



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών

Τομέας Ρευστών

Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης

Αεροδυναμικός Σχεδιασμός και Βελτιστοποίηση Γενέτη Στροβιλισμού μέσω της Συνεχούς Συζυγούς Μεθόδου

Διπλωματική Εργασία

Αλέξανδρος Παπαδάκης

Επιβλέπων:

Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα 2026

Περίληψη

Η διπλωματική εργασία ασχολείται με τον σχεδιασμό και τη βελτιστοποίηση γενετών στροβιλισμού (VGs), τα οποία αποτελούν από τις πιο διαδεδομένες παθητικές τεχνικές ελέγχου του οριακού στρώματος. Πραγματοποιείται αρχικά η ανάλυση των βασικών φυσικών μηχανισμών που διέπουν τη συμπεριφορά της ροής και τη λειτουργία των VGs, με βάση τις εξισώσεις Navier–Stokes για ασυμπίεστη ροή. Περαιτέρω, γίνεται αναφορά και ανάλυση στη μέθοδο δημιουργίας των γεωμετριών των VGs, καθώς και στον τρόπο παραμετροποίησής τους.

Για τη μελέτη της ροής χρησιμοποιούνται μέθοδοι Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD), για την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος σε τριδιάστατο υπολογιστικό χωρίο, προσομοιώνοντας τη ροή μέσα σε μία αεροσήραγγα ορθογωνικής διατομής. Οι προσομοιώσεις πραγματοποιούνται με χρήση του λογισμικού OpenFOAM, με το μοντέλο τύρβης των Spalart–Allmaras. Για τον υπολογισμό των παραγώγων της συνάρτησης στόχου χρησιμοποιείται η συνεχής συζυγής μέθοδος (continuous adjoint), μέσω σχετικής βιβλιοθήκης του OpenFOAM, η οποία έχει αναπτυχθεί από τη Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης του ΕΜΠ.

Εφαρμόζεται η συζυγής μέθοδος για τη βελτιστοποίηση της γεωμετρίας των VGs και γίνεται χρήση της σε διάφορα σχήματα, με σκοπό την εξαγωγή συμπερασμάτων. Η μέθοδος αυτή επιτρέπει τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας ως προς μεγάλο αριθμό μεταβλητών σχεδιασμού με χαμηλό υπολογιστικό κόστος, καθιστώντας δυνατή την αποδοτική εξερεύνηση του χώρου σχεδιασμού. Η γεωμετρία των VGs δημιουργείται μέσω αναλυτικών συναρτήσεων, παρέχοντας ευελιξία και απλότητα στη διαδικασία τροποποίησης του σχήματος. Προσομοιώνεται η ροή μέσα σε μια αεροσήραγγα στο κάτω τοίχωμα της οποίας τοποθετούνται τα VGs. Στα αποτελέσματα παρουσιάζονται διάφορες βελτιστοποιημένες γεωμετρίες, αναδεικνύοντας την ευελιξία της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Συγκεκριμένα, υπάρχει ένας μοναδικός στόχος στη βελτιστοποίηση, ο οποίος είναι η μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας, υπολογιζόμενου στο κάτω τοίχωμα της αεροσήραγγας.

Συνολικά, η εργασία καταδεικνύει ότι τα VGs αποτελούν ένα ισχυρό εργαλείο ελέγχου της ροής, ενώ η συζυγής μέθοδος συνιστά μία ιδιαίτερα αποδοτική προσέγγιση για τη βελτιστοποίηση της γεωμετρίας τους, συμβάλλοντας στη βελτίωση της απόδοσης σε πλήθος αε-

ροδυναμικών εφαρμογών. Τα αριθμητικά αποτελέσματα της διαδικασίας επιβεβαιώνουν την ικανότητα της μεθόδου βελτιστοποίησης, καθώς επιτυγχάνονται μειώσεις στον συντελεστή οπισθέλκουσας μεγαλύτερες του 8%.

Abstract

This diploma thesis focuses on the design and optimization of Vortex Generators (VGs), which constitute one of the most widely used passive techniques for boundary layer control. Within the scope of this work, an initial analysis of the fundamental physical mechanisms governing flow behavior and VG operation is carried out, based on the Reynolds-averaged Navier–Stokes equations for incompressible flow. The method for modeling VGs and their parameterization is presented and analyzed.

For the flow analysis, a Computational Fluid Dynamics (CFD) software is employed to solve the primary problem in a 3D computational domain, simulating the flow inside a wind tunnel of rectangular cross-section. The simulations are performed using the OpenFOAM software, using the Spalart–Allmaras turbulence model. The gradients of the objective function are computed using the continuous adjoint method, through a dedicated OpenFOAM library developed by the Parallel CFD & Optimization Unit of NTUA.

The adjoint method is applied for the optimization of VG geometry and is utilized across various configurations in order to extract meaningful conclusions. This method enables the efficient computation of sensitivity derivatives with respect to a large number of design variables at a low computational cost, allowing for an effective exploration of the design space. The VG geometry is parameterized using analytical functions, providing flexibility and simplicity in shape modification. The results include various optimized geometries, highlighting the versatility of the optimization process. Specifically, the optimization is formulated with a single objective: the minimization of the drag coefficient, evaluated on the lower wall of the wind tunnel.

Overall, the study demonstrates that VGs are a powerful tool for flow control, while the adjoint method constitutes a highly efficient approach for their geometric optimization, contributing to performance improvements in a wide range of aerodynamic applications. The numerical results validate the effectiveness of the optimization procedure, achieving reductions in the drag coefficient which exceed 8%.

Ευχαριστίες

Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της παρούσας διπλωματικής εργασίας, κ. Κυριάκο Χ. Γιαννάκογλου, για την καθοδήγησή του και την υποστήριξή του, τόσο κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας όσο και κατά τη διάρκεια των προπτυχιακών μου σπουδών.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους διδάκτορες Ευάγγελο Παπουτσή και Νικόλαο Γαλανό, οι οποίοι συνέβαλαν σημαντικά με τις συμβουλές τους σε θέματα OpenFOAM.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω κάθε άνθρωπο που στάθηκε δίπλα μου, τόσο στα δύσκολα όσο και στα εύκολα, στο πέρασμα των χρόνων, καθώς και κάθε δάσκαλο ή καθηγητή που μου μεταλαμπάδευσε μέρος της γνώσης του.

Σας ευχαριστώ όλους από τα βάθη της καρδιάς μου.

Acknowledgements

First, I would like to express my sincere gratitude to the supervisor of this diploma thesis, Professor Kyriakos C. Giannakoglou, for his guidance and support, both during the preparation of this work and throughout my undergraduate studies.

I would also like to thank Dr. Evangelos Papoutsis and Dr. Nikolaos Galanos, who contributed significantly through their advice on OpenFOAM-related topics.

Finally, I would like to thank every person who stood by me, both in difficult and in easy times over the years, as well as every teacher or professor who shared a part of their knowledge with me.

I thank you all from the bottom of my heart.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
1.1	Μηχανισμοί Γένεσης Στροβιλισμού και Σχεδιαστικές Προκλήσεις	1
1.2	Διάταξη Υπολογιστικού Χωρίου	2
1.3	Σκοπός και Δομή της Εργασίας	6
2	Μαθηματική Περιγραφή της Ροής	7
2.1	Εξίσωση Διατήρησης Μάζας και Ορμής	7
2.2	Τυρβώδης Ροή και μοντέλο Spalart-Allmaras	8
2.3	Υπολογισμός Δυνάμεων	10
3	Το Συζυγές Πρόβλημα	11
3.1	Συνάρτηση Στόχου και Διαφορίση	12
3.2	Συνεχής Συζυγής Μέθοδος	12
4	Δημιουργία Γεωμετρίας των Μηχανισμών Γένεσης Στροβιλισμού	15
4.1	Εισαγωγή	15
4.2	Μεθοδολογία Γεωμετρικής Σύνθεσης του VG	16
4.3	Επιλογή αναλυτικών συναρτήσεων	20
4.3.1	Καμπύλη C_1	20
4.3.2	Καμπύλη C_2	21
4.3.3	Καμπύλη C_3	22
4.4	Τμηματική Προσέγγιση	23
4.4.1	Καμπύλη C_1	23
4.4.2	Καμπύλη C_2	24

4.4.3	Καμπύλη C_3	26
4.5	Παραμετροποίηση γεωμετρίας μέσω volumetric B-splines	26
4.6	Καμπύλες B-Splines	26
4.7	Χωρικές B-Splines	28
4.8	Εφαρμογή Παραμετροποίησης	30
5	Αποτελέσματα	32
5.1	Εισαγωγή	32
5.2	Άδεια Αεροσήραγγα	32
5.3	Περίπτωση 1	33
5.4	Περίπτωση 2	37
5.5	Περίπτωση 3	41
5.6	Περίπτωση 4	44
5.7	Περίπτωση 5	47
5.8	Περίπτωση 6	49
5.9	Περίπτωση 7	51
5.10	Τελικό VG	53
5.11	Συνολικά Αποτελέσματα	57
6	Ανακεφαλαίωση και Συμπεράσματα	59
	Βιβλιογραφία	63

1 Εισαγωγή

Η κατανόηση και ο έλεγχος της συμπεριφοράς της ροής γύρω από αεροδυναμικά σώματα αποτελεί ένα από τα βασικά ζητήματα της σύγχρονης αεροδυναμικής. Σε πολλές εφαρμογές της αεροναυπηγικής και της ενεργειακής τεχνολογίας, όπως σε πτέρυγες αεροσκαφών, ανεμογεννήτριες και αγωγούς ροής, η απόδοση ενός συστήματος επηρεάζεται σημαντικά από τη μορφή και τη δυναμική του οριακού στρώματος. Η εμφάνιση αποκόλλησης της ροής από την επιφάνεια ενός σώματος μπορεί να οδηγήσει σε αύξηση της οπισθέλκουσας, μείωση της άνωσης και γενικότερα σε υποβάθμιση της αεροδυναμικής απόδοσης. Για τον λόγο αυτό, η ανάπτυξη τεχνικών ελέγχου του οριακού στρώματος αποτελεί αντικείμενο εκτεταμένης έρευνας στη μηχανική των ρευστών [1] [6].

1.1 Μηχανισμοί Γένεσης Στροβιλισμού και Σχεδιαστικές Προκλήσεις

Μία από τις πιο διαδεδομένες παθητικές τεχνικές ελέγχου της ροής είναι η χρήση μηχανισμών γένεσης στροβιλισμού (Vortex Generators-VGs). Οι διατάξεις αυτές αποτελούν μικρά αεροδυναμικά στοιχεία που τοποθετούνται στην επιφάνεια ενός σώματος και έχουν ως σκοπό τη δημιουργία διαμήκων στροβίλων μέσα στο οριακό στρώμα. Οι στρόβιλοι αυτοί ενισχύουν την ανάμιξη της ροής και μεταφέρουν ρευστό υψηλής ορμής από τα εξωτερικά στρώματα προς την περιοχή κοντά στο τοίχωμα. Με τον τρόπο αυτό αυξάνεται η κινητική ενέργεια της ροής κοντά στην επιφάνεια, γεγονός που συμβάλλει στην καθυστέρηση και μείωση της αποκόλλησης της ροής και στη βελτίωση της συνολικής αεροδυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος.

Παρά την ευρεία χρήση των VGs σε διάφορες εφαρμογές, ο βέλτιστος σχεδιασμός τους παραμένει ένα σύνθετο πρόβλημα. Η γεωμετρία, η θέση τοποθέτησης και ο προσανατολισμός των VGs επηρεάζουν σημαντικά τη δομή των στροβίλων που δημιουργούνται και, κατά συνέπεια, τη συμπεριφορά του οριακού στρώματος. Η επιλογή των κατάλληλων γεωμετρικών χαρακτηριστικών απαιτεί συχνά την αξιολόγηση μεγάλου αριθμού πιθανών διαμορφώσεων, γεγονός που καθιστά απαραίτητη τη χρήση προηγμένων μεθόδων υπολογιστικής ανάλυσης και βελτιστοποίησης.

Η ανάπτυξη της Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (Computational Fluid Dynamics, CFD) έχει επιτρέψει την μελέτη της αλληλεπίδρασης μεταξύ της ροής και των αεροδυναμικών διατά-

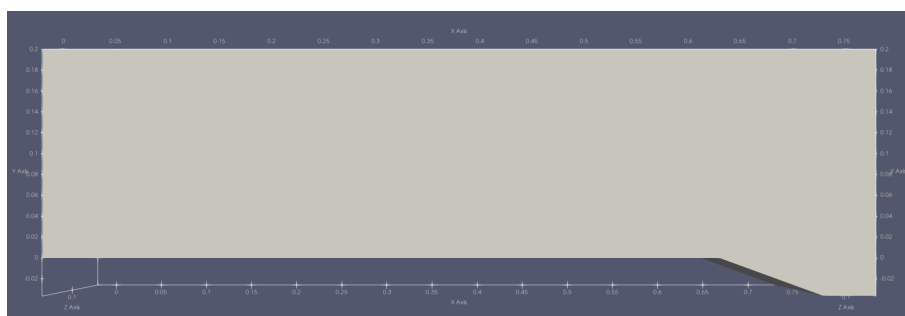
ξεων όπως τα VGs. Μέσω αριθμητικών προσομοιώσεων είναι δυνατή η λεπτομερής ανάλυση του πεδίου ροής, της κατανομής ταχύτητας και πίεσης, καθώς και της δομής των στροβίλων που δημιουργούνται. Παράλληλα, η χρήση τεχνικών βελτιστοποίησης επιτρέπει τον συστηματικό προσδιορισμό γεωμετρικών διαμορφώσεων που οδηγούν σε βελτιωμένη αεροδυναμική απόδοση.

Στο πλαίσιο αυτό, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι μέθοδοι βελτιστοποίησης που βασίζονται στη συζυγή (adjoint) μέθοδο. Οι μέθοδοι αυτές επιτρέπουν τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας μιας αεροδυναμικής ποσότητας ως προς μεγάλο αριθμό σχεδιαστικών παραμέτρων με υπολογιστικό κόστος που είναι ανεξάρτητο από τον αριθμό των μεταβλητών σχεδιασμού.

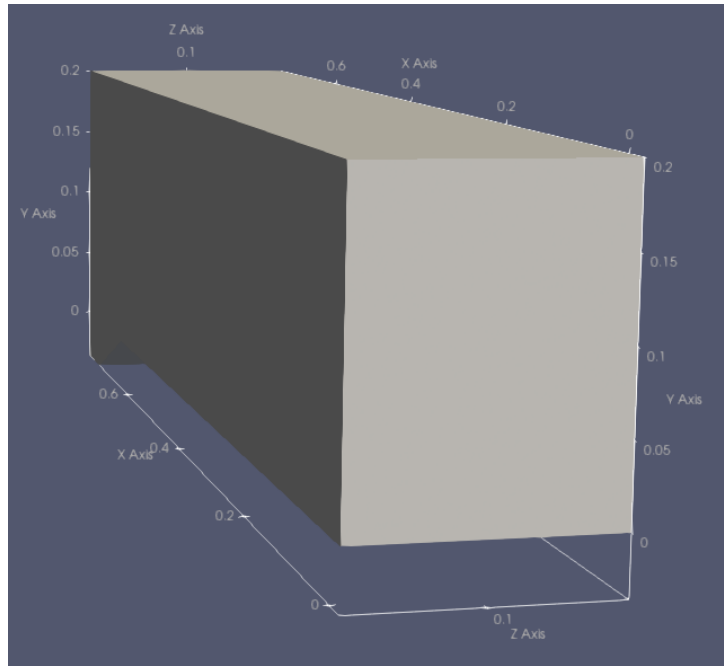
1.2 Διάταξη Υπολογιστικού Χωρίου

Σημαντική είναι η αναφορά της διάταξης, η οποία θα προσομοιαστεί με λογισμικό που έχει αναπτυχθεί στο περιβάλλον του OpenFOAM. Συγκεκριμένα, προσομοιάζεται η ροή μέσα σε μία αεροσήραγγα ορθογωνικής διατομής. Για να είναι έντονο το φαινόμενο της αποκόλλησης, το κάτω τοίχωμα της αεροσήραγγας εμφανίζει μία κλίση 20 deg από τον οριζόντιο άξονα. Με αυτόν τον τρόπο, η ροή συναντά μπροστά της μεγαλύτερη πίεση που οδηγεί σε αύξηση του φαινομένου της αποκόλλησης.

Οι διαστάσεις της αεροσήραγγας είναι [0.7800, 0.2364, 0.1600] m μήκος, ύψος και πλάτος αντίστοιχα.

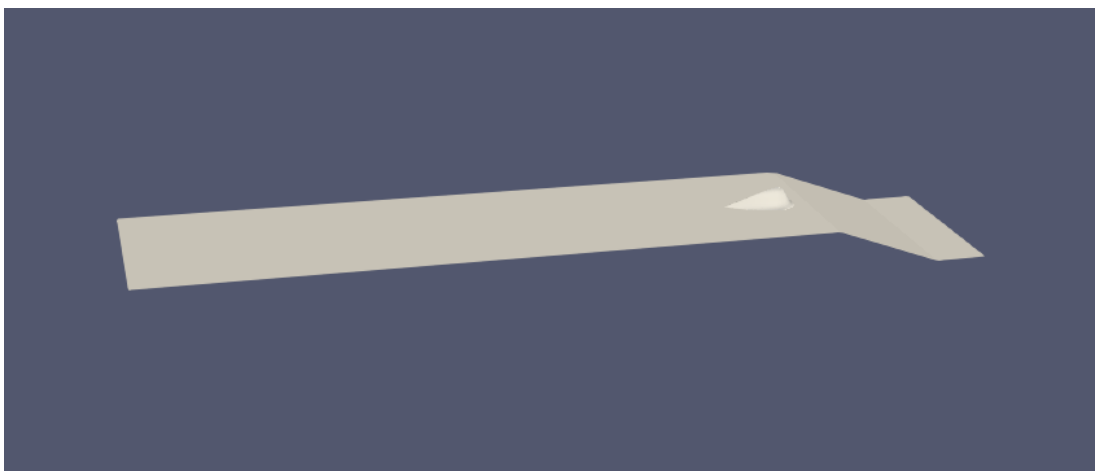


Σχήμα 1: Πλαϊνή όψη αεροσήραγγας.

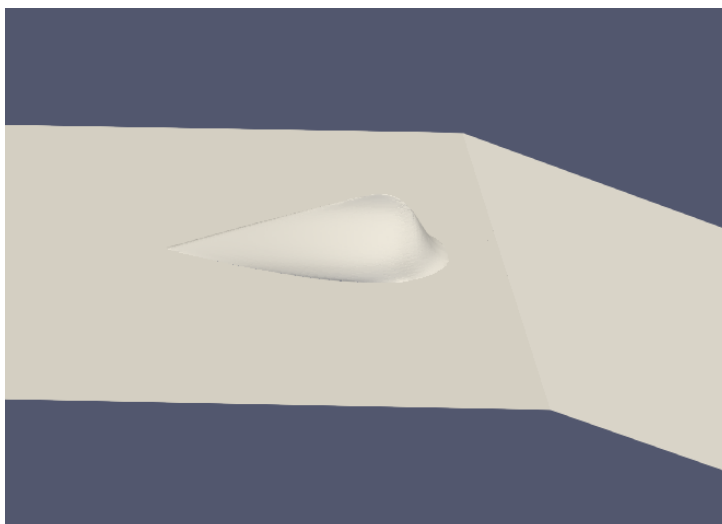


Σχήμα 2: Μπροστινή όψη αεροσήραγγας.

Ως προς τα σταθερά μεγέθη της ροής, η ταχύτητα είναι $u_{in} = 4 \text{ m/s}$, το κινηματικό ιξώδες είναι $\nu = 1.388 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, και ο αριθμός Reynolds υπολογίζεται ως $Re = 5.71 \times 10^4$. Αξια αναφοράς είναι και η επιλογή της θέσης του VG. Συγκεκριμένα, πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στην περιοχή αποκόλλησης έτσι ώστε οι παραγόμενοι στρόβιλοι να μπορούν να αναμείξουν το οριακό στρώμα. Βέβαια, αν βρίσκεται πολύ κοντά η ροή αποκόλλεται λόγω της ύπαρξης του VG και, μετέπειτα, δεν δύναται να επανακολληθεί. Επιλέχθηκε να γίνει τοποθέτηση του κέντρου των VG στην θέση $[0.5817, 0, 0.0800] \text{ m}$.



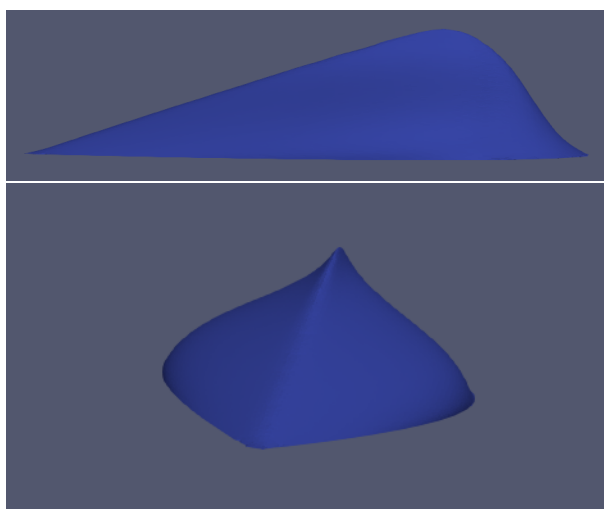
Σχήμα 3: Πλαϊνή όψη διάταξης.



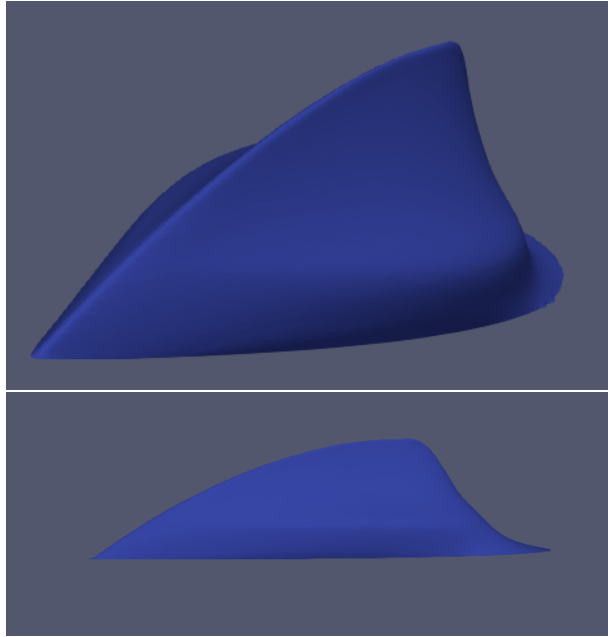
Σχήμα 4: Θέση του VG.

Επίσης σημαντική είναι και η αναφορά στο μέγεθος των VG. Συγκεκριμένα, θα δημιουργηθεί ένα αρχικό VG πάνω στο οποίο θα γίνουν αλλαγές στις διάφορες διαστάσεις του. Με αυτόν τον τρόπο δύναται να εξεταστεί πως κάθε διάσταση επηρεάζει την τιμή του συντελεστή οπισθέλκουσας. Το ύψος του είναι $h = 0.0155$ m, το μήκος του $L = 0.070$ m και το μέγιστο πλάτος του $W = 0.0343$ m. Με αυτόν τον τρόπο, κατά τη σύγκριση των αποτελεσμάτων, η διαφορά στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης θα συνδέεται και με αλλαγή στην εκάστοτε διάσταση.

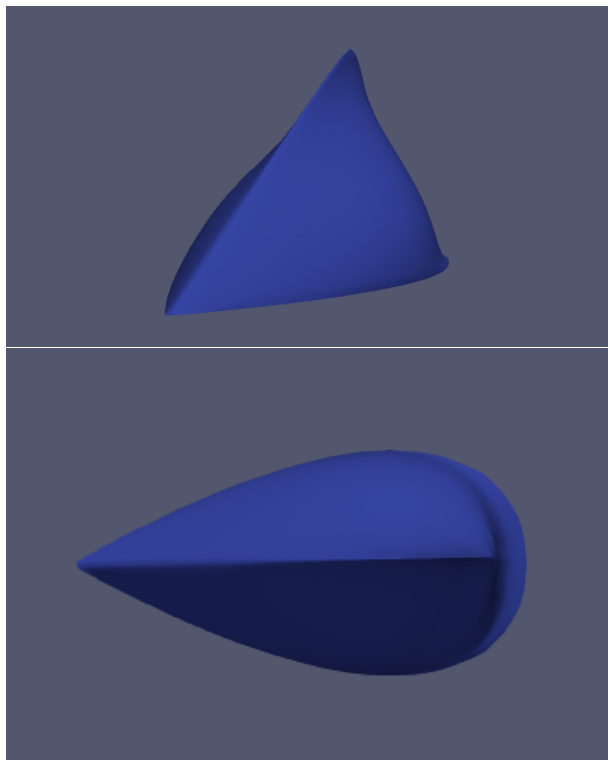
Ενδεικτικά, στα σχήματα 5,6 και 7, παρουσιάζονται μερικές γεωμετρίες VGs οι οποίες εξετάζονται στην εργασία.



Σχήμα 5: VG περίπτωσης 3.



Σχήμα 6: VG περίπτωσης 4.



Σχήμα 7: VG περίπτωσης 6.

1.3 Σκοπός και Δομή της Εργασίας

Στην εργασία μελετάται η επίδραση των VGs στη συμπεριφορά της ροής και εξετάζεται η δυνατότητα βελτιστοποίησης της γεωμετρίας τους μέσω αριθμητικών μεθόδων. Σκοπός της εργασίας είναι η διερεύνηση των βασικών φυσικών μηχανισμών μέσω των οποίων τα VGs επηρεάζουν το οριακό στρώμα, καθώς και η αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας διαφορετικών γεωμετρικών διαμορφώσεων. Επιπλέον, αναλύεται η διαδικασία κατασκευής VGs μέσω αναλυτικών συναρτήσεων.

Η δομή της εργασίας οργανώνεται ως εξής:

- Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται το θεωρητικό μαθηματικό υπόβαθρο που αφορά τις εξισώσεις που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση και επίλυση της ροής.
- Στο κεφάλαιο 3 ακολουθεί η περιγραφή συζυγούς προβλήματος.
- Στο κεφάλαιο 4 γίνεται επεξήγηση των μεθόδων δημιουργίας των γεωμετριών των VGs και παραμετροποίησης.
- Τέλος, στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των υπολογιστικών πειραμάτων, ενώ στο κεφάλαιο 6 συνοψίζονται τα κύρια συμπεράσματα της εργασίας.

2 Μαθηματική Περιγραφή της Ροής

Η μελέτη της κίνησης των ρευστών βασίζεται στις εξισώσεις Navier-Stokes, οι οποίες αποτελούν το θεμελιώδες μαθηματικό μοντέλο για την περιγραφή της δυναμικής των ρευστών. Οι εξισώσεις αυτές προκύπτουν από την εφαρμογή των βασικών αρχών διατήρησης της φυσικής, συγκεκριμένα της διατήρησης της μάζας και της ορμής, σε ένα στοιχειώδες στοιχείο ρευστού [2] [5].

2.1 Εξίσωση Διατήρησης Μάζας και Ορμής

Η εξίσωση συνέχειας εκφράζει την αρχή διατήρησης της μάζας, σύμφωνα με την οποία η μάζα δεν μπορεί να δημιουργηθεί ούτε να καταστραφεί μέσα σε ένα σύστημα [6]. Για την περίπτωση ασυμπίεστου ρευστού, η πυκνότητα θεωρείται σταθερή και συνεπώς η εξίσωση απλοποιείται στη μορφή[9]:

$$R^p = -\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

Η εξίσωση ορμής προκύπτει από την εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα σε ένα στοιχειώδες στοιχείο ρευστού. Σύμφωνα με τον νόμο αυτό, η μεταβολή της ορμής είναι ίση με το άθροισμα των δυνάμεων που ασκούνται στο στοιχείο αυτό [2].

Για χρονικά μόνιμη ασυμπίεστη ροή, οι εξισώσεις Navier-Stokes γράφονται:

$$R_i^v = \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0$$

όπου p είναι η πίεση του ρευστού διαιρεμένη με τη σταθερή πυκνότητά του, v_i είναι οι καρτεσιανές συνιστώσες της ταχύτητας, και $\tau_{ij} = (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ είναι ο τανυστής τάσεων. Τα ν και ν_t συμβολίζουν τη μοριακή και τυρβώδη συνεκτικότητα.

Η μη-γραμμικότητα των εξισώσεων Navier-Stokes καθιστά την άμεση επίλυσή τους ιδιαίτερα απαιτητική από υπολογιστικής άποψης.

2.2 Τυρβώδης Ροή και μοντέλο Spalart-Allmaras

Η τυρβώδης ροή χαρακτηρίζεται από έντονες χωρικές και χρονικές διακυμάνσεις της ταχύτητας. Οι διακυμάνσεις αυτές δημιουργούν στροβιλισμούς διαφορετικών κλιμάκων, οι οποίοι συμβάλλουν στην έντονη ανάμιξη της ροής και στην αυξημένη μεταφορά ορμής και ενέργειας [3].

Η προσομοίωση τυρβώδους ροής μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω διαφορετικών αριθμητικών προσεγγίσεων. Η άμεση αριθμητική προσομοίωση (Direct Numerical Simulation - DNS) επιλύει άμεσα όλες τις κλίμακες της τύρβης, ωστόσο απαιτεί εξαιρετικά υψηλούς υπολογιστικούς πόρους [5]. Η μέθοδος Large Eddy Simulation (LES) επιλύει τις μεγαλύτερες κλίμακες της ροής ενώ οι μικρότερες μοντελοποιούνται. Στις περισσότερες εφαρμογές Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής χρησιμοποιείται η αριθμητική επίλυση των Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) εξισώσεων, η οποία υπολογίζει το χρονικά μέσο πεδίο ροής.

Για τον υπολογισμό της τυρβώδους συνεκτικότητας έχουν αναπτυχθεί διάφορα μοντέλα τύρβης τα οποία χωρίζονται σε αλγεβρικά μοντέλα, μοντέλα μιας εξίσωσης και μοντέλα δύο εξισώσεων [4]. Το μοντέλο Spalart-Allmaras αποτελεί μοντέλο μιας εξίσωσης που χρησιμοποιείται ευρέως σε προβλήματα εξωτερικής αεροδυναμικής και βασίζεται στην επίλυση της εξίσωσης [7].

$$R^{\tilde{\nu}} = \frac{\partial(\nu_j \tilde{\nu})}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu + \tilde{\nu}}{\sigma} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) - \frac{c_{b2}}{\sigma} \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \right)^2 - \tilde{\nu} (P(\tilde{\nu}, y_e) - D(\tilde{\nu}, y_e)) = 0$$

Η εξίσωση λύνεται για τον υπολογισμό του $\tilde{\nu}$. Οι όροι παραγωγής και απόσβεσης του μοντέλου τύρβης δίνονται από:

$$P(y, \tilde{\nu}) = c_{b1} \tilde{S}, \quad D(y, \tilde{\nu}) = c_{w1} f_w \frac{\tilde{\nu}}{y^2}$$

ενώ οι συναρτήσεις του μοντέλου τύρβης δίνονται ως:

$$\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}$$

$$\tilde{S} = S + \frac{f_{v2} \tilde{\nu}}{\kappa^2 y^2}$$

$$S = \sqrt{2} \left\| \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) \right\|$$

$$f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6}$$

$$g = r + c_{w2}(r^6 - r), \quad r = \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} \kappa^2 y^2}$$

όπου y είναι η απόσταση του υπόψη σημείου από τα πλησιέστερα τοιχώματα. Οι σταθερές του μοντέλου τύρβης είναι: $c_{b1} = 0.1355$, $c_{b2} = 0.622$, $\sigma = \frac{2}{3}$, $\kappa = 0.41$, $c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1+c_{b2}}{\sigma}$, $c_{w2} = 0.3$, $c_{w3} = 2$, $c_{v1} = 7.1$.

Η τυρβώδης κινηματική συνεκτικότητα εκφράζεται ως:

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}$$

Επίσης, σύμφωνα με τις συναρτήσεις τοίχου κατά μήκος των στερεών τοιχωμάτων προκύπτει:

$$\nu_t = \frac{u_t^2}{\left| \frac{\partial v_i}{\partial x_j} n_j \right|} - \nu$$

Επίσης οι όροι αδιάστατης απόστασης και ταχύτητας υπολογίζονται σύμφωνα:

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}, \quad u^+ = \frac{\|u_i\|}{u_\tau}$$

όπου σύμφωνα με τον τύπο του Spalding:

$$y^+ = u^+ + \frac{1}{\kappa} \left[e^{\kappa u^+} - 1 - \kappa u^+ - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa u^+)^3}{6} \right]$$

Για την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος πρέπει να οριστούν και οι οριακές συνθήκες του προβλήματος, οι οποίες δίνονται στον Πίνακα 1.

	Είσοδος	Έξοδος	Τοιχώματα	VG
p	$\frac{\partial p}{\partial x_j} n_j = 0$	$p = 0$	$\frac{\partial p}{\partial x_j} n_j = 0$	$\frac{\partial p}{\partial x_j} n_j = 0$
u_i	$u_i = u_{in} n_i$	$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} n_j = 0$	$u_i = 0$	$u_i = 0$
$\tilde{v}$	$\tilde{v} = \tilde{v}_{in}$	$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} n_j = 0$	$\tilde{v} = 0$	$\tilde{v} = 0$
v_t	$v_t = v_{t,in}$	$\frac{\partial v_t}{\partial x_j} n_j = 0$	Συνάρτηση Τοίχου	Συνάρτηση Τοίχου

Πίνακας 1: Συνολικές οριακές συνθήκες

Στα τοιχώματα εντάσσονται τα δύο πλαϊνά στερεά τοιχώματα, το άνω στερεό τοίχωμα και το κάτω στερεό τοίχωμα (ευθείο και κεκλιμένο).

2.3 Υπολογισμός Δυνάμεων

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα οφείλονται στην κατανομή πίεσης και στις διατμητικές τάσεις. Η συνισταμένη δύναμη υπολογίζεται ως:

$$F = \int_S p n ds - \int_S \tau_{ij} n_j ds$$

όπου:

- n : μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα στην επιφάνεια
- τ_{ij} : τανυστής διατμητικών τάσεων

Η συνιστώσα της δύναμης που ενδιαφέρει τη διπλωματική αυτή εργασία είναι η οπισθέλκουσα μιας και στην ουσία αποτελεί η μείωση της τον στόχο της βελτιστοποίησης, όπως θα αναφερθεί και παρακάτω. Η σχέση που τη δίνει είναι η:

$$C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2} \rho U^2 A}$$

3 Το Συζυγές Πρόβλημα

Στα περισσότερα προβλήματα βελτιστοποίησης επιδιώκεται η εύρεση της ελάχιστης ή μέγιστης τιμής μιας συνάρτησης στο χώρο σχεδιασμού. Ο χώρος αυτός ορίζεται από το διάνυσμα μεταβλητών σχεδιασμού b , το οποίο περιλαμβάνει N παραμέτρους. Η συνάρτηση που πρόκειται να βελτιστοποιηθεί ονομάζεται συνάρτηση-στόχος F .

Στην περίπτωση που υπάρχει μία μόνο συνάρτηση στόχος, το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως μονοκριτηριακό (Single Objective Optimization - SOO).

Εδώ χρησιμοποιείται η συνεχής συζυγής μέθοδος για τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας. Ο όρος συνεχής αναφέρεται στο γεγονός ότι η γραμμικοποίηση των εξισώσεων ροής και της συνάρτησης στόχου πραγματοποιείται πριν τη διακριτοποίηση, με αποτέλεσμα την παραγωγή συζυγών εξισώσεων υπό μορφή μερικών διαφορικών εξισώσεων.

Η συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση ορίζεται ως

$$F = F(U(b), b) = C_d(U(b), b), \quad b \in \mathbb{R}^N \quad (5.1)$$

$$b = (b_1, b_2, \dots, b_N) \quad (5.2)$$

όπου U είναι το διάνυσμα των μεταβλητών ροής που προκύπτουν από την επίλυση του πρωτεύοντος προβλήματος. Οι μεταβλητές αυτές περιλαμβάνουν κυρίως τα πεδία πίεσης και ταχύτητας.

Οι μεταβλητές ροής εξαρτώνται από τη γεωμετρία του προβλήματος και συνεπώς από τις μεταβλητές σχεδιασμού b , γεγονός που οδηγεί στη σχέση

$$\vec{U} = U(\vec{b})$$

Η διαδικασία βελτιστοποίησης περιλαμβάνει τον υπολογισμό της συνάρτησης στόχου, την επίλυση του συζυγούς προβλήματος καθώς και τον υπολογισμό των παραγώγων ευαισθησίας.

3.1 Συνάρτηση Στόχου και Διαφόριση

Σε περιπτώσεις όπου η συνάρτηση στόχου ορίζεται μέσω επιφανειακών ολοκληρωμάτων, η γενική μορφή της μπορεί να γραφτεί ως:

$$F = \int_S F_S dS \quad (5.7)$$

Η παράγωγος της συνάρτησης στόχου ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού είναι:

$$\frac{\delta F}{\delta b_n} = \frac{\delta}{\delta b_n} \int_S F_S dS \quad (5.8)$$

Ως στόχος τίθεται η μείωση της δύναμης οπισθέλκουσας διατυπωμένου στη μορφή του συντελεστή οπισθέλκουσας. Η δύναμη F υπολογίζεται στην επιφάνεια S_W , δηλαδή στο κεκλιμμένο επίπεδο, σύμφωνα με τη σχέση:

$$F = \frac{1}{2\rho A U_\infty^2} \int_{S_W} \rho (-\tau_{ij} n_j + p n_i) r_i dS \quad (5.14)$$

όπου τ_{ij} είναι τα στοιχεία του τανυστή τάσης και p η πίεση διαιρεμένη με την πυκνότητα του ρευστού ρ . Το διάνυσμα r καθορίζει την κατεύθυνση στην οποία προβάλλεται η δύναμη, A είναι η μετωπική επιφάνεια και U_∞ το μέτρο της ταχύτητας ροής [12].

3.2 Συνεχής Συζυγής Μέθοδος

Καθώς γίνεται χρήση του μοντέλου τύρβης Spalart-Allmaras πρέπει να γίνει και η εισαγωγή του στην επαυξημένη συνάρτηση στόχου:

$$F_{\text{aug}} = F + \int_\Omega u_i R_i^v d\Omega + \int_\Omega q R^p d\Omega + \int_\Omega \tilde{\nu}_a R^{\tilde{\nu}} d\Omega$$

όπου τα R^p , R_i^u και $R^{\tilde{\nu}}$ είναι οι εξισώσεις που αναφέρονται στο κεφάλαιο [2.1]. Με την διαφορίση κατά τις μεταβλητές σχεδιασμού:

$$\begin{aligned}\frac{\delta F_{\text{aug}}}{\delta b_n} &= \frac{\delta F}{\delta b_n} + \int_{\Omega} u_i \frac{\partial R_i^v}{\partial b_n} d\Omega + \int_{\Omega} q \frac{\partial R^p}{\partial b_n} d\Omega + \int_{\Omega} \tilde{v}_a \frac{\partial R^{\tilde{v}}}{\partial b_n} d\Omega \\ &+ \int_{S_{W_p}} \left(u_i R_i^v + q R^p + \tilde{v}_a R^{\tilde{v}} \right) n_k \frac{\delta x_k}{\delta b_n} dS\end{aligned}$$

Επίσης, δίνονται και οι συζυγείς εξισώσεις συνέχειας μάζας και ορμής, καθώς και του μοντέλου Spalart-Allmaras [11].

$$R^p = -\frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \dot{F}_{\Omega}^p = 0$$

$$\begin{aligned}R_i^u &= u_j \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{\partial(v_j u_i)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial q}{\partial x_i} + \dot{F}_{\Omega,i}^v \\ &+ \tilde{v}_a \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\tilde{v}_a \tilde{v} \frac{C_Y}{Y} e_{mjk} \frac{\partial v_k}{\partial x_j} e_{mli} \right) = 0, \quad i = 1, 2, 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R^{\tilde{v}_a} &= -\frac{\partial(v_j \tilde{v}_a)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right) \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \tilde{v}_a}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} + 2 \frac{c_{b2}}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tilde{v}_a \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right) \\ &+ \tilde{v}_a \tilde{v} C_{\tilde{v}} + \frac{\partial_t}{\partial \tilde{v}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + (-P + D) \tilde{v}_a + \dot{F}_{\Omega}^v = 0\end{aligned}$$

Τέλος, δίνεται και η τελική μορφή της διαφοροποιημένης επαυξημένης συνάρτησης στόχου [8].

$$\begin{aligned}\frac{\delta F_{\text{aug}}}{\delta b_n} &= \int_S BC_i^u \frac{\partial v_i}{\partial b_n} dS + \int_S \left(u_j n_j + \frac{\partial F_{S_i}}{\partial p} n_i + \dot{F}_S^p \right) \frac{\partial p}{\partial b_n} dS + \int_S BC^{\tilde{v}_a} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial b_n} dS \\ &+ \int_S \left(-u_i n_j + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial \tau_{ij}} n_k \right) \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial b_n} dS - \int_S \tilde{v}_a \left(\nu + \frac{\tilde{v}}{\sigma} \right) \frac{\partial}{\partial b_n} \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right) n_j dS \\ &+ \int_{S_{W_p}} n_i \frac{\partial F_{S_{W_p,i}}}{\partial x_m} n_m \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{S_{W_p}} F_{S_{W_p,i}} \frac{\delta n_i}{\delta b_n} dS + \int_{S_{W_p}} F_{S_{W_p,i}} n_i \frac{\delta(dS)}{\delta b_n} \\ &+ \int_{S_{W_p}} \left(u_i R_i^v + q R^p + \tilde{v}_a R^{\tilde{v}} + F_{\Omega} \right) \frac{\delta x_k}{\delta b_n} n_k dS + \int_{\Omega} \tilde{v} \tilde{v}_a C_{\Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial b_n} d\Omega\end{aligned}$$

όπου:

$$\begin{aligned} \mathcal{BC}_i^u &= u_i v_j n_j + (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j - q n_i + \tilde{\nu}_a \tilde{\nu} \frac{C_Y}{Y} e_{mjk} \frac{\partial v_k}{\partial x_j} e_{mli} n_l \\ &\quad + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial v_i} n_k + \acute{F}_{S,i}^\nu \end{aligned}$$

$$\mathcal{BC}^{\tilde{\nu}_a} = \tilde{\nu}_a v_j n_j + \left(\nu + \frac{\tilde{\nu}}{\sigma} \right) \frac{\partial \tilde{\nu}_a}{\partial x_j} n_j - \frac{\tilde{\nu}_a}{\sigma} (1 + 2c_{b_2}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} n_j + \frac{\partial F_{S_k}}{\partial \tilde{\nu}} n_k + \acute{F}_S^{\tilde{\nu}}$$

Αξίζει να σημειωθεί, μιας και έχουν δοθεί οι εξισώσεις του συζυγούς προβλήματος, ότι σημαντικό πλεονέκτημα της συζυγούς μεθόδου είναι η ικανότητα της να κάνει το κόστος της εύρεσης των παραγώγων ευαισθησίας ανεξάρτητο από τον αριθμό των μεταβλητών σχεδιασμού. Ουσιαστικά, απαιτείται μία μόνο επίλυση του πρωτεύοντος και μία του συζυγούς προβλήματος, γεγονός που την καθιστά εξαιρετικά αποδοτική για προβλήματα με πολλές μεταβλητές σχεδιασμού.

4 Δημιουργία Γεωμετρίας των Μηχανισμών Γένεσης Στροβιλισμού

4.1 Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο αναλύεται ο τρόπος με τον οποίο δημιουργήθηκε το VG των περιπτώσεων 3 και 4. Η βασική λογική του κώδικα που αναπτύχθηκε σε γλώσσα Python ήταν η δημιουργία ενός τριδιάστατου σχήματος το οποίο να προσομοιάζει μορφολογικά τα VGs που χρησιμοποιούνται συνήθως.

Ένας συνηθισμένος τρόπος δημιουργίας αεροδυναμικών σχημάτων είναι η χρήση καμπυλών Bezier. Μέσω αυτών είναι δυνατό να ελεγχθεί η μορφή ενός σχήματος με μεγάλη λεπτομέρεια χρησιμοποιώντας περιορισμένο αριθμό σημείων ελέγχου. Επιπλέον, οι καμπύλες Bezier παρέχουν μια μαθηματική συνάρτηση που περιγράφει το σχήμα και είναι εύκολα παραγωγίσιμη.

Παρόλα αυτά, στη διπλωματική αυτή εργασία έγινε προσπάθεια η δημιουργία να πραγματοποιηθεί εξ ολοκλήρου μέσω αναλυτικών συναρτήσεων. Η επιλογή αυτή προσφέρει έναν απλό και ταυτόχρονα αποτελεσματικό τρόπο μοντελοποίησης ενός VG. Εκτός αυτού, δεδομένου ότι υπάρχει πλήρης γνώση των αναλυτικών συναρτήσεων που χρησιμοποιούνται, είναι εύκολη η εύρεση των παραγώγων τους, οι οποίες είναι απαραίτητες για διαδικασίες βελτιστοποίησης με συζυγείς μεθόδους.

Επιπλέον, η χρήση αναλυτικών συναρτήσεων παρέχει μεγάλη ευελιξία στον καθορισμό σημείων ελέγχου. Για παράδειγμα, σε μια εκθετική συνάρτηση μπορούν να εισαχθούν σημεία ελέγχου τόσο στον εκθέτη όσο και ως πολλαπλασιαστικοί παράγοντες. Με αυτόν τον τρόπο, είναι δυνατό να δημιουργηθεί μεγάλη ποικιλία σχημάτων, όπου κάθε μεταβολή των σημείων ελέγχου έχει μια προβλέψιμη επίδραση στο τελικό σχήμα. Για τους παραπάνω λόγους, επιλέχθηκε η χρήση αναλυτικών συναρτήσεων για τη δημιουργία του VG.

4.2 Μεθοδολογία Γεωμετρικής Σύνθεσης του VG

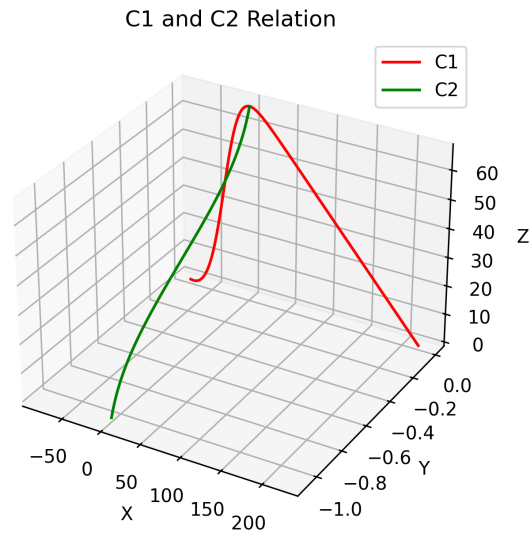
Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται η προσέγγιση που ακολουθήθηκε για τη δημιουργία του VG. Η γεωμετρία του σχήματος βασίζεται στη χρήση τριών καμπυλών. Κάθε καμπύλη έχει σταθερή τιμή ως προς έναν άξονα και αναπτύσσεται στους άλλους δύο.

Συγκεκριμένα:

- Η καμπύλη C_1 είναι σταθερή ως προς τον άξονα y και αναπτύσσεται στο επίπεδο xz .
- Η καμπύλη C_2 είναι σταθερή ως προς τον άξονα x και αναπτύσσεται στο επίπεδο yz .
- Η καμπύλη C_3 είναι σταθερή ως προς τον άξονα z αναπτύσσεται στο επίπεδο xy .

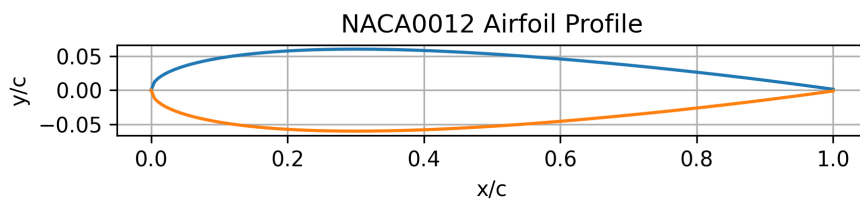
Κάθε καμπύλη ορίζει μία βασική διάσταση του σχήματος. Η καμπύλη C_1 καθορίζει το ύψος του σχήματος για κάθε τιμή του x , ενώ η καμπύλη C_2 καθορίζει το πάχος του. Με άλλα λόγια, κάθε καμπύλη προσφέρει την όψη του σχήματος σε ένα συγκεκριμένο επίπεδο.

Μέσω της ένωσης των καμπυλών μπορεί να δημιουργηθεί η τριδιάστατη γεωμετρία του. Για να επιτευχθεί αυτό, πρέπει να οριστούν οι σχέσεις μεταξύ των καμπυλών. Δεδομένου ότι η καμπύλη C_1 καθορίζει το ύψος του σχήματος, πρέπει να έχει κοινό μέγιστο σημείο με την C_2 ως προς τον άξονα z . Επιπλέον, σημαντικός περιορισμός είναι ότι τα κατώτερα σημεία των δύο καμπυλών πρέπει επίσης να έχουν την ίδια τιμή στον z . Με τον τρόπο αυτό ορίζεται η σχέση μεταξύ των C_1 και C_2 .



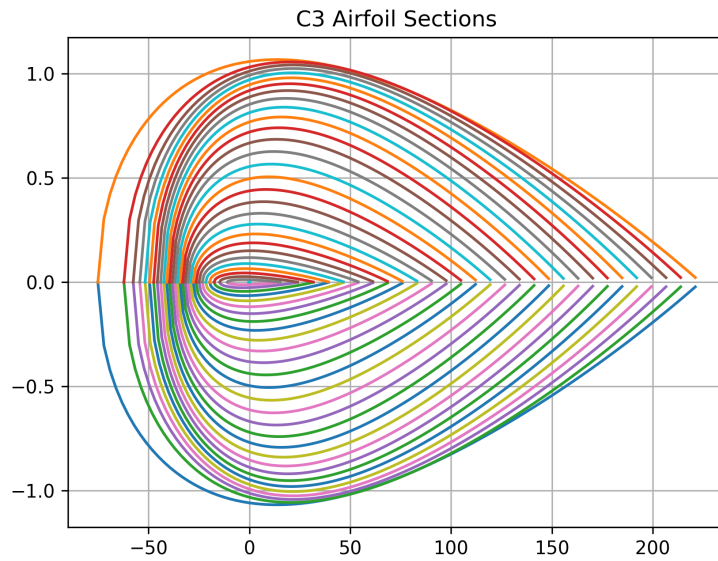
Σχήμα 8: Γεωμετρική σχέση μεταξύ των καμπυλών C_1 και C_2 . Οι δύο καμπύλες έχουν κοινό μέγιστο ως προς τον άξονα z . Το σχήμα είναι χωρίς κοινή κλίμακα στους 3 άξονες.

Η καμπύλη C_3 ορίζει την κάτοψη του σχήματος και επιλέχθηκε έτσι ώστε να προσομοιάζει τη μορφή μίας αεροτομής τύπου NACA0012. Η καμπύλη αυτή πρέπει να τέμνεται με τις άλλες δύο ώστε να προκύψει ένα κλειστό τριδιάστατο σχήμα.



Σχήμα 9: Γεωμετρία της αεροτομής NACA0012 που χρησιμοποιείται για την καμπύλη C_3 . Το σχήμα είναι χωρίς κοινή κλίμακα στους 3 άξονες.

Σε αντίθεση με τις άλλες δύο καμπύλες, η C_3 δεν χρησιμοποιείται μία μόνο φορά αλλά πολλές φορές, ώστε να δημιουργηθεί όγκος στο τελικό σχήμα. Με αυτόν τον τρόπο καθορίζεται και το πλήθος των σημείων του VG που θα χρησιμοποιηθούν για τη δημιουργία του αρχείου STL, το οποίο στη συνέχεια εισάγεται στο περιβάλλον του OpenFOAM.

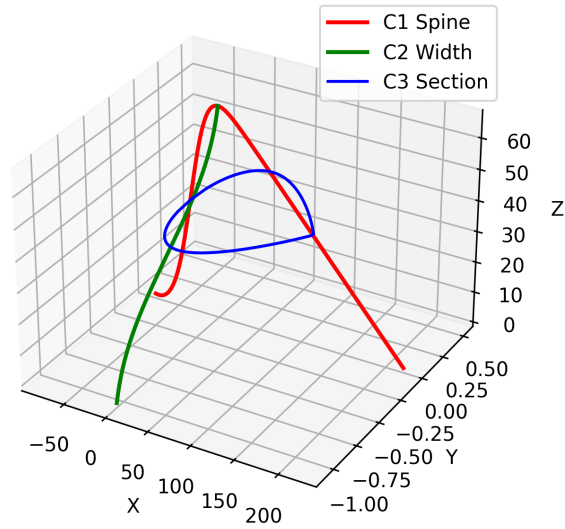


Σχήμα 10: Πολλαπλές τομές της καμπύλης C_3 κατά μήκος του άξονα z που δημιουργούν τον όγκο του σχήματος. Το σχήμα είναι χωρίς κοινή κλίμακα στους 3 άξονες.

Για κάθε καμπύλη C_3 ισχύουν οι ίδιες γεωμετρικές σχέσεις με τις άλλες δύο καμπύλες. Συγκεκριμένα, το πρώτο και το τελευταίο σημείο της ως προς τον άξονα x πρέπει να τέμνει την καμπύλη C_1 , ενώ τα μέγιστα και ελάχιστα σημεία ως προς τον άξονα y πρέπει να τέμνουν την καμπύλη C_2 .

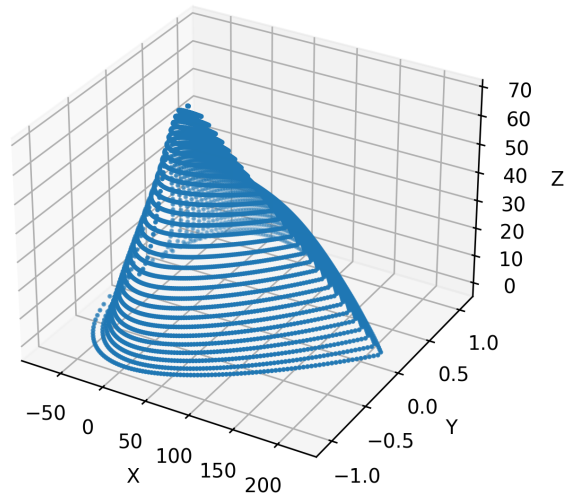
Με τις παραπάνω σχέσεις καθίσταται σαφής ο ρόλος κάθε καμπύλης. Η καμπύλη C_1 καθορίζει το ύψος και το μήκος του VG, ενώ η καμπύλη C_2 καθορίζει το πάχος του. Με τον τρόπο αυτό κάθε αναλυτική συνάρτηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή της εκάστοτε καμπύλης και, μέσω κατάλληλης κλιμάκωσης (scaling), να δημιουργηθεί μεγάλος αριθμός διαφορετικών γεωμετριών.

Geometric Relation of C1, C2 and C3



Σχήμα 11: Συνδυασμός των καμπυλών C_1 , C_2 και μιας τομής C_3 που ορίζει τη γεωμετρική σχέση των τριών συναρτήσεων. Το σχήμα είναι χωρίς κοινή κλίμακα στους 3 άξονες.

Generated Vortex Generator Geometry



Σχήμα 12: Τελική τριδιάστατη γεωμετρία ενός VG που προκύπτει από την ένωση των καμπυλών C_1 , C_2 και των επαναλαμβανόμενων τομών C_3 . Το σχήμα είναι χωρίς κοινή κλίμακα στους 3 άξονες.

4.3 Επιλογή αναλυτικών συναρτήσεων

Για την επιλογή των συναρτήσεων υπάρχουν δύο βασικές προσεγγίσεις. Η πρώτη προσέγγιση είναι κάθε καμπύλη να περιγράφεται από μία μόνο αναλυτική συνάρτηση. Η δεύτερη προσέγγιση είναι κάθε καμπύλη να αποτελείται από τμηματικές συναρτήσεις ή από μία συνάρτηση με διαφορετικούς κλάδους. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν και οι δύο προσεγγίσεις. Στο παρακάτω κεφάλαιο θα αναλυθεί η χρήση μοναδικής αναλυτικής συνάρτησης και, μετέπειτα, θα παρουσιαστεί και η προσέγγιση των τμηματικών συναρτήσεων.

4.3.1 Καμπύλη C_1

Σκοπός της καμπύλης C_1 είναι η δημιουργία ενός σχήματος που θυμίζει πτερύγιο (fin). Για τον λόγο αυτό επιλέχθηκε μία εκθετική συνάρτηση, η οποία επιτρέπει την ομαλή άνοδο της καμπύλης και την απότομη πτώση της κατά μήκος του άξονα x .

Η μορφή της συνάρτησης είναι:

$$y(x) = \frac{L}{(1 + e^{-k(x-x_0)})^v}$$

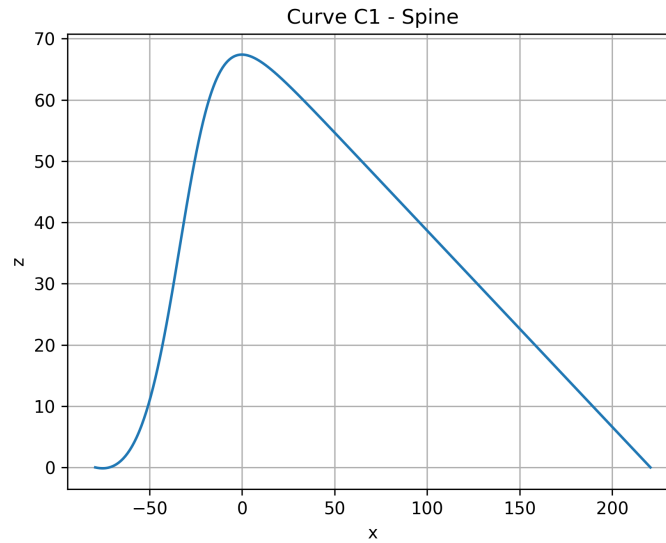
Τα σημεία ελέγχου της καμπύλης είναι τα μεγέθη:

$$(L, x_0, k, v, x_{start}, x_{end})$$

όπου:

- L το μέγιστο ύψος της καμπύλης.
- x_0 το κέντρο της.
- k παράμετρος που ελέγχει την κλίση.
- v παράμετρος μορφής.
- x_{start}, x_{end} τα όρια του πεδίου ορισμού.

Η καμπύλη C_1 έχει τη μεγαλύτερη επιρροή στο τελικό σχήμα του VG, καθώς καθορίζει σε μεγάλο βαθμό τη συνολική μορφή του.



Σχήμα 13: Καμπύλη C_1 εκτός κλίμακας.

4.3.2 Καμπύλη C_2

Η καμπύλη C_2 χρησιμοποιείται για τη δημιουργία μιας ομαλής μετωπικής επιφάνειας με επαρκές πάχος. Για τον σκοπό αυτό επιλέχθηκε μία σιγμοειδής συνάρτηση:

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-k(z-z_0)}}$$

Η τελική μορφή της καμπύλης είναι:

$$w(z) = a \frac{\sigma(z) - w_0}{1 - w_0}$$

όπου

$$w_0 = \frac{1}{1 + e^{kz_0}}$$

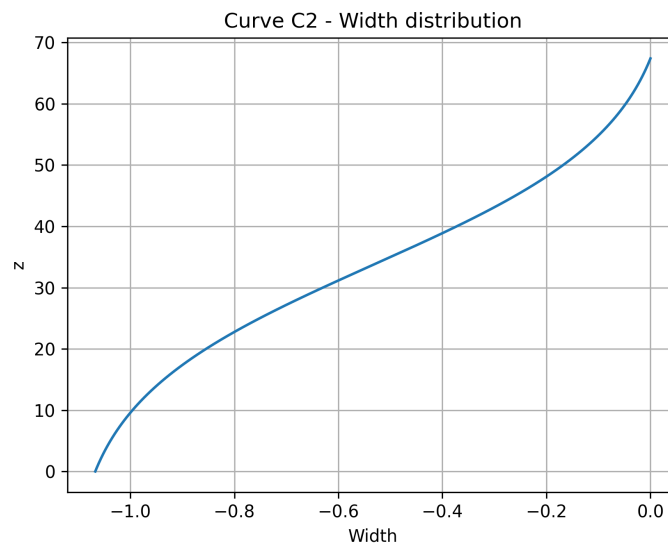
Τα σημεία ελέγχου της καμπύλης είναι:

$$(a, k, z_0)$$

όπου:

- a καθορίζει το μέγεθος της καμπύλης.
- k την κλίση της.
- z_0 το κέντρο της.

Χρησιμοποιούνται λιγότερα σημεία ελέγχου στην καμπύλη αυτή, καθώς τα σημεία αρχής και τέλους καθορίζονται ήδη από την καμπύλη C_1 .



Σχήμα 14: Καμπύλη C_2 που καθορίζει την κατανομή πάχους του VG στο επίπεδο yz , εκτός κλίμακας.

4.3.3 Καμπύλη C_3

Η καμπύλη C_3 είναι μία πολυωνμική συνάρτηση που προσεγγίζει τη γεωμετρία της αεροτομής NACA0012:

$$y(x) = 0.6 \left(0.2969\sqrt{x} - 0.1260x - 0.3516x^2 + 0.2843x^3 - 0.1015x^4 \right)$$

Η καμπύλη αυτή δεν διαθέτει επιπλέον σημεία ελέγχου, καθώς χρησιμοποιείται αποκλειστικά για τη δημιουργία ενός κλειστού σχήματος που ακολουθεί τις καμπύλες C_1 και C_2 .

4.4 Τμηματική Προσέγγιση

Σε αυτήν την προσέγγιση, η γεωμετρία του VG δεν περιγράφεται από μία ενιαία αναλυτική συνάρτηση, αλλά από συνδυασμό τμηματικών συναρτήσεων. Η επιλογή αυτή επιτρέπει μεγαλύτερη ευελιξία στον σχεδιασμό, καθώς κάθε τμήμα της καμπύλης μπορεί να ελέγχεται ανεξάρτητα και να προσαρμόζεται στις επιθυμητές αεροδυναμικές απαιτήσεις.

Η βασική λογική της μεθόδου είναι η διάσπαση κάθε καμπύλης σε επιμέρους περιοχές, στις οποίες εφαρμόζονται διαφορετικοί τύποι συναρτήσεων (εκθετικές, τριγωνομετρικές, πολυωνυμικές ή λογαριθμικές). Με αυτόν τον τρόπο, επιτυγχάνεται καλύτερος έλεγχος της τοπικής μορφής της γεωμετρίας.

Ωστόσο, η χρήση τμηματικών συναρτήσεων απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή ώστε να διασφαλίζεται η συνέχεια της καμπύλης, καθώς για αεροδυναμικές εφαρμογές είναι επιθυμητή η συνέχεια παραγώγων υψηλής τάξης και όχι μόνο της πρώτης παραγώγου.

4.4.1 Καμπύλη C_1

Η καμπύλη C_1 καθορίζει, όπως πριν, το ύψος του VG και τη βασική μορφή του στο χώρο. Εδώ, η καμπύλη αυτή ορίζεται ως τμηματική συνάρτηση τριών περιοχών:

- Εκθετική αύξηση
- Ημιτονοειδής μετάβαση
- Παραβολική μείωση

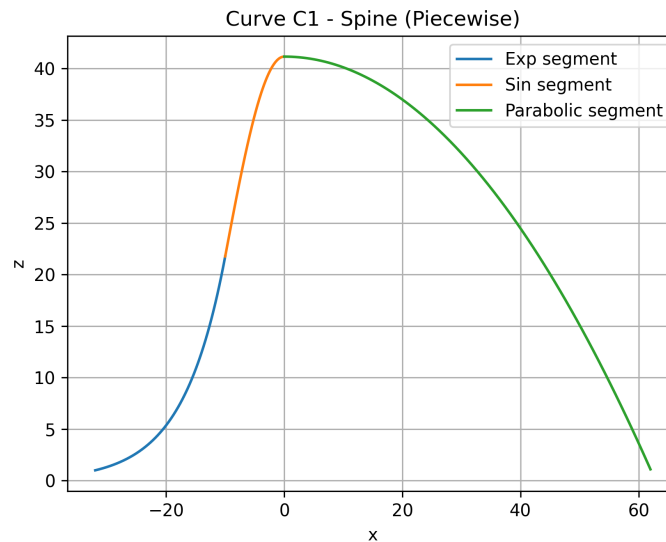
Η μορφή της καμπύλης είναι:

$$z(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x \in [0, x_1] \\ A \sin(k\theta) + C_1, & x \in [x_1, x_2] \\ -q(x - x_2)^2 + C_2, & x \in [x_2, x_3] \end{cases}$$

όπου:

- a ελέγχει τον ρυθμό αύξησης της εκθετικής περιοχής
- k ελέγχει τη μορφή της ημιτονοειδούς μετάβασης
- q καθορίζει την καμπυλότητα της παραβολικής περιοχής
- x_1, x_2, x_3 είναι τα σημεία μετάβασης μεταξύ των τμημάτων

Η ημιτονοειδής περιοχή χρησιμοποιείται ως μεταβατικό στάδιο ώστε να εξασφαλιστεί ομαλή σύνδεση μεταξύ της εκθετικής και της παραβολικής μορφής.



Σχήμα 15: Καμπύλη C_1 , εκτός κλίμακας.

4.4.2 Καμπύλη C_2

Η καμπύλη C_2 καθορίζει την κατανομή του πλάτους (ή πάχους) του VG. Στην τμηματική προσέγγιση χρησιμοποιείται συνδυασμός λογαριθμικών και εκθετικών συναρτήσεων, ώστε

να επιτευχθεί ελεγχόμενη αύξηση και σταδιακή μείωση του πλάτους κατά την αύξηση του ύψους.

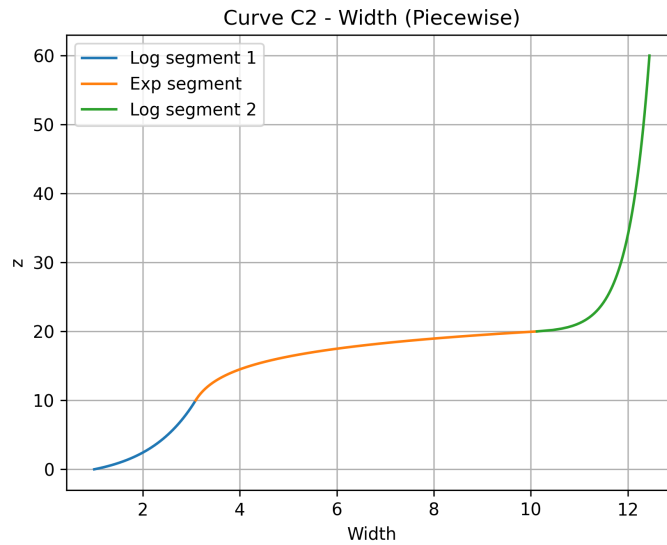
Η μορφή της καμπύλης είναι:

$$w(z) = \begin{cases} \log(a_1 z + 1) + 1, & z \in [0, z_1] \\ Ae^{k(z-z_1)} + C_1, & z \in [z_1, z_2] \\ a_2 \log(c(z - z_2) + 1) + C_2, & z \in [z_2, z_3] \end{cases}$$

όπου:

- a_1, a_2 ελέγχουν τη μορφή των λογαριθμικών περιοχών
- k καθορίζει την ένταση της εκθετικής αύξησης
- z_1, z_2, z_3 είναι τα σημεία μετάβασης

Η αρχική λογαριθμική μορφή εξασφαλίζει ομαλή έναρξη, ενώ η εκθετική περιοχή επιτρέπει γρήγορη αύξηση του πλάτους. Το τελικό λογαριθμικό τμήμα αυξάνει το ύψος χωρίς την αύξηση του πλάτους.



Σχήμα 16: Καμπύλη C_2 με τμηματική προσέγγιση, εκτός κλίμακας.

4.4.3 Καμπύλη C_3

Η καμπύλη C_3 παραμένει η ίδια καμπύλη με την προηγούμενη περίπτωση και συνεχίζει να συνδεέται με τις άλλες δύο με τον ίδιο τρόπο.

4.5 Παραμετροποίηση γεωμετρίας μέσω volumetric B-splines

Η παραμετροποίηση γεωμετρίας αποτελεί βασικό εργαλείο στον σχεδιασμό αεροδυναμικών στοιχείων, όπως τα VGs. Ο κύριος στόχος της παραμετροποίησης είναι η δυνατότητα τροποποίησης των βασικών χαρακτηριστικών ενός σχήματος, όπως το ύψος, το πλάτος, η κλίση και η καμπυλότητα, με τρόπο που να διατηρείται η ομαλότητα της επιφάνειας και να εξασφαλίζεται η συμβατότητα με τις διαδικασίες προσομοίωσης CFD.

Η χρήση παραμετρικών εργαλείων επιτρέπει την αυτοματοποίηση της διαδικασίας σχεδιασμού και τη βελτιστοποίηση της γεωμετρίας για συγκεκριμένα αεροδυναμικά χαρακτηριστικά. Για την παραμετροποίηση των VGs έγινε χρήση των Χωρικών (Volumetric) B-splines. Σημαντική λεπτομέρεια είναι πως στο κεφάλαιο της δημιουργίας των γεωμετριών VGs έγινε αναφορά σε σημεία ελέγχου τα οποία μεταβάλλουν τη γεωμετρία του σχήματος. Τα σημεία ελέγχου διαφέρουν από τις μεταβλητές σχεδιασμού, καθώς οι μεταβλητές σχεδιασμού χρησιμοποιούνται κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης και στην ουσία παραμορφώνουν το σχήμα βάσει των παραγώγων ευαισθησίας.

4.6 Καμπύλες B-Splines

Έστω b_i , με $i \in [0, n]$, τα σημεία ελέγχου μιας παραμετροποιημένης καμπύλης $x(u)$. Στην περίπτωση των καμπυλών B-Spline, η γεωμετρία της καμπύλης ορίζεται ως γραμμικός συνδυασμός των σημείων ελέγχου και των αντίστοιχων συναρτήσεων βάσης. Η μαθηματική μορφή της καμπύλης γράφεται ως:

$$x(u) = \sum_{i=0}^n U_{i,p}(u)b_i \quad (3.2)$$

όπου $U_{i,p}(u)$ είναι η i -οστή συνάρτηση βάσης βαθμού p . Αν οριστούν επιπλέον σημεία ελέγ-

χου στις διευθύνσεις y και z , η ίδια μαθηματική διατύπωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αναπαράσταση καμπυλών σε δύο ή τρεις διαστάσεις [10].

Η καμπύλη $x(u)$ που προκύπτει αποτελεί μια τμηματικά πολυωνυμική (piecewise polynomial) συνάρτηση, της οποίας κάθε επιμέρους τμήμα είναι πολώνυμο βαθμού το πολύ p . Για τον ορισμό των συναρτήσεων βάσης $U_{i,p}(u)$ απαιτείται ο καθορισμός ενός διατεταγμένου συνόλου κόμβων, το οποίο ονομάζεται διάνυσμα κόμβων (knot vector). Το διάνυσμα αυτό γράφεται ως:

$$\xi_i, \quad i \in [0, m]$$

όπου ισχύει

$$m = n + p + 1$$

Οι τιμές των κόμβων μπορούν να εμφανίζονται περισσότερες από μία φορές, δηλαδή να έχουν πολλαπλότητα μεγαλύτερη της μονάδας. Στην περίπτωση αυτή, χρησιμοποιείται το ακόλουθο διάνυσμα κόμβων

$$\xi = \left[\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, \frac{1}{N}, \dots, \frac{N+1}{N}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \right] \quad (3.3)$$

όπου

$$N = n - p + 1$$

Η συγκεκριμένη επιλογή οδηγεί σε καμπύλες τύπου clamped, δηλαδή καμπύλες οι οποίες διέρχονται από το πρώτο και το τελευταίο σημείο ελέγχου. Επιπλέον, για τον ορισμό της καμπύλης απαιτείται ο αριθμός των σημείων ελέγχου να είναι τουλάχιστον κατά μία μονάδα μεγαλύτερος από τον βαθμό της καμπύλης.

Δύο διαδοχικές τιμές κόμβων ορίζουν ένα εύρος κόμβων (knot span). Η συνάρτηση βάσης μηδενικού βαθμού ορίζεται ως

$$U_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & \xi_i \leq u < \xi_{i+1} \\ 0, & \text{σε κάθε άλλη περίπτωση} \end{cases} \quad (3.4)$$

Οι συναρτήσεις βάσης υψηλότερου βαθμού υπολογίζονται με τον αναδρομικό τύπο

$$U_{i,p}(u) = \frac{u - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} U_{i,p-1}(u) + \frac{\xi_{i+p+1} - u}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} U_{i+1,p-1}(u) \quad (3.5)$$

Σε περιπτώσεις όπου κατά τον υπολογισμό εμφανιστούν όροι της μορφής $\frac{0}{0}$, αυτοί λαμβάνονται ίσοι με μηδέν.

Κάθε συνάρτηση βάσης επηρεάζει μόνο ένα περιορισμένο τμήμα της καμπύλης. Συγκεκριμένα, η επιρροή της περιορίζεται στο παραμετρικό διάστημα $[\xi_i, \xi_{i+p+1})$. Η ιδιότητα αυτή είναι γνωστή ως τοπική επίδραση (local support) και αποτελεί βασικό χαρακτηριστικό των καμπυλών B-Spline.

Το εύρος της τοπικής επίδρασης εξαρτάται από τον βαθμό της καμπύλης. Μικρότερες τιμές του βαθμού οδηγούν σε περισσότερο τοπική επιρροή των σημείων ελέγχου, ενώ μεγαλύτεροι βαθμοί προκαλούν πιο ομαλές μεταβολές στο σχήμα της καμπύλης.

4.7 Χωρικές B-Splines

Έστω d_{ijk}^m , με $m \in [1, 3]$, $i \in [0, I]$, $j \in [0, J]$, $k \in [0, K]$, που συμβολίζει τις καρτεσιανές συντεταγμένες του i, j, k -οστού σημείου ελέγχου ενός τριδιάστατου δομημένου πλέγματος ελέγχου. Εδώ, I, J, K είναι ο αριθμός των σημείων ελέγχου σε κάθε κατεύθυνση του πλέγματος.

Οι καρτεσιανές συντεταγμένες ενός σημείου πλέγματος CFD που βρίσκεται εντός των ορίων του πλέγματος ελέγχου δίνονται από:

$$x_m(u, v, w) = \sum_{i,j,k} U_{i,p_u}(u) V_{j,p_v}(v) W_{k,p_w}(w) d_{ijk}^m$$

όπου $u = [u, v, w]^T$ είναι οι παραμετρικές συντεταγμένες του σημείου πλέγματος, U, V, W είναι οι συναρτήσεις βάσης B-spline, και p_u, p_v, p_w είναι οι αντίστοιχοι βαθμοί τους, οι

οποίοι μπορεί να διαφέρουν σε κάθε κατεύθυνση. Σημειώνεται πως τα u , v και w δεν αναφέρονται σε ταχύτητες.

Αφού γνωρίζουμε τις παραμετρικές συντεταγμένες u , ο υπολογισμός των καρτεσιανών συντεταγμένων κάθε σημείου είναι απλός και οικονομικός υπολογιστικά. Για να βρούμε το u , απαιτείται ένας χάρτης από τις καρτεσιανές συντεταγμένες (x, y, z) στις παραμετρικές (u, v, w) , διασφαλίζοντας ότι οι τριδιάστατες B-spline μπορούν να αναπαράγουν οποιοδήποτε γεωμετρικό σχήμα με ακρίβεια μηχανής.

Δίνοντας τις θέσεις των σημείων ελέγχου, τους κόμβους και τους βαθμούς των B-spline, οι παραμετρικές συντεταγμένες ενός σημείου με καρτεσιανές συντεταγμένες $r = [x_r, y_r, z_r]^T$ μπορούν να υπολογιστούν επιλύοντας το σύστημα:

$$\begin{cases} R_1(u, v, w) = x(u, v, w) - x_r = 0 \\ R_2(u, v, w) = y(u, v, w) - y_r = 0 \\ R_3(u, v, w) = z(u, v, w) - z_r = 0 \end{cases}$$

όπου $x_m(u, v, w)$ υπολογίζεται από τον προηγούμενο τύπο. Το σύστημα 3×3 μπορεί να λυθεί ανεξάρτητα για κάθε σημείο πλέγματος χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Newton–Raphson, αφού υπολογιστεί και αντιστραφεί η Ιακωβιανή:

$$\frac{\partial x_m}{\partial u_j}, \quad m, j \in [1, 3].$$

Δεδομένου ότι οι παραμετρικές συντεταγμένες κάθε σημείου πλέγματος είναι ανεξάρτητες από τις άλλες, οι υπολογισμοί μπορούν να γίνουν παράλληλα. Αυτή η διαδικασία χρειάζεται να εκτελεστεί μόνο μία φορά.

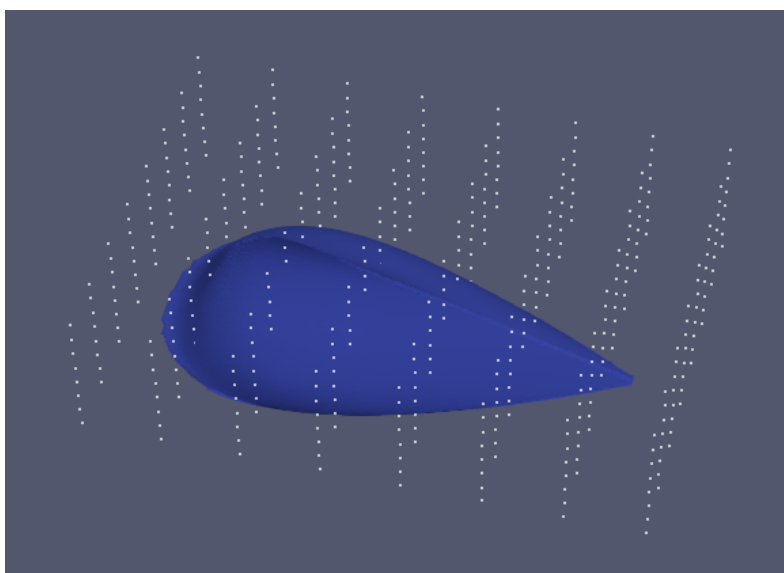
Στη συνέχεια, όταν μετακινηθούν τα σημεία ελέγχου d , οι καρτεσιανές συντεταγμένες κάθε σημείου πλέγματος μπορούν να υπολογιστούν ξανά με τον ίδιο τύπο, με πολύ χαμηλό κόστος. Έτσι, οι τριδιάστατες B-spline αποτελούν ένα ισχυρό εργαλείο για παραμετροποίηση και παραμόρφωση πλέγματος.

Επειδή x_m εξαρτάται μόνο από u, v, w (που παραμένουν αμετάβλητα όταν τα σημεία ελέγχου μετακινούνται) και d , η παραμόρφωση του πλέγματος είναι ανεξάρτητη από τα βή-

ματα, διευκολύνοντας τη μεταφορά γεωμετριών μεταξύ διαφορετικών πλεγμάτων CFD.

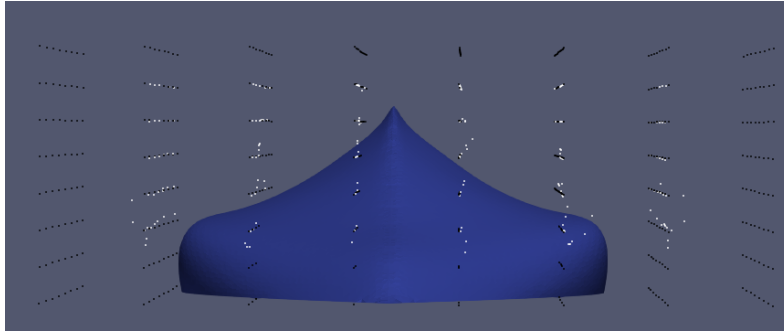
4.8 Εφαρμογή Παραμετροποίησης

Στη διαδικασία βελτιστοποίησης επιλέχθηκε ένα πλέγμα ελέγχου που περιείχε ολόκληρο τον όγκο του VG και χαρακτηριζόταν από 8 σημεία ελέγχου σε κάθε διεύθυνση. Οι συναρτήσεις βάσης είναι 3ου βαθμού σε κάθε διεύθυνση. Εκτός αυτού τα σημεία ελέγχου που βρίσκονταν στα όρια του χωρίου δεν είχαν ελευθερία κίνησης, με σκοπό την αποφυγή της τομής του πλέγματος του VG με το πλέγμα της αεροσήραγγας. Στο σχήμα 17, φαίνεται το πλέγμα ελέγχου μαζί με τη γεωμετρία του VG πριν την αρχή της διαδικασίας βελτιστοποίησης.



Σχήμα 17: Πλέγμα ελέγχου του VG στην αρχή της βελτιστοποίησης

Στο σχήμα 18 παρατίθεται το παραμορφωμένο πλέγμα ελέγχου με τη βελτιστοποιημένη γεωμετρία.



Σχήμα 18: Πλέγμα ελέγχου του VG μετά από 6 κύκλους βελτιστοποίησης. Με μαύρο είναι τα σημεία του παραπάνω σχήματος ενώ με λευκό τα ανανεωμένα σημεία.

Παρατηρείται στο σχήμα 18 η διαφορά στη μορφή των πλεγμάτων ελέγχου και των σημείων ελέγχου. Αρχικά, παρατηρείται πως τα εξωτερικά σημεία ελέγχου (boundary) δεν μετατοπίστηκαν. Επίσης, φαίνεται πως τα σημεία ελέγχου προσπαθούν να πλατύνουν και να ανυψώσουν το σχήμα, καθώς με αυτόν τον τρόπο αυξάνεται η μετωπική επιφάνεια του σχήματος και συνάμα η τύρβη. Αυτό αναδεικνύεται και στο κεφάλαιο των Αποτελεσμάτων.

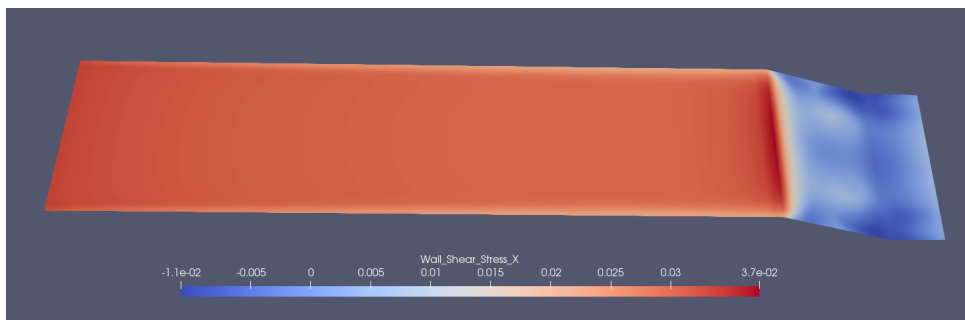
5 Αποτελέσματα

5.1 Εισαγωγή

Στην παρούσα ενότητα θα παρουσιαστούν και θα αναλυθούν τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Συγκεκριμένα, ως στόχος έχει τεθεί η μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας (C_d) στο κάτω τοίχωμα της αεροσήραγγας και, συγκεκριμένα, στο κεκλιμένο τμήμα του κάτω τοιχώματος. Πρώτο βήμα είναι ο υπολογισμός της οπισθέλκουσας με την άδεια αεροσήραγγα, δηλαδή χωρίς την ύπαρξη κάποιου VG.

5.2 Άδεια Αεροσήραγγα

Για λόγους σύγκρισης με τις περιπτώσεις που ακολουθούν γίνεται μέσω του OpenFOAM ο υπολογισμός τόσο του C_d όσο και της διατμητικής τάσης στα τοιχώματα της άδειας αεροσήραγγας.



Σχήμα 19: Κατανομή διατμητικής τάσης.



Σχήμα 20: Περιοχή αποκόλλησης.

Στο σχήμα 19 φαίνεται η ολική κατανομή των διατμητικών τάσεων κατά την x διεύθυνση, ενώ στο σχήμα 20 με το μπλε χρώμα διαφαίνεται η περιοχή όπου αναμένεται να υπάρχει

αποκόλληση λόγω μηδενισμού της τιμής των διατμητικών τάσεων ή και αλλαγής προσήμου. Παρατηρείται πως η αποκόλληση αυτή προκύπτει στην περιοχή του κεκλιμένου επιπέδου (slopeWall). Με τη βοήθεια των σχημάτων που ακολουθούν θα γίνει εμφανής η συμβολή του VG στον περιορισμό του φαινομένου της αποκόλλησης. Στην περίπτωση όπου η αεροσήραγγα είναι άδεια προκύπτει η τιμή.

$$C_d = 2.101 \times 10^{-3}$$

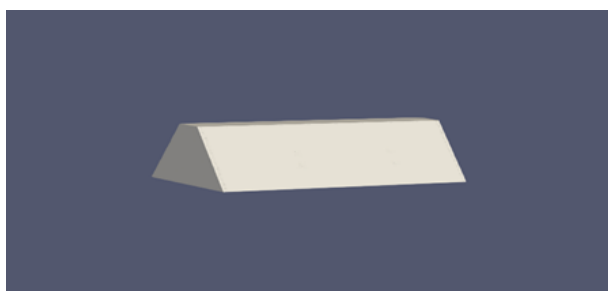
Ακολουθεί η παράθεση των διαφόρων VG που χρησιμοποιήθηκαν με σκοπό τη βελτίωση του φαινομένου αποκόλλησης και τη μείωση της τιμής του C_d .

5.3 Περίπτωση 1

Στην περίπτωση 1, χρησιμοποιήθηκε ένα σχήμα το οποίο έχει μία "μη-αεροδυναμική" μορφή.



Σχήμα 21: Αρχικό σχήμα VG στην Περίπτωση 1 - Όψη 1.



Σχήμα 22: Αρχικό σχήμα VG στην Περίπτωση 1 - Όψη 2.



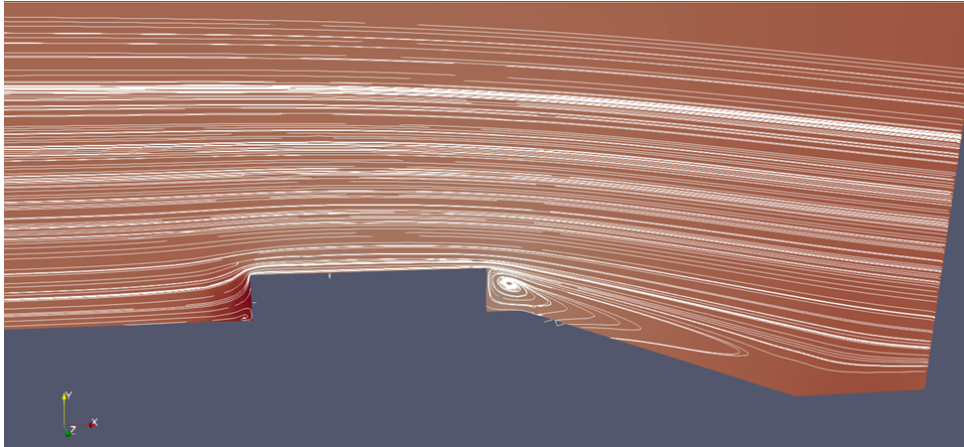
Σχήμα 23: Αρχικό σχήμα VG στην Περίπτωση 1 - Όψη 3.

Πρόκειται στην ουσία για ένα τραπεζοειδές σχήμα με μεγάλη μετωπική επιφάνεια, την οποία θα συναντήσει η ροή. Λόγω της μεγάλης μετωπικής επιφάνειας, αναμένεται αυξημένη πίεση στο μπροστινό μέρος του VG και η δημιουργία έντονων διαταραχών στο οριακό στρώμα που θα οδηγήσουν σε αυξημένη τιμή του C_d . Η ανάλυση αυτής της περίπτωσης δείχνει πως η συζυγής μέθοδος, σε συνδυασμό με την παραμετροποίηση και τον αλγόριθμο ανανέωσης μπορούν να οδηγήσουν στη μείωση της τιμής της συνάρτησης στόχου, ακόμη και για μη-αεροδυναμικές γεωμετρίες. Στο σχήμα 24 απεικονίζεται η περιοχή της αποκόλλησης της ροής.



Σχήμα 24: Περιοχές αποκόλλησης (Περίπτωση 1). Όμοια με το σχήμα 20, με μπλε χρώμα αναδुकνεύονται οι περιοχές όπου αναμένεται να υπάρχει αποκόλληση λόγω μηδενισμού της τιμής των διατμητικών τάσεων ή και αλλαγής προσήμου.

Στο σχήμα 24 φαίνεται το κάτω τοίχωμα της αεροσήραγγας μαζί με το VG. Μπροστά του VG βρίσκεται το ευθύ μέρος του κάτω τοιχώματος της αεροσήραγγας, ενώ μετά το VG βρίσκεται το μέρος του κεκλιμένου επιπέδου. Όπως ήταν αναμενόμενο εμφανίζεται αποκόλληση της ροής στην περιοχή ακριβώς μπροστά στο VG και στην περιοχή πίσω του. Λόγω της μη-αεροδυναμικής μορφής του VG, η ροή στην ουσία συναντά ένα εμπόδιο. Στο σχήμα 25 παρουσιάζεται σε τομή στη μέση του σχήματος η κατανομή της ταχύτητας.



Σχήμα 25: Ροή πριν τη βελτιστοποίηση (Περίπτωση 1).

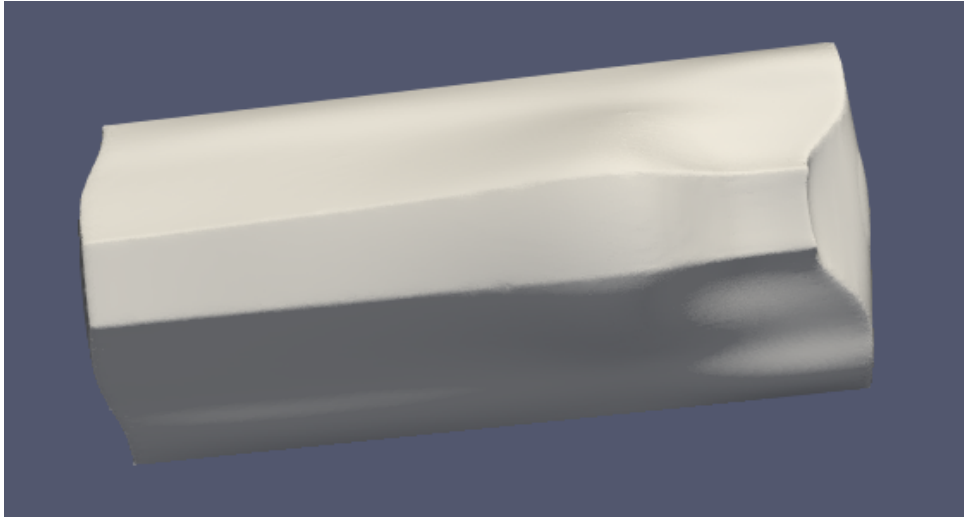
Το σχήμα 25 επίσης επιβεβαιώνει τα σημεία της αποκόλλησης. Με την εισαγωγή του συγκεκριμένου VG, η τιμή του C_d ανέβηκε σε:

$$C_d = 2.195 \times 10^{-3}$$

Πρόκειται για τιμή μεγαλύτερη ακόμη και από την άδεια αεροσήραγγα, η οποία ήταν $C_d = 2.101 \times 10^{-3}$.

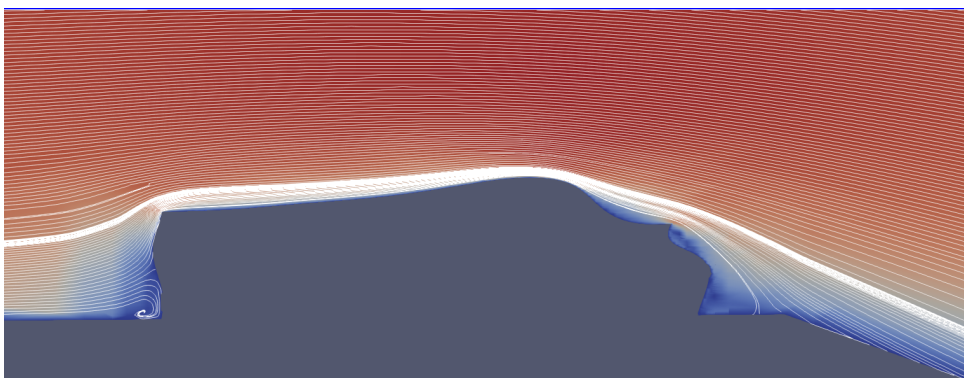


Σχήμα 26: VG μετά τη βελτιστοποίηση (Περίπτωση 1).

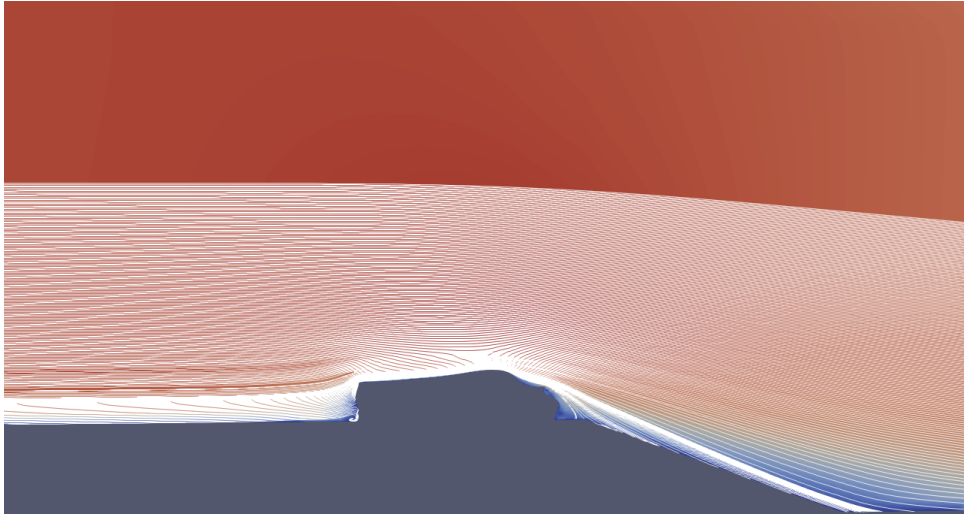


Σχήμα 27: VG μετά τη βελτιστοποίηση (Περίπτωση 1).

Τα σχήματα 26 και 27 δείχνουν τη μεταβολή της γεωμετρίας μέσω της διαδικασίας βελτιστοποίησης, με σκοπό τη μείωση του C_d . Παρατηρείται πως, το πίσω μέρος του VG απέκτησε μορφή όμοια με κλασικές γεωμετρίες VG, όπως αυτές που αναπτύχθηκαν στο κεφάλαιο 5. Το μπροστινό μέρος, βέβαια, ανέπτυξε μία μορφή τύπου "s" που μάλλον δεν ήταν αναμενόμενη. Συγκεκριμένα, όπως φαίνεται στα σχήματα 28 και 29, αυτό γίνεται με σκοπό τη δημιουργία μιας ζώνης ανακυκλοφορίας μπροστά στο VG. Αυτή η ζώνη λειτουργεί ευνοϊκά για τη μείωση της οπισθέλκουσας μιας και είναι προτιμότερη η επαφή με τη ζώνη ανακυκλοφορίας, παρά με το τοίχωμα, βλ. σχήματα 28 και 29.



Σχήμα 28: Ροή μετά τη βελτιστοποίηση (Περίπτωση 1).



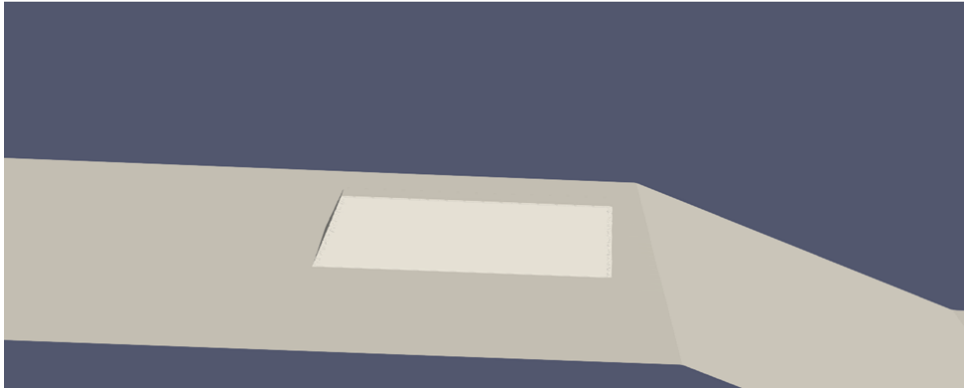
Σχήμα 29: Ροή μετά τη βελτιστοποίηση (Περίπτωση 1).

Συμπερασματικά η τιμή του C_d της άδειας αεροσήραγγας ήταν $C_d = 2.101 \times 10^{-3}$, που αυξήθηκε στην τιμή $C_d = 2.195 \times 10^{-3}$ με την εισαγωγή του τραπεζοειδούς σχήματος. Με το πέρας της βελτιστοποίησης οι αλλαγές στην γεωμετρία οδήγησαν στην πτώση της τιμής της συνάρτησης στόχου στην τιμή:

$$C_d = 2.028 \times 10^{-3}$$

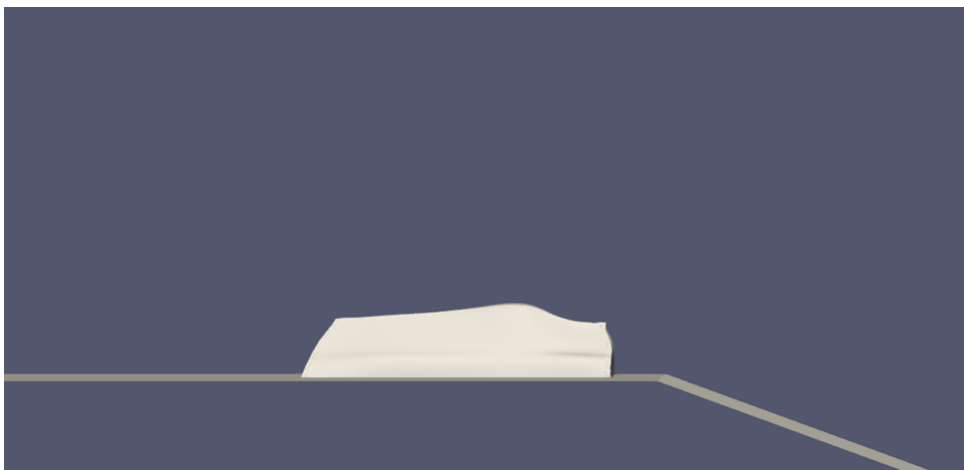
5.4 Περίπτωση 2

Η περίπτωση 2 είναι αρκετά όμοια με την περίπτωση 1 μόνο που τώρα η μπροστινή πλευρά του τραπεζοειδούς είναι κεκλιμένη. Αυτό έγινε για ναδειχθεί κατά πόσο η διαδικασία της βελτιστοποίησης θα άλλαζε το μπροστινό μέρος του VG με έναν πιο αναμενόμενο τρόπο και όχι με τη μορφή "s" της περίπτωσης 1. Οι δύο διατάξεις δίνουν παρόμοιο συντελεστή για τα σχήματα χωρίς βελτιστοποίηση.

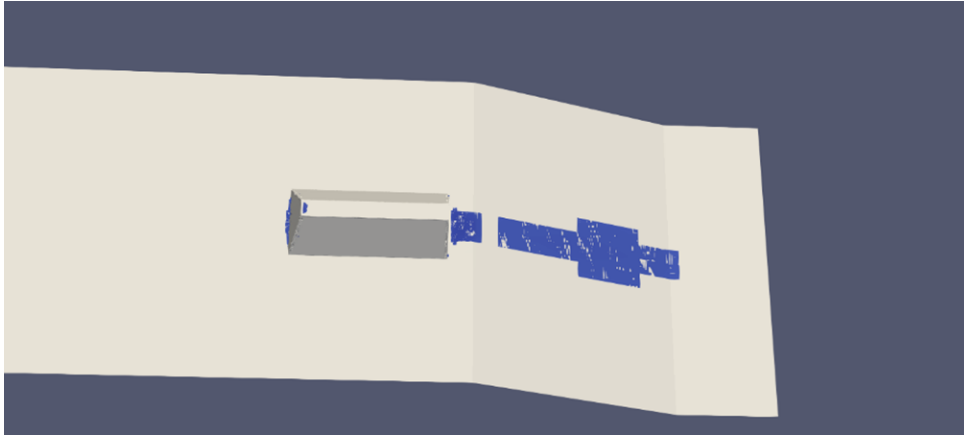


Σχήμα 30: Αρχικό σχήμα VG (Περίπτωση 2).

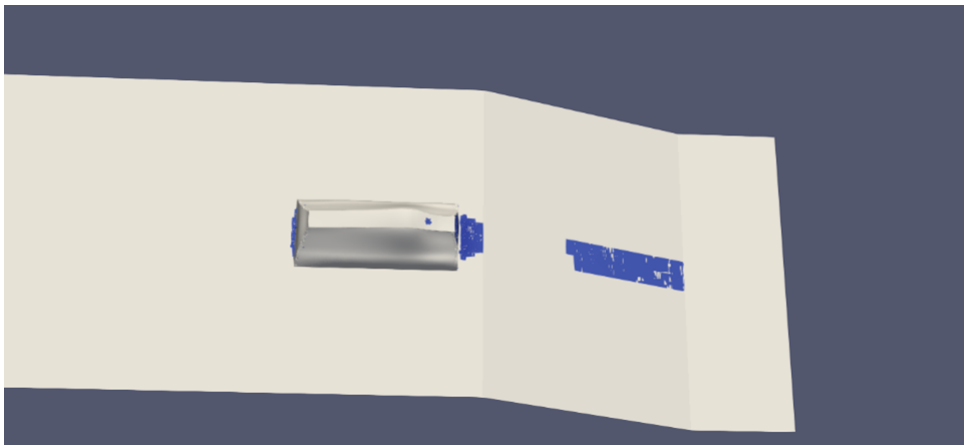
Μετά τη διαδικασία βελτιστοποίησης πράγματι προέκυψε το αναμενόμενο αποτέλεσμα, δηλαδή παρόμοια αλλαγή στο πίσω μέρος του VG και αύξηση κλίσης στην κεκλιμένη επιφάνεια.



Σχήμα 31: VG μετά τη βελτιστοποίηση (Περίπτωση 2).

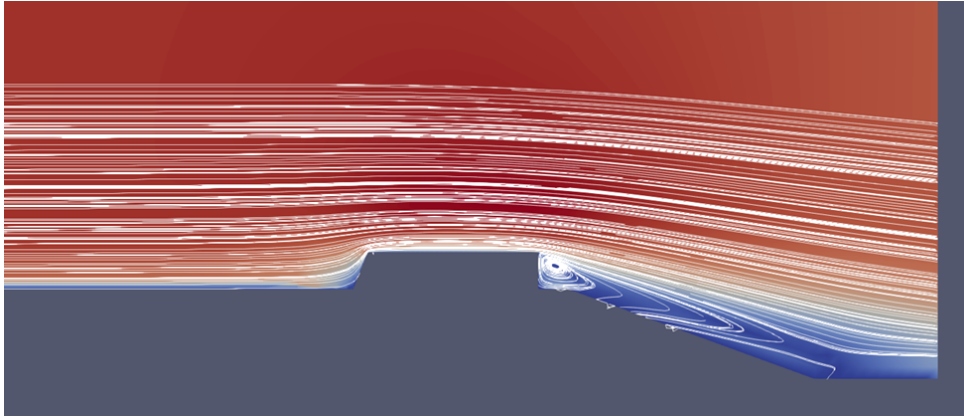


Σχήμα 32: Περιοχή αποκόλλησης για το αρχικό VG (Περίπτωση 2).

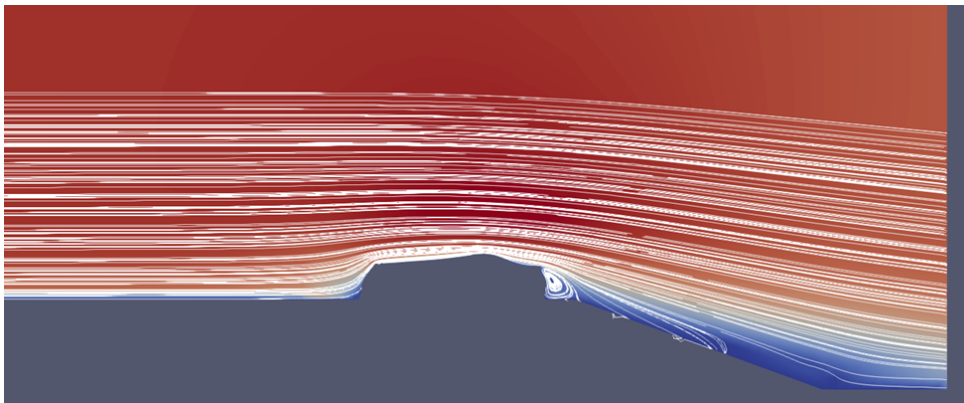


Σχήμα 33: Περιοχή αποκόλλησης μετά τη βελτιστοποίηση (Περίπτωση 2).

Στα σχήματα 32 και 33 δίνεται η κατανομή των περιοχών αποκόλλησης. Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, τα σημεία αποκόλλησης μειώθηκαν λόγω της βελτιστοποίησης. Τέλος δίνονται και τα σχήματα 34 και 35 που δείχνουν τη ροή κατά τον άξονα x του ρευστού.



Σχήμα 34: Ροή πριν τη βελτιστοποίηση (Περίπτωση 2).



Σχήμα 35: Ροή μετά τη βελτιστοποίηση (Περίπτωση 2).

Διαφαίνεται ότι η μικρή αλλαγή στην κλίση του σχήματος πράγματι αλλάζει τον τρόπο με τον οποίον δρα η βελτιστοποίηση. Στην προκειμένη περίπτωση, αντί για τη δημιουργία μιας ζώνης ανακυκλοφορίας, αλλάζει η μπροστινή πλευρά με σκοπό την πιο ομαλή ροή. Πιθανώς, στην προηγούμενη περίπτωση, ο συνδυασμός των σημείων ελέγχου καθώς και η γεωμετρία του σχήματος να ωθούσε τη λύση στην εύρεση διαφορετικού σχήματος. Πάντως, σε κάθε περίπτωση, βρέθηκε ένα σχήμα καλύτερο από το αρχικό, μιας και ο συντελεστής μειώθηκε στην τιμή:

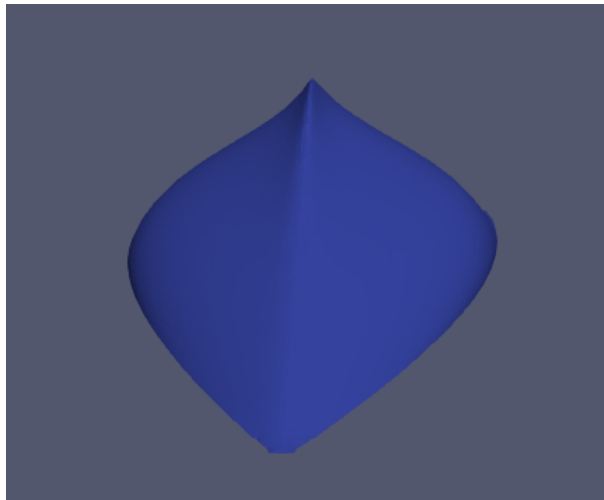
$$C_d = 2.091 \times 10^{-3}$$

5.5 Περίπτωση 3

Στην τρίτη περίπτωση θα γίνει χρήση ενός VG το οποίο σχεδιάστηκε με τη μοντελοποίηση που περιγράφεται στο κεφάλαιο 5. Συγκεκριμένα δημιουργήθηκε χρησιμοποιώντας μία αναλυτική συνάρτηση για κάθε βασική καμπύλη του σχήματος, όπως εξηγήθηκε και στο κεφάλαιο 5. Αναμένεται η εισαγωγή του στοιχείου να οδηγήσει στη μείωση του φαινομένου αποκόλλησης και, άρα, στη μείωση της συνάρτησης στόχου. Η ροή κατευθύνεται από τα αριστερά προς τα δεξιά στα σχήματα 36 και 38.

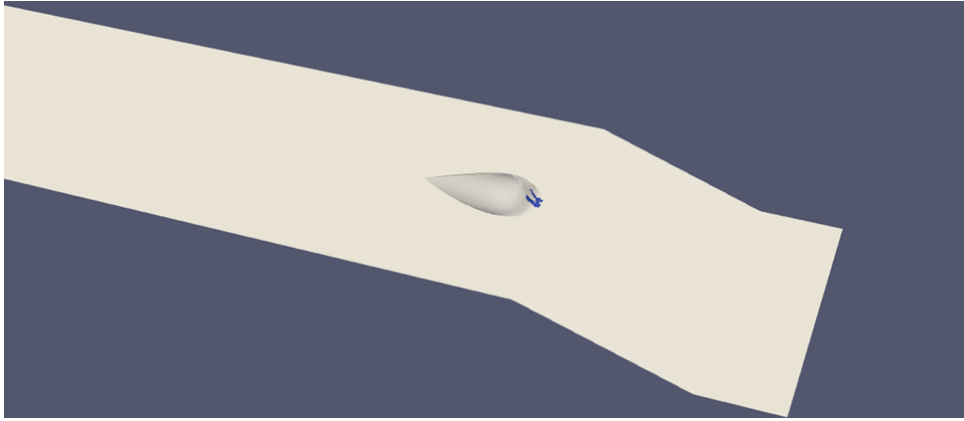


Σχήμα 36: Vortex Generator (Περίπτωση 3).



Σχήμα 37: Vortex Generator (Περίπτωση 3).

Η επίλυση της ροής με τη χρήση του VG δείχνει την αλλαγή στην κατανομή των περιοχών αποκόλλησης λόγω της εισαγωγής του VG.

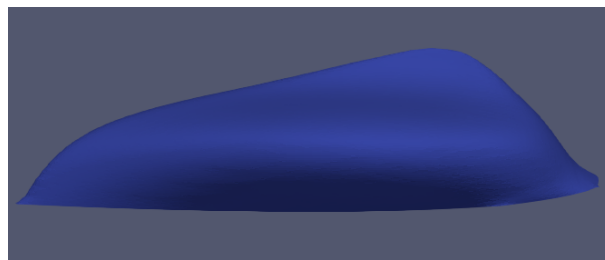


Σχήμα 38: Περιοχή Αποκόλλησης με την εισαγωγή του VG. Με μπλε φαίνεται η περιοχή όπου αναμένεται να υπάρξει αποκόλληση.

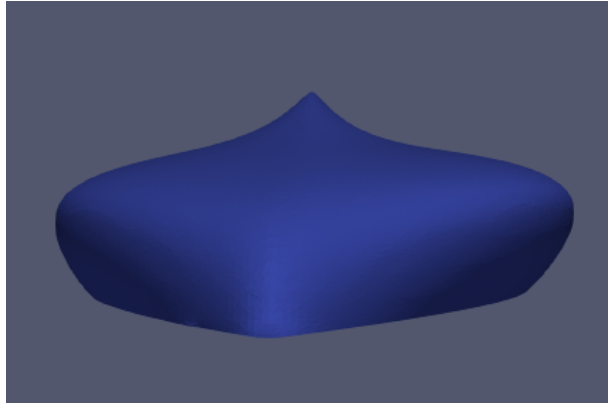
Συγκρίνοντας την άδεια με την τωρινή αεροσήραγγα, η περιοχή όπου το οριακό στρώμα καταρρέει και η ροή αποκολλάται μειώνεται σημαντικά, γεγονός που υποδηλώνει πιο σταθερή ανάπτυξη του οριακού στρώματος. Πλέον αναμένεται η αλλαγή αυτή στην κατανομή της ταχύτητας να μπορέσει να εκφραστεί και από το C_d . Πράγματι, μειώνεται η τιμή του συντελεστή σε:

$$C_d = 2.062 \times 10^{-3}$$

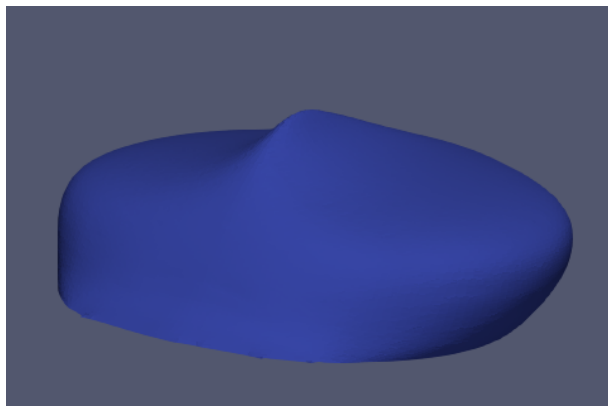
Στόχος τώρα είναι η βελτιστοποίηση του VG με σκοπό περαιτέρω μείωση του C_d . Η εφαρμογή της συζυγούς μεθόδου σε συνδυασμό με περιοδική επαναπλεγματοποίηση οδηγεί στη διαδοχική παραμόρφωση της γεωμετρίας, με αποτέλεσμα την τελική βελτιστοποιημένη γεωμετρία που παρουσιάζεται στα σχήματα 39, 40 και 41.



Σχήμα 39: Βελτιστοποιημένο Σχήμα-Όψη1.

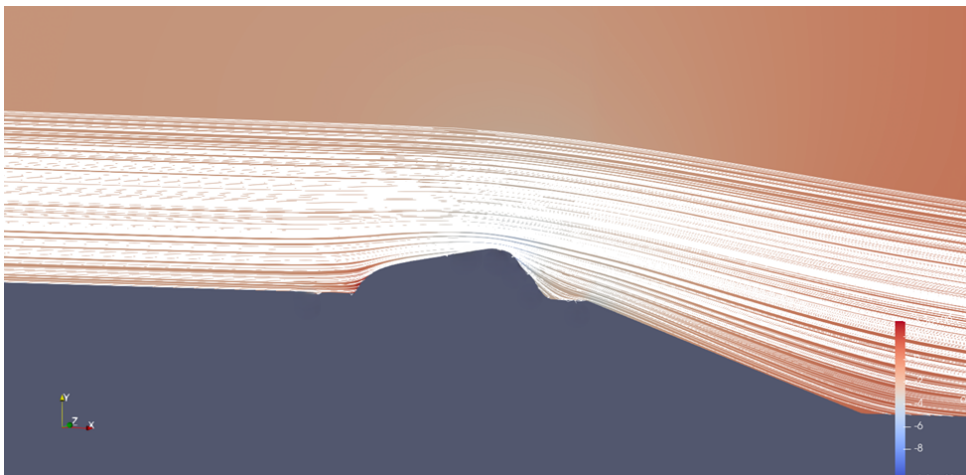


Σχήμα 40: Βελτιστοποιημένο Σχήμα-Όψη2.



Σχήμα 41: Βελτιστοποιημένο Σχήμα-Όψη3.

Παρατηρείται πεπλάτυνση του σχήματος καθώς και μείωση του ύψους του. Το πλέον αλλαγμένο σχήμα δημιουργεί μία ροή όπου έχει μειωθεί σημαντικά το φαινόμενο της αποκόλλησης. Το παραπάνω αναδεικνύεται και από τη ροή που φαίνεται στο σχήμα 42:



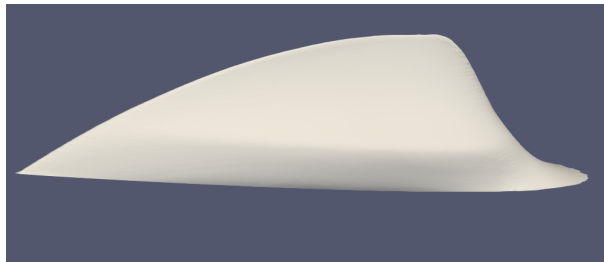
Σχήμα 42: Ροή μετά τη βελτιστοποίηση (Περίπτωση 3).

Οι γραμμές ροής δείχνουν να ταιριάζουν με την προσκολλημένη ροή ενός ρευστού. Ειδικότερα, στην περιοχή του κεκλιμένου επιπέδου που αναμένεται να υπάρξει αποκόλληση, η ροή φαίνεται να έχει αρκετή ενέργεια ώστε να υπερνικήσει την αυξανόμενη πίεση που συσπντά. Υπολογίζοντας τώρα και την τιμή του συντελεστή όπως ήταν αναμενόμενο από μία μέθοδο βελτιστοποίησης, η τιμή του C_d μειώθηκε σημαντικά και έγινε ίση με:

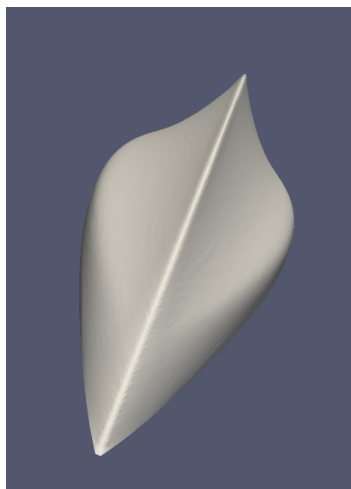
$$C_d = 1.999 \times 10^{-3}$$

5.6 Περίπτωση 4

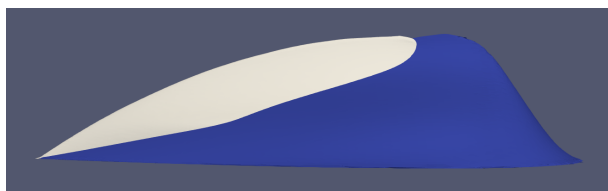
Στην τέταρτη περίπτωση χρησιμοποιήθηκε μία γεωμετρία που προέκυψε από τη δεύτερη διαδικασία δημιουργίας VG, δηλαδή της τμηματικής προσέγγισης, που περιγράφεται στο κεφάλαιο 5.



Σχήμα 43: VG Όψη 1 (Περίπτωση 4).

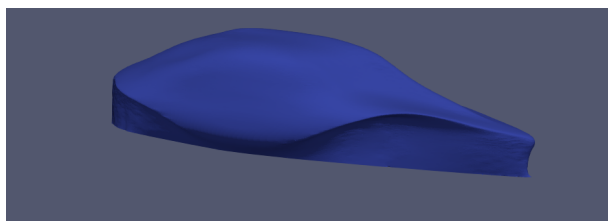


Σχήμα 44: VG Όψη 2 (Περίπτωση 4).

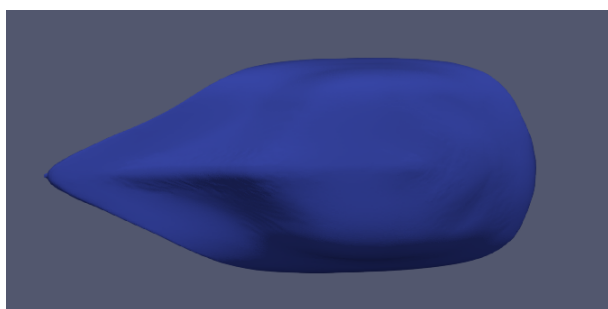


Σχήμα 45: Σύγκριση VG3 με VG4. Με μπλε διαφαίνεται το VG της περίπτωσης 3 ενώ με λευκό το VG της περίπτωσης 4

Από το σχήμα 46 φαίνεται ότι παράχθηκε μία γεωμετρία με πιο απότομο κατέβασμα στο πίσω μέρος της και πιο απότομη αύξηση του ύψους της στο μπροστινό μέρος. Φαίνεται πως το ψηλότερο σημείο του VG είναι πιο μπροστά σε σχέση με το VG της προηγούμενης περίπτωσης. Επιλέχθηκε αυτή η διαφορά για να αναδειχθεί πως επηρεάζει το πίσω μέρος του VG τη ροή και κατά πόσο η διαδικασία της βελτιστοποίησης θα αλλάξει την μορφή του, μιας και στην περίπτωση 3 έμεινε σχεδόν αμετάβλητο.



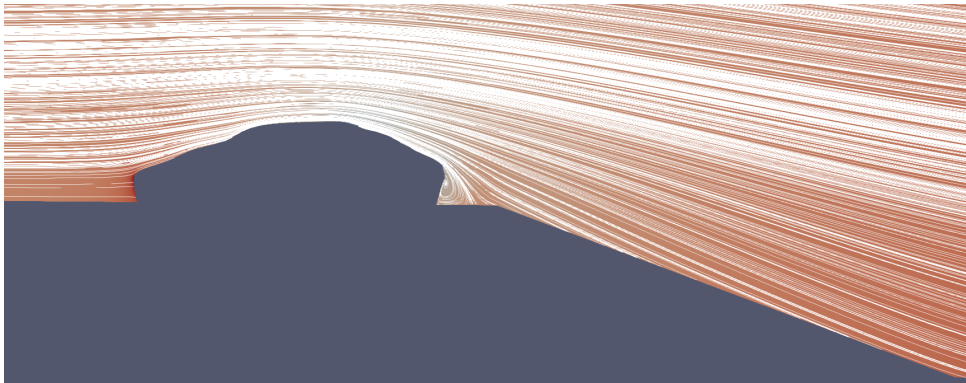
Σχήμα 46: VG περίπτωσης 4 μετά την βελτιστοποίηση.



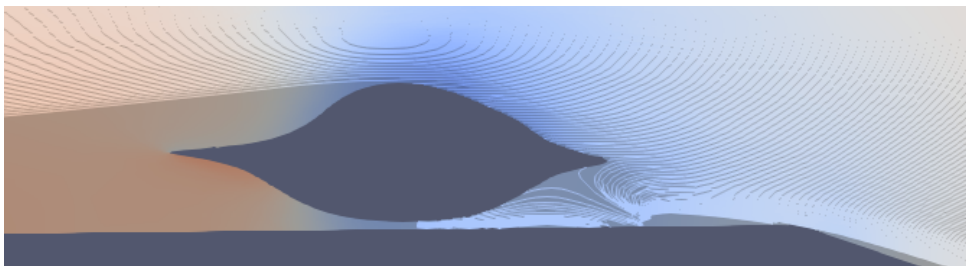
Σχήμα 47: VG περίπτωσης 4 μετά την βελτιστοποίηση.

Από τη διαδικασία βελτιστοποίησης παρατηρείται πως και ακόμα για τόσο μικρές αλλαγές στη γεωμετρία, με το πέρας της βελτιστοποίησης προέκυψε ένα εντελώς διαφορετικό σχήμα σε σχέση με την περίπτωση 3. Όπως ήταν αναμενόμενο υπήρξε πεπλάτυνση του σχήματος και αυτή εμφανίστηκε και από τους πρώτους κύκλους βελτιστοποίησης. Βέβαια στο

πίσω μέρος υπήρξε σημαντική διαφορά. Συγκεκριμένα, το πίσω μέρος μετακινήθηκε και κατέλειξε να μοιάζει σε μορφή παρόμοια με της περίπτωσης 3. Όμως η μεγαλύτερη διαφορά φαίνεται στον τρόπο που πεπλατύνθηκε το σχήμα. Συγκεκριμένα, κατά μήκος του σχήματος, τμήματα του VG μετατοπίστηκαν και κατακόρυφα, αντίθετα με την περίπτωση 3 όπου στην ουσία δεν υπήρχε τέτοια κατακόρυφη μετακίνηση. Είναι ως το σχήμα να ωθεί μέρος της ροής να περάσει κάτω από το VG αντί από πάνω. Μία τέτοια προσέγγιση προσφέρει στην ροή την γρηγορότερη προσκόλληση της. Για αυτό και από τα σχήματα της ροής φαίνεται πως, σε αντίθεση με την περίπτωση 3, στο πίσω μέρος του VG δημιουργείται μία ζώνη ανακυκλοφορίας. Δηλαδή, στην περίπτωση 3, η ροή είναι προσκολλημένη από την στιγμή που περνά πάνω από το VG, ενώ στην περίπτωση 4 δημιουργείται μία ζώνη ανακυκλοφορίας πίσω από το VG.



Σχήμα 48: Ροή μετά τη βελτιστοποίηση της περίπτωσης 4.

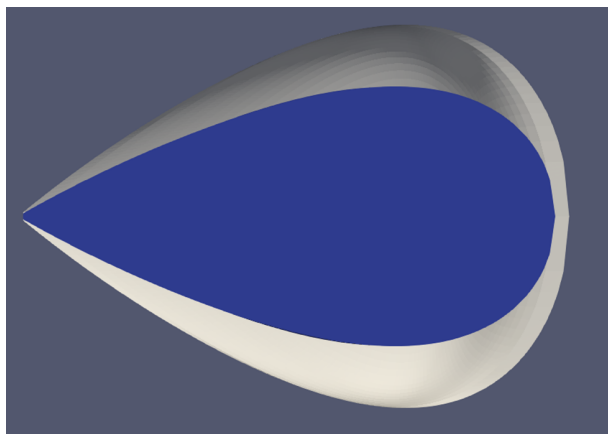


Σχήμα 49: Απεικόνιση Ροής της περίπτωσης 4. Στο σχήμα δίνεται η ροή για την τιμή του $z=0.113$, δηλαδή δεξιότερα από το μέσο του σχήματος. Διαφαίνεται πως η ροή εισέρχεται κάτω από τμήμα του VG και μετά ενώνεται με την περιοχή ανακυκλοφορίας στο πίσω μέρος του. Το τοίχωμα κάτω από το τμήμα του VG είναι στερεό.

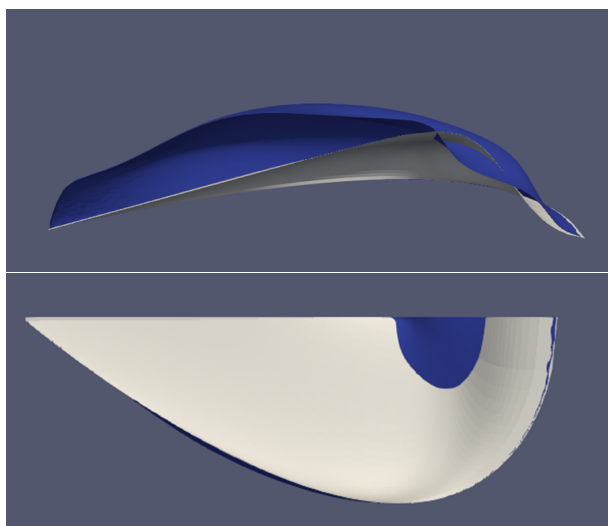
Στην περίπτωση αυτή, η συνάρτηση στόχου ξεκίνησε με την τιμή $C_d = 2.089 \times 10^{-3}$. Με το πέρας της βελτιστοποίησης η τιμή μειώθηκε σε $C_d = 2.014 \times 10^{-3}$.

5.7 Περίπτωση 5

Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιήθηκε πάλι το σχήμα της περίπτωσης 3 απλά με αύξηση του πάχους του, μιας και η βελτιστοποίηση της περίπτωσης 3 οδήγησε σε ένα σχήμα παχύτερο του αρχικού. Ουσιαστικά, είναι το σχήμα της περίπτωσης 3 απλά μεγαλύτερο κατά τον άξονα z, τόσο το ύψος του όσο και το μήκος του παραμένουν ίδια.



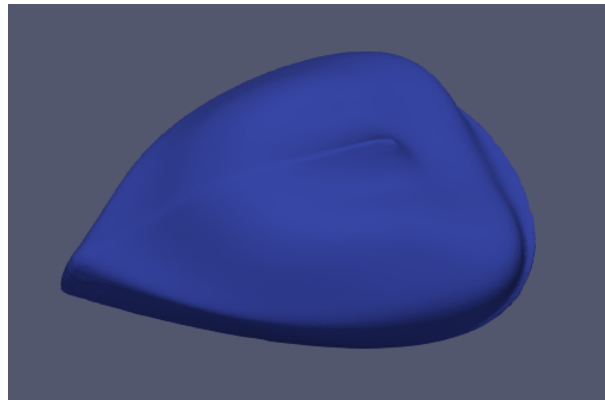
Σχήμα 50: Με λευκό φαίνεται το μη-βελτιστοποιημένο σχήμα της περίπτωσης 5 ενώ με μπλε το μη-βελτιστοποιημένο σχήμα της περίπτωσης 3.



Σχήμα 51: Σύγκριση των γεωμετριών της περίπτωσης 5 στην αρχή και στο τέλος της βελτιστοποίησης.

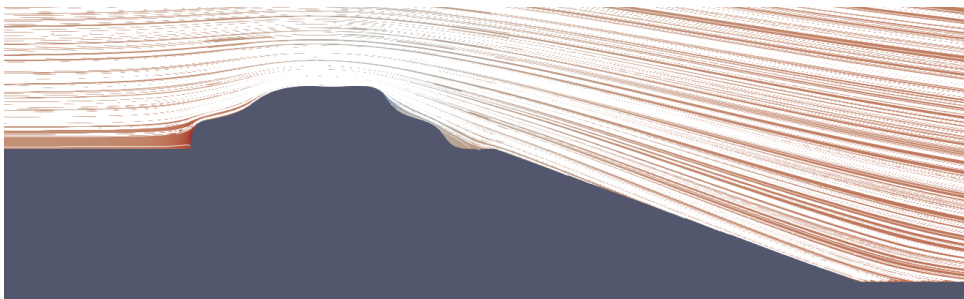
Στο σχήμα 52, με λευκό φαίνεται η αρχική γεωμετρία της περίπτωσης 5 ενώ με μπλε η βελτιστοποιημένη. Το σχήμα προκύπτει από τομή των VGs στο μέσο τους. Πρώτα διαφαίνεται

η πλαϊνή όψη και μετέπειτα η άνοψη.



Σχήμα 52: Τελική μορφή του VG της περίπτωσης 5 μετά τη βελτιστοποίηση.

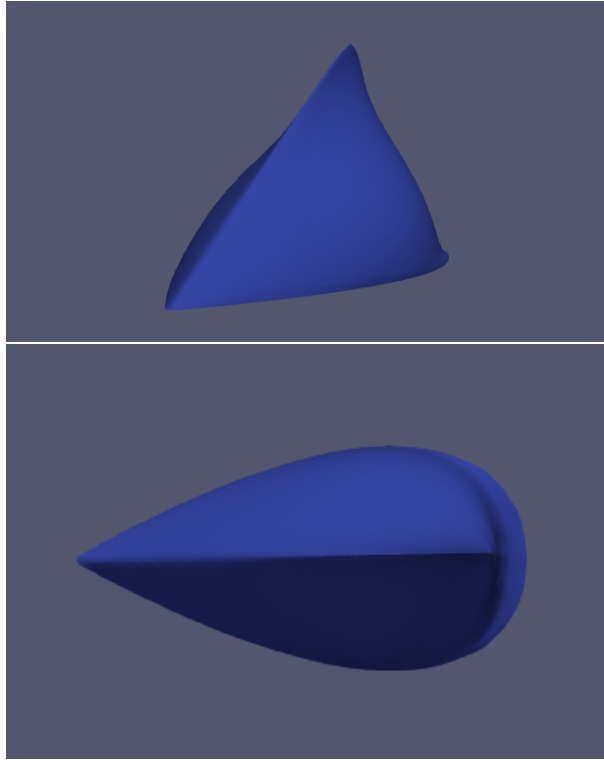
Το παχύτερο σχήμα αυξάνει τον συντελεστή σε σχέση με την άδεια αεροσήραγγα στην αρχική τιμή $C_d = 2.151 \times 10^{-3}$. Συγκρίνοντας το αρχικό σχήμα της περίπτωσης 5 με το σχήμα που προκύπτει με το πέρας της βελτιστοποίησης, παρατηρείται πως η μέγιστη διάσταση του πάχους δεν άλλαξε αλλά εμφανίστηκε όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις μία ανύψωση του σχήματος στο μπροστινό του μέρος. Επίσης υπήρξε αλλαγή της κλίσης στο πίσω μέρος του σχήματος. Η τελική τιμή της συνάρτησης στόχου είναι $C_d = 1.969 \times 10^{-3}$. Στην ουσία προέκυψε ένα σχήμα καλύτερο από αυτό που ανέδειξε η αρχική διαδικασία βελτιστοποίησης και φάνηκε πως, πιθανώς, γεωμετρίες με ελάχιστα μεγαλύτερο πάχος να είναι πιο αποτελεσματικές. Βέβαια, όπως φάνηκε και πριν την αρχή της βελτιστοποίησης, μεγάλη αύξηση του πάχους οδήγησε σε μεγαλύτερη τιμή του C_d . Τέλος, δίνεται το σχήμα 54 στο οποίο φαίνεται η ροή με το πέρας της βελτιστοποίησης.



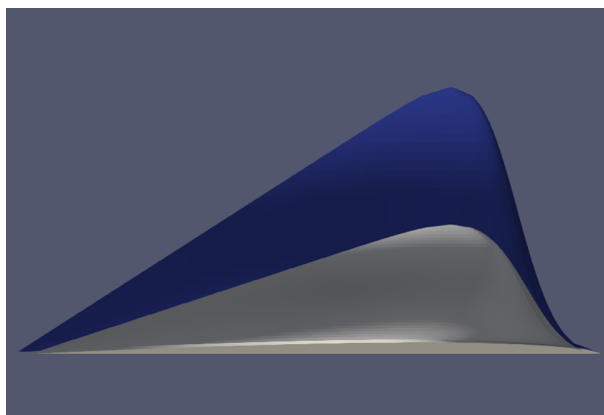
Σχήμα 53: Ροή μετά την βελτιστοποίηση του VG.

5.8 Περίπτωση 6

Στις προηγούμενες περιπτώσεις αναδείχθηκε πως η διαδικασία της βελτιστοποίησης αύξησε το ύψος στο μπροστινό μέρος της γεωμετρίας. Για αυτό τον λόγο επιλέχθηκε η δοκιμή ενός VG, το οποίο να χαρακτηρίζεται γενικότερα από μεγαλύτερο ύψος.



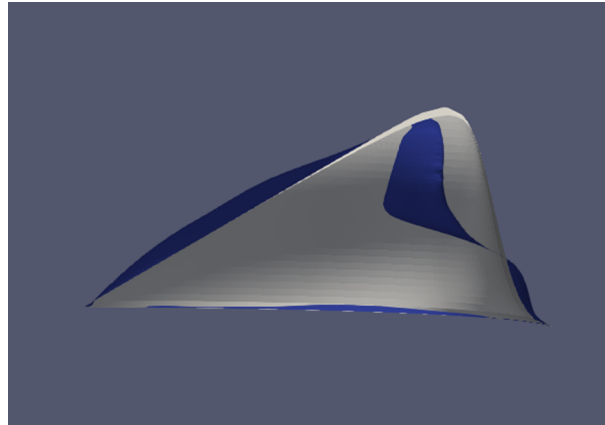
Σχήμα 54: VG περίπτωσης 6.



Σχήμα 55: Σύγκριση αρχικού ύψους περίπτωσης 6 και αρχικού VG.

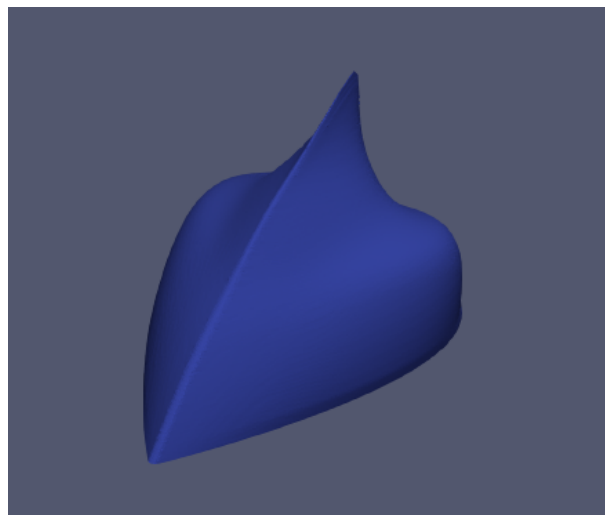
Στο σχήμα 56 διαφαίνεται η διαφορά ύψους των δύο VG σε κάθε σημείο τους. Η αρχική τιμή του C_d που προκύπτει λόγω του VG είναι $C_d = 2.218 \times 10^{-3}$ με το πέρας της

βελτιστοποίησης η τιμή αυτή μειώθηκε στη $C_d = 2.022 \times 10^{-3}$.



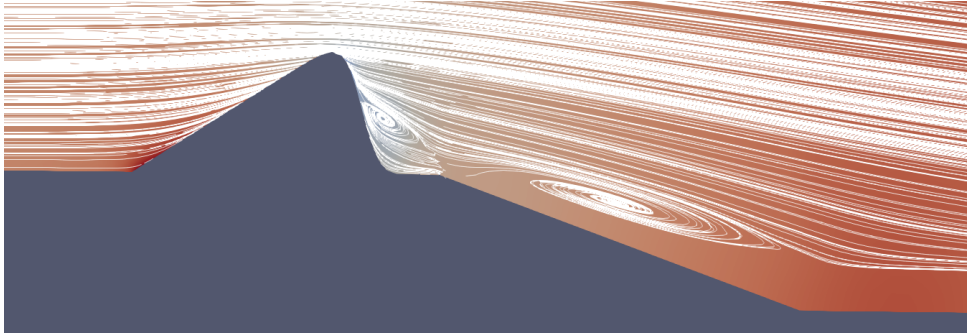
Σχήμα 56: Σύγκριση αρχικής και τελικής γεωμετρίας.

Όπως φαίνεται και από το σχήμα 57, η βελτιστοποίηση πάλι ακολούθησε μία παρόμοια κατεύθυνση, δηλαδή αύξηση του ύψους του μπροστινού μέρους και αλλαγή της πίσω καμπυλότητας. Βέβαια, σε αυτήν την περίπτωση, υπήρχε πτώση στο συνολικό ύψος της γεωμετρίας, καθώς η αρκετά μεγαλύτερη κατά ύψος γεωμετρία δημιουργούσε μία μεγάλη μετωπική επιφάνεια η οποία δυσχέραινε το φαινόμενο της αποκόλλησης.

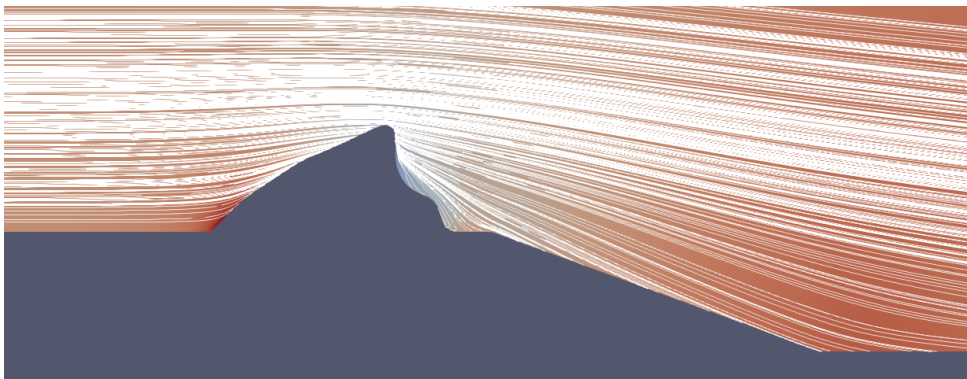


Σχήμα 57: VG μετά την βελτιστοποίηση.

Τέλος, στα σχήματα 59 και 60, δίνεται και η ροή πριν και μετά τη βελτιστοποίηση αντίστοιχα.



Σχήμα 58: Ροή πριν τη βελτιστοποίηση του VG περίπτωσης 6.



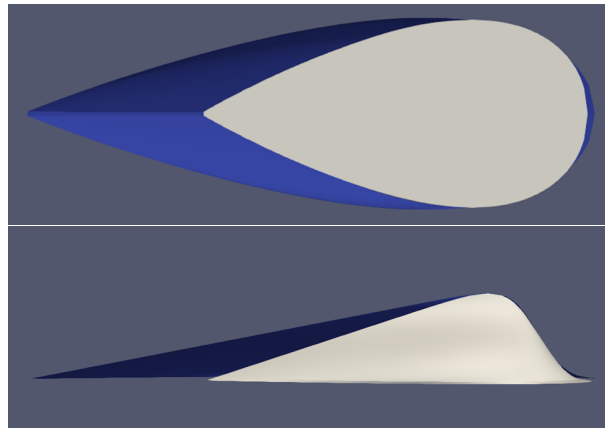
Σχήμα 59: Ροή μετά τη βελτιστοποίηση του VG περίπτωσης 6.

Παρατηρείται πως στο σχήμα 59 υπάρχει έντονη αποκόλληση, η οποία εμφανίζεται τόσο πίσω από το VG όσο και στο κεκλιμένο επίπεδο. Το έντονο φαινόμενο της αποκόλλησης που φαίνεται στο σχήμα 59, εξηγεί και τον λόγο που η τιμή του C_d πριν τη βελτιστοποίηση είναι υψηλότερη από όλες τις προηγούμενες περιπτώσεις. Το μεγάλο ύψος του VG, καθώς και η απότομη κλίση του στο πίσω μέρος, δυσχεραίνουν σημαντικά το φαινόμενο της αποκόλλησης, καθώς η ροή δεν δύναται να περάσει πάνω από το VG και να προσκολληθεί επιτυχώς. Το φαινόμενο αυτό εξηγεί γιατί η βελτιστοποιημένη γεωμετρία χαρακτηρίζεται από μικρότερο μέγιστο ύψος και εντονότερη καμπυλότητα στο πίσω τμήμα. Η βελτιστοποιημένη γεωμετρία οδηγεί σε σημαντική μείωση του φαινομένου αποκόλλησης, όπως φαίνεται και στο σχήμα 60.

5.9 Περίπτωση 7

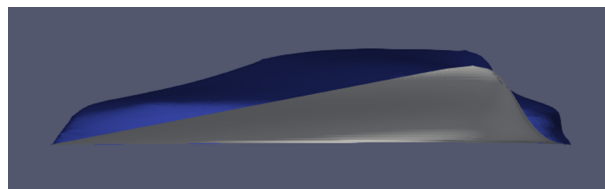
Στις προηγούμενες περιπτώσεις φάνηκε να υπήρχε αλλαγή κατά τη βελτιστοποίηση σε όλες τις διαστάσεις εκτός από τη διάσταση του μήκους. Για αυτόν τον λόγο, κρίνεται σκόπιμη

η μελέτη, σε αυτό το κεφάλαιο, της επίδρασης του μήκους στην τιμή του C_d . Επιλέχθηκε η δημιουργία ενός VG μακρύτερου του αρχικού αλλά ίδιου μέγιστου πάχους και ύψους.



Σχήμα 60: Σύγκριση του αρχικού VG με VG μεγαλύτερου μήκους. Άνοψη και πλαϊνή όψη αντίστοιχα.

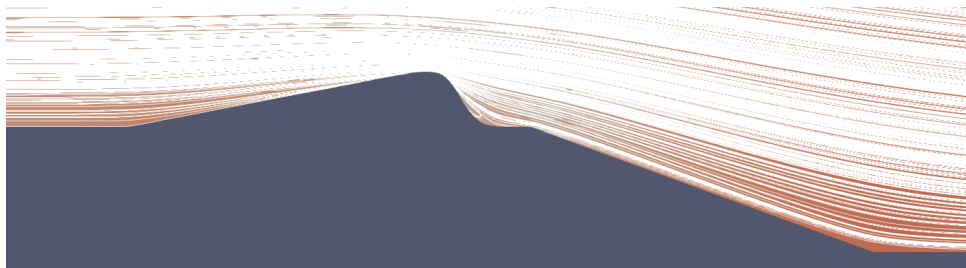
Η αρχική επιμυκημένη γεωμετρία χαρακτηρίζεται από την τιμή $C_d = 2.044 \times 10^{-3}$, δηλαδή χαμηλότερη σε σχέση με την άδεια αεροσήραγγα. Στο τέλος της βελτιστοποίησης επιτεύχθηκε η τιμή $C_d = 1.906 \times 10^{-3}$. Σε σχέση με τις άλλες περιπτώσεις, η αύξηση του μήκους έχει ήδη επιτύχει τη μικρότερη τιμή C_d . Άξιο αναφοράς βέβαια σε αυτό το σημείο είναι και το γεγονός πως, στην ουσία, αύξηση του μήκους οδηγεί και σε αύξηση του ύψους στο μπροστινό μέρος του VG μιας και η γεωμετρία του VG παραμένει όμοια κατά τις αλλαγές. Άρα, ενώ διατηρείται σταθερό το μέγιστο ύψος και πάχος, η συνολική επιφάνεια του VG αυξάνεται και η μπροστινή επιφάνεια ανυψώνεται. Οι προηγούμενες βελτιστοποιήσεις έδειξαν πως τέτοιου είδους ανυψώσεις στο μπροστινό μέρος οδηγούν σε μείωση του C_d .



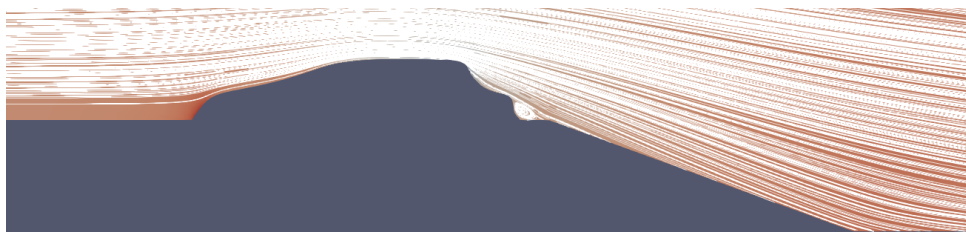
Σχήμα 61: Σύγκριση αρχικής γεωμετρίας με βελτιστοποιημένη. Με λευκό η αρχική και με μπλε η τελική.

Προέκυψε πάλι μία γεωμετρία πανομοιότυπη με τα προηγούμενα βελτιστοποιημένα VG. Δηλαδή, υπήρξε πάλι μία αύξηση του ύψους στο μπροστινό μέρος και αλλαγή της καμπυλό-

τητας στο πίσω μέρος. Στα σχήματα 63 και 64 φαίνεται πως αναπτύσσεται η ροή πριν και μετά τη βελτιστοποίηση του VG.



Σχήμα 62: Ροή πριν τη βελτιστοποίηση του VG περίπτωσης 7.

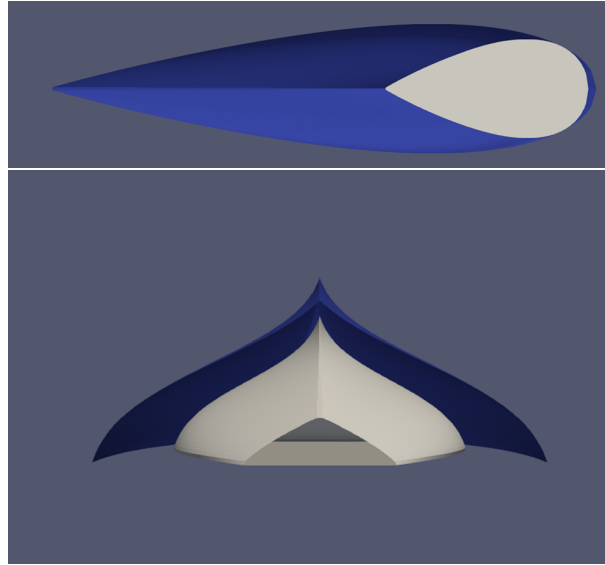


Σχήμα 63: Ροή μετά τη βελτιστοποίηση του VG περίπτωσης 7.

Από τα σχήματα 63 και 64 φαίνεται η διαφορά στη ροή που αναπτύσσεται στις δύο γεωμετρίες. Συγκεκριμένα, στη ροή μετά τη βελτιστοποίηση αναδεικνύεται η δημιουργία μίας περιοχής έντονης ανακυκλοφορίας στο πίσω μέρος του VG, που όπως και στην περίπτωση 1, λειτουργεί ευνοϊκά για τη μείωση του φαινομένου της αποκόλλησης.

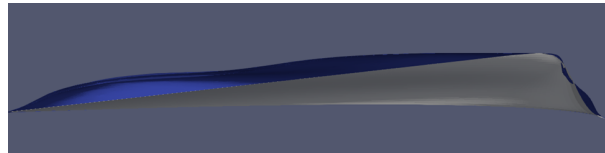
5.10 Τελικό VG

Λαμβάνοντας υπόψη τα συμπεράσματα από τις προηγούμενες περιπτώσεις σχεδιάστηκε ένα τελευταίο VG το οποίο είναι μεγαλύτερο κατά μήκος από το προηγούμενο, μιας και η αύξηση του μήκους συνέβαλε σημαντικά στη μείωση του C_d . Για τις άλλες δύο διαστάσεις επιλέχθηκε μία τιμή πάχους μεγαλύτερη του αρχικού VG της περίπτωσης 3 αλλά μικρότερου του VG της περίπτωσης 5. Επίσης, έγινε επιλογή ενός ύψους μικρότερου από την τιμή που επιλέχθηκε στην περίπτωση 6, και μεγαλύτερο του αρχικού VG της περίπτωσης 3. Με αυτόν τον τρόπο, επιδιώκεται η παραγόμενη γεωμετρία, έχοντας πάρει τις διαστάσεις της από τα αποτελέσματα των προηγούμενων βελτιστοποιήσεων, να οδηγήσει σε καλύτερο αποτέλεσμα.

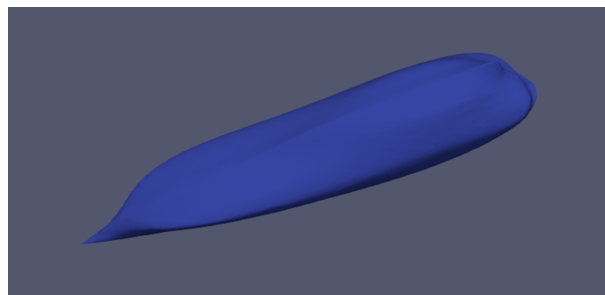


Σχήμα 64: Σύγκριση αρχικού VG της περίπτωσης 3 (λευκό) με το VG αυτής της περίπτωσης, πριν τη βελτιστοποίηση. Άνοψη και μπροστινή όψη σε τομή αντίστοιχα.

Όπως αναμενόταν πράγματι η επιλογή αυτών των διαστάσεων οδήγησε σε μία τιμή του C_d πολύ κοντινή στη μέχρι τώρα χαμηλότερη, συγκεκριμένα $C_d = 1.921 \times 10^{-3}$. Μετά τη βελτιστοποίηση επιτεύχθηκε μείωση της τιμής στη $C_d = 1.836 \times 10^{-3}$ που είναι η μικρότερη τιμή της συνάρτησης στόχου συνολικά.



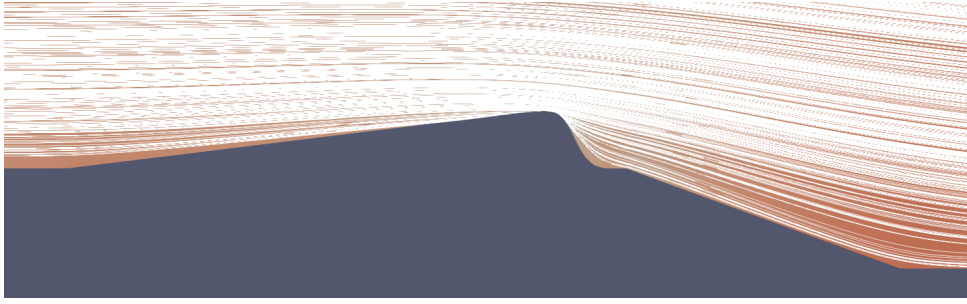
Σχήμα 65: Σύγκριση αρχικής και βελτιστοποιημένης γεωμετρίας.



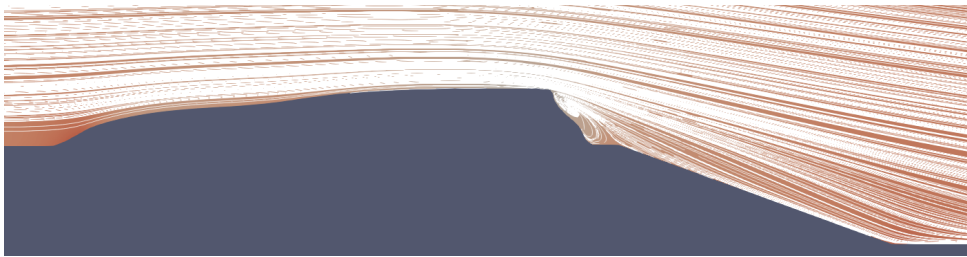
Σχήμα 66: Τελική μορφή VG.

Τέλος, στα σχήματα 68 και 69 αναδεικνύεται η ροή πριν και μετά τη βελτιστοποίηση

αντίστοιχα.



Σχήμα 67: Ροή πριν τη βελτιστοποίηση του τελικού VG.



Σχήμα 68: Ροή μετά τη βελτιστοποίηση του τελικού VG.

Για να γίνει και επαλήθευση των τιμών της τελικής γεωμετρίας πραγματοποιήθηκε και προσομοίωση της ροής με ένα διαφορετικό μοντέλο τύρβης συγκεκριμένα με το μοντέλο k- ω SST, που στην ουσία συνδυάζει τα μοντέλα τύρβης k- ϵ και k- ω [13]. Το μοντέλο αυτό σε ένα χρονικά σταθερό πρόβλημα ασυμπίεστης ροής περιγράφεται από τις δύο μερικές διαφορικές εξισώσεις:

$$u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tilde{P}_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$

$$\begin{aligned} u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = & \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + 2(1 - F_1) \sigma_\omega \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned}$$

όπου:

$$F_1 = \tanh \left(\left[\min \left(\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right) \right]^4 \right)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right)$$

Η τιμή της F_1 μηδενίζεται μακριά από την επιφάνεια του τοιχώματος, όπου στην ουσία εφαρμόζεται το k-ε μοντέλο. Αντίθετα, στην περιοχή του οριακού στρώματος εφαρμόζεται το μοντέλο του k-ω. Οι εκάστοτε σταθερές του μοντέλου υπολογίζονται από τις σταθερές ϕ_1 και ϕ_2 σύμφωνα με την γενική σχέση:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2,$$

Ο δείκτης 1 (ϕ_1) ορίζει τις τιμές που προέρχονται από το μοντέλο k-ω:

$$\beta^* = 0.09, \quad \alpha_1 = \frac{5}{9}, \quad \beta_1 = \frac{3}{40}, \quad \sigma_{k1} = 0.85, \quad \sigma_{\omega 1} = 0.5,$$

Ο δείκτης 2 (ϕ_2) ορίζει τις τιμές που προέρχονται από το μοντέλο k-ε:

$$\beta^* = 0.09, \quad \alpha_2 = 0.44, \quad \beta_2 = 0.0828, \quad \sigma_{k2} = 1, \quad \sigma_{\omega 2} = 0.856.$$

Όσον αφορά τις τιμές εισόδου του k και του ω αυτές τέθηκαν ως $k = 0.06m^2/s^2$ και $\omega = 35.94s^{-1}$. Το μοντέλο k-ω SST υπολόγισε την τιμή του C_d για το τελικό VG ίση με $C_d = 1.855 \times 10^{-3}$. Δηλαδή εμφανίστηκε μία διαφορά κοντά στο 1.03% ανάμεσα στα δύο μοντέλα.

5.11 Συνολικά Αποτελέσματα

Χρήσιμη μοιάζει σε αυτό το σημείο η παράθεση όλων των αποτελεσμάτων σε ένα συνολικό πίνακα. Παρακάτω δίνονται οι τιμές των συντελεστών οπισθέλκουσας ανά περίπτωση.

Περίπτωση	Αρχική Τιμή ($C_d \times 10^3$)	Τελική Τιμή ($C_d \times 10^3$)	% Μείωσης	VGs
Άδεια Αεροσήραγγα	2.101	--	--	--
Περίπτωση 1	2.195	2.028	7.61%	
Περίπτωση 2	2.198	2.091	4.83%	
Περίπτωση 3	2.062	1.999	3.05%	
Περίπτωση 4	2.089	2.014	3.58%	
Περίπτωση 5	2.151	1.969	8.45%	
Περίπτωση 6	2.218	2.020	8.93%	
Περίπτωση 7	2.044	1.906	6.75%	
Τελικό VG	1.921	1.836	4.42%	

Στην πρώτη στήλη φαίνονται όλες οι περιπτώσεις. Στη δεύτερη και τρίτη στήλη η τιμή πριν και μετά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, ενώ στην τέταρτη εμφανίζεται το ποσοστό της διαφοράς των δύο τιμών. Τέλος, στην τελευταία στήλη δίνεται ένα σχήμα που δείχνει το εκάστοτε βελτιστοποιημένο VG.

Σε όλες τις περιπτώσεις η διαδικασία βελτιστοποίησης οδήγησε σε μείωση του C_d σε σχέση με την αρχική εκάστοτε γεωμετρία. Ωστόσο, το ποσοστό βελτίωσης διαφοροποιείται σημαντικά μεταξύ των περιπτώσεων, γεγονός που υποδηλώνει ότι η αρχική γεωμετρία επηρεάζει καθοριστικά τόσο τη μορφή όσο και την αποτελεσματικότητα των βελτιστοποιημένων σχημάτων. Συγκεκριμένα το ποσοστό των περιπτώσεων 1, 5 και 6 είναι σημαντικά μεγαλύτερο από τα υπόλοιπα. Η διαφορά στα ποσοστά των περιπτώσεων 1 και 2 οφείλεται στη διαφορετική "στρατηγική" που επέλεξε η βελτιστοποίηση μιας και τα δύο σχήματα ξεκίνησαν από μία παρόμοια τιμή. Συγκεκριμένα η ζώνη ανακυκλοφορίας φαίνεται να λειτουργήσει καλύτερα σε σχέση με την αύξηση της κλίσης της μπροστινής επιφάνειας. Επίσης, στην διαδικασία που περιγράφηκε η διεργασία της βελτιστοποίησης είχε ένα διττό ρόλο. Συγκεκριμένα, σαφώς βελτίωνε σε κάθε περίπτωση την τιμή της συνάρτησης στόχου, αλλά προσέφερε και τις τιμές των βασικών διαστάσεων για τα σχήματα των επόμενων περιπτώσεων. Με αυτόν τον τρόπο, έγινε δυνατή η δημιουργία μιας γεωμετρίας καλύτερης όλων των προηγούμενων, της οποίας οι διαστάσεις είχαν καθοριστεί εν μέρει από τις προηγούμενες διαδικασίες βελτιστοποίησης.

6 Ανακεφαλαίωση και Συμπεράσματα

Στην διπλωματική αυτή εργασία μελετήθηκε η επίδραση των VGs στη συμπεριφορά της ροής σε συνθήκες αποκόλλησης, καθώς και η δυνατότητα βελτιστοποίησης της γεωμετρίας τους μέσω της συνεχούς συζυγούς μεθόδου. Οι διάφορες γεωμετρίες VG τοποθετήθηκαν στο κάτω τοίχωμα μίας αεροσήραγγας, εκεί όπου υπάρχει αύξηση της διατομής άρα επιβράδυνση της ροής, και η βελτιστοποίηση είχε ως στόχο τη μείωση του συντελεστή οπισθέλκουσας στο κάτω τοίχωμα της αεροσήραγγας.

Αρχικά, εισήχθησαν δύο γεωμετρίες που προκαλούσαν αποκόλληση της ροής (τραπεζοειδή σχήματα), ενώ στη συνέχεια εξετάστηκαν δύο πιο συνήθεις γεωμετρίες VG, οι οποίες περιόρισαν το φαινόμενο αυτό. Για μία από τις γεωμετρίες που μείωσαν την αποκόλληση, τροποποιήθηκαν οι τιμές των βασικών διαστάσεων της, με σκοπό τη διερεύνηση της επίδρασης κάθε διάστασης στον συντελεστή οπισθέλκουσας. Μέσω αυτής της διαδικασίας προσδιορίστηκαν οι τιμές των διαστάσεων αυτών, οδηγώντας σε ένα τελικό VG με τη χαμηλότερη τιμή συνάρτησης στόχου συγκριτικά με όλες τις εξεταζόμενες γεωμετρίες.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η παρουσία των VGs οδηγεί σε ενίσχυση της ανάμιξης εντός του οριακού στρώματος και σε μεταφορά ρευστού υψηλότερης ορμής προς την περιοχή κοντά στο τοίχωμα. Το φαινόμενο αυτό συμβάλλει στην καθυστέρηση της αποκόλλησης της ροής, γεγονός που είχε ως άμεση συνέπεια τη μείωση της οπισθέλκουσας δύναμης. Η ανάλυση βασίστηκε σε υπολογιστικές προσομοιώσεις RANS με χρήση του μοντέλου Spalart-Allmaras στο περιβάλλον OpenFOAM. Επίσης, έγινε επαλήθευση της τελικής τιμής του συντελεστή οπισθέλκουσας με χρήση του μοντέλου k- ω SST.

Μικρότερη τιμή συντελεστή οπισθέλκουσας παρουσίασε η περίπτωση του τελικού VG, με τιμή 1.836×10^{-3} και ποσοστό μείωσης της συνάρτησης στόχου 4.42% μεταξύ της αρχικής και της βελτιστοποιημένης γεωμετρίας. Η μεγαλύτερη διαφορά μεταξύ αρχικής και τελικής τιμής παρατηρήθηκε στην περίπτωση 6, με ποσοστό μείωσης 8.93%.

Δοκιμάστηκαν επίσης και μη 'αεροδυναμικές' γεωμετρίες, και σε αυτές τις περιπτώσεις φάνηκε ότι μέσω της διαδικασίας βελτιστοποίησης ήταν δυνατή η μείωση της συνάρτησης στόχου σε τιμές χαμηλότερες από την τιμή αναφοράς. Επιπλέον, αναδείχθηκε η μέθοδος δημιουργίας VGs μέσω αναλυτικών συναρτήσεων, με τη χρήση συναρτήσεων ενός αλλά και

τριών κλάδων. Από τις δύο μεθόδους δεν φαίνεται ότι κάποια υπερτερεί αισθητά καθώς και οι δύο είχαν τα πλεονεκτήματά τους και τα μειονεκτήματά τους. Συγκεκριμένα, μέσω της χρήσης των τμηματικών συναρτήσεων τριών κλάδων επιτυγχάνεται καλύτερος έλεγχος της τοπικής μορφής της γεωμετρίας. Βέβαια, κατά τη χρήση τους πρέπει να διασφαλίζεται η συνέχεια της καμπύλης, καθώς για αεροδυναμικές εφαρμογές είναι επιθυμητή η συνέχεια παραγώγων υψηλής τάξης και όχι μόνο της πρώτης παραγώγου. Αντίθετα, η χρήση αναλυτικών συναρτήσεων ενός κλάδου παρόλο που δεν προσφέρει τον ίδιο έλεγχο στην τοπική μορφή της γεωμετρίας, διασφαλίζει σε όλα τα παραγόμενα σχήματα τη συνέχεια των παραγώγων. Έτσι, σε γεωμετρίες όπου είναι αναγκαίος ο υψηλός έλεγχος της τοπικής μορφής της γεωμετρίας, όπως σε περιπτώσεις με απότομη αλλαγή καμπυλότητας στο πίσω μέρος του VG, είναι προτιμότερη η χρήση της τμηματικής προσέγγισης. Σε κάθε άλλη περίπτωση, ενδείκνυται η χρήση αναλυτικών συναρτήσεων ενός κλάδου.

Επιτεύχθηκε μείωση του C_d κατά 12.61% , καθώς η τιμή στην άδεια αεροσήραγγα είναι $C_d = 2.101 \times 10^{-3}$ και με την εισαγωγή του τελικού βελτιστοποιημένου VG επιτεύχθηκε μείωση στην τιμή $C_d = 1.836 \times 10^{-3}$. Από τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, φάνηκε πως γεωμετρίες που χαρακτηρίζονται από ανυψωμένο μπροστινό τμήμα οδηγούν στις χαμηλότερες τιμές του C_d . Οπότε, πιθανώς γεωμετρίες με μεγαλύτερη ανύψωση του μπροστινού τμήματος ενδέχεται να επιτύχουν περαιτέρω μείωση στην τιμή του C_d . Εκτός αυτού, στα παραγόμενα βελτιστοποιημένα σχήματα των τελευταίων περιπτώσεων, παρατηρήθηκε αλλαγή της καμπυλότητας του πίσω μέρους του VG με σκοπό τη δημιουργία μίας ζώνης ανακυκλοφορίας ακριβώς πίσω από το VG. Άρα, και γεωμετρίες με παρόμοια μορφή καμπυλότητας στο πίσω τμήμα τους δύνανται να μειώσουν περαιτέρω το C_d . Η διαδικασία της βελτιστοποίησης ανέδειξε και γεωμετρίες, όπως της περίπτωσης 4, όπου κατά μήκος της γεωμετρίας τμήματα του VG μετατοπίστηκαν και κατακόρυφα ωθώντας τη ροή να περάσει κάτω από τμήματα του VG, μία προσέγγιση που δεν εμφανίστηκε κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης κάποιου άλλου VG και οδήγησε σε περαιτέρω μείωση του φαινομένου της αποκόλλησης. Συνολικά, διάφορες μεταβολές στη γεωμετρική διαμόρφωση φαίνεται ότι μπορούν να συμβάλουν στη μείωση του C_d . Ωστόσο, η ανύψωση του μπροστινού τμήματος του VG αναδεικνύεται ως ο παράγοντας με τη μεγαλύτερη επιρροή στην τιμή του C_d , καθώς σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις, με το πέρας της διαδικασίας βελτιστοποίησης, παρατηρήθηκε ανύψωση του εμπρόσθιου τμήματος. Επιπλέον, οι γεωμετρίες που οδήγησαν στις χαμηλότερες τιμές του C_d χαρακτηρί-

ζονταν από έντονη ανύψωση στο μπροστινό τους μέρος.

Συμπερασματικά, η εργασία επιβεβαιώνει ότι τα VGs αποτελούν ένα αποτελεσματικό εργαλείο ελέγχου της ροής και ότι η συζυγής μέθοδος αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο για τη βελτιστοποίηση της γεωμετρίας τους, συμβάλλοντας ουσιαστικά στη βελτίωση της αεροδυναμικής απόδοσής τους.

Βιβλιογραφία

- [1] H. Schlichting and K. Gersten: Boundary-Layer Theory. Springer, 2017.
- [2] H. K. Versteeg and W. Malalasekera: An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Pearson Education, London, 2007.
- [3] S. B. Pope: Turbulent Flows. Cambridge University Press, 2000.
- [4] D. C. Wilcox: Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, 2006.
- [5] J. H. Ferziger and M. Perić: Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer, 2002.
- [6] J. D. Anderson: Fundamentals of Aerodynamics. McGraw--Hill, 2010.
- [7] P. R. Spalart and S. R. Allmaras: A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. AIAA Paper 92-0439, 1992.
- [8] E. M. Papoutsis-Kiachagias: Adjoint Methods for Shape Optimization in Fluid Dynamics. PhD Thesis, National Technical University of Athens, 2015.
- [9] E. M. Papoutsis-Kiachagias, N. Magoulas, J. Mueller, C. Othmer, and K. C. Giannakoglou: Noise reduction in car aerodynamics using a surrogate objective function and the continuous adjoint method with wall functions, 2015.
- [10] E. M. Papoutsis-Kiachagias and K. C. Giannakoglou: A parameterization and mesh movement strategy based on volumetric B-splines. Applications to shape optimization. NTUA/PCOpt/2015/01 REPORT, 2015.
- [11] K. C. Giannakoglou, E. M. Papoutsis-Kiachagias, I. S. Kavvadias, and K. Th. Gkaragkounis: Continuous Adjoint in Shape & Topology Optimization - Recent Developments & Applications. Conference: Seminar on Adjoint CFD Methods in Industry and Research, at Wiesbaden, Germany, 2016.
- [12] Parallel CFD & Optimization Unit, School of Mechanical Engineering, National Technical University of Athens: adjointOptimisationFoam Manual v2312, 2023.

- [13] F. R. Menter, M. Kuntz, and R. Langtry: Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model. *Turbulence, Heat and Mass Transfer* 4, 2003.