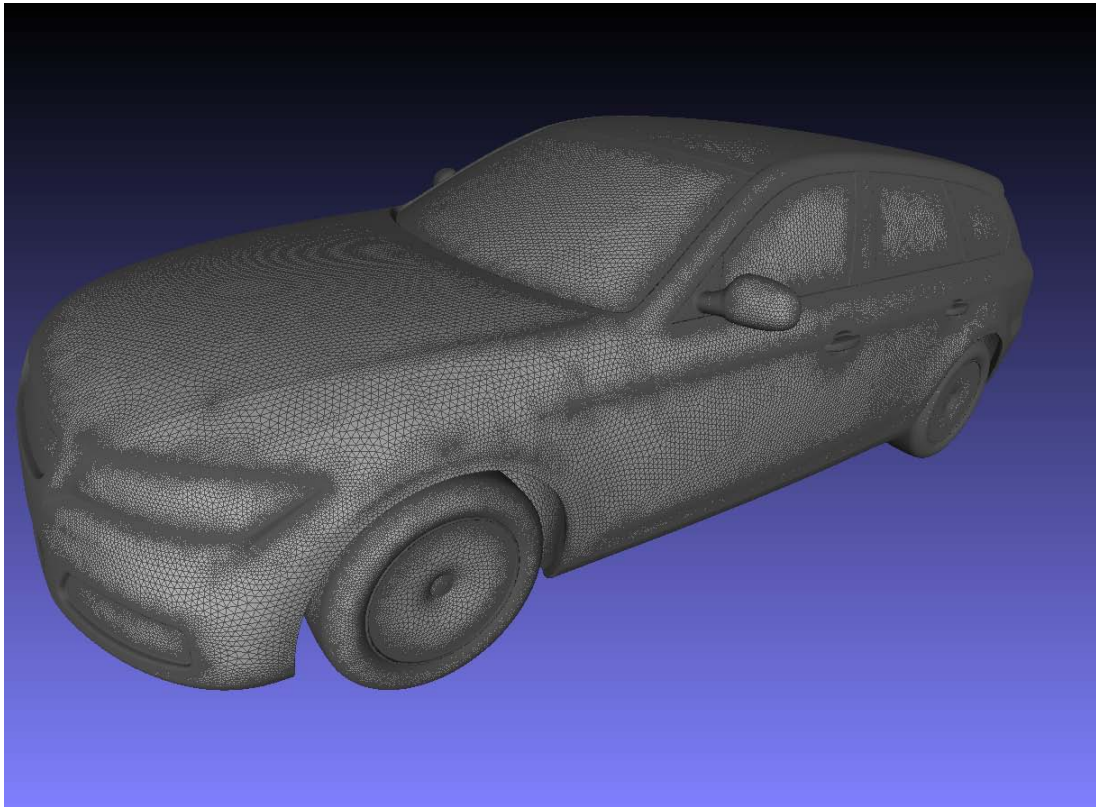


Σχήμα 2.1: Βασικές διαστάσεις του μοντέλου *DrivAer*. Προσφορά του Τεχνικού Πανεπιστημίου του Μονάχου [7].

(Finite Volume Method) [45].

Το υπολογιστικό χωρίο δημιουργήθηκε με το εργαλείο BlockMesh που παρέχεται από το OpenFOAM το οποίο έχει τη δυνατότητα να δημιουργεί υπολογιστικά πλέγματα κεντροκυφελικά δομημένων, εξαεδρικών κελιών. Οι ακμές των κελιών αυτών μπορεί να είναι ευθείες γραμμές, τόξα ή και splines. Στην παρούσα περίπτωση, δημιουργήθηκε ένα πλέγμα με τις διαστάσεις του χωρίου όπου τα κελιά είχαν ευθείες ακμές και το οποίο είχε 160 διαμερίσεις κελιών κατά τον άξονα x και 40 κατά τους άξονες y και z .

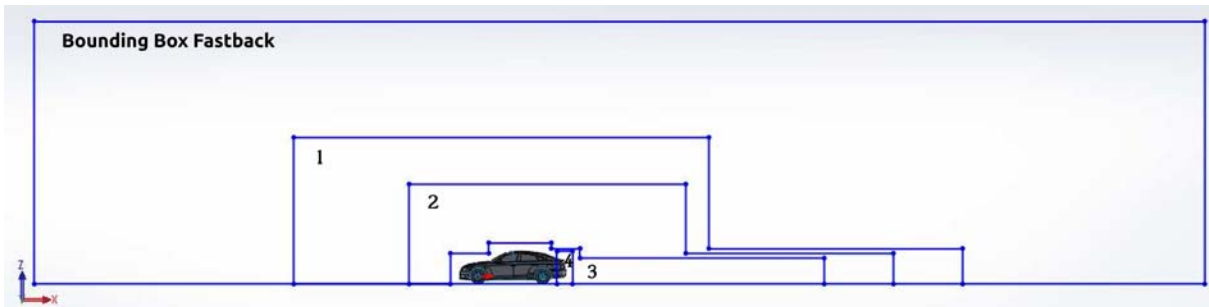
Η γεωμετρία του αυτοκινήτου προσφέρεται σε τρεις τύπους αρχείου, σε IGES (Initial Graphics Exchange Specification), STEP (Standard for the Exchange of Product model data) και STL (STereoLithography), τύποι αρχείων που αναγνωρίζονται από πολλά προγράμματα σχεδίασης (CAD) και κατασκευής (CAM), και χρησιμοποιούνται για την ανταλλαγή δεδομένων λόγω αυτής της συμβατότητας που προσφέρουν με πολλά διαφορετικά λογισμικά. Ο τύπος αρχείου STL είναι αυτός που χρησιμοποιείται από το εργαλείο SnappyHexMesh του OpenFOAM για να παρεμβληθεί μία σύνθετη γεωμετρία



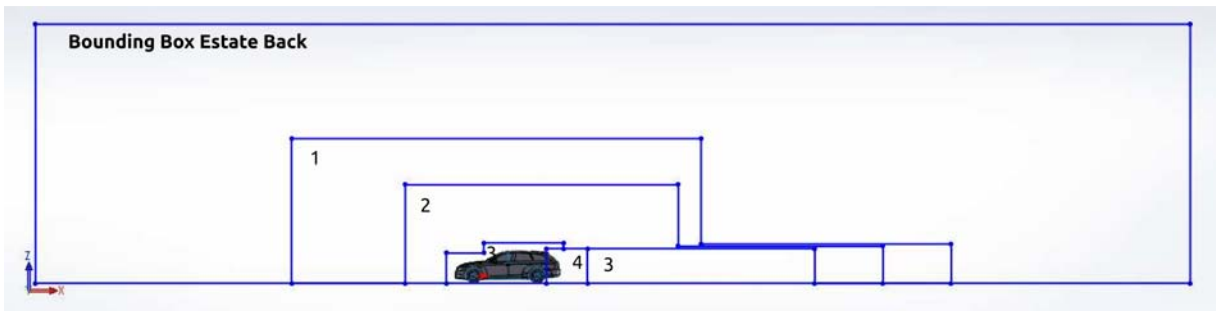
Σχήμα 2.2: Η διαμόρφωση *Estate Back* σε μορφή *STL*. Αποτελείται από ένα σύνολο τριγωνικών επιφανειών που διαμορφώνουν τη συνολική εξωτερική επιφάνεια.

σε ένα χωρίο. Στα αρχεία *STL* το μοντέλο αποτελείται από τριγωνικές επιφάνειες, οι οποίες ορίζονται από το κάθετο σε αυτές διάνυσμα και οι κορυφές δίνονται από τον κανόνα του δεξιού χεριού (Σχήμα 2.2). Το εργαλείο *SnappyHexMesh*, λοιπόν δίνει τη δυνατότητα να παρεμβάλει κανείς μια σύνθετη γεωμετρία, όπως στην περίπτωση αυτή ενός αυτοκινήτου και να ορίσει την επιθυμητή πυκνότητα των κελιών αυτής. Το εργαλείο αυτό παρέχει επίσης τη δυνατότητα δημιουργίας ζωνών μέσα στο χωρίο όπου το πλέγμα γίνεται σταδιακά πυκνότερο πιο κοντά στο αυτοκίνητο. Οι διαστάσεις των ζωνών αυτών μπορούν να φανούν στα σχήματα 2.3, 2.4 και 2.5 για τις διαμορφώσεις *Fastback* και *Estate*.

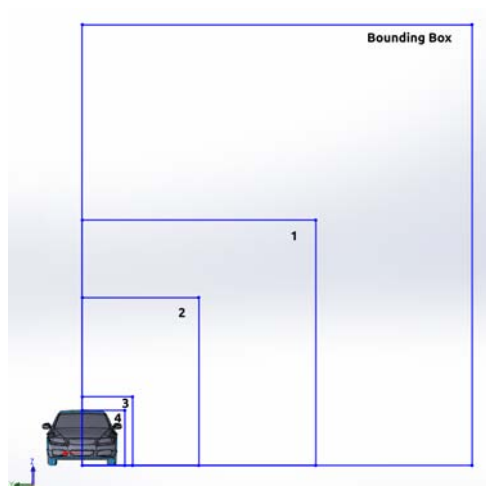
Με το ίδιο εργαλείο δίνεται επίσης η δυνατότητα να δημιουργηθούν και ζώνες πύκνωσης του πλέγματος γύρω από ορισμένα μέρη της γεωμετρίας τα οποία παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον και είναι σημαντικό να προσεγγιστεί πολύ καλά η ροή γύρω από αυτά, όπως οι εμπρόσθιες και οι οπίσθιες ρόδες και ο καθρέπτης του αυτοκινήτου όπως



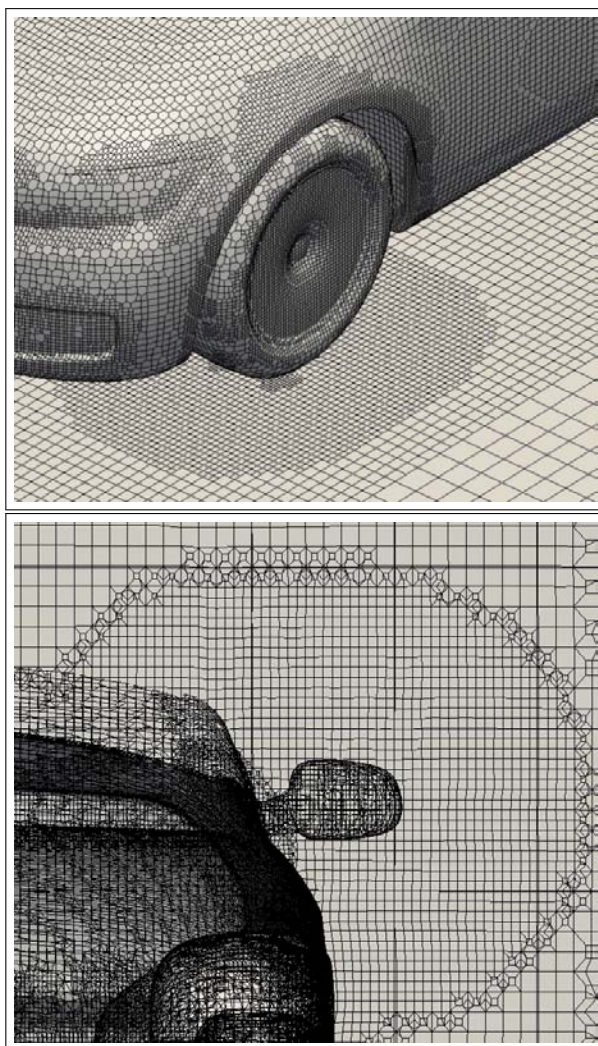
Σχήμα 2.3: Ζώνες πυκνώσης πλέγματος για τη διαμόρφωση *Fastback* .



Σχήμα 2.4: Ζώνες πυκνώσης πλέγματος για τη διαμόρφωση *Estate Back* .



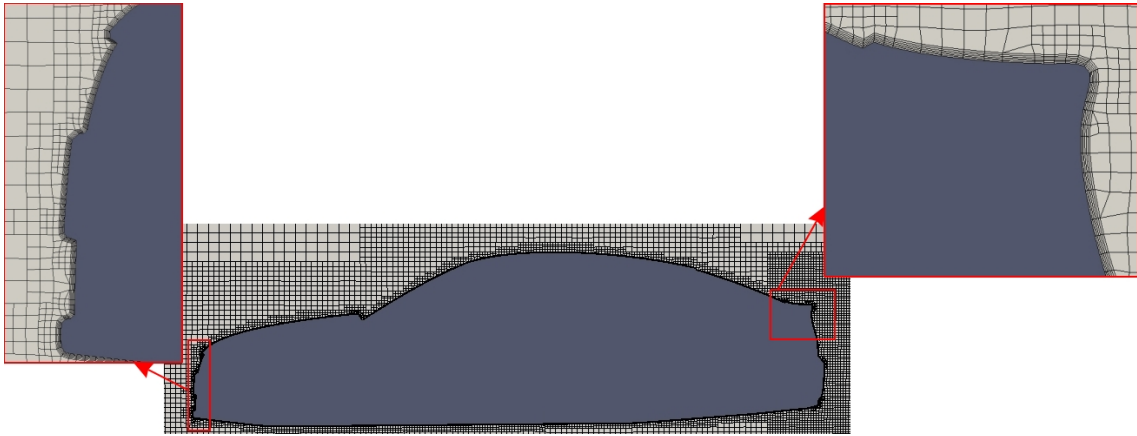
Σχήμα 2.5: Ζώνες πυκνώσης πλέγματος κατά τη μετωπική διεύθυνση.



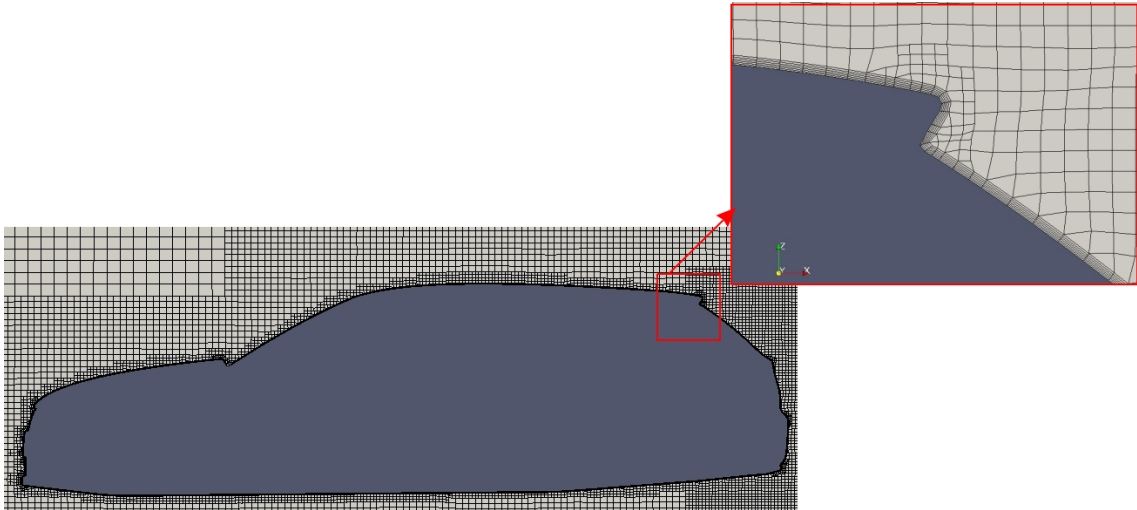
Σχήμα 2.6: Πύκνωση του πλέγματος γύρω από τους τροχούς (πάνω) και τον καθρέπτη (κάτω).

φαίνεται στο σχήμα 2.6, ενώ τέλος έχουν προστεθεί και γύρω από το αυτοκίνητο και το δρόμο μερικά στρώματα πολύ λεπτών στοιχείων, ώστε να υπολογιστεί με μεγαλύτερη ακρίβεια η φυσική της ροής όταν αυτή έρχεται σε επαφή με το όχημα (Σχήματα 2.7 και 2.8).

Η τελική μορφή του πλέγματος φαίνεται στα σχήματα 2.9 και 2.10 όπου παρουσιάζονται οι διαμορφώσεις Fastback και Estate Back. Τα στοιχεία σε κάθε περίπτωση ανέρχονται κοντά στα 2.4 εκατομμύρια για τη διαμόρφωση Fastback και 2.9 εκατομμύρια για τη διαμόρφωση Estate Back. Τα πλέγματα αυτά -αν και κατά τόπους πυκνά- θεωρούνται



Σχήμα 2.7: *Layers* στη διαμόρφωση *Fastback*.

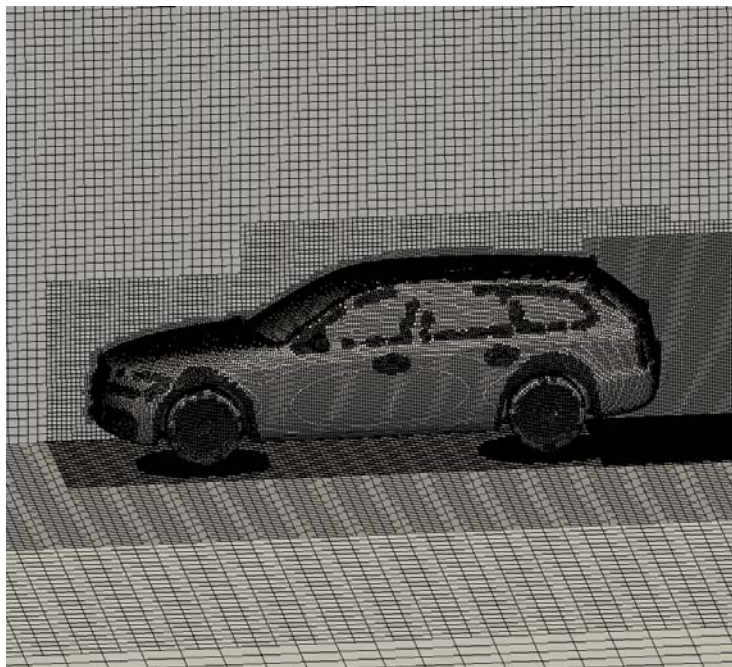


Σχήμα 2.8: *Layers* στη διαμόρφωση *Estate Back*.

αρκετά αραιά, ωστόσο λόγω του υπολογιστικού κόστους που συνοδεύεται με πύκνωση του πλέγματος και της περιορισμένης υπολογιστικής ισχύος επιλέχθηκε να χρησιμοποιηθούν αφού αξιολογηθεί η ικανότητά τους να παράγουν ικανοποιητικά αποτελέσματα.



Σχήμα 2.9: Πλέγμα γύρω από τη διαμόρφωση *Fastback*.



Σχήμα 2.10: Πλέγμα γύρω από τη διαμόρφωση *Estate Back*.

Κεφάλαιο 3

Οι Εξισώσεις Ροής και η Αριθμητική Επίλυση τους

Αφού έχει πλέον παραχθεί το πλέγμα που θα χρησιμοποιηθεί, ακολουθεί η αεροδυναμική μελέτη των δύο διαμορφώσεων του μοντέλου του αυτοκινήτου, η οποία έγινε με χρήση του λογισμικού του OpenFOAM [8]. Με τον όρο “αεροδυναμική μελέτη” εννοείται η προσομοίωση της κίνησης του μοντέλου με δεδομένη ταχύτητα, με σκοπό να υπολογιστεί η κατανομή πίεσης και ταχυτήτων σε όλο το υπολογιστικό χωρίο και, στη συνέχεια, να υπολογιστούν διάφορα αεροδυναμικά μεγέθη. Στην παρούσα μελέτη μας ενδιαφέρει ιδιαίτερα η τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας, η οποία θα συγκριθεί με πειραματικά αποτελέσματα και θα χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια ως αντικειμενική συνάρτηση, στη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Για να πραγματοποιηθεί η μελέτη πρέπει πρώτα να γίνει η απαραίτητη προετοιμασία. Πιο συγκεκριμένα, προτού ξεκινήσει η προσομοίωση, πρέπει να οριστούν οι οριακές συνθήκες που διέπουν το πρόβλημα, καθώς και τα σχήματα διακριτοποίησης που θα χρησιμοποιηθούν για να γραφούν οι εξισώσεις που περιγράφουν το πρόβλημα στη διακριτή τους μορφή. Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν αρχικά οι εξισώσεις που υπολογίζουν τα βασικά μεγέθη της ροής, δηλαδή την πίεση και την ταχύτητα. Στη συνέχεια, θα παρουσιαστεί συνοπτικά η θεωρία των μοντέλων τύρβης που θα χρησιμοποιηθούν. Θα δοθούν οι οριακές συνθήκες για τα

μεγέθη της ροής, καθώς και για τις μεταβλητές των εξισώσεων που μοντελοποιούν την τύρβη, ενώ θα γίνει και αναφορά στα σχήματα που χρησιμοποιούνται για τη διακριτοποίηση όλων αυτών των εξισώσεων. Τέλος, αφού παρουσιαστεί ο αλγόριθμος επίλυσης, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, δηλαδή οι συντελεστές οπισθέλκουσας όπως αυτοί προέκυψαν για τα διάφορα σενάρια που μελετήθηκαν και γίνεται σύγκριση. Να τονιστεί ότι, εφόσον η μελέτη γίνεται στις ίδιες συνθήκες και για τις δύο διαμορφώσεις που μελετώνται, όλη η προεργασία που θα παρουσιαστεί στο κεφάλαιο αυτό αφορά και τις δύο, Fastback και Estate Back.

3.1 Οι εξισώσεις Navier-Stokes

Για την επίλυση των εξισώσεων ροής εφαρμόζεται η Μέθοδος των Πεπερασμένων Όγκων (Finite Volume Method) [45], σύμφωνα με την οποία το υπολογιστικό χωρίο χωρίζεται σε όγκους ελέγχου. Προτού γίνει αναφορά στις εξισώσεις αυτές, πρέπει να τονιστεί ότι μελετάται ένα πρόβλημα εξωτερικής αεροδυναμικής, όπου το αυτοκίνητο κινείται με χαμηλή ταχύτητα, οπότε μπορεί να γίνει η θεώρηση ότι η ροή είναι ασυμπίεστη, δηλαδή η τιμή του ρ δεν μεταβάλλεται χρονικά αλλά και χωρικά. Επομένως, οι εξισώσεις της μέσης ροής καθώς και οι εξισώσεις των μοντέλων τύρβης θα γραφούν για την περίπτωση του ασυμπίεστου ρευστού.

Οι εξισώσεις που διέπουν τη ροή, δηλαδή οι εξισώσεις Navier-Stokes, και πιο συγκεκριμένα οι εξισώσεις της διατήρησης της μάζας και διατήρησης της ορμής για ασυμπίεστο ρευστό (3.1α' και 3.1β' αντίστοιχα) [46], που βρίσκονται στη διαφορική μορφή τους, αφού γραφούν στην κατάλληλη μορφή, ολοκληρώνονται για κάθε όγκο ελέγχου του χωρίου.

$$R^p = -\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.1\alpha')$$

$$R_i^v = v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0$$

$$i = 1, 2, 3 \quad (3.1\beta')$$

Να σημειωθεί ότι ακολουθείται η σύμβαση του Einstein, σύμφωνα με την οποία οι επαναλαμβανόμενοι δείκτες υποδηλώνουν άθροιση, εκτός αν δηλωθεί το αντίθετο. Στην εξίσωση 3.1β', ο πρώτος όρος είναι ο όρος μεταφοράς, ο δεύτερος είναι ο όρος διάχυσης και ο τρίτος η κλίση της πίεσης. Η λύση των εξισώσεων αυτών δεν είναι τόσο ξεκάθαρη καθώς δεν υπάρχει ρητή έκφραση για την εξίσωση της πίεσης. Συνήθης πρακτική είναι να αντικαθίσταται στην εξίσωση της συνέχειας η απόκλιση της εξίσωσης της ορμής, ώστε να προκύπτει μία εξίσωση για την πίεση [47]. Αναλυτικότερα, η εξίσωση της ορμής μπορεί να γραφεί στην ημιδιακριτοποιημένη μορφή ως εξής:

$$\alpha_P \vec{u}_P = H(\vec{v}) - \nabla p \quad (3.2)$$

όπου $H(\vec{v}) = -\sum_n \alpha_n \vec{v}_n + \frac{\vec{v}^{\delta}}{\Delta t}$. Ο πρώτος όρος του $H(\vec{v})$ είναι το άθροισμα των συντελεστών των μητρώων των γειτονικών κελιών πολλαπλασιασμένα με τις αντίστοιχες ταχύτητες, ενώ ο δεύτερος όρος περιέχει τον όρο αστάθειας και το σύνολο των πηγών εκτός από την κλίση της πίεσης. Η εξίσωση της συνέχειας 3.1α' διακριτοποιείται ως εξής:

$$\sum_f \vec{S}_f \vec{v}_f = 0 \quad (3.3)$$

όπου \vec{S} το εμβαδό της εκάστοτε έδρας του κελιού πολλαπλασιασμένο με το αντίστοιχο κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα που έχει κατεύθυνση προς τα έξω, και \vec{v}_f η ταχύτητα στην αντίστοιχη έδρα, η οποία μπορεί να βρεθεί με γραμμικοποίηση της σχέσης 3.2 ως εξής:

$$\vec{v}_f = \left(\frac{H(\vec{v})}{\alpha_P} \right)_f - \frac{(\nabla p)_f}{(\alpha_P)_f} \quad (3.4)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση 3.4 στην εξίσωση 3.3 προκύπτει η εξίσωση:

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\alpha_P} \nabla p \right) = \nabla \cdot \left(\frac{H(\vec{v})}{\alpha_P} \right) = \sum_f \vec{S} \left(\frac{H(\vec{v})}{\alpha_P} \right)_f \quad (3.5)$$

3.2 Θεωρητικό Υπόβαθρο των Μοντέλων Τύρβης

Η ροή γύρω από το αυτοκίνητο είναι τυρβώδης, χαρακτηρίζεται δηλαδή από τυχαίες διαταραχές του πεδίου ροής προς όλες τις κατευθύνσεις. Το υπολογιστικό κόστος για την επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes για μια τυρβώδη ροή είναι απαγορευτικό, καθώς πρέπει να επιλυθούν όλες οι διαταραχές, από τις μικρότερες ως τις μεγαλύτερες, ενώ το χρονικό βήμα επίλυσης να είναι αρκετά μικρό ώστε να υπολογιστούν σωστά οι μεταβολές που εξελίσσονται πολύ γρήγορα. Καθώς λοιπόν ήταν αδύνατη η επίλυση των εξισώσεων ροής, προτάθηκαν και αναπτύχθηκαν πολλές μέθοδοι για τη μοντελοποίηση της τύρβης. Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα χρησιμοποιηθούν τρία διαφορετικά μοντέλα τύρβης (Spalart-Allmaras, $k - \varepsilon$, $k - \omega$ SST) και θα γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν στην παρούσα εφαρμογή.

Αρχικά θα παρουσιαστεί το θεωρητικό υπόβαθρο πάνω στο οποίο βασίζονται τα τρία αυτά μοντέλα και, στη συνέχεια, οι βασικές εξισώσεις που τα διέπουν. Έτσι, σε επόμενη ενότητα θα μπορέσουν να δοθούν και οι οριακές συνθήκες που διέπουν τις μεταβλητές αυτές στην παρούσα μελέτη. Η μοντελοποίηση της ροής επιλέχθηκε να γίνει με βάση τις Reynolds-averaged Navier-Stokes εξισώσεις ροής (RANS), όπου κάθε μέγεθος χωρίζεται στο άθροισμα της μέσης χρονικά τιμής του και της χρονικής διακύμανσης του γύρω από την τιμή αυτή. Για παράδειγμα, η ταχύτητα γράφεται υπό τη μορφή:

$$v(x, t) = \bar{v}(x) + v'(x, t) \quad (3.6)$$

Με τον τρόπο αυτό οι εξισώσεις Navier-Stokes γράφονται όπως φαίνονται στη σχέση 3.7, όπου ακολουθείται η σύμβαση του Einstein.

$$\rho \bar{v}_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} = \rho \bar{f}_i + \frac{\partial}{\partial x_j} [-\bar{p} \delta_{ij} + \mu (\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i}) - \rho \overline{v'_i v'_j}] \quad (3.7)$$

Ο μη-γραμμικός όρος $-\rho \overline{v'_i v'_j}$, γνωστός και ως τάσεις Reynolds, απαιτεί επιπλέον μοντελοποίηση για να μπορούν να επιλυθούν οι εξισώσεις RANS. Για τη μοντελοποίηση του όρου αυτού εφαρμόζεται η υπόθεση του Boussinesq [48] σύμφωνα με την οποία οι τάσεις Reynolds δίνονται από τη σχέση 3.8.

$$-\overline{v'_i v'_j} = \nu_t (\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i}) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3.8)$$

Η εξίσωση 3.8 είναι και αυτή που εισάγει τον όρο της κινηματικής συνεκτικότητας ν_t , ενώ ο όρος $k = \frac{1}{2} \overline{v'_i v'_i}$ εκφράζει την τυρβώδη κινητική ενέργεια και το δ_{ij} είναι το δέλτα του Kronecker. Τα διάφορα λοιπόν μοντέλα τύρβης που έχουν αναφερθεί και θα αναλυθούν παρακάτω, δεν είναι παρά μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί για τον υπολογισμό της ποσότητας ν_t .

Για να γίνουν κατανοητές οι διαφορές που προκύπτουν στα αποτελέσματα ανάλογα με το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιείται θα παρουσιαστούν σύντομα οι σχέσεις και η θεωρία που διέπουν καθένα από τα μοντέλα αυτά.

3.2.1 Το μοντέλο των Spalart-Allmaras

Το μοντέλο των Spalart-Allmaras [49] δημιουργήθηκε κυρίως για χρήση σε εφαρμογές εξωτερικής αεροδυναμικής, όπου εμφανίζει πολύ καλή ακρίβεια αποτελεσμάτων. Σύμφωνα με το μοντέλο, η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα:

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1} \quad (3.9)$$

όπου $f_{v1} = \frac{X^3}{X^3 + C_{v1}^3}$ και $X = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$

Η μεταβλητή $\tilde{\nu}$, γνωστή και ως μεταβλητή του μοντέλου Spalart-Allmaras, υπολογίζεται από την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης 3.10.

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + v_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = C_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{S}\tilde{\nu} - [C_{w1}f_w - \frac{C_{b1}}{\kappa^2}f_{t2}](\frac{\tilde{\nu}}{d})^2 + \frac{1}{\sigma}[\frac{\partial}{\partial x_j}((\nu + \tilde{\nu})\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j}) + C_{b2}\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i}\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i}] \quad (3.10)$$

Τα μεγέθη $\sigma, C_{b1}, C_{b2}, \kappa, C_{w1}, C_{v1}$ αποτελούν σταθερές με τιμές καθορισμένες από τους δημιουργούς του μοντέλου, d είναι η απόσταση από το πλησιέστερο στερεό τοίχωμα, ενώ τα μεγέθη $\tilde{S}, f_{t1}, f_{t2}, f_{t3}, f_w$ προσδιορίζονται από συγκεκριμένες σχέσεις. Μετά τη δημοσίευση του μοντέλου έχουν εμφανιστεί πολλές παραλλαγές του με σκοπό να διορθώσουν τυχόν αδυναμίες του μοντέλου που μπορεί να προκύψουν σε ορισμένες εφαρμογές. Στο λογισμικό OpenFOAM χρησιμοποιείται μια παραλλαγή του μοντέλου που προτάθηκε από τον Spalart [50, 51], η οποία εισάγει έναν νέο όρο f_{v3} μαζί με μία νέα σχέση για τον υπολογισμό του \tilde{S} που περιέχει τον όρο αυτό. Στο αρχικό μοντέλο το \tilde{S} ορίζεται με τέτοιο τρόπο ώστε υπάρχει κίνδυνος να λάβει αρνητικές τιμές, και ως αποτέλεσμα, τα μεγέθη που εξαρτώνται από αυτό λαμβάνουν τιμές που μπορεί να οδηγήσουν το μοντέλο σε προβλήματα σύγκλισης. Με την παραλλαγή εισάγεται ο όρος f_{v3} και δίνεται μία νέα σχέση για το \tilde{S} που τον εμπεριέχει, με την οποία εξασφαλίζεται η μη-αρνητική τιμή του \tilde{S} .

3.2.2 Το μοντέλο realizable $k - \varepsilon$

Το μοντέλο αυτό [52] αποτελεί μια παραλλαγή του μοντέλου $k - \varepsilon$ [53] που σκοπό έχει να διορθώσει κάποιες από τις αδυναμίες του αρχικού. Πιο συγκεκριμένα, ήταν γνωστό για καιρό ότι σε περιπτώσεις όπου εμφανίζεται μεγάλη τιμή του μέσου ρυθμού

παραμόρφωσης το μοντέλο οδηγούσε σε λανθασμένα αποτελέσματα καθώς οι ορθές τάσεις γίνονταν αρνητικές και παραβιαζόταν η ανισότητα των Cauchy-Schwarz για τις διατμητικές τάσεις. Για να ξεπεραστούν οι δυσκολίες αυτές προτάθηκε η μεταβλητή C_μ που μέχρι τότε θεωρούνταν σταθερή και ίση με 0.09, να είναι μεταβλητή, ενώ επιπλέον, μία νέα διαφορική εξίσωση διατυπώθηκε για την καταστροφή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ε . Η διαφορική εξίσωση της τυρβώδους κινητικής ενέργειας k παρέμεινε ως είχε και στο αρχικό μοντέλο $k - \varepsilon$. Οι εξισώσεις 3.11 και 3.12 αποτελούν τη διατύπωση των διαφορικών εξισώσεων της τυρβώδους κινητικής ενέργειας k και της καταστροφής της κινητικής ενέργειας ε αντίστοιχα, όπως αυτές γράφονται για ασυμπίεστο ρευστό,

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial k v_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} + P_k + P_b - \varepsilon - Y_M + S_k \right] \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon v_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} + C_1 S_\varepsilon - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} P_b + S_\varepsilon \right] \quad (3.12)$$

όπου $C_1 = \max[0.43, \frac{\eta}{\eta+5}]$ ($\eta = S_\varepsilon^k$, $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$) ενώ τα μεγέθη $C_{1\varepsilon}$, $C_{3\varepsilon}$, C_2 , σ_k , σ_ε αποτελούν σταθερές του μοντέλου. Οι όροι P_k και P_b αναφέρονται στην παραγωγή τυρβώδους κινητικής ενέργειας.

Αφού υπολογιστούν τα k και ε με την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων, η σχέση 3.13 χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του ν_t .

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.13)$$

Όπως αναφέρθηκε ήδη, το C_μ πλέον δεν είναι σταθερό, αλλά μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (3.14)$$

με το A_0 να είναι μια σταθερή ποσότητα, ενώ τα A_s και U^* δίνονται από σχέσεις που εμπλέκουν τις τάσεις και τον τανυστή του μέσου ρυθμού περιστροφής [54, 55].

Να σημειωθεί ότι παρά τα προτερήματα του μοντέλου, ένα μειονέκτημα του είναι ότι αδυνατεί να υπολογίσει ικανοποιητικά την ακτινική ταχύτητα, ενώ αποτελεί και το πιο ακριβό μοντέλο από άποψη υπολογιστικού κόστους, ανάμεσα στις διάφορες παραλλαγές του μοντέλου $k - \varepsilon$ που υπάρχουν.

3.2.3 Το μοντέλο $k - \omega$ SST

Το μοντέλο $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport) [56, 57] που προτάθηκε από τον Menter συνδυάζει το αρχικό μοντέλο $k - \omega$ του Wilcox [58] με το μοντέλο $k - \varepsilon$ [53]. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιεί το μοντέλο $k - \omega$ στο εσωτερικό του οριακού στρώματος ενώ μακριά από αυτό χρησιμοποιείται το $k - \varepsilon$. Αυτός ο διαχωρισμός έγινε καθώς το αρχικό $k - \omega$ μοντέλο ήταν ευαίσθητο στην περιοχή μακριά από το οριακό στρώμα αλλά και για να βελτιωθεί η ακρίβεια υπολογισμού της κλίσης της πίεσης. Τέλος, παρουσιάζει καλή συμπεριφορά στα σημεία όπου παρατηρείται αποκόλληση της ροής. Το μοντέλο αυτό επιλύει δύο διαφορικές εξισώσεις για τον υπολογισμό δύο μεταβλητών, της τυρβώδους κινητικής ενέργειας k και της ειδικής καταστροφής της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ω . Οι εξισώσεις αυτές για ασυμπίεστο ρευστό περιγράφονται παρακάτω:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + v_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j}] \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + v_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}] + 2(1 - F_1) \sigma_\omega \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (3.16)$$

Μετά τον υπολογισμό των k και ω μπορεί να υπολογιστεί η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα ν_t με βάση τη σχέση 3.17 που παρουσιάζεται παρακάτω:

$$\nu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max(\alpha_1 \omega, S F_2)} \quad (3.17)$$

Οι σταθερές $\alpha, \beta, \sigma_k, \sigma_\omega$ που εμφανίζονται στις εξισώσεις 3.15 και 3.16 λαμβάνουν διαφορετικές τιμές ανάλογα με τη συμπεριφορά που έχει υιοθετήσει το μοντέλο στην περιοχή εκείνη, δηλαδή αυτή του $k - \varepsilon$ ή αυτή του $k - \omega$. Κοινή τιμή και για τις δύο συμπεριφορές έχει η σταθερά $\beta^* = 0.09$, ενώ στο μοντέλο περιγράφονται και οι σχέσεις που δίνουν τιμές για τα μεγέθη F_1, F_2, P_k ενώ όπως αναφέραμε και στο κεφάλαιο 3.1.2 ισχύει $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$. Στην εξίσωση 3.17, η σταθερά α_1 αντιστοιχεί στην τιμή της σταθεράς του α όταν το μοντέλο συμπεριφέρεται ως το $k - \omega$.

3.3 Οριακές συνθήκες

Για την επίλυση του προβλήματος της ροής γύρω από το αυτοκίνητο είναι απαραίτητο να καθοριστούν οι συνθήκες στο επάπειρο όριο, καθώς και οι οριακές συνθήκες για όλες τις προς υπολογισμό ποσότητες στα τοιχώματα του χωρίου αλλά και στο ίδιο το αυτοκίνητο. Εφόσον έχουν δοθεί η βασική θεωρία και οι σχέσεις που διέπουν τα μοντέλα τύρβης που θα χρησιμοποιηθούν στη μελέτη, στην παρούσα ενότητα θα δοθούν και οι αντίστοιχες οριακές συνθήκες για τις μεταβλητές των εξισώσεων των μοντέλων τύρβης.

3.3.1 Συνθήκες στο επάπειρο όριο

Επειδή είναι επιθυμητό να γίνει μία αξιολόγηση της ποιότητας των αποτελεσμάτων που θα προκύψουν από την προσομοίωση, πρέπει να γίνει μία σύγκριση με πειραματικά δεδομένα. Η σύγκριση θα γίνει με τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν στο πανεπιστήμιο του Μονάχου [11] και για το λόγο συνθήκες που να συμφωνούν με αυτές που επικρατούσαν κατά τη διεξαγωγή των πειραμάτων αυτών. Τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν στην αεροσήραγγα του Πανεπιστημίου του Μονάχου έγιναν σε περιβάλλον

με θερμοκρασία 20°C και πίεση 1.013 bar , από όπου υπολογίστηκε ότι η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού είναι $\nu = 1.511 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$.

Στα πειράματα, ανεξάρτητα από τις διάφορες διαμορφώσεις, χρησιμοποιήθηκε μοντέλο του αυτοκινήτου με κλίμακα $1 : 2.5$, του οποίου το χαρακτηριστικό μήκος είναι $l_{ref} = L/2.5 = 1.84\text{m}$. Λόγω τεχνολογικών περιορισμών, η μέγιστη ταχύτητα που μπορούσε να αναπτυχθεί από τον κινούμενο διάδρομο της αεροσήραγγας ήταν $v_{\infty} = 50\text{m/s}$ αλλά, στην πράξη η μέγιστη ταχύτητα που χρησιμοποιήθηκε ήταν $v_{\infty} = 40\text{m/s}$. Με βάση αυτά τα δεδομένα και με χρήση της σχέσης 3.18,

$$Re = \frac{v_{\infty} \cdot l_{ref}}{\nu} \quad (3.18)$$

προκύπτει αριθμός Reynolds, $Re = 4.87 \cdot 10^6$. Για να είναι δυνατή η σύγκριση μεταξύ πειραματικών και υπολογιστικών αποτελεσμάτων, επιλέγεται αυτή να γίνει μεταξύ ίδιων αριθμών Reynolds και όχι μεταξύ ίδιων ταχυτήτων. Στην υπολογιστική μελέτη χρησιμοποιούνται οι διαμορφώσεις Fastback και Estate Back σε κλίμακα $1 : 1$, όπου το μήκος αναφοράς του οχήματος είναι $L_{ref} = L = 4.613\text{ m}$. Για τον ίδιο λοιπόν αριθμό Reynolds που υπολογίστηκε παραπάνω, προκύπτει ότι η αρχική ταχύτητα στο επάπειρο όριο είναι $U_{\infty} = 16\text{ m/s}$. Για την πίεση ορίζεται στο επάπειρο όριο μηδενική οριακή συνθήκη Neumann, που σημαίνει ότι η τιμή της κάθετης παραγώγου της πίεσης είναι μηδέν, δηλαδή $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$.

Για την προσομοίωση της τύρβης θα χρησιμοποιηθούν τα μοντέλα $k - \omega$ SST (Menter's Shear Stress Transport) [56], Spalart-Allmaras [49], και realizable $k - \varepsilon$ [52] για να μελετηθεί η δυνατότητα κάθε μοντέλου να παράγει αξιόλογα αποτελέσματα που να προσεγγίζουν ικανοποιητικά τα αντίστοιχα πειραματικά.

Πιο συγκεκριμένα, θα οριστούν οριακές συνθήκες για τη μεταβλητή $\tilde{\nu}$ της εξίσωσης του μοντέλου των Spalart-Allmaras. Θα οριστούν επίσης συνθήκες για τις μεταβλητές k , ε και ω εκ των οποίων η k χρησιμοποιείται και στα δύο μοντέλα, realizable $k - \varepsilon$ και $k - \omega$ SST, ενώ εκ των άλλων δύο, το ε είναι μεταβλητή του μοντέλου realizable

$k - \varepsilon$ και το ω του μοντέλου $k - \omega$ SST.

Προφανώς είναι απαραίτητο να οριστούν για καθένα από αυτά τα μεγέθη οι οριακές συνθήκες στο επάπειρο όριο [59]. Για την τιμή του $\tilde{\nu}$ στο επάπειρο ορίζεται:

$$\tilde{\nu} = 5\nu \quad (3.19)$$

ώστε να αναπτυχθεί πλήρως ο τυρβώδης χαρακτήρας της ροής, οπότε και η αρχική τιμή του είναι $\tilde{\nu} = 7 \cdot 10^{-6}$.

Το k μπορεί να υπολογιστεί με βάση τη σχέση:

$$k = \frac{3}{2}(vI)^2 \quad (3.20)$$

όπου I είναι η ένταση της τύρβης (σε ποσοστό επί της εκατό %) και v η μέση ταχύτητα της ροής. Από τις πειραματικές μετρήσεις υπολογίστηκε ότι η ένταση της τύρβης ήταν μικρότερη ή ίση με 0.4%, νούμερο λογικό αφού συνήθως η ροή γύρω από αυτοκίνητα δεν έχει ένταση τύρβης μεγαλύτερη από 0.5%. Με βάση αυτό και το γεγονός ότι η μέση ταχύτητα της ροής είναι 16 m/s υπολογίζεται $k = 6.144 \cdot 10^{-3} J/kg$.

Το ε δίνεται από την παρακάτω σχέση για ασυμπίεστα ρευστά:

$$\varepsilon = C_\mu \frac{k^2}{\nu} \left(\frac{\nu_t}{\nu}\right)^{-1} \quad (3.21)$$

όπου $C_\mu = 0.09$ μια σταθερά του μοντέλου τύρβης και $\left(\frac{\nu_t}{\nu}\right)$ είναι ο λόγος τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας, για τον οποίο έχει υποτεθεί η τιμή $\left(\frac{\nu_t}{\nu}\right) = 10$, λογική για προβλήματα εξωτερικής αεροδυναμικής. Επομένως, η τιμή του ε υπολογίζεται ότι είναι $\varepsilon = 2.2484 \cdot 10^{-2} J/(kg \cdot s)$.

Τέλος, η τιμή για την ειδική καταστροφή της τυρβώδους κινητικής ενέργειας ω , δίνεται, για ασυμπίεστα ρευστά, από τη σχέση:

$$\omega = \frac{k}{\nu} \left(\frac{\nu_t}{\nu} \right)^{-1} \quad (3.22)$$

από την οποία υπολογίζεται ότι $\omega = 40.6612 \frac{1}{s}$.

Στον πίνακα 3.1 φαίνονται και συγκεντρωτικά οι οριακές συνθήκες στο επάπειρο όριο.

Ταχύτητα στο Επάπειρο Όριο (U_∞)	16 m/s
Θερμοκρασία Περιβάλλοντος	20 °C
Περιβαλλοντική πίεση (p_∞)	1.013 bar
Πυκνότητα αέρα (ρ)	1.2047 kg/m ³
Κινηματική Συνεχτικότητα (ν)	1.511 · 10 ⁻⁵ m ² /s
Μήκος Αναφοράς (L_{ref})	4.613 m
Αριθμός Reynolds	4.87 · 10 ⁶
Μεταβλητή του Μοντέλου Spalart-Allmaras ($\tilde{\nu}$)	7 · 10 ⁻⁶ m ² /s
Κινητική Ενέργεια Τύρβης (k)	6.144 · 10 ⁻³ J/kg
Καταστροφή Τυρβ. Κιν. Ενέργειας (ε)	2.2484 · 10 ⁻² J/(kg · s)
Ειδική Καταστροφή Τυρβ. Κιν. Ενέργειας (ω)	40.6612 $\frac{1}{s}$

Πίνακας 3.1: Συγκεντρωτικός πίνακας οριακών συνθηκών στο επάπειρο όριο.

3.3.2 Οριακές συνθήκες στο υπόλοιπο χωρίο

Για να είναι το σύστημα των εξισώσεων πλήρες και να μπορεί να επιλυθεί αριθμητικά, πρέπει να οριστούν και οι υπόλοιπες οριακές συνθήκες που διέπουν το πρόβλημα. Στο δρόμο και στο αυτοκίνητο ορίζεται μηδενική συνθήκη τύπου Neumann για την πίεση, ενώ για την ταχύτητα ορίζεται στο σώμα του αυτοκινήτου μηδενική συνθήκη Dirichlet, δηλαδή για το διάνυσμα της ταχύτητας ισχύει $\vec{v} = 0$ ενώ στο δρόμο ορίζεται ταχύτητα κατά τον άξονα x ίση με 16 m/s για να συμφωνεί με το πρόβλημα. Στις εμπρόσθιες και οπίσθιες ρόδες του αυτοκινήτου ορίζεται οριακή συνθήκη που λαμβάνει υπόψη και την περιστροφή τους με 50.25 rad/s, τιμή που συμφωνεί με την κίνηση του αυτοκινήτου με ταχύτητα 16 m/s, καθώς η ακτίνα των τροχών του αυτοκινήτου είναι $r = 318.4 \text{ mm}$. Για τα μεγέθη της τύρβης χρησιμοποιούνται οι κατάλληλες συναρτήσεις τοίχου που παρέχονται από το OpenFOAM ανάλογα με το μοντέλο τύρβης που εφαρμόζεται. Πιο συγκεκριμένα για το k επιβάλλεται μια μηδενική συνθήκη Neumann για την περιοχή

κοντά στα τοιχώματα, δηλαδή το αυτοκίνητο και τον δρόμο, ενώ το ω δίνεται [57] από τη σχέση:

$$\omega = \sqrt{\omega_{vis}^2 + \omega_{log}^2} \quad (3.23)$$

όπου ω_{vis} είναι η τιμή του ω στο οριακό στρώμα και ω_{log} η τιμή του στη λογαριθμική περιοχή. Η συνάρτηση τοίχου που χρησιμοποιείται για το ε το υπολογίζει στα τοιχώματα και, στη συνέχεια, το εισάγει στις εξισώσεις τύρβης υπό τη μορφή περιορισμού. Για το $\tilde{\nu}$ επιβάλλεται μια μηδενική συνθήκη Dirichlet στα τοιχώματα. Τέλος για την τυρβώδη κινηματική συνεκτικότητα ν_t επιβάλλεται ένα συνεχές προφίλ στα στερεά τοιχώματα του χωρίου, δηλαδή το αυτοκίνητο και το δρόμο, βασισμένο στην ταχύτητα, όπως προτάθηκε από τον Spalding [60].

Στο πάνω όριο του υπολογιστικού χωρίου αλλά και στο επίπεδο απέναντι από το επίπεδο συμμετρίας επιλέχθηκε η χρήση μιας οριακής συνθήκης ολίσθησης. Αυτό σημαίνει ότι τίθεται μια μηδενική συνθήκη Dirichlet για τις συνιστώσες της ταχύτητας που είναι κάθετες στα επίπεδα, ενώ στις συνιστώσες της ταχύτητας που εφάπτονται στα επίπεδα και στα υπόλοιπα μεγέθη της ροής και των μοντέλων τύρβης επιβάλλεται μια μηδενική συνθήκη Neumann.

3.4 Διακριτοποίηση και μεθοδολογία επίλυσης των εξισώσεων

Πέρα από τη γένεση του πλέγματος και τον καθορισμό των οριακών συνθηκών, για να επιλυθεί ένα πρόβλημα υπολογιστικής ρευστοδυναμικής πρέπει να γραφούν οι εξισώσεις στη διακριτή μορφή τους, καθώς και να επιλεγεί η μέθοδος με την οποία θα λυθούν. Στη συνέχεια, θα γίνει σύντομη αναφορά τόσο στις μεθόδους διακριτοποίησης που χρησιμοποιούνται όσο και στις μεθόδους με τις οποίες επιλύονται οι διακριτοποιημένες εξισώσεις Navier-Stokes και οι εξισώσεις της τύρβης.

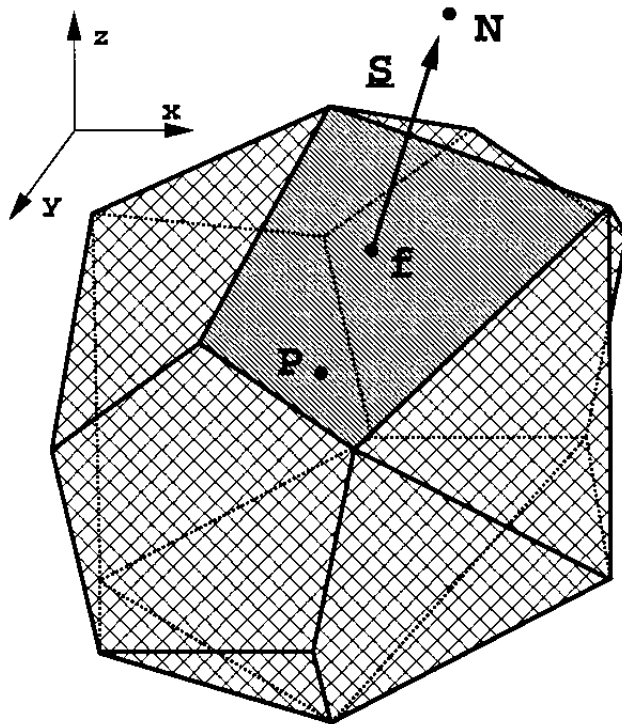
3.4.1 Διακριτοποίηση των εξισώσεων ροής

Προτού αναλυθεί ο αλγόριθμος με τον οποίο επιλύεται η εξίσωση της πίεσης θα οριστούν τα σχήματα διακριτοποίησης που εφαρμόζονται, τόσο στις εξισώσεις της ροής (3.1α',3.1β') όσο και στις εξισώσεις της τύρβης (3.10, 3.11, 3.12, 3.15, 3.16). Σε κάθε μία από τις εξισώσεις αυτές, ο όρος διάχυσης διακριτοποιείται στην κάθε επιφάνεια ενός όγκου ελέγχου γραμμικά, με τη χρήση ενός σχήματος κεντρικής διαφόρισης. Οι όροι μεταφοράς των εξισώσεων της ορμής διακριτοποιούνται με βάση ένα μικτό σχήμα διακριτοποίησης που ονομάζεται σχήμα διακριτοποίησης Gamma[61]. Το σχήμα αυτό χρησιμοποιεί μια μέθοδο σύμφωνα με την οποία, για κάθε επιφάνεια ενός όγκου ελέγχου, επιλέγεται βάσει συνθηκών αν θα χρησιμοποιηθεί ανάντι διαφόριση, ακρίβειας πρώτης τάξης, εάν θα χρησιμοποιηθεί το σχήμα κεντρικής διαφόρισης, ακρίβειας δεύτερης τάξης, ή αν θα χρησιμοποιηθεί ένα σχήμα που “αναμιγνύει” αυτά τα δύο. Το σχήμα Gamma ανήκει στην οικογένεια σχημάτων διακριτοποίησης NVD και έχει αναπτυχθεί ειδικά, έτσι ώστε να μπορεί να χρησιμοποιείται σε μη-δομημένα πλέγματα. Για κάθε έδρα του πλέγματος, αφού ελεγχθεί η φορά της ροής, υπολογίζεται η ποσότητα $\tilde{\phi}_C$, η οποία ονομάζεται κανονικοποιημένη μεταβλητή, σύμφωνα με τη σχέση:

$$\tilde{\phi}_C = 1 - \frac{\phi_D - \phi_C}{2(\nabla\phi)_C \cdot \mathbf{d}} \quad (3.24)$$

όπου ϕ_D και ϕ_C είναι το βαθμωτό μέγεθος για το οποίο εφαρμόζεται το σχήμα λ.χ. τα μεγέθη της τύρβης (το σχήμα μπορεί να επεκταθεί ώστε να εφαρμόζεται και για τις συνιστώσες της ταχύτητας), \mathbf{d} είναι το διάνυσμα της απόστασης των κέντρων των κελιών που μοιράζονται την έδρα και $(\nabla\phi)_C$ η κλίση του μεγέθους στο κέντρο του κελιού από το οποίο φεύγει η ροή. Αυτά μπορούν να γίνουν καλύτερα κατανοητά παρατηρώντας το σχήμα 3.1, όπου αν υποθέσουμε ότι η ροή φεύγει από τον όγκο ελέγχου από την έδρα f τότε ισχύει $P \equiv C$ και $N \equiv D$.

Για την κανονικοποιημένη μεταβλητή ισχύει $0 < \tilde{\phi}_C < \beta_m$, όπου β_m μία σταθερά του σχήματος με τιμή συνήθως ίση με 1/6. Το εύρος για το οποίο είναι το σχήμα



Σχήμα 3.1: Όγκος ελέγχου με κέντρο P . Το N ανήκει στο γειτονικό όγκο ελέγχου και f είναι η κοινή τους έδρα.

εφαρμόσιμο είναι $1/10 \leq \beta_m \leq 1/2$, ενώ για τιμές εκτός του εύρους προκύπτει μεγαλύτερη αριθμητική διάχυση ή εισάγεται αστάθεια στη ροή. Αφού υπολογιστεί το $\tilde{\phi}_C$ υπολογίζεται το $\tilde{\phi}_f$ ως εξής:

- Αν $\tilde{\phi}_C \leq 0$ ή $\tilde{\phi}_C \geq 1$, τότε χρησιμοποιείται ανάντι διαφύριση:

$$\tilde{\phi}_f = \tilde{\phi}_C \Rightarrow \phi_f = \phi_C$$

- Αν $\beta_m \leq \tilde{\phi}_C < 1$, χρησιμοποιείται κεντρική διαφύριση:

$$\tilde{\phi}_f = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\tilde{\phi}_C$$

ή αλλιώς:

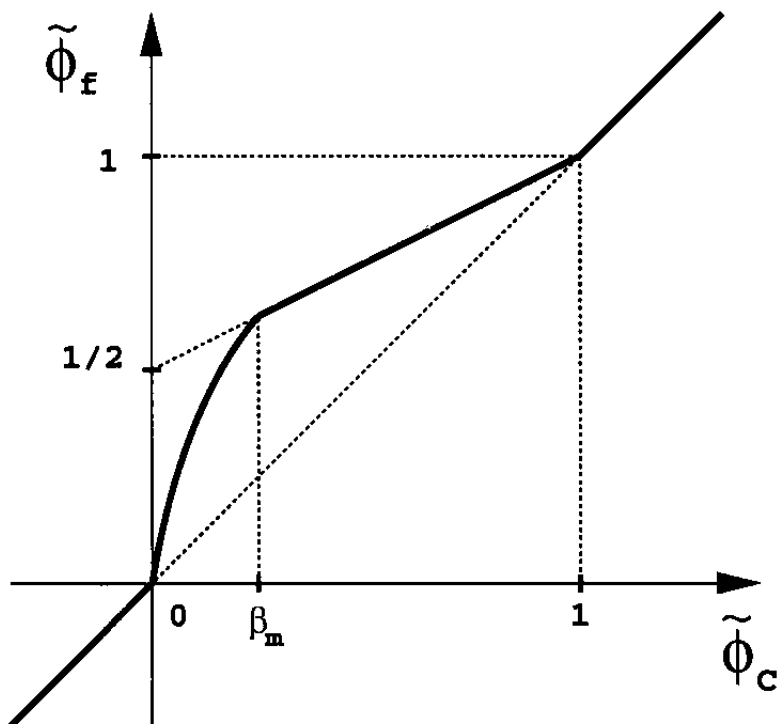
$$\phi_f = f_x \phi_C + (1 - f_x) \phi_D$$

- Αν $0 < \tilde{\phi}_C < \beta_m$ χρησιμοποιείται μίξη των δύο σχημάτων:

$$\tilde{\phi}_f = -\frac{\tilde{\phi}_C^2}{2\beta_m} + \left(1 + \frac{1}{2\beta_m}\right)\tilde{\phi}_C$$

ή αλλιώς:

$$\phi_f = (1 - \gamma(1 - f_x))\phi_C + \gamma(1 - f_x)\phi_D$$



Σχήμα 3.2: Το σχήμα διακριτοποίησης Gamma σε διάγραμμα NVD.

όπου ο συντελεστής ανάμιξης γ υπολογίζεται ως $\gamma = \frac{\tilde{\phi}_C}{\beta_m}$ και το f_x είναι ίσο με $f_x = \frac{\overline{fD}}{CD}$. Το αντίστοιχο διάγραμμα παρουσιάζεται στο σχήμα 3.2.

Τέτοια σχήματα χρησιμοποιούνται για την αυξημένη ακρίβεια που προσφέρουν, έναντι σχημάτων πρώτης τάξης, εξασφαλίζοντας παράλληλα μεγαλύτερη σταθερότητα, χρησιμοποιώντας όπου κρίνεται απαραίτητο σχήματα μειωμένης ακρίβειας. Στην παρούσα μελέτη οι όροι μεταφοράς των εξισώσεων που μοντελοποιούν την τύρβη θα διακριτοποιηθούν με χρήση του σχήματος ανάντι διαφόρισης ακρίβειας πρώτης τάξης, αλλά και με χρήση του σχήματος Gamma, για να εξεταστεί κατά πόσο η ακρίβεια διακριτοποίησης του όρου αυτού μπορεί να επηρεάσει σημαντικά τα αποτελέσματα, με κύριο γνώμονα και πάλι το συντελεστή οπισθέλκουσας C_d αλλά και το ρυθμό σύγκλισης των εξισώσεων της ροής.

3.4.2 Επιλύτες των Εξισώσεων Ροής

Εφόσον έχει οριστεί η διακριτοποίηση των όρων σε καθεμιά από τις εξισώσεις της ροής, επόμενο βήμα είναι να οριστεί ο επιλύτης που θα χρησιμοποιηθεί για να λύσει τα διακριτοποιημένα και γραμμικά, πλέον, συστήματα εξισώσεων. Το λογισμικό OpenFOAM παρέχει μία σειρά από επιλύτες για χρήση ανάλογα με τις απαιτήσεις του προβλήματος.

Γενικά, προβλήματα μόνιμης ροής λύνονται με τη βοήθεια του SimpleFoam όπου χρησιμοποιείται για την επίλυση των εξισώσεων Navier-Stokes ο αλγόριθμος SIMPLE, ο οποίος είναι ένας επιλύτης μόνιμης ροής. Ο αλγόριθμος αυτός ακολουθεί την εξής διαδικασία [47]:

1. Ορίζονται οι οριακές συνθήκες του προβλήματος.
2. Επιλύεται η διακριτοποιημένη εξίσωση της ορμής και υπολογίζεται ένα ενδιάμεσο πεδίο ταχυτήτων, χρησιμοποιώντας μία αρχική εκτίμηση για την κλίση της πίεσης ή τις τιμές από μια προηγούμενη επανάληψη.
3. Σχηματίζεται και επιλύεται η εξίσωση της πίεσης 3.5, ώστε να προκύψει η νέα κατανομή της και στη συνέχεια εφαρμόζεται υποχαλάρωση στις μεταβλητές της ροής.
4. Γίνεται διόρθωση των ταχυτήτων με βάση τη νέα κατανομή πίεσης.
5. Ανανεώνονται οι οριακές τιμές των ποσοτήτων της ροής.
6. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι σύγκλισης των αποτελεσμάτων.

Να τονιστεί ότι στο OpenFOAM κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου SIMPLE γίνεται επίλυση ως προς την πίεση και όχι ως προς τη διόρθωση της πίεσης, όπως γίνεται συνήθως στον αλγόριθμο SIMPLE. Η επίλυση της εξίσωσης πίεσης γίνεται με χρήση του Γενικευμένου Πολυπλεγματολογικού Αλγορίθμου (Generalised Geometric-Algebraic Multi-Grid Solver, GAMG) του OpenFOAM. Η βασική αρχή με την οποία επιλύει το σύστημα είναι η εξής: αρχικά παράγει μια λύση η οποία βασίζεται σε ένα πολύ αραιό πλέγμα, στη συνέχεια χρησιμοποιεί τη λύση αυτή για να παράγει λύση σε πιο

πυκνό πλέγμα. Σε κάθε επίπεδο πύκνωσης το σύστημα επιλύεται για έναν αριθμό επαναλήψεων. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να επιλυθεί το σύστημα στο τελικό πλέγμα. Για να εκκινήσει η διαδικασία επίλυσης πρέπει απλώς να οριστεί ο αριθμός κελιών του αρχικού, αραιού πλέγματος.

Για την επίλυση των εξισώσεων που υπολογίζουν την ταχύτητα αλλά και των εξισώσεων που περιγράφουν την τύρβη, ανάλογα με το μοντέλο τύρβης που επιλέγεται κάθε φορά, χρησιμοποιείται η μέθοδος των διαδοχικών αντικαταστάσεων (Gauss-Seidel)[62].

3.5 Αποτελέσματα της Αρχικής Αεροδυναμικής Μελέτης

Αφού επιλέχθηκαν οι επιλύτες για κάθε μία από τις πλέον διακριτοποιημένες εξισώσεις της ροής και ορίστηκαν οριακές συνθήκες επιλύονται αριθμητικά οι εξισώσεις ροής για τα διάφορα μοντέλα τύρβης που θα εξεταστούν καθώς και για τα διαφορετικά σχήματα διακριτοποίησης που θα εφαρμοστούν για τον όρο μεταφοράς των εξισώσεων της τύρβης. Υπενθυμίζεται ότι τα σχήματα που θα χρησιμοποιηθούν είναι το σχήμα ανάντι διαφόρισης, με ακρίβεια πρώτης τάξης, και το μικτό σχήμα Gamma, το οποίο επιλέχθηκε έναντι κάποιου άλλου σχήματος ακρίβειας δεύτερη τάξης επειδή ορισμένα από τα μοντέλα κατέληγαν να αποκλίνουν σε αυτήν την περίπτωση. Καθώς η αντικειμενική συνάρτηση που είναι επιθυμητό να βελτιστοποιηθεί είναι η δύναμη της οπισθέλκουσας, πιο συγκεκριμένα ο συντελεστής της οπισθέλκουσας, θα γίνει σύγκριση ανάμεσα στα αποτελέσματα που προκύπτουν από την υπολογιστική μελέτη, με τα πειραματικά αποτελέσματα που έχουν δημοσιευτεί [11, 7]. Επιπλέον, εκτελείται και μία σειρά υπολογισμών, όπου γίνεται η θεώρηση των στατικών τροχών, δηλαδή θεωρείται ότι οι τροχοί δεν περιστρέφονται. Έτσι μελετάται η επίδραση αυτού του δυναμικού φαινομένου στην τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας. Επιπλέον αυτοί οι υπολογισμοί χρησιμεύουν στη συνέχεια, καθώς με αυτή την παραδοχή επιλύεται το συζυγές πρόβλημα, μέσα από το οποίο θα φανούν οι περιοχές που χρήζουν βελτίωσης.

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί πως η ροή γύρω από ένα αυτοκίνητο είναι εκ φύσεως χρονικά μεταβαλλόμενη (unsteady). Ωστόσο η μελέτη του φαινομένου για κάθε χρονική στιγμή, και για ένα ορισμένο χρονικό διάστημα, είναι μία αρκετά δαπανηρή διαδικασία και απαιτεί αρκετούς υπολογιστικούς πόρους. Αυτός είναι και ο λόγος που προτιμάται, αντί αυτού, να χρησιμοποιηθεί ένας επιλύτης μόνιμης ροής, στην περίπτωση αυτή ο αλγόριθμος SIMPLE που περιγράφηκε παραπάνω ώστε να υπολογιστεί η μόνιμη λύση. Καθώς όμως η ροή είναι χρονικά μεταβαλλόμενη, η λύση αυτή συγκλίνει μέχρι έναν βαθμό, αλλά, στη συνέχεια, εμφανίζει μία μικρή ταλαντωτική συμπεριφορά. Σαν αποτέλεσμα ο συντελεστής οπισθέλκουσας δεν θα έχει μία σταθερή τιμή αλλά θα μεταβάλλεται ελαφρά. Για το λόγο αυτό, η υπολογιστική διαδικασία εκτελείται για 8000 επαναλήψεις, με σκοπό να συγκλίνουν οι λύσεις των εξισώσεων, πράγμα που επιτυγχάνεται σε ικανοποιητικό βαθμό, ενώ η τιμή του C_d λαμβάνεται ως η μέση τιμή των τελευταίων 1000 επαναλήψεων.

Ο συντελεστής οπισθέλκουσας δίνεται από τη σχέση 3.25:

$$C_d = \frac{F_d}{(1/2)\rho U^2 A_{ref}} \quad (3.25)$$

όπου F_d η οπισθέλκουσα που ασκείται στο αυτοκίνητο, U η ταχύτητα, ρ η πυκνότητα του αέρα και A_{ref} η μετωπική επιφάνεια του αυτοκινήτου.

3.5.1 Αποτελέσματα για τη διαμόρφωση Fastback

Στον πίνακα 3.2 γίνεται μία σύγκριση του συντελεστή οπισθέλκουσας C_d , των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την υπολογιστική μελέτη με την αντίστοιχη πειραματική τιμή για τη διαμόρφωση Fastback.

Συντελεστής οπισθέλκουσας C_d για τη διαμόρφωση Fastback		Περιστρεφόμενοι Τροχοί		Στατικοί Τροχοί	
Διακριτοποίηση του όρου Μεταφοράς		Upwind	Gamma	Upwind	Gamma
Μοντέλα Τύρβης	Spalart-Allmaras	0.2590	0.2639	0.2525	0.2535
	realizable $k - \varepsilon$	0.2697	0.2676	0.2390	0.2376
	$k - \omega$ SST	0.2456	0.2469	0.2334	0.2341
Πειραματικός Συντελεστής Οπισθέλκουσας C_d		0.243		-	

Πίνακας 3.2: Σύγκριση των τιμών του συντελεστή οπισθέλκουσας για τη διαμόρφωση Fastback. Η μελέτη έγινε για τρία διαφορετικά μοντέλα τύρβης και για δύο διαφορετικά σχήματα διακριτοποίησης του όρου μεταφοράς των εξισώσεων τύρβης, τόσο για περιστρεφόμενους όσο και για ακίνητους τροχούς.

Συγκρίνοντας τις τιμές από τη μελέτη, το μοντέλο $k - \omega$ SST προσεγγίζει καλύτερα την πειραματική τιμή, σε σχέση με τα μοντέλα realizable $k - \varepsilon$ και Spalart-Allmaras. Με βάση το σχήμα διακριτοποίησης που χρησιμοποιήθηκε, μεγαλύτερη μεταβολή παρατηρείται στο μοντέλο των Spalart-Allmaras για την περίπτωση των περιστρεφόμενων τροχών, μεταβολή όμως που δεν παρατηρείται και για την παραδοχή των στατικών τροχών. Η παραδοχή των στατικών τροχών επηρεάζει σε διαφορετικό βαθμό την τιμή του C_d ανάλογα με το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιείται, με το μοντέλο realizable $k - \varepsilon$ να επηρεάζεται περισσότερο. Το τελικό συμπέρασμα είναι ότι για τη διαμόρφωση Fastback χρήση του μοντέλου $k - \omega$ SST οδηγεί σε λίγο καλύτερη προσέγγιση του C_d , ωστόσο αρκετά καλή είναι και η προσέγγιση του μοντέλου των Spalart-Allmaras, και το γεγονός ότι επιλύει μία μόνο διαφορική, και άρα μειώνει το υπολογιστικό κόστος, το καθιστούν μία καλή εναλλακτική. Επίσης, καθώς δεν παρουσιάζεται σημαντική διαφορά, είναι ασφαλές ανάμεσα στα δύο σχήματα, να χρησιμοποιείται η ανάντι διαφόριση για τον όρο μεταφοράς των εξισώσεων τύρβης.

Στο σχήμα 3.3 παρουσιάζεται το στιγμιότυπο της ταχύτητας κατά την τελευταία επανάληψη του αλγορίθμου, με μοντέλο τύρβης το $k - \omega$ SST, για την περίπτωση των περιστρεφόμενων τροχών και διακριτοποίηση πρώτης τάξης για τη διαμόρφωση F_S_wM_wW.



Σχήμα 3.3: Στιγμιότυπο της ταχύτητας για τη διαμόρφωση $F_S_wM_wW$ κατά την τελευταία επανάληψη του αλγορίθμου, για την περίπτωση των περιστρεφόμενων τροχών. Το μοντέλο τύρβης είναι το $k - \omega$ SST και η διακριτοποίηση του όρου μεταφοράς είναι πρώτης τάξης.

3.5.2 Αποτελέσματα για τη διαμόρφωση Estate Back

Τα αποτελέσματα της μελέτης για τη διαμόρφωση Estate Back παρουσιάζονται στον πίνακα 3.3, όπου συγκρίνονται οι τιμές του συντελεστή οπισθέλκουσας και πάλι μελετώντας τρία διαφορετικά μοντέλα τύρβης και για δύο διαφορετικά σχήματα διακριτοποίησης του όρου μεταφοράς των εξισώσεων τύρβης, για τα σενάρια των περιστρεφόμενων αλλά και στατικών τροχών.

Συντελεστής οπισθέλκουσας C_d για τη διαμόρφωση Estate Back		Περιστρεφόμενοι Τροχοί		Στατικοί Τροχοί	
Διακριτοποίηση του όρου Μεταφοράς		Upwind	Gamma	Upwind	Gamma
Μοντέλα Τύρβης	Spalart-Allmaras	0.3028	0.3023	0.2934	0.2925
	realizable $k - \varepsilon$	0.2955	0.2919	0.2756	0.2758
	$k - \omega$ SST	0.2945	0.2935	0.2879	0.2839
Πειραματικός Συντελεστής Οπισθέλκουσας C_d		0.292		-	

Πίνακας 3.3: Σύγκριση των τιμών του συντελεστή οπισθέλκουσας για τη διαμόρφωση Estate Back. Η μελέτη έγινε για τρία διαφορετικά μοντέλα τύρβης και για δύο διαφορετικά σχήματα διακριτοποίησης του όρου μεταφοράς των εξισώσεων τύρβης, τόσο για περιστρεφόμενους όσο και για ακίνητους τροχούς.

Παρατηρώντας τα στοιχεία του πίνακα, είναι εμφανές ότι τα μοντέλα $k - \omega$ SST και re-

alizable $k-\varepsilon$ έχουν προσεγγίσει σε πολύ καλό βαθμό την πειραματική τιμή του C_d , και, αν και η διαφορά είναι μικρή, η χρήση του σχήματος Gamma βελτίωσε ακόμα περισσότερο την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Και σε αυτή τη διαμόρφωση, είναι φανερό ότι το δυναμικό φαινόμενο της περιστροφής των τροχών επηρεάζει το C_d σε διαφορετικό βαθμό ανάλογα με το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιείται. Και στις δύο περιπτώσεις, και για κάθε μοντέλο, η επίδραση του σχήματος διακριτοποίησης είναι πολύ μικρή, ωστόσο δίνει πιο ακριβή αποτελέσματα. Τελικά, η χρήση των μοντέλων realizable $k-\varepsilon$ και $k-\omega$ SST σε συνδυασμό με το σχήμα διακριτοποίησης Gamma οδηγεί σε πολύ καλά αποτελέσματα, ενώ το μοντέλο Spalart-Allmaras μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μια οικονομικότερη, αλλά όχι με την ίδια ακρίβεια προσέγγιση.

Στο σχήμα 3.4 παρουσιάζεται το στιγμιότυπο της ταχύτητας κατά την τελευταία επανάληψη του αλγορίθμου, με μοντέλο τύρβης το $k-\omega$ SST, για την περίπτωση των περιστρεφόμενων τροχών και διακριτοποίηση πρώτης τάξης για τη διαμόρφωση E_S_wM_wW.



Σχήμα 3.4: Στιγμιότυπο της ταχύτητας για τη διαμόρφωση E_S_wM_wW κατά την τελευταία επανάληψη του αλγορίθμου, για την περίπτωση των περιστρεφόμενων τροχών. Το μοντέλο τύρβης είναι το $k-\omega$ SST και η διακριτοποίηση του όρου μεταφοράς είναι πρώτης τάξης.

Κεφάλαιο 4

Χρήση της Συνεχούς Συζυγούς Μεθόδου για την Δημιουργία του Χάρτη Ευαισθησίας

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης έχουν ως στόχο την ελαχιστοποίηση (ή μεγιστοποίηση) μιας αντικειμενικής συνάρτησης μέσω της μεταβολής κάποιων μεταβλητών σχεδιασμού. Υπάρχουν δύο κατηγορίες μεθόδων βελτιστοποίησης, οι στοχαστικές, οι οποίες απαιτούν σαν μοναδική πληροφορία την αντικειμενική συνάρτηση, και οι αιτιοκρατικές μέθοδοι οι οποίες βασίζονται και απαιτούν τον υπολογισμό πρώτων ή μερικές φορές και δεύτερων παραγώγων της αντικειμενικής συνάρτησης (Gradient Based Methods, GBMs). Ανάμεσα στις διάφορες μεθόδους που έχουν αναπτυχθεί για τον υπολογισμό των παραγώγων που απαιτούνται στις αιτιοκρατικές μεθόδους, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η συζυγής μέθοδος καθώς, με χρήση της μεθόδου αυτής, το κόστος υπολογισμού των παραγώγων αυτών γίνεται ανεξάρτητο του αριθμού των μεταβλητών σχεδιασμού του προβλήματος, ενώ εξασφαλίζεται πάντα και η ικανοποίηση των εξισώσεων που διέπουν το πρόβλημα, στην περίπτωση αυτή οι εξισώσεις Navier-Stokes. Αφού παραχθούν οι παράγωγοι της αντικειμενικής συνάρτησης με τη βοήθεια της συζυγούς μεθόδου, μπορούν να χρησιμοποιηθούν στη διαδικασία για την ελαχιστοποίηση της αν-

τικειμενικής συνάρτησης, με συνηθέστερη τη διαδικασία απότομης καθόδου (steepest descent), όπου:

$$b_i^{new} = b_i^{old} - \eta \frac{\partial F}{\partial b_i} \quad (4.1)$$

Στην παραπάνω εξίσωση b_i είναι οι μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος, F είναι η αντικειμενική συνάρτηση και η είναι ένας βαθμωτός συντελεστής που ορίζει το βήμα της καθόδου. Πέραν της μεθόδου της απότομης καθόδου μπορούν να χρησιμοποιηθούν κι άλλες μέθοδοι όπως η μέθοδος των συζυγών κλίσεων (Conjugate Gradient) [63], η μέθοδος Newton [23] και προσεγγιστικές μέθοδοι Newton όπως η SR1 [64] και η BFGS [65, 66].

4.1 Περιγραφή της Συνεχούς Συζυγούς Μεθόδου

Στη συνέχεια θα αναλυθεί το θεωρητικό υπόβαθρο της συνεχούς συζυγούς μεθόδου [12], όπου θα γίνει ξεκάθαρο πώς παράγονται οι συζυγείς εξισώσεις της ροής, οι συζυγείς οριακές συνθήκες, καθώς και οι παράγωγοι ευαισθησίας της αντικειμενικής συνάρτησης. Η ανάλυση αυτή βασίζεται στην υπόθεση της “παγωμένης τύρβης” (frozen turbulence) [31] σύμφωνα με την οποία αμελείται η παραγωγή της τυρβώδους κινηματικής συνεκτικότητας ($\frac{\partial \nu_t}{\partial b_n}$) κατά την παραγωγή των συζυγών εξισώσεων, αν και στη συνέχεια θα ληφθεί υπόψη η διαφορίση της εξίσωσης τύρβης όπως αυτή διατυπώνεται στο μοντέλο των Spalart-Allmaras [32, 26, 33].

Οι εξισώσεις μάζας και ορμής (3.1α', 3.1β'), οι εξισώσεις του μοντέλου τύρβης, καθώς και οι οριακές συνθήκες του προβλήματος αποτελούν το πρωτεύον πρόβλημα. Οι μεταβλητές του πρωτεύοντος πεδίου v_i, p και οι μεταβλητές του μοντέλου τύρβης που χρησιμοποιείται περιέχονται στο διάνυσμα U .

Σε προβλήματα εξωτερικής αεροδυναμικής η αντικειμενική συνάρτηση F είναι, συ-

νήθως, ένα βαθμωτό μέγεθος όπως η άνωση ή η οπισθέλκουσα σε ένα αεροδυναμικό σώμα. Στην παρούσα εργασία, η προς ελαχιστοποίηση συνάρτηση είναι η δύναμη της οπισθέλκουσας στο αυτοκίνητο. Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης μορφής οι μεταβλητές σχεδιασμού μπορούν να είναι οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου για την παραμετροποίηση με πολυώνυμα Bezier-Bernstein ή με NURBS [67].

Γενικά η F εξαρτάται από το διάνυσμα U και τις μεταβλητές σχεδιασμού $b = (b_1, b_2, \dots, b_N)$. Η εξάρτηση της F από τις μεταβλητές b σε προβλήματα εξωτερικής δυναμικής είναι συχνά άμεση, καθώς οι περισσότερες αντικειμενικές συναρτήσεις περιέχουν το κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια πάνω στην οποία ορίζεται η F , το οποίο εξαρτάται από τις b . Επίσης η F εξαρτάται από το U το οποίο με τη σειρά του εξαρτάται από το b , οπότε ισχύει: $F = F(b, U(b))$. Οι αιτιοκρατικές μέθοδοι χρησιμοποιούν τις παραγώγους της F ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού b , $\frac{\delta F}{\delta b_n}$, για να ελαχιστοποιήσουν την F .

Το πλεονέκτημα της συζυγούς μεθόδου είναι ότι υπολογίζει τις παραγώγους $\frac{\delta F}{\delta b_n}$ με ένα κόστος το οποίο δεν εξαρτάται από τον αριθμό N των μεταβλητών σχεδιασμού, σε αντίθεση με τη χρήση της ευθείας διαφορίσης, όπου οι εξισώσεις της ροής διαφορίζονται ως προς τις μεταβλητές b και N γραμμικά συστήματα επιλύονται για τον υπολογισμό των παραγώγων των μεταβλητών της ροής ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, πράγμα που θα οδηγούσε σε χρονικό κόστος ίσο με το να λύνονται οι εξισώσεις ροής N φορές σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης [23]. Πρώτο βήμα για να αναπτυχθεί η συζυγής μέθοδος είναι η διατύπωση της επαυξημένης αντικειμενικής συνάρτησης F_{aug} (Augmented Objective Function). Αυτή ορίζεται προσθέτοντας στην αντικειμενική συνάρτηση τα χωρικά ολοκληρώματα των γινομένων των υπολοίπων των εξισώσεων ροής του πρωτεύοντος προβλήματος με τις συζυγείς μεταβλητές του προβλήματος. Άρα προκύπτει:

$$F_{aug} = F + \int_{\Omega} u_i R_i^v d\Omega + \int_{\Omega} q R^p d\Omega \quad (4.2)$$

όπου Ω είναι το υπολογιστικό χωρίο ενώ u_i είναι οι συζυγείς συνιστώσες της ταχύτητας και q είναι η συζυγής πίεση. Κανονικά η εξίσωση 4.2 θα έπρεπε να περιέχει και

αντίστοιχους όρους για τις εξισώσεις που περιγράφουν την τύρβη, ωστόσο όπως αναφέρθηκε χρησιμοποιείται η υπόθεση της “παγωμένης τύρβης” οπότε δεν προστέθηκαν περαιτέρω ολοκληρώματα. Πρέπει να τονιστεί ότι καθώς τα υπόλοιπα των συναρτήσεων της ροής πρέπει πάντα να είναι μηδενικά, ισχύει $F \equiv F_{aug}$. Κάνοντας χρήση του θεωρήματος του Leibniz για τη διαφορίση της εξίσωσης 4.2 προκύπτει:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} &= \frac{\delta F}{\delta b_n} + \frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} u_i R_i^v d\Omega + \frac{\delta}{\delta b_n} \int_{\Omega} q R^p d\Omega \\
&= \frac{\delta F}{\delta b_n} + \int_{\Omega} u_i \frac{\partial R_i^v}{\partial b_n} d\Omega + \int_{\Omega} q \frac{\partial R^p}{\partial b_n} d\Omega \\
&\quad + \int_S (u_i R_i^v + q R^p) n_k \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS
\end{aligned} \tag{4.3}$$

όπου n_k περιέχει το σύνολο των κάθετων διανυσμάτων στην επιφάνεια και S τα όρια του χωρίου Ω , το οποίο μπορεί να αναλυθεί ως $S = S_I \cup S_O \cup S_W \cup S_{W_p}$. Τα S_I, S_O, S_W και $S_{W_p} = S_{W_p}(b)$ είναι αντίστοιχα τα όρια από όπου “εισέρχεται” και “εξέρχεται” η επάπειρο ροή, τα σταθερά τοιχώματα και τα παραμετροποιημένα, ελεγχόμενα τοιχώματα του χωρίου Ω . Το S_{W_p} είναι το μόνο κομμάτι του S που μπορεί να ελεγχθεί επομένως η εξίσωση 4.3 μπορεί να γραφεί ως:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} &= \frac{\delta F}{\delta b_n} + \int_{\Omega} u_i \frac{\partial R_i^v}{\partial b_n} d\Omega + \int_{\Omega} q \frac{\partial R^p}{\partial b_n} d\Omega \\
&\quad + \int_{S_{W_p}} (u_i R_i^v + q R^p) n_k \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Στις εξισώσεις 4.3,4.4 γίνεται χρήση του τελεστή $\delta()/\delta b_n$ και οφείλεται να γίνει μία διάκριση μεταξύ αυτού και του $\partial()/\partial b_n$. Για μια τυχαία ποσότητα Φ , είτε μεταβλητή της ροής είτε και το υπόλοιπο κάποιας εξίσωσης ροής, ο όρος $\delta\Phi/\delta b_n$ αναφέρεται στη συνολική αλλαγή του Φ λόγω μεταβολής του b_n . Αντίθετα, η μερική παράγωγος $\partial\Phi/\partial b_n$ αναπαριστά τη μεταβολή του Φ που οφείλεται σε μεταβολή των μεταβλητών

της ροής, οι οποίες με τη σειρά τους προκαλούνται από μεταβολή της γεωμετρίας, και δεν περιλαμβάνει τη συνεισφορά στη μεταβολή του Φ από αλλαγές στη γεωμετρία. Η σχέση που συνδέει τα δύο μεγέθη είναι [30]:

$$\frac{\delta\Phi}{\delta b_n} = \frac{\partial\Phi}{\partial b_n} + \frac{\partial\Phi}{\partial x_k} \frac{\delta x_k}{\delta b_n} \quad (4.5)$$

Μια αντικειμενική συνάρτηση που αποτελείται από επιφανειακά ολοκληρώματα μπορεί να γραφεί ως:

$$F = \int_S F_S dS = \int_S F_{S_i} n_i dS \quad (4.6)$$

όπου F_S η ολοκληρωτέα ποσότητα στα όρια του χωρίου, ενώ γίνεται η υπόθεση ότι το κάθετο διάνυσμα n της επιφάνειας περιλαμβάνεται στην αντικειμενική συνάρτηση. Η παραγωγή της 4.6 ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού δίνει:

$$\frac{\delta F}{\delta b_n} = \frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_{S_i} n_i dS \quad (4.7)$$

Παραγωγίζοντας το επιφανειακό ολοκλήρωμα της σχέσης 4.7 και αναλύοντας τις μερικές παραγώγους της F με τη μέθοδο της αλυσίδας, προκύπτει:

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_{S_i} n_i dS &= \int_S \frac{\partial F_{S_i}}{\partial v_k} n_i \frac{\partial v_k}{\partial b_n} dS + \int_S \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i \frac{\partial p}{\partial b_n} dS \\ &+ \int_S \frac{\partial F_{S_i}}{\partial \tau_{kj}} n_i \frac{\partial \tau_{kj}}{\partial b_n} dS + \int_S n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\partial x_k}{\partial b_n} n_k dS \\ &+ \int_S F_{S_i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_S F_{S_i} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \end{aligned} \quad (4.8)$$

όπου $\tau_{kj} = (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial v_k}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_k} \right)$ είναι ο τανυστής των τάσεων. Στη συνέχεια, παραγωγίζονται οι εξισώσεις 3.1α' και 3.1β', όπου υπενθυμίζεται ότι λόγω της υπόθεσης της “παγωμένης τύρβης” ο όρος $\delta \nu_t / \delta b_n$ παραλείπεται, και κάνοντας χρήση του θεω-

ρήματος Green-Gauss αναλύονται ένα προς ένα τα χωρικά ολοκληρώματα της εξίσωσης 4.4, αντικαθιστώντας όπου γίνεται τις παραγώγους των εξισώσεων 3.1α', 3.1β' ώστε να προκύψει τελικά η εξίσωση 4.9 [27, 34].

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = & \int_S \mathcal{BC}_i^u \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS + \int_S (u_j n_j + \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i) \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \int_S (-u_i n_j + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial \tau_{ij}} n_k) \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial b_n} dS \\
& + \int_{S_{W_p}} n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{S_{W_p}} F_{S_i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{S_{W_p}} F_{S_i} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} + \int_{S_{W_p}} (u_i R_i^v + q R^p) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \\
& + \int_{\Omega} \left\{ u_j \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial(v_j u_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial q}{\partial x_i} \right\} \frac{\partial v_i}{\partial b_n} d\Omega + \int_{\Omega} \left(-\frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) \frac{\partial p}{\partial b_n} d\Omega
\end{aligned} \tag{4.9}$$

όπου

$$\mathcal{BC}_i^u = u_i v_j n_j + \tau_{a,ij} n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial v_i} n_k \tag{4.10}$$

και ο συζυγής τανυστής τάσεων είναι

$$\tau_{a,ij} = (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \tag{4.11}$$

Για να αποφευχθεί το κόστος υπολογισμού των μερικών παραγώγων των p και v_i ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, θέτουμε τους συντελεστές των παραγώγων στην εξίσωση 4.9 ίσα με το μηδέν. Έτσι προκύπτουν οι συζυγείς εξισώσεις της ροής:

$$R^q = -\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{4.12}$$

$$R_i^u = u_j \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial(v_j u_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial q}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, (3) \tag{4.13}$$

Απλοποιώντας την εξίσωση 4.9 έχοντας ικανοποιήσει τις συζυγείς εξισώσεις ροής προκύπτει η τελική εξίσωση [27, 34]:

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = & \int_S \mathcal{B} C_i^u \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS + \int_S (u_j n_j + \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i) \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \int_S (-u_i n_j + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial \tau_{ij}} n_k) \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial b_n} dS \\ & + \int_{S_{W_p}} n_i \frac{\partial F_{S_i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{S_{W_p}} F_{S_i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{S_{W_p}} F_{S_i} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} + \int_{S_{W_p}} (u_i R_i^v + q R^p) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \end{aligned} \quad (4.14)$$

Από την εξίσωση 4.14 προκύπτουν οι τελικές εκφράσεις για τις παραγώγους ευαισθησίας.

4.2 Συζυγείς Οριακές Συνθήκες και Τελική Έκφραση των Παραγώγων Ευαισθησίας

Η εξίσωση 4.14 περιέχει όρους των οποίων το κόστος υπολογισμού είναι υψηλό. Τέτοιοι όροι είναι η κλίση της ταχύτητας ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού ($\frac{\partial v_i}{\partial b_n}$), η κλίση της πίεσης ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού ($\frac{\partial p}{\partial b_n}$) και η κλίση του τανυστή των τάσεων ($\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial b_n}$). Για να αποφευχθεί το κόστος αυτό, οι όροι αυτοί απαλείφονται μηδενίζοντας τους αντίστοιχους συντελεστές τους. Από το μηδενισμό των συντελεστών αυτών προκύπτουν και οι συζυγείς οριακές συνθήκες του χωρίου. Παρακάτω παρουσιάζεται η διαδικασία με την οποία προκύπτουν αυτές για τις επιφάνειες όπου εισέρχεται και εξέρχεται η επάπειρο ροή, τα σταθερά και τα παραμετροποιημένα τοιχώματα.

4.2.1 Συζυγείς Οριακές Συνθήκες στο Επ'Απειρο Όριο

Στο όριο από όπου εισέρχεται η ροή (S_I) ισχύει $\delta v_i / \delta b_n = \partial v_i / \partial b_n = 0$, αφού $\delta x_k / \delta b_n = 0$, οπότε μηδενίζεται το πρώτο ολοκλήρωμα στο δεξί μέλος της εξίσωσης 4.14. Για να μηδενιστούν το δεύτερο και το τρίτο ολοκλήρωμα της εξίσωσης τίθενται:

$$u_{(n)} = u_j n_j = - \frac{\partial F_{S_I, i}}{\partial p} n_i \quad (4.15\alpha')$$

$$u_{(t)}^I = \frac{\partial F_{S_I, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^I n_j + \frac{\partial F_{S_I, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^I n_i \quad (4.15\beta')$$

$$u_{(t)}^{II} = \frac{\partial F_{S_I, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^{II} n_j + \frac{\partial F_{S_I, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^{II} n_i \quad (4.15\gamma')$$

όπου τα t_i^I, t_i^{II} είναι οι συνιστώσες του εφαπτόμενου στην επιφάνεια διάνυσμα και $u_{(t)}^I, u_{(t)}^{II}$ είναι οι αντίστοιχες συνιστώσες της συζυγούς ταχύτητας.

Στο όριο από όπου εξέρχεται η ροή (S_O) ισχύει $\delta p / \delta b_n = \partial p / \partial b_n = 0$, οπότε το δεύτερο ολοκλήρωμα της εξίσωσης 4.14 μηδενίζεται. Το τρίτο ολοκλήρωμα μπορεί να αμεληθεί αν υποθεθεί μία σχεδόν ομοιόμορφη κατανομή ταχύτητας στην επιφάνεια εξόδου. Τέλος, το πρώτο ολοκλήρωμα μπορεί να απαλειφθεί, μηδενίζοντας την ολοκληρωτέα ποσότητα, με αποτέλεσμα να προκύπτουν δύο ή τρεις οριακές συνθήκες, ανάλογα αν το πρόβλημα είναι επιλύεται στις δύο ή στις τρεις διαστάσεις αντίστοιχα.

$$u_i v_j n_j + (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i + \frac{\partial F_{S_O, k}}{\partial v_i} n_k = 0, \quad i = 1, 2, (3) \quad (4.16)$$

4.2.2 Συζυγείς Οριακές Συνθήκες στα Σταθερά και Παραμετροποιημένα Τοιχώματα του Χωρίου

Για τα σταθερά τοιχώματα S_W , όπως και για την επιφάνεια S_I ισχύει $\delta x_k / \delta b_n = 0$, οπότε οι συζυγείς οριακές συνθήκες που ορίστηκαν στο όριο όπου εισέρχεται η ροή

(4.15) συνεχίζουν να ισχύουν αρκεί, όπου αναφέρεται η F_{S_I} , να χρησιμοποιηθεί η F_{S_W}

Για τα παραμετροποιημένα τοιχώματα (S_{W_p}), καθώς έχει επιβληθεί $v_i = 0$, ισχύει $\delta v_i / \delta b_n = 0$. Ωστόσο, καθώς $\delta x_k / \delta b_n \neq 0$, από την εξίσωση 4.5 προκύπτει:

$$\frac{\partial v_i}{\partial b_n} = -\frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m \quad (4.17)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση 4.17 στο πρώτο ολοκλήρωμα του δεξιού μέλους της εξίσωσης 4.14, αυτό γράφεται ως:

$$\int_{S_{W_p}} \mathcal{BC}_i^u \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS = - \int_{S_{W_p}} \mathcal{BC}_i^u \frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m dS \quad (4.18)$$

και περιέχεται στην έκφραση της κλίσης της αντικειμενικής. Το δεύτερο και τρίτο ολοκλήρωμα απαλείφονται θέτοντας:

$$u_{\langle n \rangle} = -\frac{\partial F_{S_{W_p}, i}}{\partial p} n_i \quad (4.19\alpha')$$

$$u_{\langle t \rangle}^I = \frac{\partial F_{S_{W_p}, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^I n_j + \frac{\partial F_{S_{W_p}, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^I n_i \quad (4.19\beta')$$

$$u_{\langle t \rangle}^{II} = \frac{\partial F_{S_{W_p}, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_i^{II} n_j + \frac{\partial F_{S_{W_p}, k}}{\partial \tau_{ij}} n_k t_j^{II} n_i \quad (4.19\gamma')$$

Κατά την απόδειξη των παραπάνω σχέσεων προκύπτουν διάφοροι όροι λόγω του ότι ισχύει στο S_{W_p} , $\delta x_k / \delta b_n \neq 0$, που χρησιμοποιούνται στην έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας.

4.2.3 Τελική Έκφραση των Παραγώγων Ευαισθησίας

Μετά την εύρεση των οριακών συνθηκών για το επάπειρο όριο και τα σταθερά και παραμετροποιημένα τοιχώματα του χωρίου, η εξίσωση 4.14 απλοποιείται ακόμα περισσότερο και οι όροι που απομένουν εκφράζουν τις παραγώγους ευαισθησίας της αντικειμενικής συνάρτησης F . Η τελική γενική έκφραση της αντικειμενικής συνάρτησης [27, 34] παρουσιάζεται στην εξίσωση:

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = & - \int_{S_{W_p}} \mathcal{B}C_i^u \frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m dS \\
& + \int_{S_{W_p}} n_i \frac{\partial F_{S_{W_p},i}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{S_{W_p}} F_{S_{W_p},i} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS \\
& + \int_{S_{W_p}} F_{S_{W_p},i} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} + \int_{S_{W_p}} (u_i R_i^v + q R^p) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \\
& - \int_{S_{W_p}} \left(-u_{\langle n \rangle} + \frac{\partial F_{S_{W_p},k}}{\partial \tau_{lm}} n_k n_l n_m \right) \mathcal{T} \mathcal{S}_1 dS \\
& - \int_{S_{W_p}} \frac{\partial F_{S_{W_p},k}}{\partial \tau_{lm}} n_k t_l^I t_m^I \mathcal{T} \mathcal{S}_2 dS \\
& - \int_{S_{W_p}} \left(\frac{\partial F_{S_{W_p},k}}{\partial \tau_{lm}} n_k (t_l^{II} t_m^I + t_l^I t_m^{II}) \right) \mathcal{T} \mathcal{S}_3 dS \\
& - \int_{S_{W_p}} \frac{\partial F_{S_{W_p},k}}{\partial \tau_{lm}} n_k t_l^{II} t_m^{II} \mathcal{T} \mathcal{S}_4 dS
\end{aligned} \tag{4.20}$$

όπου

$$\mathcal{TS}_1 = \tau_{ij} \frac{\delta(n_i n_j)}{\delta b_n} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k n_i n_j \quad (4.21\alpha')$$

$$\mathcal{TS}_2 = \tau_{ij} \frac{\delta(t_i^I t_j^I)}{\delta b_n} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k t_i^I t_j^I \quad (4.21\beta')$$

$$\mathcal{TS}_3 = \tau_{ij} \frac{\delta(t_i^{II} t_j^I)}{\delta b_n} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k t_i^{II} t_j^I \quad (4.21\gamma')$$

$$\mathcal{TS}_4 = \tau_{ij} \frac{\delta(t_i^{II} t_j^{II})}{\delta b_n} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k t_i^{II} t_j^{II} \quad (4.21\delta')$$

Η εξίσωση 4.20 αποτελεί την γενική έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας για μια αντικειμενική συνάρτηση F , η οποία σε κάθε πρόβλημα μπορεί να είναι διαφορετική. Στο παρόν πρόβλημα η αντικειμενική συνάρτηση η οποία είναι επιθυμητό να ελαχιστοποιηθεί είναι η οπισθέλκουσα F_d η οποία γράφεται στη μορφή της εξίσωσης 4.6 ως εξής:

$$F = \int_S (p\delta_j^i - \tau_{ij}) n_j r_i dS = \int_S F_{S_j} n_j dS \quad (4.22)$$

όπου $F_{S_j} = (p\delta_j^i - \tau_{ij}) r_i$ και r_i το διάνυσμα της κατεύθυνσης της δύναμης, στην περίπτωση της οπισθέλκουσας αυτό είναι το $(1, 0, 0)$, ενώ για παράδειγμα στην περίπτωση της άνωσης αυτό θα ήταν το $(0, 0, 1)$.

Οι παράγωγοι της F_{S_j} ως προς x_m και ως προς τις τάσεις $\tau_{l,m}$ είναι αντίστοιχα:

$$\frac{\partial F_{S_j}}{\partial x_m} = \frac{\partial p}{\partial x_m} r_j - \frac{\partial \tau_i^j}{\partial x_m} r_i \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial F_{S_j}}{\partial \tau_{l,m}} = -\delta_l^i \delta_m^j r_i = -\delta_m^j r_l \quad (4.24)$$

Αντικαθιστώντας τις εξισώσεις 4.23 και 4.24 στην εξίσωση 4.20 προκύπτει η τελική έκφραση των παραγώγων ευαισθησίας για τη συγκεκριμένη αντικειμενική συνάρτηση:

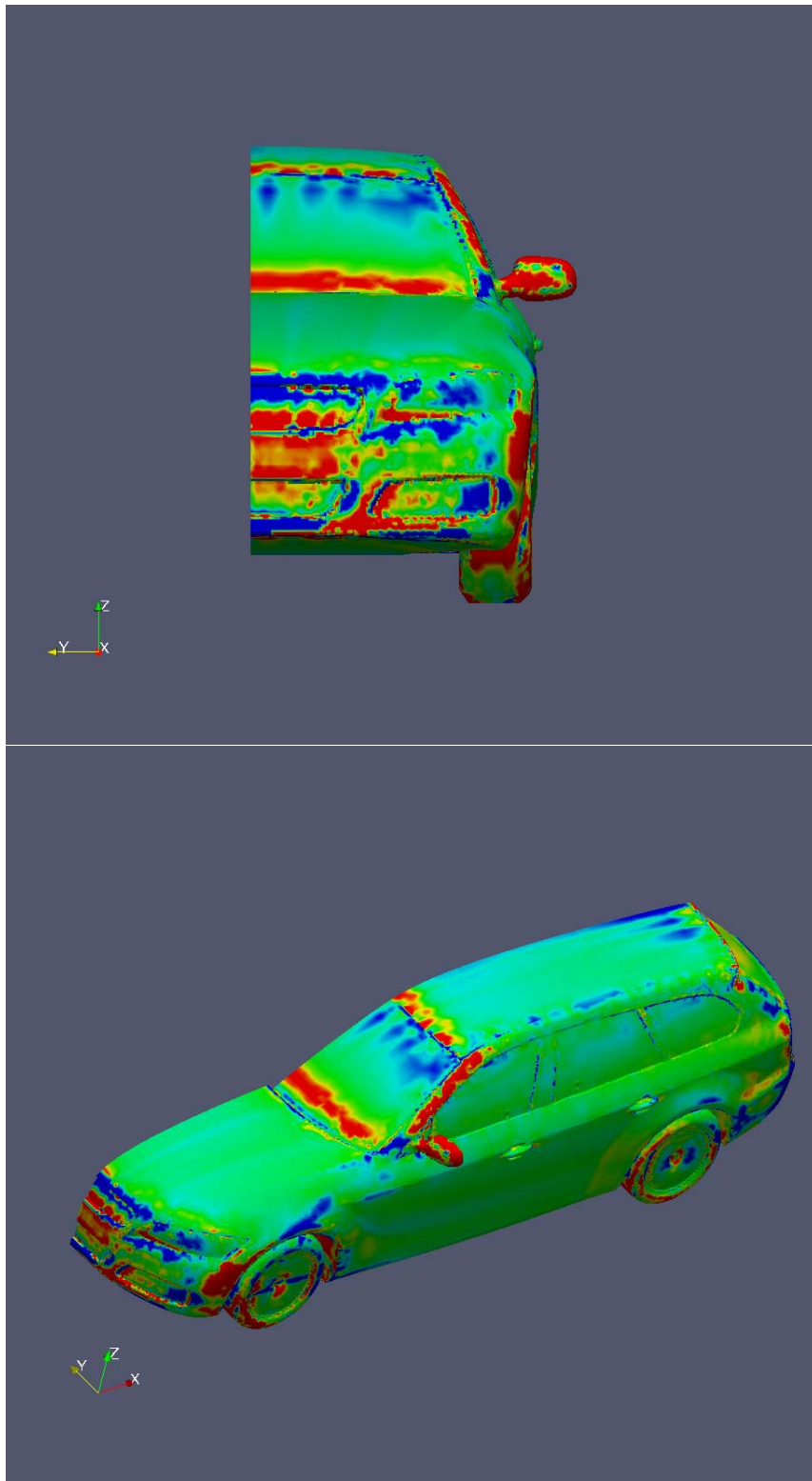
$$\begin{aligned}
\frac{\delta F_{aug}}{\delta b_n} = & - \int_{S_{W_p}} \mathcal{BC}_i^u \frac{\partial v_i}{\partial x_k} n_k \frac{\delta x_m}{\delta b_n} n_m dS + \int_{S_{W_p}} n_i \left(\frac{\partial p}{\partial x_m} r_j - \frac{\partial \tau_i^j}{\partial x_m} r_i \right) n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS \\
& + \int_{S_{W_p}} (p \delta_j^i - \tau_{ij}) r_i \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{S_{W_p}} (p \delta_j^i - \tau_{ij}) r_i n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} + \int_{S_{W_p}} (u_i R_i^v + q R^p) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS
\end{aligned} \tag{4.25}$$

4.3 Χάρτης Ευαισθησίας

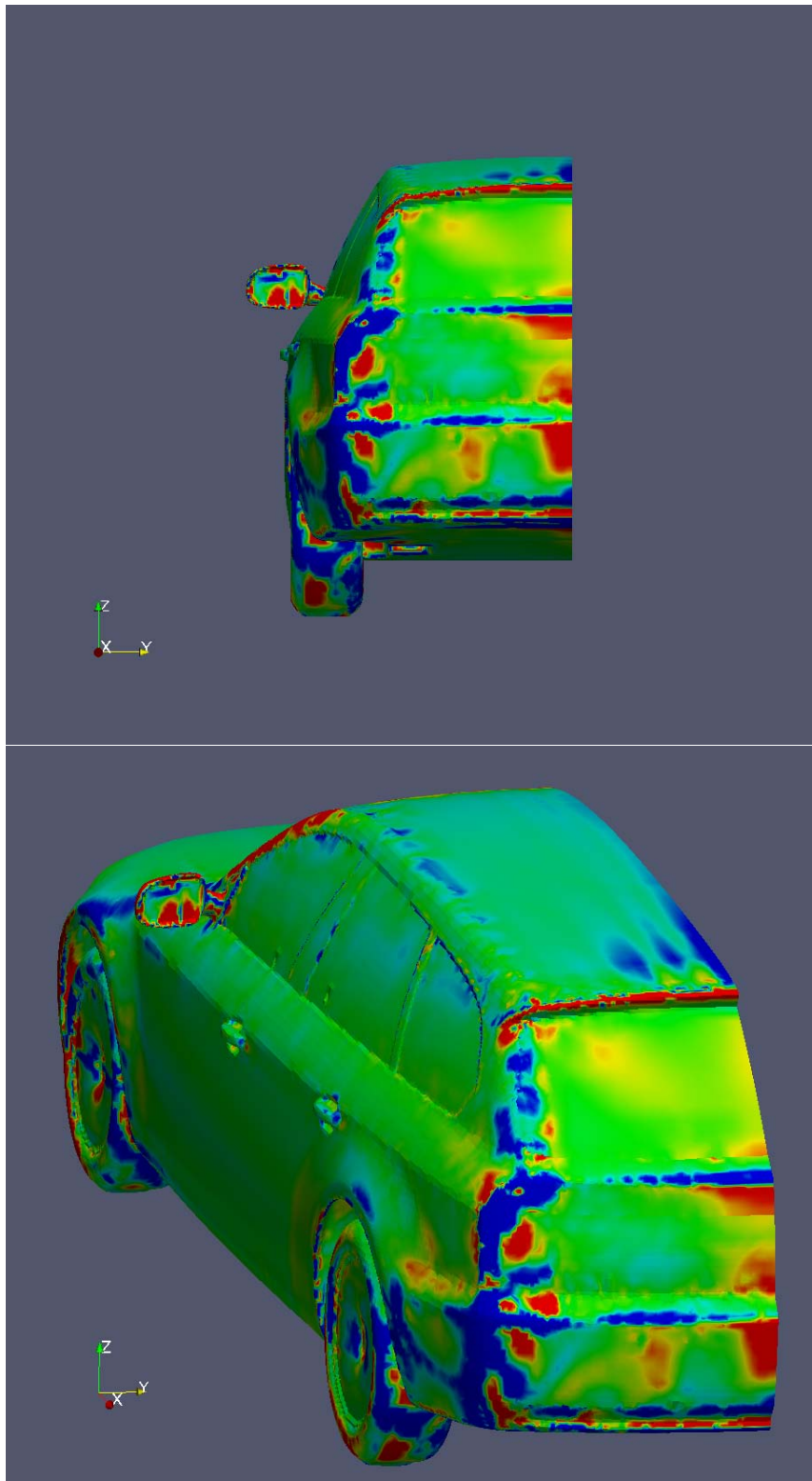
Αν και οι παράγωγοι ευαισθησίας που υπολογίζονται με τη βοήθεια της συζυγούς μεθόδου χρησιμοποιούνται κυρίως σε GBMs, μπορεί κανείς απλώς να τις χρησιμοποιήσει και για τη δημιουργία χαρτών ευαισθησίας (Sensitivity Maps). Οι χάρτες ευαισθησίας είναι μια εικονική αναπαράσταση των περιοχών όπου παρουσιάζονται μεταβολές στην αντικειμενική συνάρτηση. Με άλλα λόγια οι παράγωγοι ευαισθησίας χρωματίζουν το σώμα, ανάλογα με την τιμή και το πρόσημο τους, με αποτέλεσμα να δημιουργείται ένας χρωματικός χάρτης όπου τονίζονται οι περιοχές όπου υπάρχουν περιθώρια για βελτίωση της αεροδυναμικής του εκάστοτε σώματος. Οι χάρτες αυτοί αποτελούν ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για κάθε σχεδιαστή.

Συνήθης εφαρμογή των χαρτών ευαισθησίας σε προβλήματα εξωτερικής αεροδυναμικής είναι ο υπολογισμός των παραγώγων ευαισθησίας για τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όπως η άνωση και η οπισθέλκουσα. Στο κεφάλαιο αυτό εφαρμόζεται η συνεχής συζυγής μέθοδος με σκοπό να υπολογιστούν οι παράγωγοι ευαισθησίας της οπισθέλκουσας που ασκείται στο αυτοκίνητο, με χρήση λογισμικού που αναπτύχθηκε από τη ΜΠΥΡ&Β. Ανάμεσα στις δύο διαμορφώσεις που εξετάστηκαν στο κεφάλαιο 3 αποφασίστηκε να μελετηθεί η διαμόρφωση Estate Back ($E_S_wM_wW$) καθώς σε αυτή παρατηρείται μεγάλη αποκόλληση της ροής και αναμένεται να υπάρχουν περισσότερες δυνατότητες βελτίωσης της γεωμετρίας του. Να σημειωθεί ότι όπως και στο κεφάλαιο 3, εφαρμόζεται η θεωρία των στατικών τροχών, ενώ η μοντελοποίηση της τύρβης στο πρωτεύον πρόβλημα έγινε με τα μοντέλα $k - \omega$ SST και Spalart-Allmaras.

Στα σχήματα 4.1 και 4.2 παρουσιάζεται ο χάρτης ευαισθησίας όπως προέκυψε για το μοντέλο Estate Back. Ο χρωματισμός της επιφάνειας έγινε με βάση την κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς την κάθετη μετατόπιση κάθε σημείου της επιφάνειας του αυτοκινήτου. Αν η κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τη μεταβολή της θέσης του τοιχώματος του αυτοκινήτου είναι θετική τότε αυτό βάφεται με κόκκινο, ενώ αν ισχύει το αντίθετο με μπλε. Με πιο απλά λόγια, με κόκκινο χρώμα εμφανίζονται οι περιοχές όπου η γεωμετρία του αυτοκινήτου θα έπρεπε να μετακινηθεί προς τα μέσα για να έχουμε βελτίωση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης, ενώ αντίθετα με μπλε χρώμα παρουσιάζονται οι περιοχές όπου η γεωμετρία θα έπρεπε να μετακινηθεί προς τα έξω. Τέλος, με πράσινο οι περιοχές που μεταβολή της γεωμετρίας δεν μεταβάλλει ή μεταβάλλει ελάχιστα την αντικειμενική συνάρτηση.



Σχήμα 4.1: Μετωπική και πλάγια εμπρόσθια όψη του χάρτη των παραγώγων ευαισθησίας (με την υπόθεση της “παγωμένης τύρβης”) ως προς την οπισθέλκουσα για τη διαμόρφωση *E_S_wM_wW*. Με κόκκινο οι περιοχές που πρέπει να κινηθούν προς τα μέσα και με μπλε αυτές που πρέπει να κινηθούν προς τα έξω για να βελτιωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης

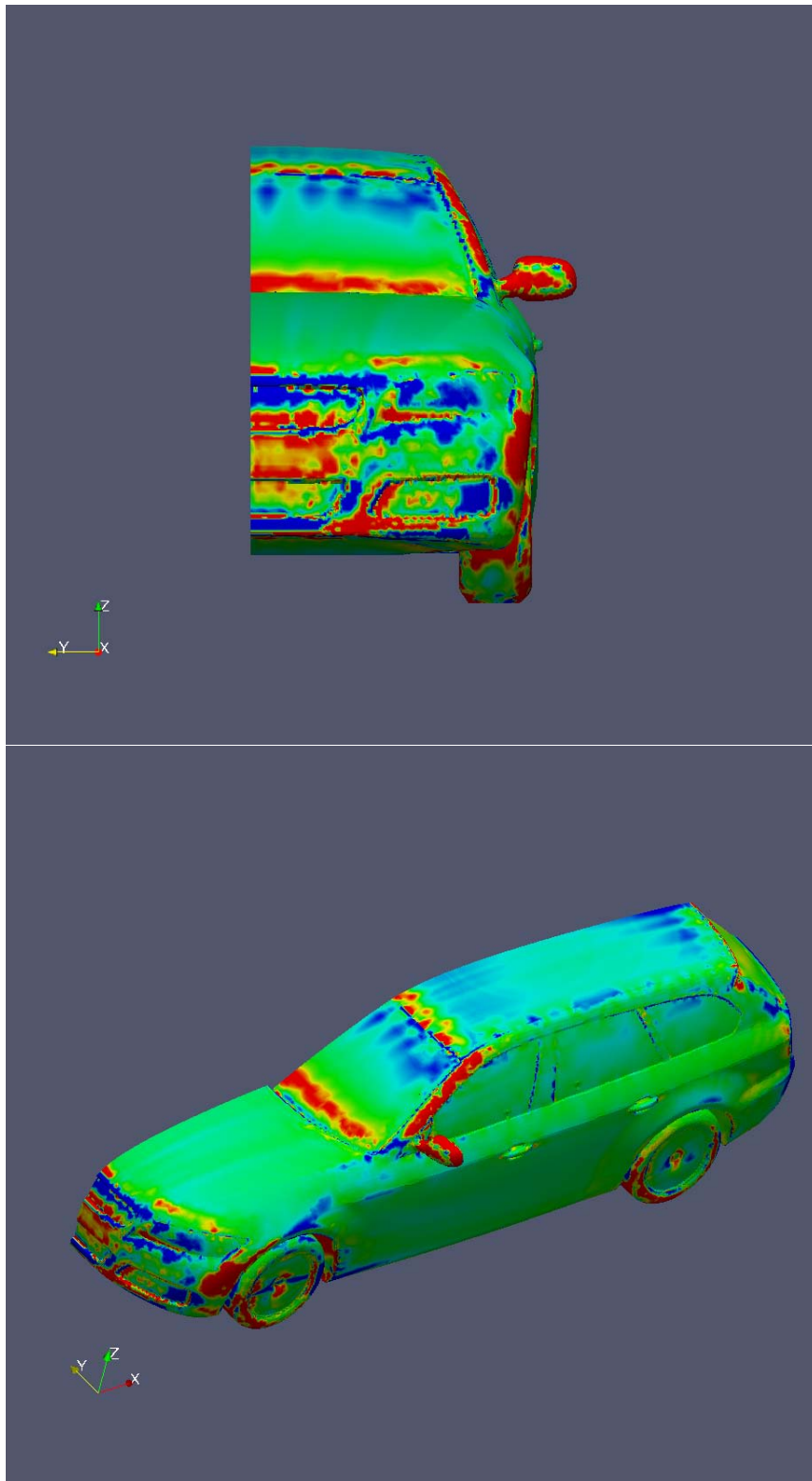


Σχήμα 4.2: Πίσω και πλάγια οπίσθια όψη του χάρτη των παραγώγων ευαισθησίας (με την υπόθεση της “παγωμένης τύρβης”) ως προς την οπισθέλκουσα για τη διαμόρφωση *E_S_wM_wW*. Με κόκκινο οι περιοχές που πρέπει να κινηθούν προς τα μέσα και με μπλε αυτές που πρέπει να κινηθούν προς τα έξω για να βελτιωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης

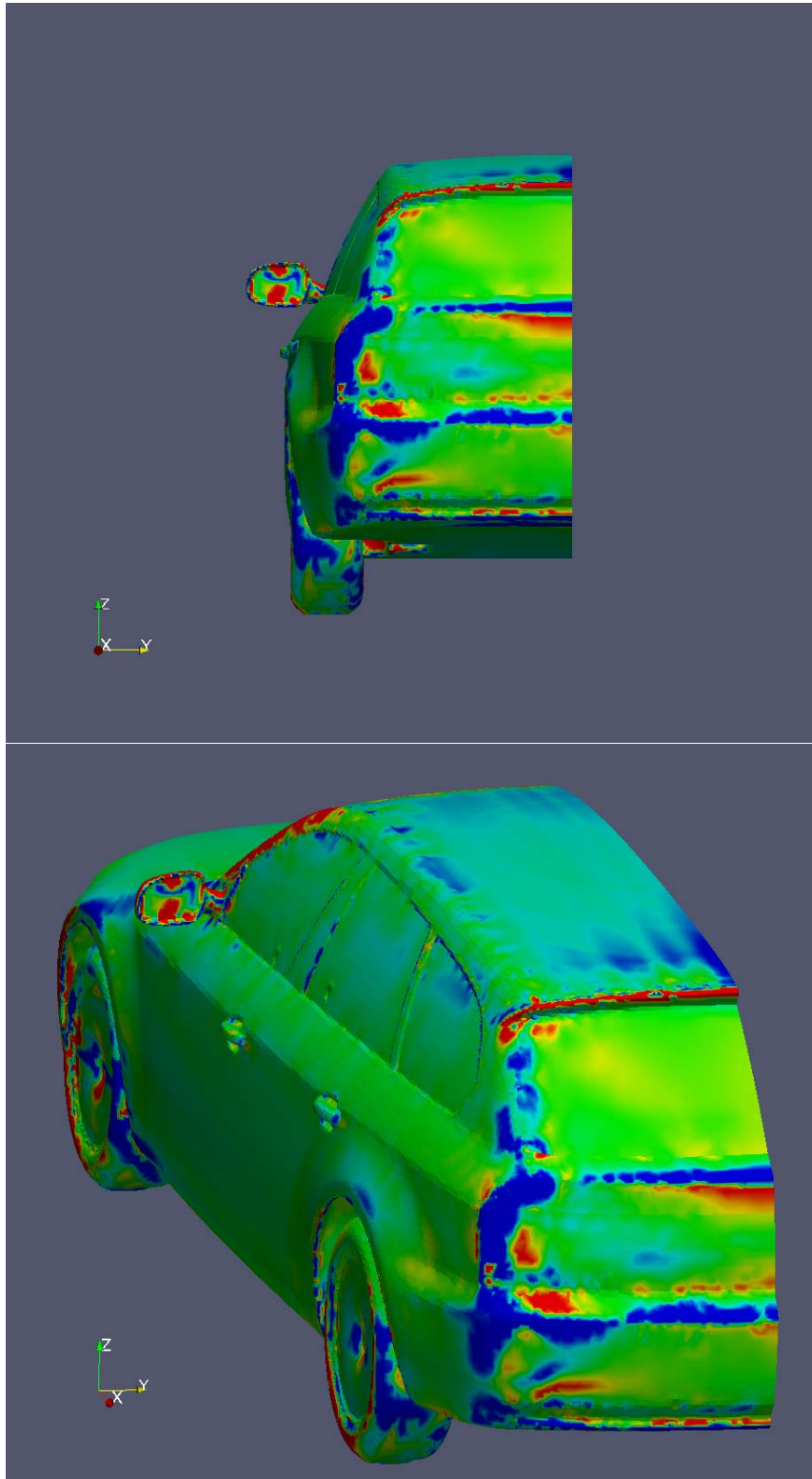
Όπως φαίνεται και στο χάρτη, υπάρχουν αρκετές περιοχές όπου η γεωμετρία του αυτοκινήτου μπορεί να μεταβληθεί με σκοπό τη βελτίωση, στην περίπτωση αυτή, του συντελεστή της οπισθέλκουσας του αυτοκινήτου. Ξεχωρίζουν αρκετά ο πυλώνας (A-pillar) που βρίσκεται μεταξύ του μπροστινού παραθύρου και του πλαϊνού παραθύρου, η διαμόρφωση στην κορυφή στο πίσω μέρος του αυτοκινήτου και μια περιοχή στην πίσω μεριά του αυτοκινήτου.

Μελέτες έχουν δείξει ότι η υιοθέτηση της υπόθεσης της “παγωμένης τύρβης” σε ορισμένες εφαρμογές ενδεχομένως οδηγεί σε υπολογισμό παραγώγων ευαισθησίας με λανθασμένη τάξη μεγέθους ή σε μερικές, σπάνιες, περιπτώσεις και με λάθος πρόσημο. Στην πρώτη περίπτωση αυτό σημαίνει ότι μέθοδοι όπως αυτή της απότομης καθόδου θα χρειαστούν ίσως περισσότερους κύκλους βελτιστοποίησης μέχρι να καταλήξουν στη βέλτιστη λύση, αλλά πέραν του υπολογιστικού κόστους δεν έχουν άλλες επιπτώσεις. Αντίθετα, στη δεύτερη περίπτωση, λόγω του λάθος πρόσημου, η διαδικασία της βελτιστοποίησης θα οδηγήσει σε λανθασμένα αποτελέσματα. Το γεγονός ότι, ανάλογα και το πρόβλημα, υπάρχει κίνδυνος να υπολογιστούν παράγωγοι με λάθος πρόσημο υποδηλώνει την ανάγκη να λαμβάνεται υπόψη και η διαφόριση των εξισώσεων που μοντελοποιούν την τύρβη. Για το λόγο αυτό εφαρμόστηκε, σε ένα τελευταίο στάδιο, η συνεχής συζυγής μέθοδος λαμβάνοντας υπόψη τη διαφόριση της εξίσωσης τύρβης όπως αυτή περιγράφεται από το μοντέλο των Spalart-Allmaras [26, 32, 33].

Παρακάτω φαίνεται ο χάρτης ευαισθησίας, σχήματα 4.3 και 4.4, για τον οποίο έχει ληφθεί υπόψη η διαφόριση της εξίσωσης της τύρβης.

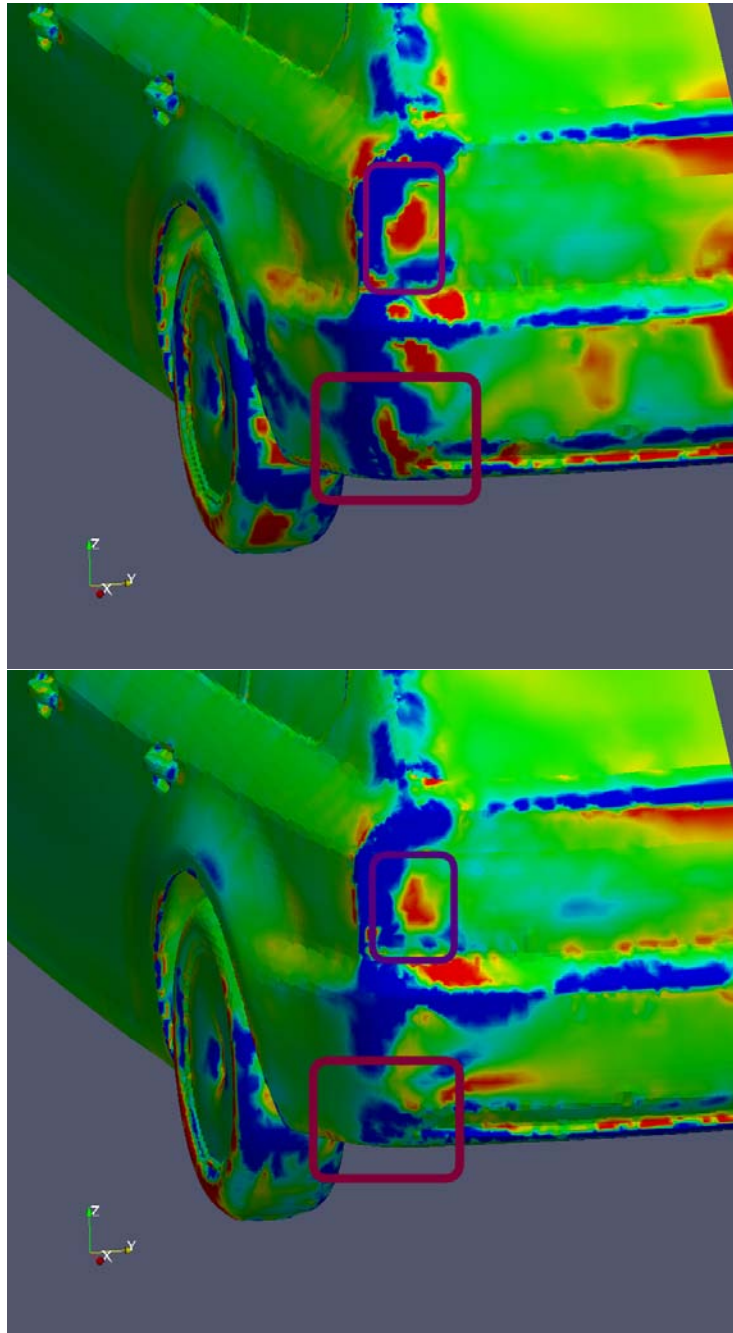


Σχήμα 4.3: Μετωπική και πλάγια εμπρόσθια όψη του χάρτη των παραγώγων ευαισθησίας (με παραγωγή της εξίσωσης τύβης των *Spalart-Allmaras*) ως προς την οπισθέλκουσα για τη διαμόρφωση *E_S-wM_wW*. Με κόκκινο οι περιοχές που πρέπει να κινηθούν προς τα μέσα και με μπλε αυτές που πρέπει να κινηθούν προς τα έξω για να βελτιωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης



Σχήμα 4.4: Πίσω και πλάγια οπίσθια όψη του χάρτη των παραγώγων ευαισθησίας (με παραγωγή της εξίσωσης τύρβης των *Spalart-Allmaras*) ως προς την οπισθέλκουσα για τη διαμόρφωση *E_S-wM_wW*. Με κόκκινο οι περιοχές που πρέπει να κινηθούν προς τα μέσα και με μπλε αυτές που πρέπει να κινηθούν προς τα έξω για να βελτιωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης

Κάνοντας μία σύγκριση ανάμεσα στους δύο χάρτες ευαισθησίας είναι ξεκάθαρο ότι δεν υπάρχουν πολλές διαφορές μεταξύ τους. Οι μεγαλύτερες διαφορές φαίνονται στο οπίσθιο μέρος του οχήματος, όπου η υπόθεση της “παγωμένης τύρβης” οδηγεί σε υπολογισμό μεγαλύτερων παραγώγων και μόνο σε δύο μικρές περιοχές στην οπίσθια μεριά του οχήματος φαίνεται να αλλάζει το πρόσημο (Σχήμα 4.5). Ωστόσο, αν κάποιος σχεδιαστής προσπαθούσε να βελτιστοποιήσει την περιοχή αυτή με βάση το χάρτη που προκύπτει έχοντας κάνει την παραδοχή, το αποτέλεσμα ενδεχομένως θα ήταν το αντίθετο από το επιθυμητό. Εδώ έγκειται και η σημασία της διαφόρισης της εξίσωσης της τύρβης, η οποία όπως φαίνεται πρέπει να λαμβάνεται υπόψη, κατά την παραγωγή των συζυγών εξισώσεων.



Σχήμα 4.5: Σύγκριση της συζυγούς μεθόδου με την παραδοχή της “παγωμένης τύρβης” (πάνω) και της μεθόδου όπου λαμβάνεται υπόψη η διαφύση της εξίσωσης του μοντέλου τύρβης. Γίνεται φανερό ότι η παραδοχή δεν παράγει πάντα σωστά αποτελέσματα, καθώς παρατηρώντας το βυσσινί (κάτω) κουτί κάθε σχήματος είναι ξεκάθαρο ότι το πρόσημο των παραγώγων ευαισθησίας είναι διαφορετικό. Στο μωβ (πάνω) κουτί δύο περιοχές με αντίθετο πρόσημο βρίσκονται πολύ κοντά και η διαχωριστική γραμμή μεταξύ τους φαίνεται ότι διαφέρει ανά περίπτωση. Και στις δύο περιπτώσεις η παραδοχή μπορεί να οδηγήσει σε λανθασμένες σχεδιαστικές επιλογές.

Κεφάλαιο 5

Βελτιστοποίηση Μορφής με Χρήση Ογκομετρικών B-Splines

Οι τεχνικές αριθμητικής προσέγγισης καμπυλών αποτελούν ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο στα χέρια του μηχανικού, καθώς, πέρα από τη δυνατότητα που του προσφέρουν να διαχειριστεί δεδομένα που μπορεί να προέκυψαν μετά από ανακριβή λήψη, ή δεδομένα με ασάφεια, του επιτρέπουν επίσης να σχεδιάσει ή να τροποποιήσει διάφορες γεωμετρικές μορφές, όπως μια αεροτομή ή το περίγραμμα ενός αυτοκινήτου, έτσι ώστε ελέγχοντας τη θέση ορισμένων σημείων, τα οποία ονομάζονται σημεία ελέγχου, να τροποποιείται ολόκληρη η γεωμετρία. Για την προσέγγιση των καμπυλών έχουν χρησιμοποιηθεί διάφορες μέθοδοι, όπως προσέγγιση με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, μέσω πολυωνύμων Bezier-Bernstein, μέσω ακτινικών συναρτήσεων βάσης (Radial Basis Functions, RBF), μέσω b-splines και άλλες.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση με τη μέθοδο των ογκομετρικών b-splines για την τοπική παραμετροποίηση του πλέγματος σε περιοχές που κρίνεται, με τη βοήθεια του χάρτη ευαισθησίας, ότι η μεταβολή της γεωμετρίας θα αποφέρει σημαντική βελτίωση της αντικειμενικής συνάρτησης. Στις περιοχές αυτές θα οριστούν αρχικά τα σημεία ελέγχου, τα οποία θα μετατοπίζονται με βάση τις τιμές των παραγώγων ευαισθησίας, με αποτέλεσμα να μετατοπίζεται αντίστοιχα και το

κομμάτι της γεωμετρίας που ελέγχεται από αυτά. Τελικά, θα προκύψει μια βελτιωμένη γεωμετρία, η οποία στην περίπτωση που μελετάται θα έχει ως αποτέλεσμα μειωμένο συντελεστή οπισθέλκουσας σε σχέση με τον αρχικό του οχήματος.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί εν συντομία η θεωρία των καμπυλών b-splines στη μία και κατά επέκταση τις τρεις διαστάσεις και μετά θα μελετηθούν διάφορες περιοχές που εμφανίζουν υψηλά περιθώρια βελτίωσης, στις οποίες θα εφαρμοστεί ένας κύκλος βελτιστοποίησης, με σκοπό να εξεταστεί αν, όντως, προκύπτει τελικά βελτιωμένη γεωμετρία.

5.1 Καμπύλες B-Splines

Αρχικά θα δοθεί συνοπτικά το κατάλληλο μαθηματικό υπόβαθρο που απαιτείται για να κατανοήσει κανείς τις βασικές ιδιότητες των καμπυλών b-splines. Μία καμπύλη b-spline, βαθμού p ορίζεται ως:

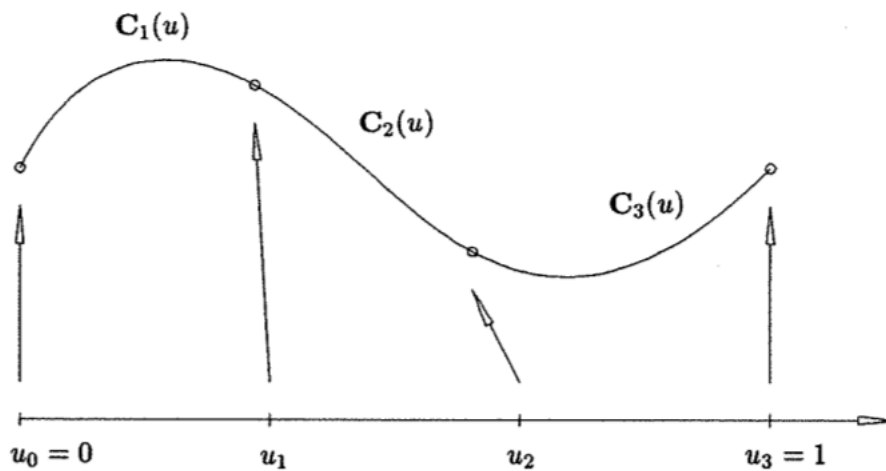
$$x(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)b_i \quad (5.1)$$

όπου με $N_{i,p}(u)$ ορίζεται ένα σύνολο $n+1$ πολυωνύμων βαθμού p , τα οποία εμπλέκονται στην παραμετροποίηση και ονομάζονται συναρτήσεις βάσης. Εδώ το u είναι παραμετρική συντεταγμένη της καμπύλης $x(u)$, συνήθως ορισμένη στο διάστημα $[0, 1]$, και δεν πρέπει να συγχέεται με την ταχύτητα. Με b_i περιγράφεται ένα σύνολο $n+1$ συντεταγμένων που λειτουργούν ως πόλοι έλξης για την καμπύλη. Οι συντεταγμένες αυτές είναι γνωστές ως σημεία ελέγχου (control points). Ορίζοντας αντίστοιχα σημεία ελέγχου για καμπύλες στους άξονες y και z μπορούμε να παράγουμε μια τριδιάστατη μονοπαραμετρική καμπύλη. Η καμπύλη που δίνεται από τη σχέση 5.1 είναι μία τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη (Σχήμα 5.1), όπου το κάθε τμήμα είναι το πολύ βαθμού p . Να σημειωθεί ότι όπως και στα προηγούμενα κεφάλαια, ακολουθείται από δω και πέρα η σύμβαση του Einstein, δηλαδή το σύμβολο της άθροισης θα παραλείπεται και

οι επαναλαμβανόμενοι δείκτες θα δηλώνουν άθροιση. Ορίζεται το διάνυσμα κόμβων, $\xi_i, i \in [0, m], m = n + p + 1$, το οποίο περιλαμβάνει κόμβους σε αύξουσα σειρά, καθένας από τους οποίους μπορεί να έχει πολλαπλότητα μεγαλύτερη τους ενός, δηλαδή να εμφανίζονται πολλές φορές στο διάνυσμα. Για να προκύψουν καμπύλες που να διέρχονται από το πρώτο και το τελευταίο εκ των σημείων ελέγχου, στην πρακτική εφαρμογή που θα ακολουθήσει, το διάνυσμα κόμβων παίρνει την ομοιόμορφη μορφή:

$$\xi = \left[\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, \frac{1}{K}, \dots, \frac{K-1}{K}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \right] \quad (5.2)$$

όπου $K = n - p + 1$, ενώ πρέπει τα σημεία ελέγχου $n + 1$ να είναι τουλάχιστον κατά ένα μεγαλύτερα του βαθμού p , δηλαδή $n \geq p$. Το διάνυσμα αυτό, καθώς η απόσταση μεταξύ όλων των εσωτερικών κόμβων είναι ίση, ονομάζεται ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων.



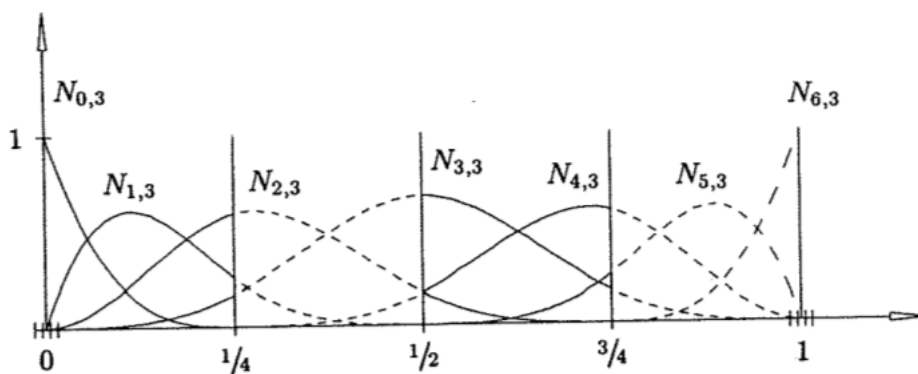
Σχήμα 5.1: Καμπύλη που αποτελείται από τρία τμηματικά συνεχή πολυώνυμα [67].

Η συνάρτηση βάσης μηδενικής τάξης δίνεται από τη σχέση:

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{εάν } \xi_i \leq u < \xi_{i+1} \\ 0 & \text{οπουδήποτε αλλού} \end{cases} \quad (5.3)$$

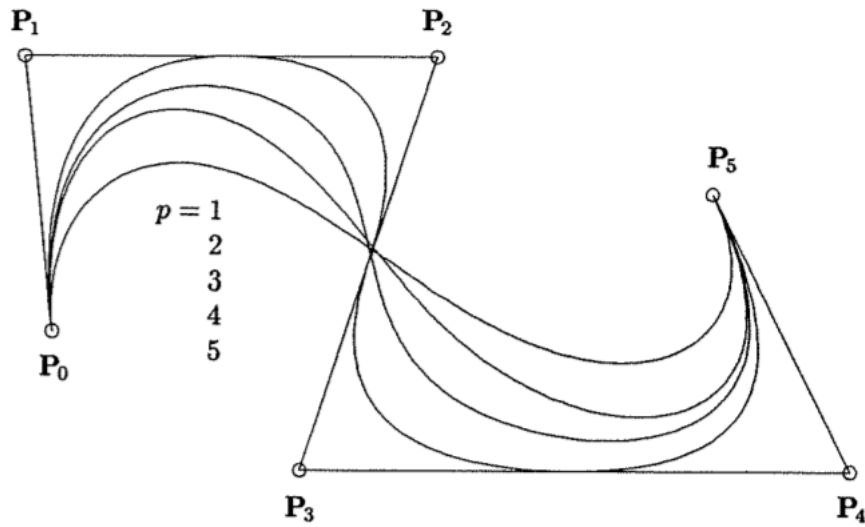
ενώ οι συναρτήσεις μεγαλύτερης τάξης (Σχήμα 5.2) δίνονται από την αναδρομική σχέση:

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{\xi_{i+p+1} - u}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+p}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (5.4)$$



Σχήμα 5.2: Συναρτήσεις βάσης των *b-splines*. Οι συναρτήσεις που παρουσιάζονται είναι για $p = 3$, $n = 6$ και $\xi = [0, 0, 0, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1, 1, 1]$ [67].

Εάν κατά τον υπολογισμό των τιμών των συναρτήσεων βάσης προκύψει ο λόγος 0/0 ορίζεται ότι η τιμή του θα είναι 0 [67]. Οι καμπύλες *b-splines* έχουν τη δυνατότητα της τοπικής υποστήριξης, δηλαδή μπορεί επιλεκτικά ένα τμήμα της καμπύλης να μεταβληθεί, αφήνοντας την υπόλοιπη ανέγγιχτη. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι κάθε συνάρτηση βάσης, και άρα κάθε σημείο ελέγχου, επηρεάζει σημεία με παραμετρικές συντεταγμένες σε εύρος κόμβων $p + 1$, δηλαδή που βρίσκονται στο διάστημα $[\xi_i, \xi_{i+p+1})$ (Σχήμα 5.3). Το εύρος αυτού του τοπικού χαρακτήρα ελέγχεται με το βαθμό p της καμπύλης, όπου πιο τοπικός χαρακτήρας προκύπτει από μικρότερες τιμές του p .



Σχήμα 5.3: Στο σχήμα παρουσιάζονται πέντε διαφορετικές καμπύλες *b-splines*, για τα ίδια έξι σημεία ελέγχου. Η κάθε καμπύλη αντιστοιχεί σε διαφορετική τιμή του p . Για $p = 5$ η καμπύλη εφάπτεται σε όλες τις ακμές του πολυγώνου ελέγχου, δηλαδή του πολυγώνου που προκύπτει ενώνοντας διαδοχικά τα σημεία ελέγχου με ευθύγραμμα τμήματα. Όσο το p μειώνεται, τόσο χειρότερη η προσέγγιση της καμπύλης στο πολύγωνο. Αυτό σημαίνει ότι όσο μικρότερη η τιμή του p , τόσο μεγαλύτερη η δυνατότητα τοπικής αναπροσαρμογής [67].

5.2 Ογκομετρικές Καμπύλες B-Splines

Έστω b_m^{ijk} , $m \in [1, 3]$, $i \in [0, I]$, $j \in [0, J]$, $k \in [0, K]$ οι καρτεσιανές συντεταγμένες του ijk -οστού σημείου ελέγχου του τριδιάστατου πλέγματος ελέγχου, όπου I , J και K είναι ο αριθμός των σημείων ελέγχου ανά κατεύθυνση του πλέγματος ελέγχου. Οι καρτεσιανές συντεταγμένες $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$ ενός σημείου ενός υπολογιστικού πλέγματος, το οποίο βρίσκεται εντός των ορίων που ορίζονται από το πλέγμα ελέγχου, δίνονται από τη σχέση:

$$x_m(u, v, w) = U_{i,pu}(u)V_{j,pv}(v)W_{k,pw}(w)b_m^{ijk} \quad (5.5)$$

όπου $\mathbf{u} = [u, v, w]^T$ οι παραμετρικές συντεταγμένες του σημείου του υπολογιστικού

πλέγματος, U, V και W είναι οι συναρτήσεις βάσης, pu, pv και pw οι αντίστοιχοι βαθμοί τους, που μπορεί να διαφέρουν. Οι καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων του πλέγματος μπορούν να υπολογιστούν με χαμηλό κόστος αν είναι γνωστές οι παραμετρικές συντεταγμένες \mathbf{u} . Αυτές μπορούν να υπολογιστούν με ακρίβεια, με απεικόνιση του $\mathcal{R}^3(x, y, z)$ στο $\mathcal{R}^3(u, v, w)$.

Με γνωστές τις συντεταγμένες των σημείων ελέγχου, των διανυσμάτων κόμβων και τους βαθμούς των συναρτήσεων βάσης, οι παραμετρικές συντεταγμένες ενός σημείου $\mathbf{r} = [x_r, y_r, z_r]^T$ υπολογίζονται επιλύοντας το σύστημα:

$$\mathbf{R}(u, v, w) = \begin{bmatrix} x(u, v, w) - x_r = 0 \\ y(u, v, w) - y_r = 0 \\ z(u, v, w) - z_r = 0 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

όπου τα $x_m(u, v, w)$ υπολογίζονται από την εξίσωση 5.5 αφού έχουν δοθεί οι τιμές των b . Για κάθε σημείο του υπολογιστικού πλέγματος το σύστημα 3×3 5.6 λύνεται ανεξάρτητα με τη μέθοδο Newton-Raphson, αφού υπολογιστεί και αντιστραφεί το Ιακωβιανό μητρώο $\partial x_m / \partial u_j$. Το μητρώο αυτό υπολογίζεται αναλυτικά με διαφύριση της εξίσωσης 5.5 ως προς τις συνιστώσες του \mathbf{u} . Η διαδικασία αυτή υπόκειται σε παραλληλοποίηση, καθώς ο υπολογισμός των παραμετρικών συντεταγμένων για κάθε σημείο του υπολογιστικού πλέγματος είναι ανεξάρτητος από τον υπολογισμό για κάθε άλλο σημείο.

Η παραπάνω διαδικασία αρκεί να πραγματοποιηθεί μία φορά. Στη συνέχεια αφού τα σημεία ελέγχου \mathbf{b} μετακινήθούν, οι καρτεσιανές συντεταγμένες κάθε σημείου του πλέγματος υπολογίζεται άμεσα από την εξίσωση 5.5. Επιπλέον, παρατηρώντας την εξίσωση 5.5, οι συντεταγμένες x_m εξαρτώνται μόνο από τις παραμετρικές συντεταγμένες u, v, w , που παραμένουν αμετάβλητες σε μεταβολές του \mathbf{b} , και στο \mathbf{b} . Προκύπτει λοιπόν ότι τα παραμορφωμένα πλέγματα είναι ανεξάρτητα του βήματος μεταβολής, και η ποιότητα πλέγματος θα είναι η ίδια αν η μετατόπιση των σημείων ελέγχου σε μία δεδομένη θέση γίνει σε ένα ή σε περισσότερα βήματα, γεγονός που αποτελεί ένα σημαντικό πλεονέκτη-

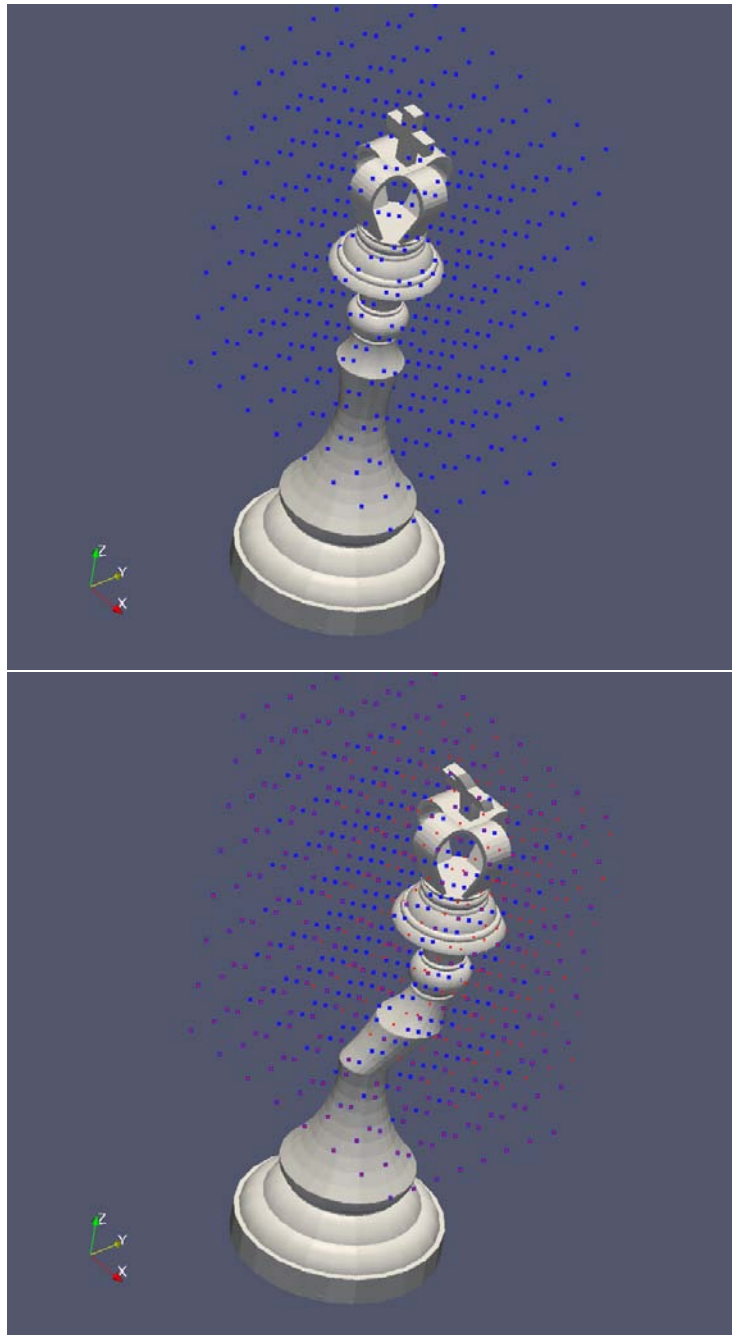
μα που προσφέρει η χρήση b-splines, έναντι άλλων αλγορίθμων μετατόπισης πλέγματος λόγω χάρη βασισμένων σε RBFs.

Στο σχήμα 5.4 παρουσιάζεται ένα αντικείμενο, σε περιοχή του οποίου έχει τοποθετηθεί ένα πλέγμα ελέγχου. Τα εσωτερικά σημεία ελέγχου μετατοπίζονται αυθαίρετα από το χρήστη με σκοπό να παρουσιαστεί η δυνατότητα των ογκομετρικών b-splines να μετακινούν τα σημεία του υπολογιστικού πλέγματος, και κατά επέκταση τις γεωμετρικές μορφές που βρίσκονται εντός αυτού.

5.3 Εφαρμογή των Ογκομετρικών Καμπύλων B-Splines σε συνδυασμό με έναν Επιλύτη Συζυγών Εξισώσεων

Λογισμικό βασισμένο στη θεωρία των ογκομετρικών καμπύλων b-splines, το οποίο έχει αναπτυχθεί από την ερευνητική ομάδα του ΜΠΥΡ&Β, μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με λογισμικό επίλυσης συζυγών εξισώσεων, που επίσης αναπτύχθηκε από την ομάδα του ΜΠΥΡ&Β και βασίζεται στη συνεχή διατύπωση της συζυγούς μεθόδου έτσι ώστε η μετατόπιση των σημείων ελέγχου ενός πλέγματος ελέγχου να καθορίζεται από τις παραγώγους ευαισθησίας που έχουν παραχθεί από χρήση της συζυγούς μεθόδου. Με τον τρόπο αυτό, μπορεί να παραχθεί μια βελτιωμένη, ως προς την αντικειμενική συνάρτηση, γεωμετρία. Τα βήματα με τα οποία μπορεί να πραγματοποιηθεί μία τέτοια διαδικασία παρουσιάζονται παρακάτω:

- Ορίζεται το πλέγμα ελέγχου που εμπεριέχει το τμήμα της γεωμετρίας προς βελτιστοποίηση. Πιο τοπικές γεωμετρικές αλλαγές μπορούν να προκύψουν αυξάνοντας τα σημεία ελέγχου ή/και μειώνοντας το βαθμό των συναρτήσεων βάσης. Για το βαθμό της συνάρτησης βάσης πρέπει να ισχύει $p \geq 3$.
- Βρίσκονται τα σημεία του υπολογιστικού πλέγματος εντός του πλέγματος ελέγχου για κάθε ένα από τα οποία υπολογίζονται οι παραμετρικές συντεταγμένες



Σχήμα 5.4: Ένας βασιλιάς σκακιέρας ο οποίος περιβάλλεται από ένα πλέγμα ελέγχου (πάνω). Σε όλα τα εσωτερικά σημεία του πλέγματος ελέγχου επιβάλλεται αυθαίρετα μία ομοιόμορφη μετατόπιση κατά $(0.2, 0.4, 0.1)$ κατά τις κατευθύνσεις x, y και z αντίστοιχα. Έτσι μετακινούνται όλα τα σημεία του υπολογιστικού πλέγματος μέσα στο πλέγμα ελέγχου και προκύπτει το τελικό σχήμα του βασιλιά (κάτω). Στην πάνω εικόνα φαίνονται τα αρχικά σημεία ελέγχου (μπλε χρώμα), ενώ στην κάτω παρουσιάζεται η μετατόπιση τους (κόκκινο χρώμα). Χρησιμοποιείται μία παραλλαγή του λογισμικού που έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΤΡΕΒ, όπου η μετακίνηση των σημείων ελέγχου επιλέγεται αυθαίρετα από το χρήστη.

(u, v, w) και τα οποία στη συνέχεια θα μετατοπιστούν με βάση τη μετατόπιση των σημείων ελέγχου. Οι παραμετρικές συντεταγμένες υπολογίζονται από τη σχέση 5.6 και καθώς η διαδικασία αυτή είναι ανεξάρτητη για κάθε σημείο, υποκειται σε παραλληλοποίηση. Το κόστος υπολογισμού αυξάνεται με αύξηση των σημείων ελέγχου ή των σημείων που παραμετροποιούνται.

- Επιλύονται οι εξισώσεις της ροής (μαζί με τις εξισώσεις τύρβης) και, στη συνέχεια, υπολογίζεται η αντικειμενική συνάρτηση.
- Επιλύονται οι συζυγείς εξισώσεις της ροής και στη συνέχεια υπολογίζεται η κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τα σημεία του υπολογιστικού πλέγματος που βρίσκονται εντός του πλέγματος ελέγχου, $\delta F/\delta x_m$.
- Οι παράγωγοι αυτοί προβάλλονται στα σημεία ελέγχου, με σκοπό τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας ως προς τα σημεία ελέγχου. Ισχύει η σχέση:

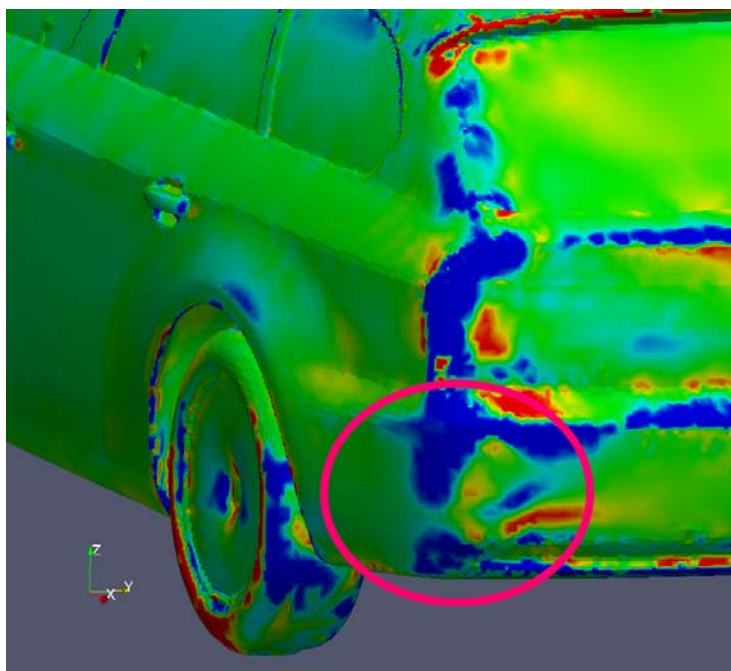
$$\frac{\delta F}{\delta b_i} = \sum_{j=1}^{n_p} \sum_{m=1}^3 \frac{\delta F}{\delta x_m^j} \frac{\delta x_m^j}{\delta b_i} \quad (5.7)$$

όπου n_p ο αριθμός των σημείων του υπολογιστικού πλέγματος που θα μετατοπιστούν, ενώ η ποσότητα $\frac{\delta x_m^j}{\delta b_i}$ υπολογίζεται αναλυτικά με διαφορίση της σχέσης 5.5 ως προς b_i .

- Οι νέες θέσεις των σημείων ελέγχου υπολογίζονται με χρήση κάποιας μεθόδου ελαχιστοποίησης της αντικειμενικής συνάρτησης, για παράδειγμα με τη μέθοδο της απότομης καθόδου. Στο παρόν λογισμικό σου δίνεται η δυνατότητα να ορίσεις το η της σχέσης 4.1 ή να ορίσεις τη μέγιστη επιθυμητή μετατόπιση των σημείων ελέγχου. Αν υπάρχουν περιοχές του πλέγματος που δεν παραμετροποιούνται, τότε συνήθως πρακτική είναι τα εξωτερικά σημεία του πλέγματος ελέγχου να παραμένουν ακίνητα, ώστε να μην υπάρξει επικάλυψη παραμετροποιημένων περιοχών και μη παραμετροποιημένων.
- Υπολογίζονται οι νέες θέσεις των παραμετροποιημένων σημείων του πλέγματος

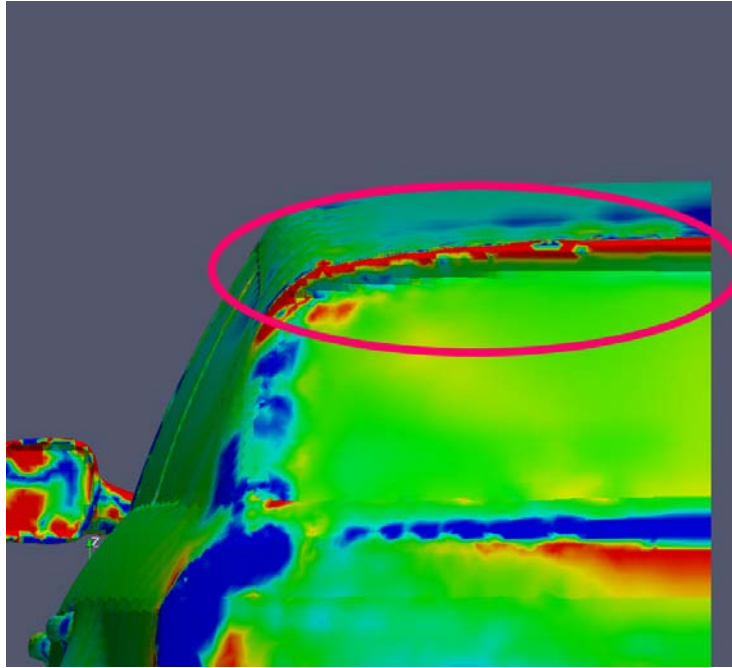
με χρήση των νέων σημείων ελέγχου και της εξίσωσης 5.5.

Με βάση την εικόνα που μας δίνει ο χάρτης ευαισθησίας για τη διαμόρφωση Estate Back, επιλέγονται περιοχές του οχήματος με μεγάλα περιθώρια βελτίωσης, όσον αφορά την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, δηλαδή της οπισθέλκουσας. Επιλέχθηκαν τρεις περιοχές, η περιοχή στο οπίσθιο μέρος του αυτοκινήτου όπου οι χάρτες ευαισθησίας έδιναν διαφορετικές κατευθύνσεις 5.5, η αεροτομή του αυτοκινήτου 5.6, η οποία επηρεάζει σε σημαντικό βαθμό τη ροή πίσω από αυτό και, άρα, αναμένεται να συντελεί σημαντικά στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, και το κολονάκι μεταξύ του μπροστινού και του πλαϊνού παραθύρου (A-pillar) 5.7.

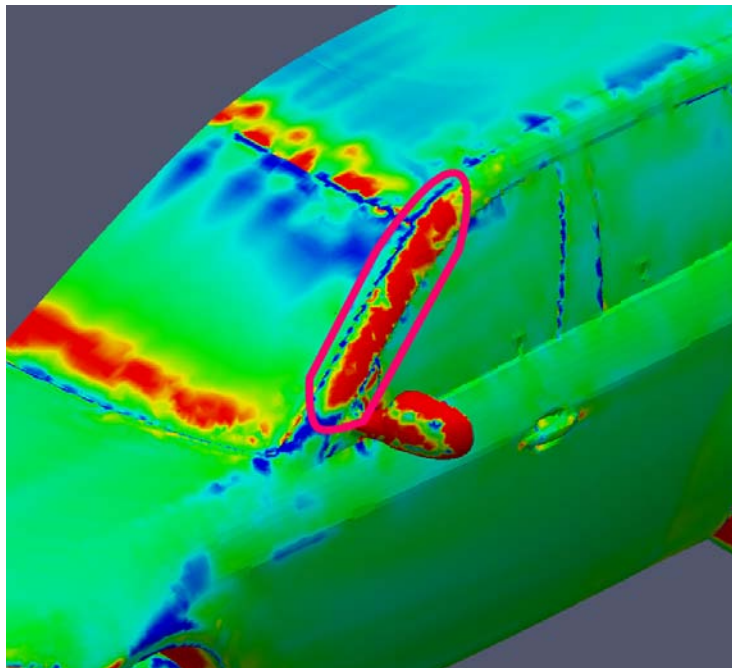


Σχήμα 5.5: Περιοχή με περιθώρια βελτίωσης. Στην περιοχή αυτή ο χάρτης που παράχθηκε με την παραδοχή της “παγωμένης τύρβης” παρείχε λάθος πρόσημο παραγώγων ευαισθησίας, που σημαίνει ότι ο σχεδιασμός με βάση την παραδοχή θα απέφερε λάθος αποτελέσματα.

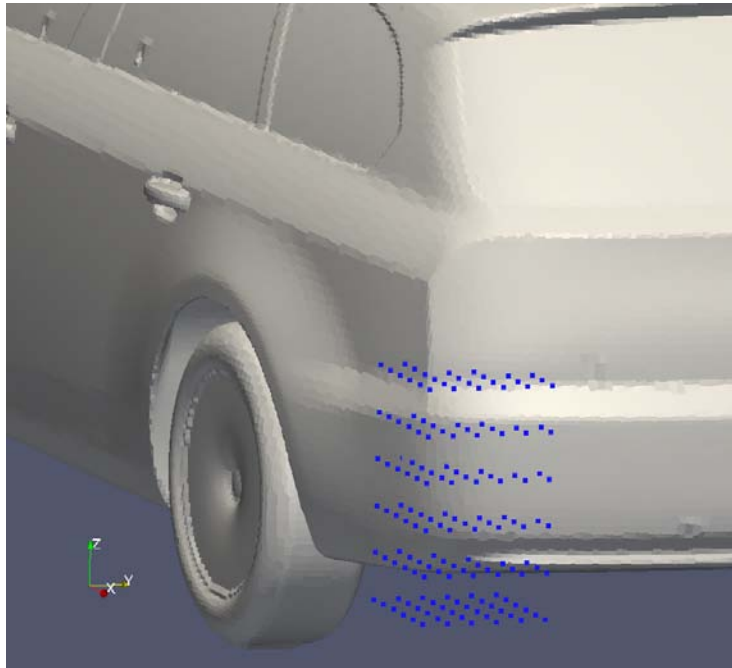
Καθεμιά από τις περιοχές αυτές θα αναλυθεί ξεχωριστά στις επόμενες υποενότητες. Υπενθυμίζεται ότι χρησιμοποιείται η παραδοχή των στατικών τροχών στην παρούσα μελέτη. Τα αποτελέσματα που θα συγκριθούν θα είναι οι τιμές της βελτιωμένης αντικειμενικής συνάρτησης, όπως αυτή υπολογίζεται από το μοντέλο των Spalart-Allmaras.



Σχήμα 5.6: Η αεροτομή της διαμόρφωσης *Estate Back*, η οποία όπως φαίνεται έχει περιθώρια βελτίωσης.



Σχήμα 5.7: Το κολονάκι μεταξύ μπροστινού και πλαϊνού παραθύρου (*A-pillar*). Υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης, ωστόσο η τοποθέτηση πλέγματος ελέγχου ίσως αποδειχθεί περίπλοκη, καθώς ένα πλέγμα που θα οδηγεί και σε παραμόρφωση των παραθύρων κρίνεται ανεπιθύμητο.



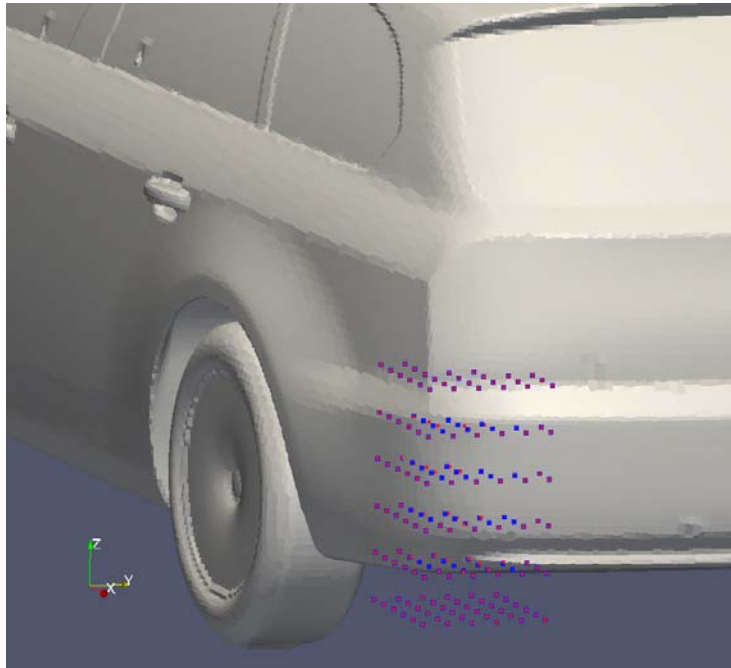
Σχήμα 5.8: Η οπίσθια περιοχή του αυτοκινήτου και το πλέγμα ελέγχου $6 \times 6 \times 6$ που χρησιμοποιείται για την παραμετροποίηση των σημείων στο εσωτερικό του.

Οι συγκρίσεις θα γίνουν για το συντελεστή οπισθέλκουσας όπως αυτός υπολογίστηκε με σχήμα ακρίβειας πρώτης τάξης για τον όρο μεταφοράς της εξίσωσης τύρβης.

5.3.1 Βελτιστοποίηση του Οπίσθιου Τμήματος της Διαμόρφωσης Estate Back

Η πρώτη προσπάθεια μείωσης της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης θα στοχεύσει στη μεταβολή της γεωμετρίας στην οπίσθια περιοχή του αυτοκινήτου, όπως αυτή φαίνεται στο σχήμα 5.5. Αρχικά επιλέγεται το πλέγμα ελέγχου, το οποίο αποτελείται από έξι σημεία ελέγχου σε κάθε μία από τις τρεις κατευθύνσεις όπως φαίνεται στο σχήμα 5.8, όπου περιέχονταν 9516 σημεία τα οποία παραμετροποιήθηκαν, ενώ επιλέχθηκε για κάθε μία από τις συναρτήσεις βάσεις βαθμός πολυωνύμου $p = 3$ για καλύτερη τοπική υποστήριξη.

Το πλέγμα μετατοπίστηκε με βάση τις παραγώγους ευαισθησίας, με τη διαδικασία που περιγράφηκε στην αρχή της ενότητας. Υπενθυμίζεται ότι καθώς η περιοχή αυτή α-



Σχήμα 5.9: Η οπίσθια περιοχή του αυτοκινήτου, όπως φαίνεται μετά τη μετατόπιση της. Καθώς η μετατόπιση ήταν μικρή, δεν είναι εύκολα διακριτή. Με κόκκινο χρώμα παρουσιάζονται τα μετατοπισμένα σημεία ελέγχου έναντι της αρχικής τους θέσης που παρουσιάζεται με μπλε.

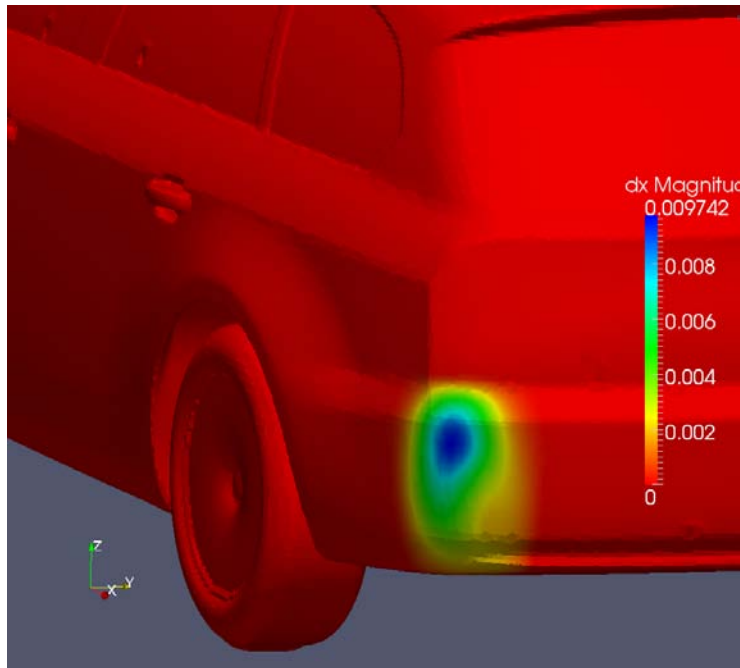
Διαμόρφωση Estate Back	Αρχική Τιμή	Τελική Τιμή	Ποσοστιαία Βελτίωση (%)
Συντελεστής Οπισθέλκουσας C_d	0.2934	0.2873	2.08

Πίνακας 5.1: Σύγκριση του αρχικού συντελεστή οπισθέλκουσας με τη νέα τιμή που προέκυψε με μεταβολή ενός τμήματος της γεωμετρίας του αυτοκινήτου στην πίσω μεριά του. Χρησιμοποιείται το μοντέλο τύρβης των *Spalart-Allmaras* και ο όρος μεταφοράς της εξίσωσης του μοντέλου διακριτοποιείται με ανάντι σχήμα διαφόρισης.

ποτελεί μέρος της συνολικής γεωμετρίας, επιλέγεται τα εξωτερικά σημεία του πλέγματος ελέγχου να παραμείνουν ακίνητα, ώστε να αποφευχθεί πιθανή αλληλοκάλυψη παραμετροποιημένων και μη-παραμετροποιημένων σημείων. Η τελική γεωμετρία και η μετατόπιση των σημείων ελέγχου παρουσιάζεται στο σχήμα 5.9 ενώ στο σχήμα 5.10 παρουσιάζεται η κατά απόλυτη τιμή μετατόπιση του πλέγματος.

Η τελική τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας παρουσιάζεται στον πίνακα 5.1 όπου φαίνεται και το ποσοστό βελτίωσης του συντελεστή σε σχέση με την αρχική του τιμή.

Η μέγιστη μετατόπιση των σημείων είναι περίπου ένα εκατοστό, πράγμα που οφείλεται και στο ότι επιλέχθηκε μέγιστη δυνατή μετατόπιση των σημείων ελέγχου να είναι τα

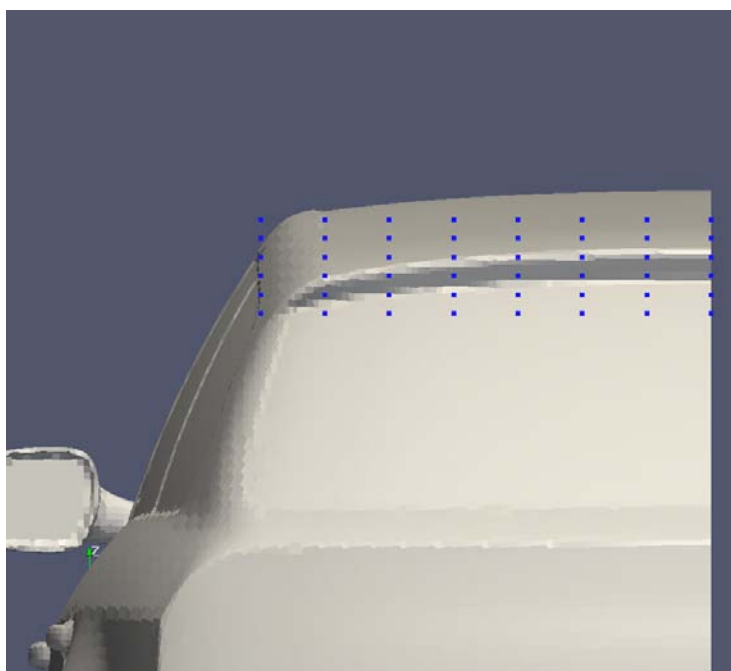


Σχήμα 5.10: Η μετατόπιση της γεωμετρίας του αυτοκινήτου στο οπίσθιο μέρος του, όπου το μέγεθος αυτής παρουσιάζεται χρωματικά. Με κόκκινο χρώμα η περιοχή που δεν έχει παραμετροποιηθεί και άρα μετακινηθεί, ενώ με μπλε η περιοχή που σημειώνεται η μέγιστη μετατόπιση. Τα υπόλοιπα χρώματα, όπως φανερώνει και ο δείκτης στα δεξιά αντιστοιχούν σε μικρότερες μετατοπίσεις.

δύο εκατοστά. Για το λόγο αυτό, η αλλαγή στη γεωμετρία δεν είναι τόσο ευδιάκριτη σε οποιοδήποτε από τα σχήματα. Ωστόσο, ακόμα και μια τέτοια μικρή αλλαγή κατάφερε να μειώσει σε σημαντικό βαθμό το συντελεστή οπισθέλκουσας.

5.3.2 Βελτιστοποίηση της Αεροτομής

Η επόμενη περιοχή που θα μελετηθεί είναι η αεροτομή του οχήματος, καθώς από το σχήμα 5.6 φαίνεται ότι μεταβολή της γεωμετρίας της αεροτομής θα μειώσει το συντελεστή οπισθέλκουσας. Καθώς μελετάται η μισή γεωμετρία του αυτοκινήτου, για να γίνει η μελέτη σε όλο το μήκος της αεροτομής, το πλέγμα ελέγχου πρέπει να τοποθετηθεί έτσι ώστε στη μία του πλευρά τα εξωτερικά σημεία ελέγχου να βρίσκονται πάνω στο επίπεδο συμμετρίας (Σχήμα 5.11). Σύμφωνα όμως με όσα έχουν ειπωθεί, τα εξωτερικά σημεία του πλέγματος ελέγχου δεν μετακινούνται, με αποτέλεσμα στην περίπτωση

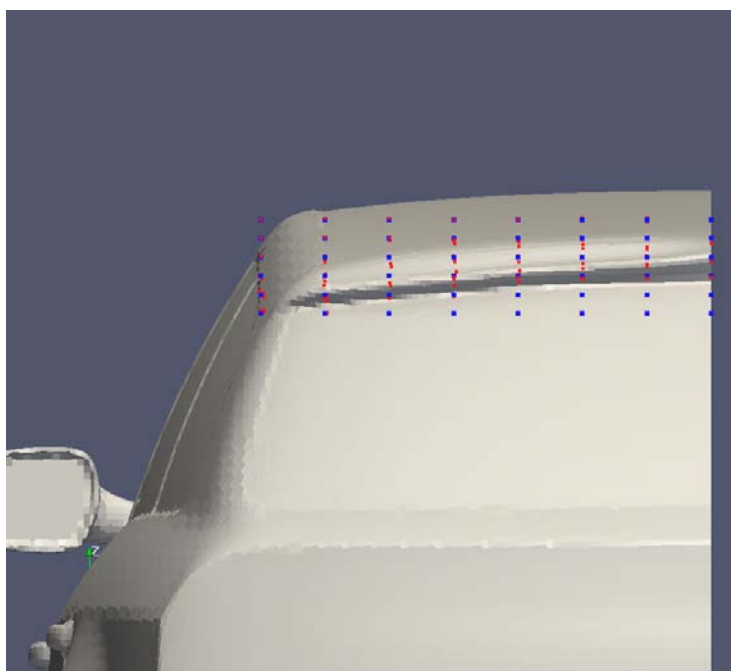


Σχήμα 5.11: Η αεροτομή του αυτοκινήτου και το πλέγμα ελέγχου $6 \times 8 \times 6$ που χρησιμοποιείται για την παραμετροποίηση των σημείων στο εσωτερικό του.

αυτή τα σημεία της αεροτομής εντός του πλέγματος ελέγχου και πλησίον του επιπέδου συμμετρίας να μετακινούνται ελάχιστα, έως και καθόλου (όσον αφορά τα σημεία που βρίσκονται πάνω στο επίπεδο συμμετρίας). Για το λόγο αυτό και για να προκύψει πιο ρεαλιστικό σχήμα, στην μελέτη της αεροτομής αίρεται ο περιορισμός ακινησίας των εξωτερικών σημείων ελέγχου. Το παρόν πλέγμα αποτελείται από $6 \times 8 \times 6$ σημεία ελέγχου κατά τους άξονες x, y και z , αντίστοιχα, και στο εσωτερικό του περιέχονται 9654 σημεία του υπολογιστικού πλέγματος. Επιλέγεται βαθμός $p = 3$.

Μετά την εφαρμογή του αλγόριθμου προκύπτει η νέα γεωμετρία η οποία φαίνεται στο σχήμα 5.12, μαζί με τις νέες θέσεις των σημείων ελέγχου. Στο σχήμα 5.13 παρουσιάζεται η μετατόπιση των σημείων της αεροτομής.

Και εδώ η μέγιστη τιμή της μετατόπισης είναι περίπου ίση με ένα εκατοστό, ωστόσο ακόμα και αυτή η μικρή μετατόπιση επηρεάζει σημαντικά την τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας όπως φαίνεται στον πίνακα 5.2. Παρατηρείται επίσης ότι, παρά την άρση του περιορισμού, τα σημεία κοντά στο επίπεδο συμμετρίας έχουν μετακινηθεί λιγότερο σε σχέση με τα σημεία πιο μακριά από αυτό αν και δεν έχουν παραμείνει

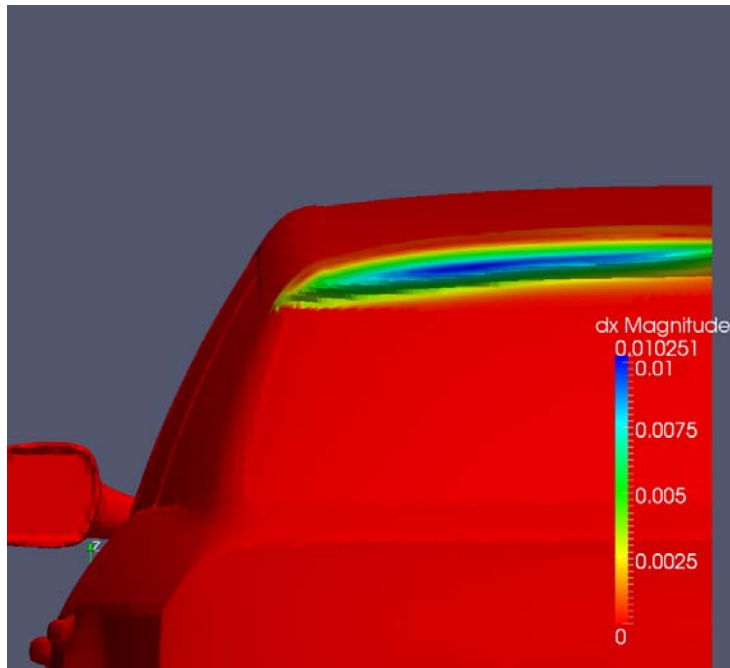


Σχήμα 5.12: Η αεροτομή του αυτοκινήτου, όπως φαίνεται μετά τη μετατόπιση της, όπου φαίνεται να έχει κινηθεί προς τα κάτω. Τα σημεία της αεροτομής κοντά στο επίπεδο συμμετρίας παρουσιάζουν εξαιτίας αυτού μικρότερη μετατόπιση. Με κόκκινο χρώμα παρουσιάζονται τα μετατοπισμένα σημεία ελέγχου έναντι της αρχικής τους θέσης που παρουσιάζεται με μπλε.

Διαμόρφωση Estate Back	Αρχική Τιμή	Τελική Τιμή	Ποσοστιαία Βελτίωση (%)
Συντελεστής Οπισθέλκουσας C_d	0.2934	0.2852	2.79

Πίνακας 5.2: Σύγκριση του αρχικού συντελεστή οπισθέλκουσας με τη νέα τιμή που προέκυψε από τη μεταβολή της γεωμετρίας της αεροτομής του αυτοκινήτου. Χρησιμοποιείται το μοντέλο τύρβης των Spalart-Allmaras και ο όρος μεταφοράς της εξίσωσης του μοντέλου διακριτοποιείται με ανάντι σχήμα διαφόρισης.

ακίνητα. Η μόνη λύση σε αυτό θα ήταν να μελετηθεί εξ αρχής η πλήρης γεωμετρία του αυτοκινήτου, σε ένα υπολογιστικό χώρο διπλάσιου μεγέθους, πράγμα που θα αύξανε σημαντικά το υπολογιστικό κόστος. Σε περίπτωση που γινόταν σχεδιασμός του αυτοκινήτου αυτού λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα από αυτήν τη μελέτη, ο σχεδιαστής πρέπει να μεταβάλει τα σημεία κοντά στο επίπεδο συμμετρίας αντίστοιχα με τα σημεία που βρίσκονται πιο μακριά από αυτό.

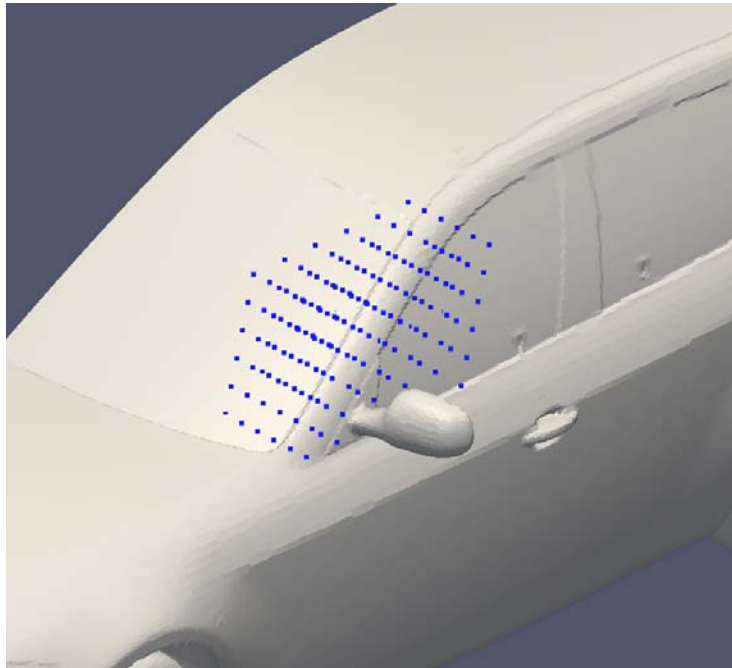


Σχήμα 5.13: Η μετατόπιση της γεωμετρίας της αεροτομής του αυτοκινήτου, όπου το μέγεθος αυτής παρουσιάζεται χρωματικά. Με κόκκινο χρώμα η περιοχή που δεν έχει παραμετροποιηθεί και άρα μετακινηθεί, ενώ με μπλε η περιοχή που σημειώνεται η μέγιστη μετατόπιση. Τα υπόλοιπα χρώματα, όπως φανερώνει και ο δείκτης στα δεξιά αντιστοιχούν σε μικρότερες μετατοπίσεις.

5.3.3 Βελτιστοποίηση στο A-pillar

Η τελευταία περιοχή που θα μελετηθεί είναι το A-pillar, δηλαδή το κολονάκι που βρίσκεται μεταξύ του μπροστινού και του πλαϊνού παραθύρου 5.7. Ωστόσο, λόγω του σχήματος του και της θέσης του ανάμεσα στα παράθυρα, η προσπάθεια μετατόπισης του με στόχο τη μείωση του C_d επιφέρει κάποια δυσάρεστα αποτελέσματα. Πιο συγκεκριμένα, στο σχήμα 5.14 παρουσιάζεται το αρχικό πλέγμα ελέγχου που χρησιμοποιήθηκε μεγέθους $8 \times 8 \times 8$, το οποίο περιείχε 16167 σημεία στο εσωτερικό του. Το πλέγμα αυτό, όμως, περιέχει στο εσωτερικό του σημεία που ανήκουν στα δύο παράθυρα, πράγμα που σημαίνει ότι κατά τη μετατόπιση των εσωτερικών σημείων θα παραμορφωθούν και οι γεωμετρίες των παραθύρων, κάτι που σχεδιαστικά δεν είναι αποδεκτό.

Στο σχήμα 5.15 φαίνεται πως έχουν παραμορφωθεί τα παράθυρα του αυτοκινήτου, αν και για να γίνει πιο εμφανές, έχει οριστεί μεγαλύτερη επιτρεπτή μετατόπιση των σημείων



Σχήμα 5.14: Αρχικό πλέγμα ελέγχου γύρω από το A-pillar. Λόγω της κλίσης του A-pillar στο εσωτερικό του πλέγματος περιέχονται σημεία και από τα παράθυρα του αυτοκινήτου. Χρήση αυτού του πλέγματος θα επιφέρει την ανεπιθύμητη μετατόπιση των παραθύρων.

ελέγχου. Ωστόσο και με μέγιστη επιτρεπτή μετατόπιση αντίστοιχη των προηγούμενων περιπτώσεων, το πρόβλημα παραμένει.

Η χρήση ενός πλέγματος ελέγχου σε σχήμα κουτιού όπως χρησιμοποιούταν μέχρι τώρα στις προηγούμενες περιπτώσεις που μελετήθηκαν, έχει αρνητικές σχεδιαστικές επιπτώσεις, που οφείλονται στην κλίση του A-pillar, σε συνδυασμό με το γεγονός ότι αυτό είναι σε επαφή με τα παράθυρα. Για το λόγο αυτό, σχεδιάζεται ένα πλέγμα ελέγχου το οποίο βρίσκεται πολύ κοντά στο A-pillar, ώστε τα σημεία που περιέχονται στο εσωτερικό του να είναι μόνο σημεία που να ανήκουν σε αυτό και να μην περιέχονται σημεία της υπόλοιπης γεωμετρίας του αυτοκινήτου. Για να πραγματοποιηθεί αυτό, το πλέγμα ελέγχου έχει και σχεδόν την ίδια κλίση με το A-pillar, ως προς κάθε άξονα, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.16. Ένα τέτοιο πλέγμα δεν μπορούσε να δημιουργηθεί το ίδιο εύκολα με τα προηγούμενα. Προηγουμένως, αρκούσε να ορίσεις δύο σημεία που αποτελούσαν τις απέναντι κορυφές του πλέγματος ελέγχου και μέσω αυτών παραγόταν το πλέγμα σε σχήμα κουτιού. Στην παρούσα περίπτωση, έπρεπε τα σημεία



Σχήμα 5.15: Αποτέλεσμα της χρήσης του αρχικού πλέγματος ελέγχου. Τα παράθυρα έχουν παραμορφωθεί μαζί με το A-pillar, αποτέλεσμα ανεπιθύμητο. Για καλύτερη εποπτεία του προβλήματος έχει δοθεί στα σημεία ελέγχου μεγαλύτερη δυνατότητα μέγιστης μετακίνησης, ωστόσο το πρόβλημα παραμένει ακόμα και για μικρότερες τιμές μέγιστης μετατόπισης.

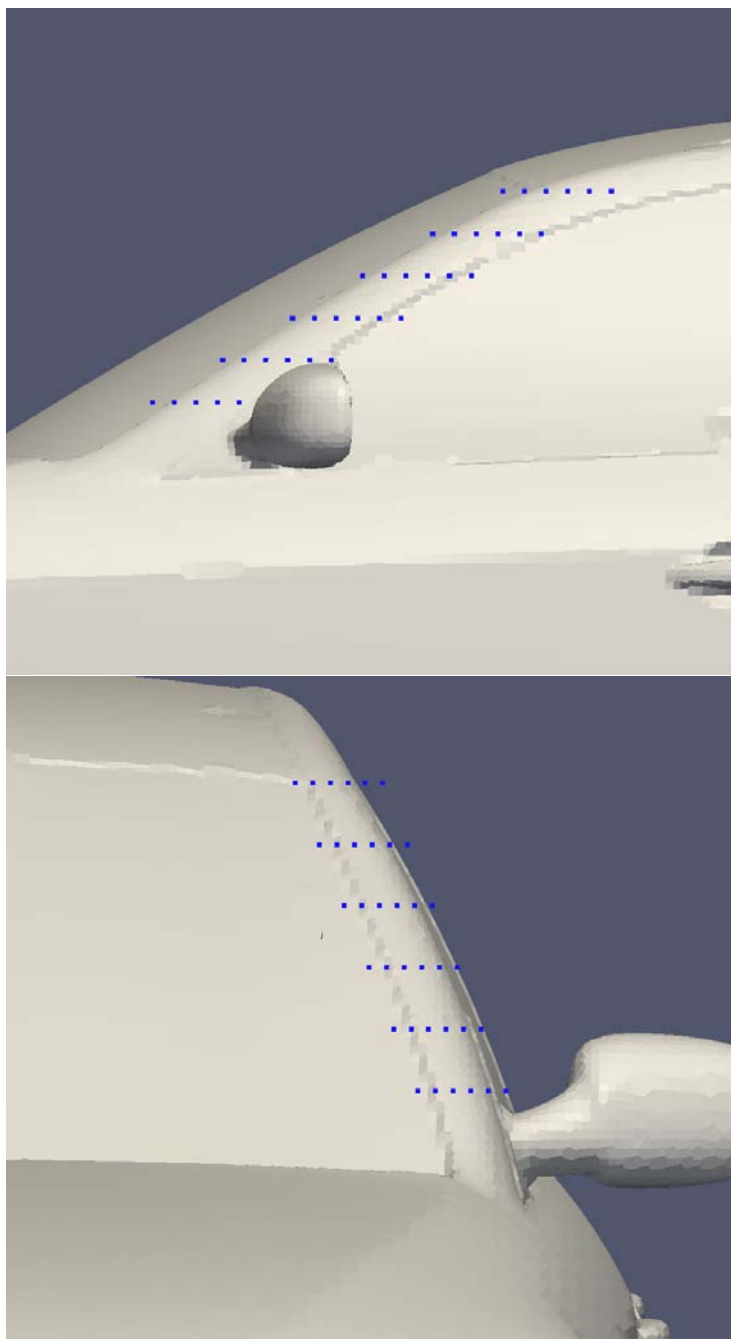
Διαμόρφωση Estate Back	Αρχική Τιμή	Τελική Τιμή	Ποσοστιαία Βελτίωση (%)
Συντελεστής Οπισθέλκουσας C_d	0.2934	0.2879	1.87

Πίνακας 5.3: Σύγκριση του αρχικού συντελεστή οπισθέλκουσας με τη νέα τιμή που προέκυψε από τη μεταβολή της γεωμετρίας του A-pillar του αυτοκινήτου. Χρησιμοποιείται το μοντέλο τύρβης των Spalart-Allmaras και ο όρος μεταφοράς της εξίσωσης του μοντέλου διακριτοποιείται με ανάντι σχήμα διαφόρισης.

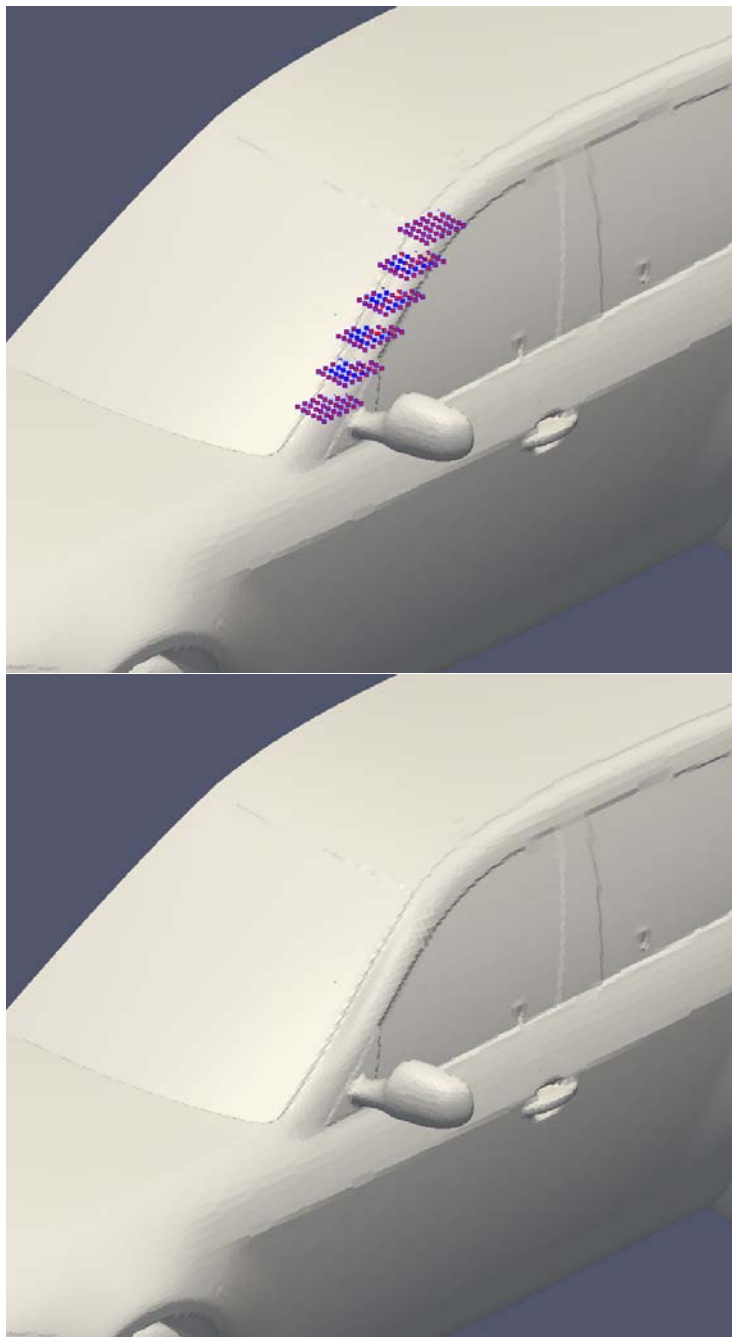
να υπολογιστούν και να δοθούν όλα από το χρήστη. Το νέο πλέγμα αποτελείται από $6 \times 6 \times 6$ σημεία ελέγχου στις τρεις κατευθύνσεις και περιέχει μόλις 2761 σημεία του υπολογιστικού πλέγματος στο εσωτερικό του.

Αυτή η προσέγγιση έφερε τα επιθυμητά αποτελέσματα, καθώς όπως φαίνεται στα σχήματα 5.17, και 5.18, δεν παρατηρείται μετατόπιση των παραθύρων, παρά μόνο του A-pillar. Στον πίνακα 5.3 παρουσιάζεται η βελτιωμένη τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας C_d .

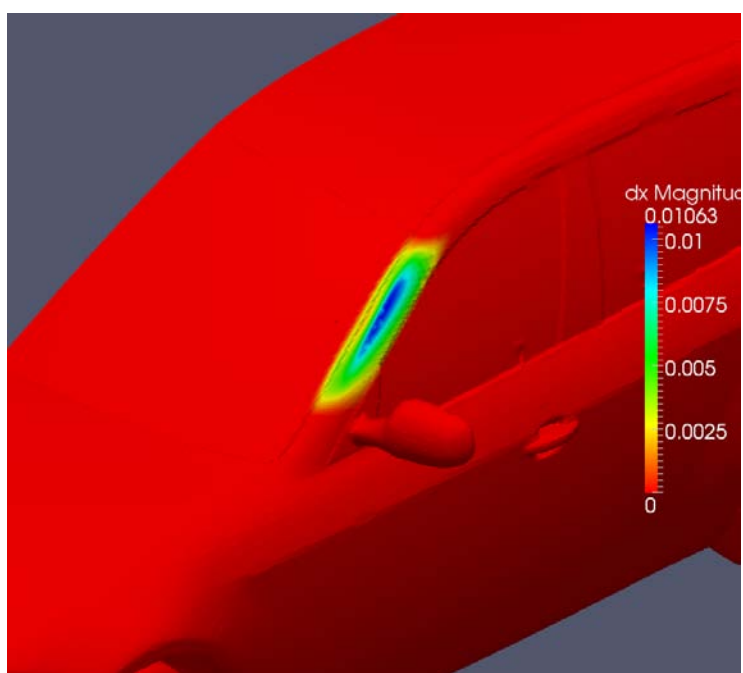
Ολοκληρώνοντας τις μελέτες πρέπει να τονιστεί πως κάθε μία από τις παραπάνω παραμορφώσεις του πλέγματος που παρουσιάστηκαν δεν αλλοίωσαν την ποιότητα του πλέγματος και άρα την ποιότητα των αποτελεσμάτων. Οι μελέτες που αναφέρονται στο παρόν κεφάλαιο πραγματοποιήθηκαν για έναν κύκλο βελτιστοποίησης. Με άλλα λόγια, ο αλγόριθμος που περιγράφεται στην αρχή της ενότητας εκτελέστηκε μία φορά σε κάθε περίπτωση, με αποτέλεσμα κάθε φορά να προκύπτει μια νέα, βελτιωμένη γεωμετρία, ως προς τον στόχο του προβλήματος, δηλαδή την ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης, στην περίπτωση αυτή το συντελεστή οπισθέλκουσας. Η νέα γεωμετρία μπορεί μεν να είναι βελτιωμένη ως προς την αρχική, δεν είναι όμως η βέλτιστη. Για να προκύψει η βέλτιστη γεωμετρία πρέπει όλη η διαδικασία να επαναληφθεί για αρκετούς κύκλους βελτιστοποίησης. Καθώς οι υπολογιστικές απαιτήσεις για κάτι τέτοιο είναι αρκετά μεγάλες, και δεδομένου ότι κατά τη βελτιστοποίηση μια γεωμετρίας η οποία βρίσκεται ήδη σε καλό επίπεδο ο πρώτος κύκλος βελτιστοποίησης επιτυγχάνει κέρδος έως και 80% του συνολικού, ενώ κάθε επόμενο βήμα συνεισφέρει λιγότερο, δεν εκτελέστηκε αυτοματοποιημένος βρόχος βελτιστοποίησης.



Σχήμα 5.16: Το νέο πλέγμα ελέγχου $6 \times 6 \times 6$ το οποίο έχει προσαρμοστεί με βάση την κλίση του *A-pillar*. Στο πάνω σχήμα φαίνεται η κλίση του πλέγματος ως προς τον άξονα *z*, ενώ στο κάτω η κλίση του ως προς τον άξονα *y*.



Σχήμα 5.17: Στο κάτω σχήμα παρουσιάζεται το νέο σχήμα του A-pillar, ενώ στο πάνω φαίνεται η μετατόπιση των εσωτερικών σημείων ελέγχου του πλέγματος. Με κόκκινο χρώμα φαίνονται οι νέες θέσεις των σημείων και με μπλε φαίνεται η αρχική τους θέση.



Σχήμα 5.18: Η μετατόπιση της γεωμετρίας του A-pillar του αυτοκινήτου, όπου το μέγεθος αυτής παρουσιάζεται χρωματικά. Με κόκκινο χρώμα η περιοχή που δεν έχει παραμετροποιηθεί και άρα μετακινηθεί, ενώ με μπλε η περιοχή που σημειώνεται η μέγιστη μετατόπιση. Τα υπόλοιπα χρώματα, όπως φανερώνει και ο δείκτης στα δεξιά αντιστοιχούν σε μικρότερες μετατοπίσεις.

Κεφάλαιο 6

Ανακεφαλαίωση και Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία προσαρμόστηκε μία υπάρχουσα μέθοδος βελτιστοποίησης μορφής, βασισμένη στη συνεχή συζυγή μέθοδο, η οποία έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&Β/ΕΘΣ του ΕΜΠ, και παρουσιάστηκε βηματικά εφαρμοζόμενη σε ένα γενικευμένο αλλά ρεαλιστικό μοντέλο αυτοκινήτου, το DrivAer. Διαρκής είναι η μελέτη που αποσκοπεί στη μείωση των ρύπων που εκπέμπονται από οχήματα της παραγωγής, και, αν και υπάρχουν αρκετοί τρόποι για να επιτευχθεί αυτό, η βελτιστοποίηση μορφής είναι μία μέθοδος όχι μόνο εξαιρετικά οικονομική (καθώς το μόνο που αλλάζει είναι το τελικό σχέδιο του αυτοκινήτου), αλλά αναμένεται να αποφέρει σημαντικές βελτιώσεις. Η πρόσβαση στα ακριβή σχέδια οχημάτων της παραγωγής είναι περιορισμένη, ενώ τα ίδια τα οχήματα έχουν μικρό χρόνο ζωής μέχρι να αντικατασταθούν από νέα μοντέλα. Για το λόγο αυτό, προτιμάται η μελέτη του γενικευμένου μοντέλου DrivAer, το οποίο όχι μόνο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αναπαράσταση των σύνθετων φαινομένων της ροής γύρω από ένα αυτοκίνητο, αλλά είναι και εξαιρετικά διαμορφώσιμο, προσφέροντας τη δυνατότητα μελέτης πολλών τύπων αυτοκινήτου. Στην προκειμένη περίπτωση η διαδικασία της βελτιστοποίησης εφαρμόστηκε σε μία από τις διαμορφώσεις αυτές με σκοπό τη μείωση της οπισθέλκουσας του οχήματος, που θα έχει ως αποτέλε-

σμα τη μείωση της ποσότητας καυσίμου που απαιτείται να καταναλωθεί για την κίνηση του οχήματος. Η συνολική διαδικασία που παρουσιάστηκε στην παρούσα διπλωματική μπορεί να συνοψιστεί στα παρακάτω βήματα, στα οποία περιέχονται :

- Η γένεση του υπολογιστικού πλέγματος. Αποτελεί σχετικά απλή διαδικασία, ωστόσο απαιτούνται σωστές επιλογές από το χρήστη ώστε να γίνει αξιόπιστη προσέγγιση της ροής γύρω από το όχημα. Η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων αυξάνεται με την πύκνωση του πλέγματος. Ωστόσο, πύκνωση του πλέγματος οδηγεί σε αύξηση του υπολογιστικού κόστους, οπότε επαφίεται στο χρήστη η επιλογή εξισορρόπησης αξιοπιστίας-κόστους. Στην εργασία αυτή, δόθηκαν οδηγίες τοπικής πύκνωσης του πλέγματος με σκοπό να αναζητηθεί μια μέση λύση. Για τη γένεση πλέγματος έχουν αναπτυχθεί και μπορούν να χρησιμοποιηθούν πολλά λογισμικά, όμως στην εργασία αυτή χρησιμοποιήθηκε εργαλείο ενσωματωμένο στο OpenFOAM και πιο συγκεκριμένα το SnappyHexMesh. Το SnappyHexMesh είναι ένα εργαλείο για τη γένεση μη-δομημένων πλεγμάτων γύρω από γεωμετρίες των οποίων η επιφάνεια περιγράφεται από αρχεία STL.
- Η επίλυση των εξισώσεων ροής. Οι εξισώσεις ροής επιλύονται αριθμητικά και ως αποτέλεσμα δίνονται σημαντικές πληροφορίες, όπως η κατανομή ταχυτήτων και πιέσεων, οι οποίες πληροφορίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό διαφόρων μεγεθών όπως για παράδειγμα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα. Τα μεγέθη αυτά μπορούν να συγκριθούν με αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα για να ελεγχθεί η αξιοπιστία του πλέγματος. Εάν η διαφορά μεταξύ τους είναι σημαντική, τότε η διαδικασία επιστρέφει στο προηγούμενο βήμα. Η εμπειρία του χρήστη μπορεί σε αυτό το σημείο να αποδειχθεί καταλυτική, καθώς ο εξαρχής καλός σχεδιασμός δεν ενέχει τον παραπάνω κίνδυνο. Στην παρούσα διπλωματική έγινε σύγκριση της τιμής του συντελεστή οπισθέλκουσας με την αντίστοιχη τιμή, όπως αυτή προέκυψε πειραματικά. Οι κατανομές ταχυτήτων και πιέσεων χρησιμοποιούνται και κατά την επίλυση των συζυγών εξισώσεων. Οι πρωτεύουσες εξισώσεις ροής επιλύονται με χρήση του λογισμικού OpenFOAM.

- Η επίλυση των συζυγών εξισώσεων. Οι συζυγείς εξισώσεις σχηματίζονται με βάση την αντικειμενική συνάρτηση προς βελτιστοποίηση και, στη συνέχεια, επιλύονται αριθμητικά. Υπολογίζονται έτσι οι μεταβλητές των συζυγών εξισώσεων και, μέσα από αυτές, οι τιμές των παραγώγων ευαισθησίας της αντικειμενικής συνάρτησης, στην παρούσα εργασία, της οπισθέλκουσας. Οι παράγωγοι αυτοί αποτυπώνονται στο λεγόμενο χάρτη ευαισθησίας, ο οποίος προσφέρει μια ξεκάθαρη εικόνα του πως μεταβάλλονται τα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά του αυτοκινήτου με βάση τις αλλαγές στο σχήμα του. Το λογισμικό για την επίλυση των συζυγών εξισώσεων που χρησιμοποιείται εδώ έχει αναπτυχθεί από την ΜΠΤΡ&Β/ΕΘΣ σε περιβάλλον OpenFOAM.
- Η μορφοποίηση του πλέγματος με χρήση ογκομετρικών καμπυλών b-splines. Ο χρήστης επιλέγει με τη βοήθεια του χάρτη ευαισθησίας τις περιοχές που χρήζουν σημαντικής βελτίωσης και παραμετροποιεί τοπικά το πλέγμα με χρήση ογκομετρικών καμπυλών. Τα σημεία ελέγχου που καθορίζουν τη θέση των παραμετροποιημένων σημείων μετακινούνται με βάση τις τιμές των παραγώγων ευαισθησίας, όπως αυτές έχουν υπολογιστεί στο προηγούμενο βήμα. Η μετακίνηση των σημείων ελέγχου έχει ως αποτέλεσμα και τη μετατόπιση όλων των σημείων που βρίσκονται εντός του χωρίου ελέγχου, δηλαδή του χωρίου που ορίζεται από τα σημεία ελέγχου. Ο βαθμός της μετατόπισης κάθε παραμετροποιημένου σημείου καθορίζεται από την παράγωγο ευαισθησίας. Έτσι παράγεται η νέα, βελτιωμένη γεωμετρία του οχήματος. Η εμπειρία του χρήστη του δίνει τη δυνατότητα ελέγχου του τελικού αποτελέσματος, έτσι ώστε να προκύπτουν γεωμετρίες που να μπορούν να κατασκευαστούν χωρίς να αυξάνεται το κόστος. Το αντίστοιχο λογισμικό αναπτύχθηκε από τη ΜΠΤΡ&Β/ΕΘΣ για χρήση σε περιβάλλον OpenFOAM.

Η χρήση της μεθόδου μορφοποίησης πλέγματος με ογκομετρικές b-splines προσφέρει ορισμένα πλεονεκτήματα. Αρχικά, η γεωμετρία του οχήματος μπορεί να μεταβληθεί, ακόμα και αν αυτή αρχικά έχει δοθεί σε μορφή που δεν μπορεί να επεξεργαστεί ο χρήστης, όπως ίσχυε στην περίπτωση της γεωμετρίας του οχήματος DrivAer. Έπειτα, η

χρήση του αντίστοιχου λογισμικού, σε συνδυασμό με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στα προηγούμενα βήματα, μπορεί να εκτελεστεί αυτοματοποιημένα, σε πολλούς κύκλους βελτιστοποίησης, δίνοντας έτσι τη δυνατότητα να παραχθεί η βέλτιστη μορφή του οχήματος. Τονίζεται ξανά ότι η μορφοποίηση του πλέγματος με χρήση ογκομετρικών b-splines δεν αλλοιώνει την ποιότητα του, που σημαίνει ότι και η ποιότητα των αποτελεσμάτων δεν αλλοιώνεται από τον ένα κύκλο βελτιστοποίησης στον επόμενο. Εδώ, ωστόσο, επιλέχθηκε να μελετηθούν διάφορα σημεία της γεωμετρίας του οχήματος και η επίδραση της μεταβολής τους στην τιμή της οπισθέλκουσας σε έναν κύκλο βελτιστοποίησης, παρά να εφαρμοστεί μια αυτοματοποιημένη διαδικασία βελτιστοποίησης με σκοπό την ανεύρεση της βέλτιστης λύσης. Παρά το γεγονός ότι δεν αναζητήθηκε βέλτιστη λύση, ένας μόνος κύκλος βελτιστοποίησης οδήγησε σε σημαντική μείωση της οπισθέλκουσας. Στην εργασία, αυτή τα πρώτα δύο βήματα που περιγράφονται παραπάνω εφαρμόζονται για δύο διαφορετικές διαμορφώσεις του DrivAer και, στη συνέχεια, επιλέγεται μία από αυτές και υπόκειται σε διαδικασία βελτιστοποίησης. Είναι εμφανές ότι η διαδικασία γένεσης πλέγματος είναι παρόμοια για τις δύο περιπτώσεις, ενώ τα επόμενα βήματα εφαρμόζονται με τον ακριβώς ίδιο τρόπο. Επομένως, το σύνολο των διαδικασιών αυτών, με ελάχιστες προσαρμογές, μπορεί να εφαρμοστεί για τις διάφορες διαμορφώσεις του DrivAer αλλά και για κάθε γεωμετρία αυτοκινήτου. Με άλλα λόγια, η διπλωματική αυτή εργασία μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως οδηγός για την εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων σε αντίστοιχα προβλήματα εξωτερικής αεροδυναμικής.

Όσον αφορά το υπολογιστικό κόστος της διαδικασίας, αν και οι διάφορες μελέτες πολλές φορές εφαρμόστηκαν σε μηχανήματα με διαφορετική υπολογιστική ισχύ, με βάση τη διαθεσιμότητα, το πρωτεύον πρόβλημα επιλυόταν σε χρόνο από 5 ώρες και 30 λεπτά ως 6 ώρες, ανάλογα το μοντέλο τύρβης που εφαρμοζόταν, ενώ το συζυγές σε χρόνο από 12 ώρες, στην περίπτωση της παραδοχής της “παγωμένης τύρβης”, έως 16 ώρες με διαφόριση της εξίσωσης του μοντέλου τύρβης. Οι χρόνοι αυτοί προκύπτουν για εκτέλεση σε 12 επεξεργαστές ενός Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2630 v2 στα 2.60 GHz. Αντίστοιχα, η παραμετροποίηση του πλέγματος διέφερε ανάλογα με την μελετούμενη περιοχή, ωστόσο στους ίδιους επεξεργαστές, δεν ξεπερνούσε τα 10 λεπτά.

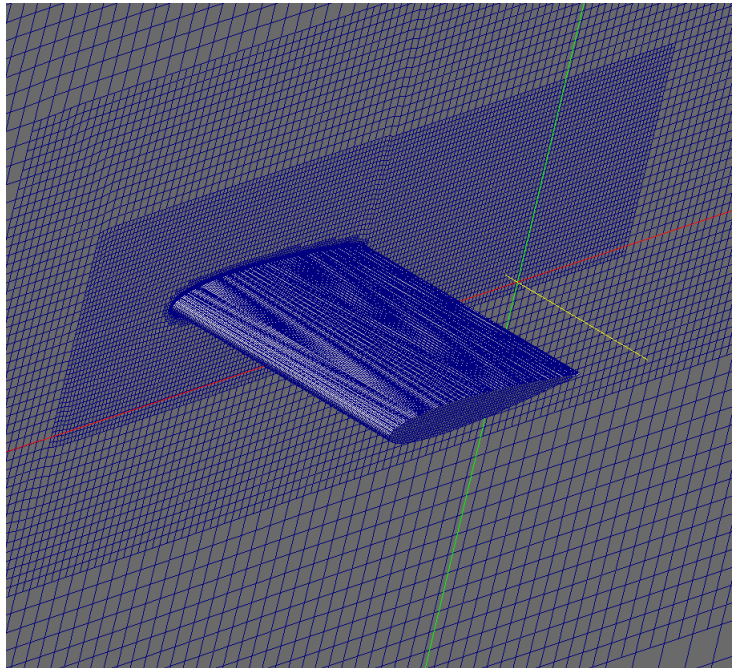
Το κόστος, λοιπόν, τουλάχιστον στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής, αποδεικνύεται αρκετά υψηλό για να εφαρμοστεί μια αυτοματοποιημένη διαδικασία με πολλούς κύκλους βελτιστοποίησης, ειδικά αν πρόκειται να μελετηθούν όλες οι περιοχές που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 5. Σκοπός, εξάλλου, της διπλωματικής αυτής εργασίας δεν είναι η αναζήτηση της βέλτιστης γεωμετρίας, αλλά η προσαρμογή όσων παρουσιάστηκαν, σε μία μέθοδο βελτιστοποίησης ενός οχήματος.

Τελικό, λοιπόν, συμπέρασμα είναι πως μία μέθοδος βελτιστοποίησης μορφής βασισμένη στη συνεχή συζυγή μέθοδο και τη χρήση ογκομετρικών b-splines μπορεί να εφαρμοστεί και εφαρμοστεί για τη βελτίωση της γεωμετρίας ενός αυτοκινήτου, παρέχοντας ενδιαφέροντα αποτελέσματα. Η διαδικασία μπορεί να αυτοματοποιηθεί και να χρησιμοποιηθεί μέχρι την ανάδειξη της βέλτιστης γεωμετρίας, ωστόσο συνοδεύεται από ένα σημαντικό υπολογιστικό κόστος. Εδώ η διαδικασία εφαρμόστηκε για ένα ρεαλιστικό, αλλά γενικευμένο μοντέλο αυτοκινήτου. Ωστόσο, μπορεί να εφαρμοστεί για τη μελέτη διαφόρων μοντέλων αυτοκινήτου και να αποφέρει σημαντικές βελτιώσεις στη γεωμετρία τους.

Παράρτημα Α΄

Εφαρμογή της Συνεχούς Συζυγούς μεθόδου και των Ογκομετρικών Καμπύλων B-Splines σε Πτέρυγα

Μελετάται η πολύ απλή περίπτωση της στρωτής ροής ($Re = 100$) γύρω από μία πτέρυγα τύπου NACA0012, εκπετάσματος $b = 2m$, η οποία έχει τοποθετηθεί εντός ενός υπολογιστικού χωρίου, με μηδενική γωνία προσβολής. Προφανώς, λόγω ύπαρξης συμμετρίας, επιλέγεται να μελετηθεί η μισή πτέρυγα, της οποίας το ένα άκρο βρίσκεται στο επίπεδο συμμετρίας (Σχήμα Α΄.1), ενώ το άλλο βρίσκεται ελεύθερο. Η μελέτη αυτή, αν και όχι ρεαλιστική, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγραφεί και να γίνει πιο εύκολα κατανοητή η διαδικασία της βελτιστοποίησης με χρήση της συνεχούς συζυγούς μεθόδου για τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας και τη μετατόπιση του πλέγματος με χρήση ογκομετρικών καμπυλών b-splines.

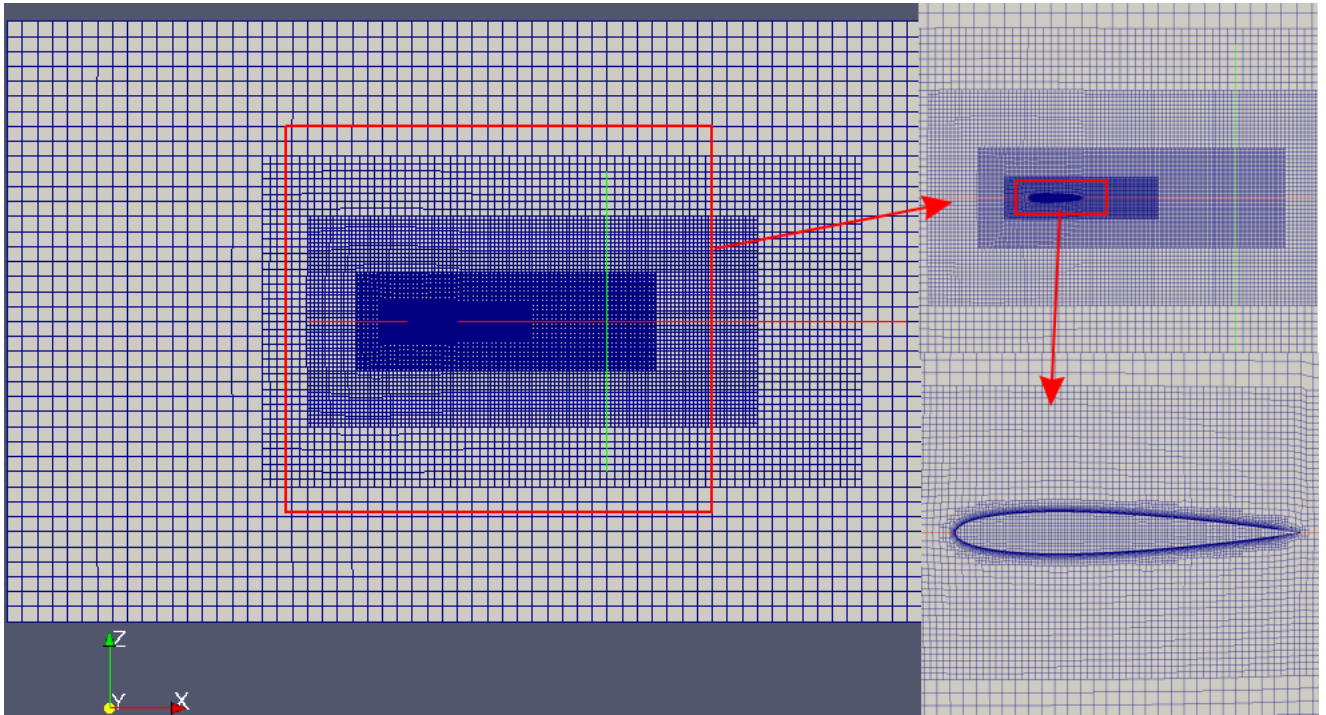


Σχήμα Α'.1: Πτέρυγα NACA0012 με μηδενική γωνία προσβολής. Απεικονίζεται το μισό ακροπτερύγιο συμμετρικό ως προς το επίπεδο $y = 0$, ενώ το άκρο είναι ελεύθερο.

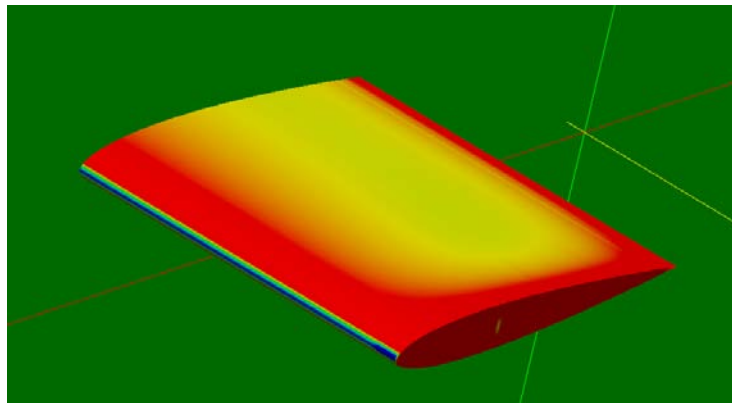
Το υπολογιστικό χωρίο δημιουργήθηκε με το εργαλείο BlockMesh του OpenFOAM, με διαστάσεις 24,8 και 12 μέτρα κατά τους άξονες x, y και z αντίστοιχα, ενώ, στη συνέχεια, παρεμβλήθηκε η γεωμετρία της αεροτομής με το εργαλείο SnappyHexMesh, με το οποίο προστέθηκαν και ζώνες πύκνωσης του πλέγματος, καθώς και τα στρώματα λεπτών στοιχείων στο στερεό τοίχωμα, δηλαδή την αεροτομή (Σχήμα Α'.2). Τελικά, προέκυψε ένα μη-δομημένο πλέγμα με περίπου 1.7 εκατομμύρια κελιά.

Το υπολογιστικό χωρίο που δημιουργήθηκε με το εργαλείο BlockMesh. Οι διαστάσεις του σε μέτρα είναι 24,8 και 12 κατά x, y και z αντίστοιχα

Στόχος της βελτιστοποίησης είναι η ελαχιστοποίηση της οπισθέλκουσας που ασκείται στο σώμα και η διαδικασία επαναλαμβάνεται για 6 κύκλους βελτιστοποίησης. Επιλύονται το πρωτεύον και το συζυγές πρόβλημα και παράγεται ο χάρτης ευαισθησίας της πτέρυγας (Α'.3).



Σχήμα Α'.2: Το πλέγμα γύρω από την αεροτομή, όπως φαίνεται σε τομή κοντά στο επίπεδο συμμετρίας. Φαίνονται οι ζώνες πύκνωσης, καθώς και τα λεπτά στοιχεία γύρω από την αεροτομή. Το πλέγμα είναι μη-δομημένο και ανέρχεται, περίπου, στα 1.7 εκατομμύρια κελιά.



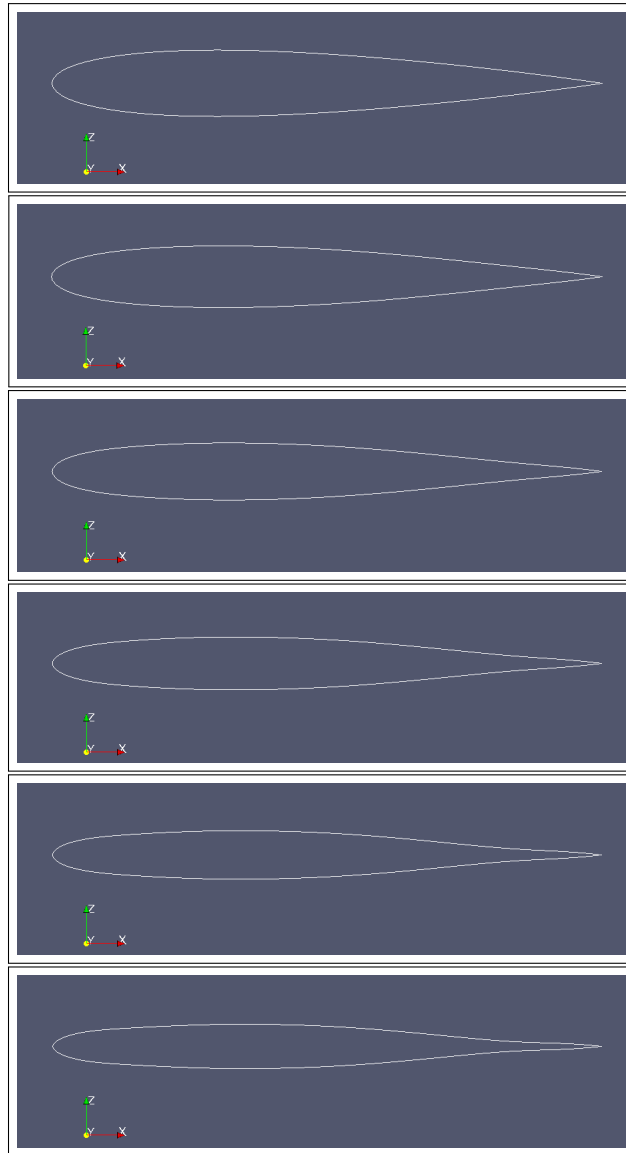
Σχήμα Α'.3: Χάρτης των παραγώγων ευαισθησίας ως προς την οπισθέλκουσα για πτέρυγα τύπου NACA0012. Με κόκκινο οι περιοχές που πρέπει να κινηθούν προς τα μέσα και με μπλε αυτές που πρέπει να κινηθούν προς τα έξω για να βελτιωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Φαίνεται το επίπεδο συμμετρίας, το οποίο, προφανώς, έχει χρωματιστεί με πράσινο χρώμα που αντιστοιχεί σε μηδενική μετατόπιση.

Παρατηρώντας το χάρτη διακρίνεται εύκολα ότι για να μειωθεί η αντίσταση, η πτέρυ-

Κύκλος Βελτιστοποίησης	Οπισθέλκουσα F_d	Συντελεστής Οπισθέλκουσας C_d	Ποσοστιαία Βελτίωση (%)
1 (Αρχική Γεωμετρία)	2.173672e - 09	3.740036821	-
2	2.149856e - 09	3.6990588276	1.1
3	2.126612e - 09	3.6590650218	2.17
4	2.103849e - 09	3.6198988283	3.21
5	2.081511e - 09	3.581463893	4.24
6	2.05973e - 09	3.5439873363	5.24

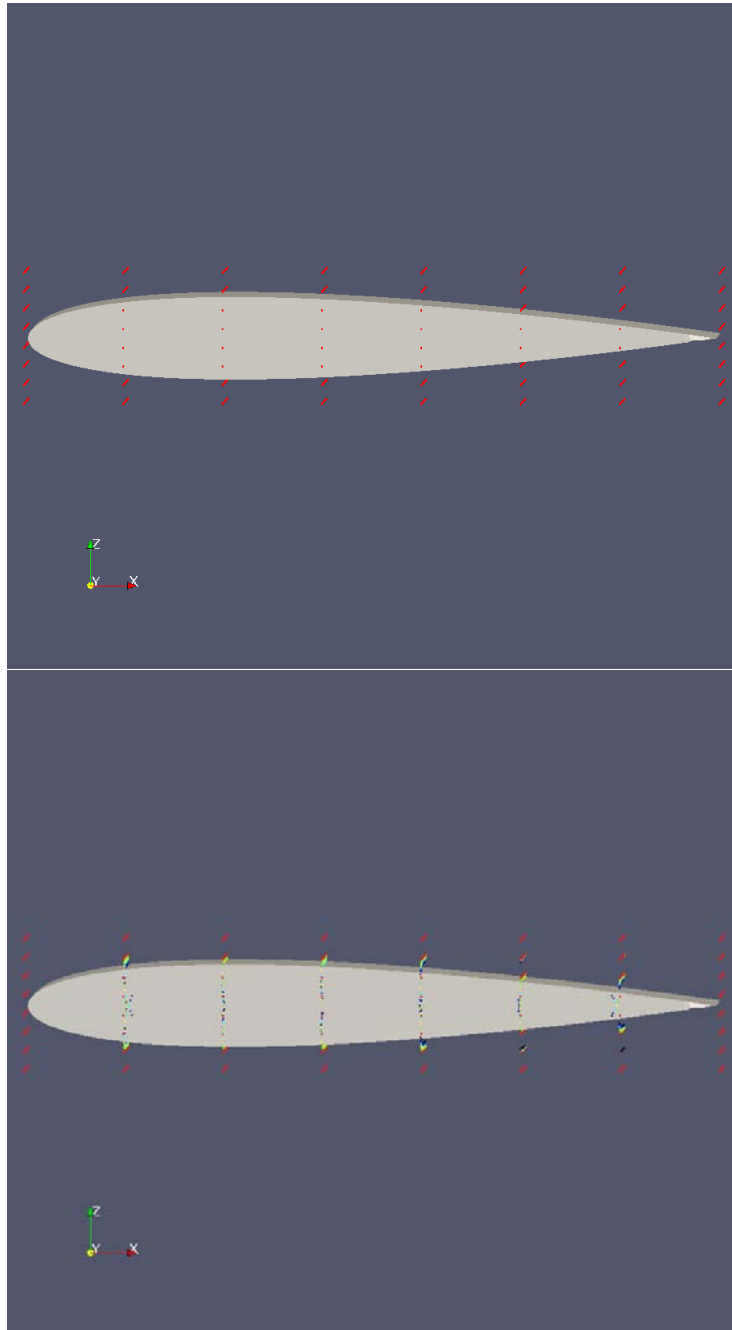
Πίνακας Α'.1: Πίνακας με τις τιμές της οπισθέλκουσας και του συντελεστή οπισθέλκουσας της πτέρυγας σε κάθε κύκλο βελτιστοποίησης. Παρουσιάζεται και η ποσοστιαία βελτίωση τους ανά κύκλο βελτιστοποίησης

γα πρέπει να συμπιεστεί, δηλαδή να μειωθεί το πάχος της και να μειωθεί η μετωπική της επιφάνεια. Στο σχήμα Α'.4 φαίνεται μία τομή της πτέρυγας και η μεταβολή στο σχήμα της σύμφωνα και με τις υποδείξεις του χάρτη. Το υπολογιστικό κόστος για την εκτέλεση των 6 κύκλων βελτιστοποίησης ανέρχεται περίπου στις 13 ώρες, ενώ εκτελέστηκε σε 48 επεξεργαστές από δύο Intel(R) Xeon(R) CPU E5520 στα 2.27 GHz. Ο πρώτος κύκλος επίλυσης του πρωτεύοντος προβλήματος διήρκεσε περίπου 40 λεπτά και ο αντίστοιχος χρόνος για το συζυγές πρόβλημα ήταν 2 ώρες και 40 λεπτά. Σε κάθε επόμενο κύκλο, λόγω επιβολής “έξυπνης” αρχικοποίησης από την αντίστοιχη λύση του προηγούμενου κύκλου, οι χρόνοι αυτοί ήταν περίπου 30 λεπτά και 1 ώρα και 25 λεπτά αντίστοιχα. Να τονιστεί ότι, όπως φαίνεται και στο σχήμα Α'.5, τα σημεία ελέγχου στα όρια του πλέγματος ελέγχου επιλέχθηκαν να μείνουν σταθερά. Οι παράγωγοι ευαισθησίας στο μέτωπο προσβολής οδηγούσαν σε μετακίνηση του πλέγματος τέτοια ώστε το μέτωπο προσβολής να αποκτά μορφή αντίστοιχη της ακμής εκφυγής. Αυτό σύντομα οδηγούσε σε κακή ποιότητα του πλέγματος στην περιοχή γύρω από το μέτωπο προσβολής και ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης σταματούσε. Για το λόγο αυτό, και παρά το ότι δείχνει ο χάρτης, δεν έχουν μετακινηθεί τα σημεία στο μέτωπο προσβολής αυτής. Στον πίνακα Α'.1 παρουσιάζονται οι αρχικές τιμές της οπισθέλκουσας και του συντελεστή οπισθέλκουσας, καθώς και οι αντίστοιχες τιμές μετά από κάθε κύκλο βελτιστοποίησης.

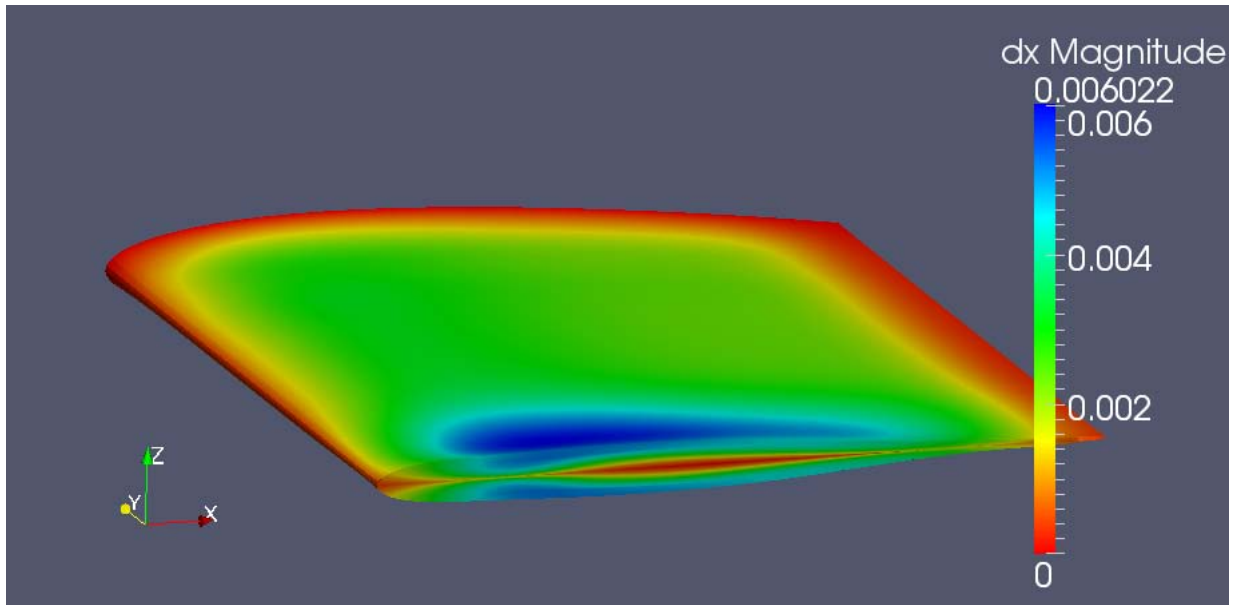


Σχήμα Α'.4: Τομή της πτέρυγας NACA0012 στο 85% του μήκους της, για κάθε κύκλο βελτιστοποίησης.

Στο σχήμα Α'.6 φαίνεται η τελική μορφή της πτέρυγας, καθώς και το μέτρο της μετατόπισης των σημείων της σε σχέση με την αρχική γεωμετρία. Η μετατόπιση των σημείων της πτέρυγας συμφωνεί με τις υποδείξεις του χάρτη ευαισθησίας. Κοντά στον άξονα συμμετρίας η μετατόπιση είναι μηδενική, πράγμα που οφείλεται στο γεγονός ότι εκεί είναι τοποθετημένα τα σημεία ελέγχου τα οποία έχουν εκλεχθεί να είναι ακίνητα, έτσι ώστε να μη γίνεται επικάλυψη μεταξύ παραμετροποιημένων και μη-παραμετροποιημένων



Σχήμα Α'.5: Τα αρχικά σημεία ελέγχου γύρω από την πτέρυγα (πάνω), καθώς και η μετατόπιση τους ανά κύκλο βελτιστοποίησης(κάτω).



Σχήμα Α'.6: Τελική μορφή της πτέρυγας NACA0012, καθώς και το μέτρο της μετατόπισης των σημείων αυτής, σε σχέση με την αρχική γεωμετρία.

σημείων. Αν η μελέτη γινόταν στο σύνολο της πτέρυγας, η περιοχή εκείνη θα είχε μετατοπιστεί όμοια με τα υπόλοιπα σημεία της πτέρυγας.

Βιβλιογραφία

- [1] Watkins, S.: *Reducing the fuel consumption by optimizing the air conditioning system*. International Refrigeration and Air Conditioning Conference, 2010.
- [2] Jing, Junbo: *Vehicle Fuel Consumption Optimization using Model Predictive Control based on V2V communication*. PhD thesis, The Ohio State University, Ohio, 2014.
- [3] Wu, C., G. Zhao, and B. Ou: *A fuel economy optimization system with applications in vehicles with human drivers and autonomous vehicles*. Transportation Research Part D, 16:515–524, 2011.
- [4] Ahmed, S., G. Ramm, and G. Faltin: *Some Salient Features of the Time-Averaged Ground Vehicle Wake*. SAE Technical Paper 840300, 1984.
- [5] Cogotti, A.: *A Parametric Study on the Ground Effect of a Simplified Car Model*. SAE Technical Paper 980031, 1998.
- [6] Watkins, S.: *Recent developments in road vehicle aerodynamics*. In Proceedings of International Conference on Mechanical Engineering 2005, no. ICME05-KEY-01, 2005.
- [7] Heft, A., T. Indinger, and N. Adams: *Introduction of a New Realistic Generic Car Model for Aerodynamic Investigations*. In 2012 SAE World Congress, no. 2012-01-0168, April 2012.
- [8] <http://www.openfoam.com/>.
- [9] <http://www.audi.com/>.
- [10] <http://www.bmwgroup.com/>.
- [11] Heft, A., T. Indinger, and N. Adams: *Experimental and Numerical Investigation of the DrivAer Car Model*. Rio Grande, Puerto Rico: ASME 2012 Fluids Engineering Summer Meeting, July 2012.
- [12] Γιαννάκογλου, Κ.Χ.: *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*. Αθήνα, 2006.
- [13] Jameson, A.: *Aerodynamic design via control theory*. Journal of Scientific Computing, 3:233–260, 1988.

- [14] Lions, J.L.: *Optimal control of systems governed by partial differential equations*. Springer-Verlag, New York, 1971.
- [15] Jameson, A. and J. Reuther: *Control theory based airfoil design using the Euler equations*. In *AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*. Panama City Beach, September 1994.
- [16] Papoutsis-Kiachagias, E.M., D.I. Papadimitriou, and K.C. Giannakoglou: *Discrete and continuous adjoint methods in aerodynamic robust design problems*. In *CFD and Optimization, An ECCOMAS Thematic Conference*, Antalya, Turkey, 23-25 May 2011.
- [17] Nadarajah, S. and A. Jameson: *Studies of the continuous and discrete adjoint approaches to viscous automatic aerodynamic shape optimization*. AIAA Paper, 25(30), 2001.
- [18] Giles, M.B., M.C. Duta, J.D. Muller, and N.A. Pierce: *Algorithm developments for discrete adjoint methods*. AIAA Journal, 41(2), 2003.
- [19] Brezillon, J. and R. Dwight: *Discrete adjoint of the Navier-Stokes equations for aerodynamic shape optimization*. In *Evolutionary and Deterministic Methods for Design, EUROGEN*, Munich, 2005.
- [20] Mavriplis, D.: *Multigrid solution of the discrete adjoint for optimization problems on unstructured meshes*. AIAA Journal, 44(1):42–50, 2006.
- [21] Mavriplis, D.: *Discrete adjoint-based approach for optimization problems on three-dimensional unstructured meshes*. AIAA Journal, 45(4):740–752, 2007.
- [22] Lee, B.J. and C. Kim: *Automated design methodology of turbulent internal flow using discrete adjoint formulation*. Aerospace Science and Technology, 11:163–173, 2007.
- [23] Papadimitriou, D.I. and K.C. Giannakoglou: *The continuous Direct-Adjoint approach for second order sensitivities in viscous aerodynamic inverse design problems*. Computers and Fluids, 38:1528–1538, 2009.
- [24] Papadimitriou, D.I. and K.C. Giannakoglou: *A continuous adjoint method with objective function derivatives based on boundary integrals for inviscid and viscous flows*. Computers and Fluids, 36:325–341, 2007.
- [25] Papadimitriou, D.I. and K.C. Giannakoglou: *Total pressure losses minimization in turbomachinery cascades, using a new continuous adjoint formulation*. Journal of Power and Energy (Special Issue on Turbomachinery), 221:865–872, 2007.
- [26] Zymaris, A.S., D.I. Papadimitriou, and K.C. Giannakoglou: *Continuous adjoint approach to the Spalart-Allmaras turbulence model, for incompressible flows*. Computers and Fluids, 38:1528–1538, 2009.

- [27] Papoutsis-Kiachagias, E.M. and K.C. Giannakoglou: *Continuous Adjoint Methods for Turbulent Flows, Applied to Shape and Topology Optimization: Industrial Applications*. Archives of Computational Methods in Engineering DOI:10.1007/s11831-014-9141-9, 2014.
- [28] Othmer, C.: *A continuous adjoint formulation for the computation of topological and surface sensitivities of ducted flows*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 58(8):861–877, 2008.
- [29] Jameson, A., S. Shankaran, and L. Martinelli: *Continuous adjoint method for unstructured grids*. AIAA Journal, 46(5):1226–1239, 2008.
- [30] Παπαδημητρίου, Δ.: *Συζυγείς (Adjoint) διατυπώσεις για την ανάλυση-σχεδίαση περυγώσεων στροβιλομηχανών και τη βέλτιστη προσαρμογή πλέγματος με a posteriori εκτίμηση σφάλματος*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2007.
- [31] Nielsen, E. and W. Anderson: *Aerodynamic design optimization on unstructured meshes using the Navier-Stokes equations*. AIAA Journal, 37(11):185–191, 1999.
- [32] Ζυμάρης, Α.: *Συζυγείς μέθοδοι για το σχεδιασμό μορφών με βέλτιστη αεροδυναμική συμπεριφορά σε στρωτές και τυρβώδεις ροές*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2010.
- [33] Papadimitriou, A.S Zymaris D.I. and K.C. Giannakoglou: *Adjoint wall functions: A new concept for use in aerodynamic shape optimization*. Journal of Computational Physics, 229(13):5228 – 5245, 2010.
- [34] Παπουτσής-Κιαχαγιάς, Ε.: *Συζυγείς Μέθοδοι για Τυρβώδεις Ροές, με Εφαρμογή στη Βελτιστοποίηση Μορφής ή Τοπολογίας και στο Στιβαρό Σχεδιασμό*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2013.
- [35] Papoutsis-Kiachagias, E.M., E.A. Kontoleonos, A.S. Zymaris, D.I. Papadimitriou, and K.C. Giannakoglou: *Constrained topology optimization for laminar and turbulent flows, including heat transfer*. EUROGEN 2011, Evolutionary and Deterministic Methods for Design, Optimization and Control, Capua, Italy, September 2011.
- [36] Elliot, J. and J. Peraire: *Practical 3D aerodynamic design and optimization using unstructured meshes*. AIAA Journal, 35(9):1479–1485, 1997.
- [37] Giles, M., M. Duta, and J. Muller: *Adjoint code developments using the exact discrete approach*. AIAA Paper, 2001-2596, 2001.
- [38] Campobasso, M. and M. Giles: *Stabilization of a linear flow solver for turbomachinery aeroelasticity by means of the recursive projection method*. AIAA Journal, 42(9):1765–1774, 2004.

- [39] Campobasso, M. and M. Giles: *Stabilizing linear harmonic flow solvers for turbomachinery aeroelasticity with complex iterative algorithms*. AIAA Journal, 44(5):1048–1059, 2006.
- [40] Nemec, N. and D. Zingg: *Towards efficient aerodynamic shape optimization based on the Navier-Stokes equations*. AIAA Paper, 2001-2532, 2001.
- [41] Kim, C., C. Kim, and O. Rho: *Sensitivity analysis for the Navier-Stokes equations with two equations turbulence models*. AIAA Journal, 39(5):838–845, 2001.
- [42] Kim, C., C. Kim, and O. Rho: *Effects of constant eddy viscosity assumption on gradient-based design optimization*. AIAA Paper, 2002-0262, 2002.
- [43] Peter, J. and J. Mayeur: *Improving accuracy and robustness of a discrete direct differentiation method and discrete adjoint method for aerodynamic shape optimization*. In *Proceedings of ECCOMAS*, Egmond aan Zee, 2006.
- [44] Marta, AC. and S. Shankaran: *On the handling of turbulence equations in RANS adjoint solvers*. Computers & Fluids, 74:102–113, 2013.
- [45] Eymard, R., T. Gallouët, and R. Herbin: *The finite volume method*. Handbook of Numerical Analysis, 7:713–1020, 2000.
- [46] Landau, LD. and EM. Lifshitz: *Fluid Mechanics, Volume 6 of Course of Theoretical Physics*. Pergamon Press, 1987.
- [47] Ferziger, J. H. and M. Peric: *Computational Methods for Fluid Dynamics, 3rd Edition*. Springer, 2001.
- [48] Schmitt, F.G: *About Boussinesq’s turbulent viscosity hypothesis: historical remarks and a direct evaluation of its validity*. Comptes Rendus Mécanique, (335):617–627, 2007.
- [49] Spalart, P. and S. Allmaras: *A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows*. AIAA Paper 1992-439, 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, USA, January 6–9 1992.
- [50] Ashford, G.A.: *An Unstructured Grid Generation and Adaptive Solution Technique for High Reynolds Number Compressible Flows*. PhD thesis, University of Michigan, Michigan, 1996.
- [51] Rumsey, C.L., D.O. Allison, R.T. Biedron, P.G. Buning, T.G. Gainer, J.H. Morrison, S.M. Rivers, S.J. Mysko, and D.P Witkowski: *CFD Sensitivity Analysis of a Modern Civil Transport Near Buffet-Onset Conditions*. NASA/TM-2001-211263, December 2001.
- [52] Shih, T. H., W.W. Liou, A. Shabbir, Z. Yang, and J. Zhu: *A New $k - \varepsilon$ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows*. Computer and Fluids, 24(3):227–238, March 1995.

- [53] Launder, B.E. and B.I Sharma: *Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc*. Letters in Heat and Mass Transfer, 1(2):131–138, 1974.
- [54] Reynolds, W.C: *Fundamentals of turbulence for turbulence modelling and simulation*. Lecture Notes for Von Karman Institute, Agard Report No. 755, 1987.
- [55] Shih, T. H., J. Zhu, and J.L. Lumley: *A new Reynolds stress algebraic equation model*. NASA TM,106644, 1994.
- [56] Menter, F.: *Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications*. AIAA Journal, 32(8):1598–1605, 1994.
- [57] Menter, F. and T. Esch: *Elements of industrial heat transfer prediction*. 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM), November 2001.
- [58] Wilcox, D.C.: *Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models*. AIAA Journal, 26(11):1299–1310, 1988.
- [59] <http://www.cfd-online.com/>.
- [60] Launder, B. and D. Spalding: *The numerical computation of turbulent flows*. Computer methods in applied mechanics and engineering, (3):269–289, 1974.
- [61] Jasak, H., H.G Weller, and A.D Gosman: *High Resolution NVD Scheme for Arbitrarily Unstructured Meshes*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 31(2):431–449, September 1999.
- [62] Γιαννάκογλου, Κ.Χ, Ι. Αναγνωστόπουλος, και Γ. Μπεργελές: *Αριθμητική Ανάλυση για Μηχανικούς*. Αθήνα, 2003.
- [63] Fletcher, R. and C. M. Reeves: *Function minimization by conjugate gradients*. Computer Journal, 7:149–154, 1964.
- [64] Byrd, R.H.: *Analysis of a Symmetric Rank-One Trust Region Method*. SIAM Journal on Optimization, 6(4), 1996.
- [65] Nocedal, J. and S.J. Wright: *Numerical Optimization*. Springer, 1999.
- [66] Nash, S.G. and J. Nocedal: *A Numerical Study of the Limited Memory BFGS Method and the truncated-Newton Method for Large Scale Optimization*. SIAM Journal on Optimization, 1(3):358–372, 1991.
- [67] Piegl, L. and W. Tiller: *The NURBS book*. Springer, 1997.