



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Ρευστών
Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής
& Βελτιστοποίησης

Παραμετροποίηση Μορφών και Προσαρμογή
Υπολογιστικών Πλεγμάτων με χρήση Αρμονικών
Συντεταγμένων. Εφαρμογή στην Αεροδυναμική
Βελτιστοποίηση Μορφής 2Δ Πτερυγώσεων και
Αγωγών.

Διπλωματική Εργασία

Μαυρονικόλα Μαρία

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2017

Ευχαριστίες

Πρώτα από όλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Κ. Γιαννάκογλου όχι μόνο για την καθοδήγηση που μου προσέφερε, αλλά κυρίως για την αστείρευτη υπομονή που υπέδειξε μαζί μου από την πρώτη μέρα μέχρι και την τελευταία.

Επίσης, θέλω να ευχαριστήσω τα μέλη της ομάδας της ΜΠΥΡ&Β του Ε.Θ.Σ., και ειδικά τη Δρ. Βαρβάρα Ασούτη, για το χρόνο που μου αφιέρωσε, τις εύστοχες συμβουλές της και όλες τις επεξηγήσεις που μου έδωσε όποτε και αν τις χρειάστηκα. Ταυτόχρονα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα Δημήτρη Καψούλη, ο οποίος, παρά το ήδη βεβαρημένο του πρόγραμμα, ήταν πάντα πρόθυμος να με βοηθήσει. Παράλληλα, οφείλω ένα ευχαριστώ στα παιδιά που ήταν μαζί μου στο εργαστήριο όλο αυτόν τον καιρό, για τα αστεία τους στις δύσκολες ώρες και τα πειράγματά τους στις εύκολες.

Προφανώς, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου, Μιχάλη και Μαύρα και κυρίως τον αδερφό μου Βαγγέλη, που με στήριζε και με στηρίζει ακόμα.

Τέλος, θέλω να πω ένα ευχαριστώ στον άνθρωπο που μου έμαθε να μην τα παρατάω.



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ
ΜΟΝΑΔΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ
ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

**Παραμετροποίηση Μορφών και Προσαρμογή Υπολογιστικών
Πλεγμάτων με χρήση Αρμονικών Συντεταγμένων. Εφαρμογή στην
Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση Μορφής 2Δ Πτερυγώσεων και
Αγωγών.**

Μαυρονικόλα Μαρία

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2017

Περίληψη

Ένα καθοριστικό στοιχείο των εφαρμογών Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD) είναι η γένεση κατάλληλου υπολογιστικού πλέγματος για την επίλυση της ροής, ενώ σε εφαρμογές βελτιστοποίησης μορφής είναι ιδιαίτερα χρήσιμη η δυνατότητα μετακίνησης-προσαρμογής του υπολογιστικού πλέγματος ώστε να μην χρειάζεται να δημιουργηθεί νέο. Ειδικά για εφαρμογές σχεδιασμού/βελτιστοποίησης μορφής 2Δ πτερυγώσεων στροβιλομηχανών, η διπλωματική εργασία προτείνει τη δημιουργία κατάλληλου συστήματος κλωβών-πλεγμάτων ελέγχου για την παραμετροποίηση με χρήση των αρμονικών συντεταγμένων, τόσο των κόμβων του χωρίου του κλωβού όσο και των κόμβων του υπολογιστικού πλέγματος, επιτυγχάνοντας έτσι την ταυτόχρονη μετατόπιση όλων των κόμβων του υπολογιστικού πλέγματος της ροής. Απαιτούμενο για τις εφαρμογές πτερυγώσεων στροβιλομηχανών είναι η διατήρηση της περιοδικότητας των ορίων του χωρίου ύστερα από κάθε μορφοποίηση του πλέγματος. Έτσι προτείνεται η δημιουργία ενός συστήματος κλωβών, που δημιουργείται από την ένωση ενός εσωτερικού και ενός δακτυλίου, που εξασφαλίζει όχι μόνο την περιοδικότητα των ορίων αλλά και την ομαλότητα του πλέγματος κοντά στα εξωτερικά όρια του συστήματος των κλωβών.

Στο πλαίσιο της διπλωματικής αυτής εργασίας προγραμματίστηκε λογισμικό για τη δημιουργία του κλωβού και την εφαρμογή του σε βελτιστοποίηση μορφής 2D αεροδυναμικών σωμάτων. Συγκεκριμένα, υλοποιήθηκε κώδικας σε γλώσσα προγραμματισμού Fortran 90 για τη δημιουργία του κλωβού, για την παραμετροποίηση και για την εύρεση των αρμονικών συντεταγμένων των κόμβων του CFD πλέγματος. Ο κώδικας αυτός αξιοποιήθηκε σε βελτιστοποίηση της μορφής μεμονωμένης συμμετρικής αεροτομής, πτερυγώσεων συμπιεστή και στροβίλου και αγωγού σχήματος S.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING
FLUIDS DEPARTMENT
LABORATORY OF THERMAL TURBOMACHINES
PARALLEL CFD & OPTIMIZATION UNIT

Shape Parameterization and Grid Adaptation using Harmonic Coordinates. Application to the Aerodynamic Optimization of 2D Cascades and Ducts.

Mavronikola Maria

Supervisor: Kyriakos C. Giannakoglou Professor NTUA

Athens, September 2017

Abstract

A decisive part of CFD applications is the generation of a proper computational grid which is necessary for the numerical solution of the flow equations, while in applications of the shape optimization of aerodynamic bodies the ability to displace-adapt the computational grid is particularly useful. Especially for applications of the shape optimization of 2D cascades, the diploma thesis proposes the creation of a suitable system of cages for the parameterization of both the nodes of the cage and the nodes of the computational grid, using the harmonics coordinates, thus achieving simultaneous displacement of all nodes of the CFD grid. An important requirement for cascade's applications is to maintain the periodicity of the boundaries after each mesh adaptation. Thus, it is proposed to create a system of cages, created by the combination of two other cages, ensuring not only the periodicity of the boundaries but also the smoothness of the mesh near the outer boundaries of the cage.

As part of this diploma thesis, software was developed to create the cage and its implementation on optimization of aerodynamic bodies. Specifically, a code in Fortran 90 was programmed to create the cage, to parameterize and to find the harmonic coordinates of the nodes of the CFD grid. This code is used to support the shape optimization of a single airfoil, compressor and turbine cascades and a duct.

Ακρωνύμια

ΕΜΠ Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

ΕΘΣ Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών

ΜΠΤΡ&Β Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής
Ρευστοδυναμικής Βελτιστοποίησης

ΥΡΔ Υπολογιστική Ρευστοδυναμική

NTUA National Technical University of Athens

CFD Computational Fluid Dynamics

EASY Evolutionary Algorithms System

EA Evolutionary Algorithms

FFD Free Form Deformation

MAEA Metamodel Assisted Evolutionary Algorithms

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
1.1	Περί Αεροδυναμικής Βελτιστοποίησης	1
1.2	Ανάγκη για Παραμόρφωση Πλέγματος	2
1.3	Τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης Μορφής	3
1.4	Μέθοδοι Παραμόρφωσης Πλέγματος	4
1.5	Στόχος και Δομή της Εργασίας	5
2	Μέθοδος Παραμετροποίησης 2D Χωρίων με Χρήση των Αρμονικών Συναρτήσεων	7
2.1	Βασικοί Ορισμοί - Έννοιες	7
2.2	Εισαγωγή στη Θεωρία των Αρμονικών Συναρτήσεων	10
2.2.1	Ιδιότητες των Αρμονικών Συναρτήσεων	11
2.3	Μέθοδος Παραμετροποίησης 2D Χωρίων	12
2.4	Παρατηρήσεις-Συμπεράσματα	14
2.5	Εφαρμογή σε Μη-Κυρτό Πολύγωνο	15
3	Έλεγχος Μορφής με Χρήση της Αρμονικής Παραμόρφωσης	19
3.1	Υλοποίηση της Τεχνικής του Ελέγχου Μορφής	19
3.1.1	Ενσωμάτωση Σώματος στον Κλωβό	21
3.1.2	Παραμόρφωση του Αεροδυναμικού Σώματος	22
3.2	Εφαρμογή της Μεθόδου σε Κινούμενα Σχέδια	23
3.3	Εφαρμογή της Μεθόδου σε Αεροτομές	26
3.3.1	Η Ιδέα των Δύο Κλωβών	27
3.3.2	Εφαρμογή της Τεχνικής των Δύο Κλωβών σε Αεροτομή	29

4	Εφαρμογές στη Βελτιστοποίηση Αεροδυναμικών Μορφών με Εξελικτικούς Αλγορίθμους	35
4.1	Διαδικασία Βελτιστοποίησης με χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων και Αρμονικών Παραμορφώσεων	35
4.1.1	Βασικά Χαρακτηριστικά ενός Εξελικτικού Αλγορίθμου	36
4.2	Εφαρμογές	39
4.2.1	Βελτιστοποίηση Αγωγού Σχήματος S	39
4.2.2	Βελτιστοποίηση Μορφής Μεμονωμένης Αεροτομής	45
4.2.3	Βελτιστοποίηση Μορφής Αεροτομής Πτερύγωσης Συμπιεστή	51
4.2.4	Βελτιστοποίηση Μορφής Πτερύγωσης Στροβίλου	56
5	Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα	63
5.1	Ανακεφαλαίωση	63
5.2	Συμπεράσματα	64
5.3	Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα	65
A'	Επίλυση Εξίσωσης Laplace με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Όγκων	67
A'.1	Υπολογισμός Εμβαδού Όγκου Ελέγχου σε 2D πλέγματα	67
A'.2	Διακριτοποίηση της Εξίσωσης	69
A'.3	Υπολογισμός Διανύσματος Κλίσης	71
	Βιβλιογραφία	73

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Περί Αεροδυναμικής Βελτιστοποίησης

Τα τελευταία χρόνια υπάρχει έντονο ενδιαφέρον στον τομέα της βελτιστοποίησης για το σχεδιασμό αεροδυναμικών μορφών (λ.χ. αεροτομών, πτερυγίων στροβιλομηχανών) με σκοπό την καλύτερη απόδοση τους σε κάποιο σημείο λειτουργίας. Από τη στιγμή, δηλαδή, που είναι υπολογιστικά εφικτή η ανάλυση ενός μηχανολογικού αντικειμένου, το επόμενο λογικό βήμα είναι η βελτιστοποίηση του, βάσει συγκεκριμένων στόχων. Η βελτιστοποίηση των μορφών αυτών στην αεροδυναμική, επιτυγχάνεται μέσω μεθόδων βελτιστοποίησης [4] και εμπεριέχει μεθόδους υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (ΥΡΔ, Computational Fluid Dynamics, CFD).

Η μέθοδος της βελτιστοποίησης είναι το εργαλείο το οποίο ανιχνεύει τον χώρο των υποψήφιων λύσεων και οδηγεί στον εντοπισμό της βέλτιστης από όλες τις υποψήφιες λύσεις. Για αυτόν το λόγο, απαιτείται ο καθορισμός ενός ή περισσοτέρων συναρτήσεων – στόχου (objective functions) οι οποίες πρέπει να ελαχιστοποιηθούν, των περιορισμών (constraints) του προβλήματος καθώς και των μεταβλητών σχεδιασμού (design variables), η επιλογή συνόλου τιμών των οποίων οδηγεί στη βέλτιστη λύση ενός προβλήματος. Κατά την ανίχνευση του χώρου των υποψήφιων λύσεων, την επιλογή δηλαδή των βέλτιστων τιμών μεταβλητών σχεδιασμού, απαιτείται υποστήριξη και από ένα υπολογιστικό εργαλείο το λεγόμενο λογισμικό αξιολόγησης, που αξιολογεί τις υποψήφιες λύσεις ως προς τους στόχους που τέθηκαν.

Στην αεροδυναμική, ένα είδος βελτιστοποίησης που χρησιμοποιείται πολύ συχνά είναι η βελτιστοποίηση μορφής (shape optimization), όπου το πρόβλημα στοχεύει στον προσδιορισμό της μορφής, λ.χ. μιας αεροτομής που θα παρουσιάζει μέγιστο συντελεστή άνωσης (C_L) υπό κάποιους περιορισμούς. Μερικά ακόμα χαρακτηριστικά προβλήματα τα οποία λύνονται στο πλαίσιο της αεροδυναμικής βελτιστοποίησης είναι η ελαχιστοποίηση της αεροδυναμικής αντίστασης σώματος σε εξωτερική ροή και η εύρεση της βέλτιστης μορφής πτερυγώσεων συμπίεστη ή στροβίλου, με καλύτερο βαθμό απόδοσης σε κάποιο σημείο λειτουργίας.

Αναπόσπαστο στοιχείο της διαδικασίας αυτής αποτελεί η “σωστή” διακριτοποίηση του χωρίου υπολογισμού (δημιουργία υπολογιστικού πλέγματος) ώστε οι διαφορικές εξισώσεις του προβλήματος να διακριτοποιηθούν σε αυτό και να δημιουργηθεί το προς επίλυση αλγεβρικό, πλέον, πρόβλημα.

1.2 Ανάγκη για Παραμόρφωση Πλέγματος

Τα δύο αυτά προβλήματα της εύρεσης της λύσης των εξισώσεων ροής και της βελτιστοποίησης μορφής είναι άρρηκτα συνδεδεμένα μεταξύ τους, καθώς, οποιαδήποτε αλλαγή της γεωμετρίας συνοδεύεται από νέα επίλυση της ροής γύρω από αυτήν. Ο κύκλος αυτός επαναλαμβάνεται μέχρις ότου βρεθεί η βέλτιστη λύση. Ζητούμενο είναι η διάρκεια που απαιτείται για την ολοκλήρωση του προβλήματος βελτιστοποίησης να είναι όσο το δυνατό μικρότερη.

Αυτό, βέβαια, εξαρτάται από πολλούς παράγοντες. Ιδιαίτερα σημαντικός είναι η επιλογή της μεθόδου βελτιστοποίησης. Εκτός όμως από τη μέθοδο βελτιστοποίησης, μείωση του υπολογιστικού χρόνου του προβλήματος βελτιστοποίησης μπορεί να επιτευχθεί και με την εξασφάλιση ότι η δημιουργία του υπολογιστικού πλέγματος θα γίνεται μόνο μία φορά. Η ανάγκη διαρκούς επαναπλεγματοποίησης (remeshing) κατά την αλλαγή της μορφής του σώματος για την επίλυση της ροής στη νέα παραμορφωμένη γεωμετρία μπορεί να εξαλειφθεί με την ταυτόχρονη αλλαγή γεωμετρίας και προσαρμογή του αρχικού πλέγματος σε αυτή. Η μείωση του συνολικού χρόνου υπολογισμού μπορεί να

είναι σημαντική, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις επίλυσης ροής σε χωρία όπου το πλήθος των κόμβων του πλέγματος είναι πολύ μεγάλο και, συνεπώς, η πλεγματοποίηση (ιδίως για μη-δομημένα πλέγματα) χρονοβόρα.

1.3 Τεχνική Ελεύθερης Παραμόρφωσης Μορφής

Πολλές ιδέες, που μέχρι πρόσφατα έβρισκαν εφαρμογή στην περιοχή του κινουμένου σχεδίου και των ψηφιακών χαρακτήρων, δοκιμάζονται τελευταία με επιτυχία στη γεωμετρική περιγραφή μηχανολογικών αντικειμένων-αεροδυναμικών σωμάτων. Μία από αυτές είναι η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης Μορφής (Free Form Deformation-FFD).

Η δημιουργία πλέγματος για τα εργαλεία ρευστοδυναμικής ανάλυσης είναι, όπως αναφέρθηκε, μια διαδικασία χρονοβόρα με υψηλό υπολογιστικό κόστος. Συνεπώς, δεν είναι εύκολη η αυτοματοποίηση μιας επαναληπτικής διαδικασίας βελτιστοποίησης, αν η δημιουργία πλέγματος δεν μπορεί να αυτοματοποιηθεί. Το παραπάνω μειονέκτημα αντιμετωπίζεται με πολύ μεγάλη επιτυχία από την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης Μορφής. Στη συγκεκριμένη τεχνική, η τροποποίηση μιας γεωμετρίας δεν πραγματοποιείται με αλλαγή των γεωμετρικών παραμέτρων της, αλλά με παραμόρφωση του χώρου μέσα στον οποίο βρίσκεται το αεροδυναμικό σώμα, μέσω της παραμόρφωσης ενός πλέγματος ελέγχου. Η μέθοδος επιτρέπει τη συμβατή παραμόρφωση όχι μόνο του αεροδυναμικού σχήματος του σώματος που είναι επιθυμητό να βελτιστοποιηθεί, αλλά και των υπολογιστικών πλεγμάτων που χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της κάθε υποψήφιας λύσης.

Ουσιαστικά, η τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης Μορφής συσχετίζει τις συντεταγμένες των σημείων που περιγράφουν το αεροδυναμικό σώμα με τις συντεταγμένες των σημείων του πλέγματος ελέγχου (οι μετατοπίσεις των οποίων αποτελούν τις μεταβλητές σχεδιασμού). Συγκεκριμένα, με την τεχνική της Ελεύθερης Παραμόρφωσης Μορφής, αντί ο χρήστης να διαχειρίζεται απευθείας το σώμα, διαχειρίζεται το χώρο που

το περιέχει και ο οποίος ορίζεται με τη βοήθεια του πλέγματος ελέγχου. Αυτό έχει κατασκευαστεί σύμφωνα με το αεροδυναμικό σώμα που είναι επιθυμητό να παραμορφωθεί. Για να τροποποιηθεί το σώμα ο χρήστης ή, ενδεχομένως, μια μέθοδος βελτιστοποίησης μετακινεί τα σημεία ελέγχου του πλέγματος ελέγχου και, ταυτόχρονα, παραμορφώνεται και ο χώρος αλλά και το σώμα.

1.4 Μέθοδοι Παραμόρφωσης Πλέγματος

Η ανάγκη αποφυγής της επαναπλεγματοποίησης και προσαρμογής του πλέγματος στη νέα γεωμετρία, για την ελάττωση του υπολογιστικού χρόνου μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης, οδήγησε στην ανάπτυξη πολλών μεθόδων παραμόρφωσης πλέγματος. Κάποιες από αυτές εξασφαλίζουν καλύτερη ποιότητα πλέγματος έναντι των υπολοίπων, αλλά με μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος, ή το αντίθετο.

Μία πρώτη κατηγορία μεθόδων παραμόρφωσης πλέγματος είναι η μέθοδος κατά την οποία το υπολογιστικό πλέγμα αντιμετωπίζεται ως ένα ελαστικό στερεό σώμα [10], [11]. Οι ελαστικές εξισώσεις εκφράζουν ισορροπία των ασκούμενων δυνάμεων και ροπών σε στοιχειώδες τμήμα του όγκου αυτού. Αυτές οι εξισώσεις εκφράζουν το σχήμα του υπολογιστικού πλέγματος, το οποίο προέκυψε από τη μετατόπιση των επιφανειακών κόμβων.

Μία άλλη μέθοδος είναι η μέθοδος των ελατηρίων [12], [13]. Σε αυτήν τη μέθοδο, το πλέγμα αντιμετωπίζεται ως ένα σύστημα γραμμικών ή στρεπτικών ελατηρίων. Συγκεκριμένα, θεωρείται ότι η παραμόρφωση ενός στοιχείου του πλέγματος καθορίζεται από τα ελατήρια, τα οποία είναι τοποθετημένα είτε πάνω στους κόμβους, είτε στις ακμές που ενώνουν τους κόμβους του υπολογιστικού πλέγματος. Η μετατόπιση των οριακών κόμβων του πλέγματος επηρεάζει τη μετατόπιση των εσωτερικών, η οποία υπολογίζεται από επίλυση των εξισώσεων ισορροπίας δυνάμεων και ροπών στους κόμβους του πλέγματος.

Επίσης, υπάρχει και η μέθοδος στην οποία ορίζεται μία συνάρτηση στόχος [14], η οποία ποσοτικοποιεί την ποιότητα του πλέγματος και, λύνοντας το πρόβλημα ελαχιστοποίη-

σης, προκύπτουν οι νέες θέσεις του υπολογιστικού πλέγματος.

Τέλος μία ακόμα μέθοδος για την παραμόρφωση πλέγματος αποτελεί αυτή των δικτύων RBF (Radial Basis Functions-Συναρτήσεις Ακτινικής Βάσης), τα οποία αξιοποιώντας κατάλληλες συναρτήσεις ακτινικής βάσης κατανέμουν τη μετατόπιση οριακών πλεγματικών κόμβων στους εσωτερικούς, ανάλογα με την απόστασή τους από κάποια “κέντρα” [15], [16].

1.5 Στόχος και Δομή της Εργασίας

Στόχος της διπλωματικής αυτής εργασίας είναι να προγραμματίσει και να εφαρμόσει την παραμετροποίηση του κλωβού με χρήση της θεωρίας των αρμονικών συναρτήσεων με σκοπό τη μορφοποίηση διδιάστατων πλεγμάτων ελέγχου (κλωβών), με τη χρήση των οποίων παραμορφώνονται διδιάστατα πλέγματα πτερυγώσεων στροβιλομηχανών και αγωγού για χρήση κατά τη βελτιστοποίηση μορφής με αυτόματη προσαρμογή του υπολογιστικού πλέγματος.

Η δομή της εργασίας είναι η εξής:

- Στο 2^ο Κεφάλαιο ορίζονται οι βασικές έννοιες: βαρυκεντρικές και αρμονικές συντεταγμένες, κλωβός (αρμονικό χωρίο), αεροδυναμικό σώμα (CFD χωρίο), σημεία ελέγχου (Knots) και αρμονική παραμόρφωση και παρουσιάζονται κάποιες βασικές ιδιότητες των αρμονικών συναρτήσεων. Στη συνέχεια, αναπτύσσεται η μέθοδος παραμετροποίησης του χώρου με χρήση της θεωρίας των αρμονικών συναρτήσεων και παρατίθενται απλά παραδείγματα.
- Στο 3^ο Κεφάλαιο παρουσιάζεται η διαδικασία υλοποίησης του ελέγχου μορφής με χρήση της αρμονικής παραμόρφωσης και παρουσιάζεται η έννοια της τοπικής παραμόρφωσης με τη χρήση συστήματος κλωβών που δημιουργείται από συνδυαστική δράση ενός εξωτερικού κλωβού και ενός κλωβού-δακτυλίου και παρατίθενται παραδείγματα για την κατανόησή των ανωτέρω.

- Στο 4^ο Κεφάλαιο αρχικά παρουσιάζονται κάποιες βασικές πληροφορίες για τους εξελικτικούς αλγορίθμους και για τον τρόπο συνδυασμού του λογισμικού βελτιστοποίησης EASY με την τεχνική του ελέγχου μορφής. Έπειτα εφαρμόζεται η προτεινόμενη μέθοδος για τη βελτιστοποίηση μορφής μεμονωμένης συμμετρικής αεροτομής, 2D πτερυγώσεων συμπιεστή και στροβίλου και αγωγού σχήματος S με χρήση εξελικτικών αλγορίθμων και αναλύονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν.
- Στο 5^ο Κεφάλαιο γίνεται σύνοψη συμπερασμάτων από τις εφαρμογές που πραγματοποιήθηκαν και δίνονται προτάσεις για επέκταση της μεθόδου που παρουσιάστηκε.

Κεφάλαιο 2

Μέθοδος Παραμετροποίησης 2D Χωρίων με Χρήση των Αρμονικών Συναρτήσεων

Σε αυτό το κεφάλαιο αναλύεται η θεωρία της μεθόδου παραμετροποίησης 2D χωρίου βάση των αρμονικών συναρτήσεων. Επίσης εισάγονται βασικοί ορισμοί και παρουσιάζεται το μαθηματικό υπόβαθρο των αρμονικών συναρτήσεων. Τέλος, παρατίθενται παραδείγματα για την καλύτερη κατανόηση των ανωτέρω.

2.1 Βασικοί Ορισμοί - Έννοιες

Βαρυκεντρικές Συντεταγμένες

Οι βαρυκεντρικές συντεταγμένες (barycentric coordinates) μπορούν να παρομοιαστούν με “βάρη” [1], τοποθετημένα στις κορυφές ενός τριγώνου. Τα “βάρη” αυτά χρησιμοποιούνται για την παρεμβολή των σημείων που βρίσκονται στο εσωτερικό ή στο περίγραμμα του τριγώνου. Ο όρος “παρεμβολή” αναφέρεται στη διαδικασία εύρεσης των τιμών (συντεταγμένων) των εσωτερικών σημείων του τριγώνου, συναρτήσει των τιμών των κορυφών που είναι γνωστές.

Αρμονικές Συντεταγμένες

Οι αρμονικές συντεταγμένες (harmonic coordinates) αποτελούν ουσιαστικά τη γενίκευση των βαρυκεντρικών συντεταγμένων, από τρίγωνα σε πολύγωνα N πλευρών, κυρτά ή μη, και μπορούν αντίστοιχα να παρομοιαστούν με βάρη τοποθετημένα στις κορυφές του πολυγώνου (πλέον). Οι αρμονικές συντεταγμένες του περιγράμματος του πολυγώνου, είναι ουσιαστικά οι συνθήκες Dirichlet εφαρμοσμένες N φορές για κάθε δύο διαδοχικές ακμές, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1. Οι αρμονικές συντεταγμένες των εσωτερικών σημείων προκύπτουν ως λύσεις του κλασικού προβλήματος Dirichlet, χρησιμοποιώντας την εξίσωση Laplace ως βασική μ.δ.ε. στο εσωτερικό του χωρίου. Σε αυτήν τη διπλωματική εργασία, τα σημεία αυτά (τόσο τα εσωτερικά όσο και τα σημεία των ακμών) αποτελούν ουσιαστικά τους κόμβους που προκύπτουν από τη διακριτοποίηση του χωρίου με μη-δομημένο πλέγμα τριγωνικών στοιχείων. Επειδή δεν έχει βρεθεί αναλυτική λύση της εξίσωσης Laplace για οποιοδήποτε τυχαίο πολύγωνο (πέραν πολύ συγκεκριμένων περιπτώσεων), ο υπολογισμός των αρμονικών συντεταγμένων των εσωτερικών σημείων του χωρίου ως προς τις κορυφές γίνεται αριθμητικά. Παρ' όλα αυτά, ο υπολογισμός αυτός γίνεται μία φορά και, ύστερα, είναι υπολογιστικά γρήγορο να βρεθούν οι νέες θέσεις των εσωτερικών σημείων, αν οι κορυφές μετακινηθούν, αφού πλέον τα εσωτερικά σημεία είναι εκφρασμένα ως γραμμικοί συνδυασμοί των αρμονικών τους συντεταγμένων και της θέσης των κορυφών.

Παραμετροποίηση με χρήση Αρμονικών Συντεταγμένων

Ένα κύριο χαρακτηριστικό τόσο των αρμονικών όσο και των βαρυκεντρικών συντεταγμένων είναι η ιδιότητα τους να ελέγχουν τα σημεία που παρεμβάλλονται στο χωρίο, το οποίο οι ίδιες συντεταγμένες ορίζουν, μια διαδικασία που αποκαλείται παραμετροποίηση. Τυπικά, ο όρος αυτός συναντάται στα μαθηματικά και ερμηνεύεται ως η αλλαγή του συστήματος συντεταγμένων των σημείων εσωτερικά του τριγώνου, από καρτεσιανές σε βαρυκεντρικές/αρμονικές. Μετά την εφαρμογή αυτής της διαδικασίας, τα εσωτερικά σημεία είναι εκφρασμένα ως γραμμικοί συνδυασμοί των βαρών, γεγονός που καθιστά εύκολη την εύρεση της νέας τους θέσης, εάν τα σημεία ελέγχου (κορυφές-Knots) μετακινηθούν. Ο τρόπος αυτός, που από δω και στο εξής θα αναφέρεται ως αρμονική παραμόρφωση ή έλεγχος μορφής, είναι και το αντικείμενο του επόμενου κεφαλαίου.

Κλωβός - Πλέγμα Ελέγχου

Κλωβός (Cage) ορίζεται κάθε τυχαίο διδιάστατο πλεγματοποιημένο πολύγωνο N κορυφών (σημείων ελέγχου), στο οποίο επιλύεται η εξίσωση Laplace έτσι ώστε κάθε κόμβος του κλωβού (είτε είναι εσωτερικά του χωρίου είτε πάνω στις ακμές) να αποκτήσει N αρμονικές συντεταγμένες, μία από κάθε σημείο ελέγχου. Με αυτόν τον τρόπο, μετακινώντας μόνο τις κορυφές του κλωβού, ελέγχεται πλήρως όλο το χωρίο. Επισημαίνεται ότι οι όροι πλέγμα ελέγχου και κλωβός θα θεωρούνται, από εδώ και στο εξής, ταυτόσημοι και θα εναλλάσσονται χωρίς να διαφοροποιείται η ερμηνεία τους. Τονίζεται, ότι στη διπλωματική αυτή εργασία, το πλέγμα αποτελείται αποκλειστικά από τριγωνικά στοιχεία (μη-δομημένο πλέγμα), χωρίς όμως αυτό να έχει καμία επίπτωση στη μέθοδο η οποία δεν ασχολείται με τη συνδεσμολογία των στοιχείων του πλέγματος.

Αεροδυναμικό Σώμα - CFD χωρίο

Το αεροδυναμικό σώμα είναι το διδιάστατο σχήμα (π.χ μια αεροτομή), του οποίου η μορφή είναι επιθυμητό να βελτιστοποιηθεί με κάποιο λογισμικό αξιολόγησης. Για να γίνει αυτό πλεγματοποιείται όλο το CFD χωρίο (εκτός του εσωτερικού της αεροτομής) με τριγωνικά στοιχεία. Έπειτα, οι τιμές των συντεταγμένων των κόμβων του κλωβού (αραιό πλέγμα) παρεμβάλλονται στους κόμβους του CFD πλέγματος (πυκνό πλέγμα) και, αναλόγως από το σε ποιο τριγωνικό στοιχείο του κλωβού βρίσκονται, αποκτούν μία αρμονική συντεταγμένη από κάθε κόμβο ελέγχου (κορυφή) του κλωβού.

Σημεία Ελέγχου

Τα σημεία ελέγχου ταυτίζονται ουσιαστικά με τις κορυφές του κλωβού και ορίζονται από το χρήστη. Προφανώς, δεν είναι απαραίτητο όλες οι κορυφές να είναι και σημεία ελέγχου, δηλαδή δεν είναι απαραίτητο να επιλυθεί η εξίσωση Laplace για κάποιο σημείο ελέγχου που δεν πρόκειται να μετακινήθει. Τα σημεία ελέγχου ελέγχουν πλήρως, όχι μόνο τον κλωβό τον οποίο οριοθετούν, αλλά και οποιοδήποτε άλλο χωρίο βρεθεί (παρεμβληθεί με μια πιο αυστηρή μαθηματική έννοια) μέσα στον κλωβό αυτό.

Αρμονική Παραμόρφωση

Αρμονική Παραμόρφωση ορίζεται η παραμόρφωση-μετακίνηση των κόμβων του αεροδυναμικού σώματος και του CFD πλέγματος που το περιβάλλει, η οποία δημιουργείται αποκλειστικά από τη μετακίνηση των σημείων ελέγχου του αρμονικού χωρίου (κλωβού), αφού πρώτα υπολογιστούν οι αρμονικές συντεταγμένες (βάση) των κόμβων του σώματος ως προς κάθε σημείο ελέγχου ύστερα από την “ενσωμάτωση” του κλωβού στο αεροδυναμικό σώμα. Η ενσωμάτωση υλοποιείται με παρεμβολή των τιμών των αρμονικών συντεταγμένων των κόμβων του κλωβού στους κόμβους του CFD πλέγματος. Τονίζεται εδώ, ότι το σχήμα του κλωβού έχει ιδιαίτερη σημασία, γιατί είναι άμεσα συνδεδεμένο με την κατανομή της επίδρασης των βαρών στο CFD πλέγμα, δηλαδή με το πόσο “καλά” ελέγχονται οι κόμβοι του CFD πλέγματος. Στόχος της αρμονικής παραμόρφωσης σε αυτήν τη διπλωματική εργασία είναι η βελτιστοποίηση της μορφής του αεροδυναμικού σώματος και όχι απλά η μετακίνησή του, καθώς επίσης και η εξοικονόμηση υπολογιστικού χρόνου κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης, αφού μαζί με τη μορφή του αεροδυναμικού σώματος μετακινείται κατάλληλα και το πλέγμα γύρω του.

2.2 Εισαγωγή στη Θεωρία των Αρμονικών Συναρτήσεων

Δεδομένου ότι η συγκεκριμένη μέθοδος παραμετροποίησης του χώρου χρησιμοποιεί την εξίσωση Laplace, είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τη θεωρία των αρμονικών συναρτήσεων, οπότε παρατίθενται κάποιοι βασικοί ορισμοί και ιδιότητες των δεύτερων, για την καλύτερη επεξήγηση της μεθόδου.

Η εξίσωση Laplace σε δύο διαστάσεις ορίζεται ως εξής:

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (2.1)$$

όπου ο τελεστής ∇^2 είναι ο τελεστής Laplace.

Μία δις παραγωγίσιμη συνάρτηση καλείται *αρμονική*, αν και μόνο αν είναι λύση της

εξίσωσης Laplace σε ένα χωρίο $C \in R^n$.

2.2.1 Ιδιότητες των Αρμονικών Συναρτήσεων

Έστω χωρίο C , με N σημεία ελέγχου και $p(x, y)$ τυχαίο εσωτερικό σημείο του κλωβού (σχήμα 2.1). Οι αρμονικές συναρτήσεις h_i , $i = 1 \dots N$ πρέπει να ικανοποιούνται εσωτερικά του κλωβού και να ορίζονται για κάθε μία από τις C_i κορυφές. Οι συναρτήσεις αυτές πρέπει (επιβάλλεται) λοιπόν να υπακούουν στα ακόλουθα:

$$1] h_i(C_j) = \delta_i^j$$

$$2] \sum_{i=1}^N h_i(p) = 1 \quad \forall p \in C$$

$$3] h_i(p) \geq 0, \quad \forall p \in C$$

4] $h_i(p)$ τουλάχιστον μία φορά παραγωγίσιμη στα όρια

5] $h_i(p)$ τουλάχιστον δις παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του χωρίου.

Όσον αφορά το εσωτερικό του χωρίου, ισχύει ότι

$$\nabla^2 h_i(p) = 0, \quad \forall p \in C \quad (2.2)$$

Επομένως, η $h_i(p)$ ικανοποιεί την εξίσωση Laplace στο εσωτερικό του χωρίου. Κάθε σημείο p του χωρίου μπορεί να γραφτεί ως γραμμικός συνδυασμός των h_i σύμφωνα με τη σχέση:

$$p = \sum_{i=1}^N h_i(p) C_i \quad (2.3)$$

και μάλιστα για $h_i(p) = \delta_i^j$ προκύπτει ότι:

$$p = \sum_{i=1}^N h_i(p)C_i = \sum_{i=1}^N \delta_i^j C_i = C_j \quad (2.4)$$

όπου $\delta_{i,j}$ το σύμβολο του *Kronecker*, το οποίο ισούται με τη μονάδα όταν $i = j$ και με το μηδέν όταν $i \neq j$.

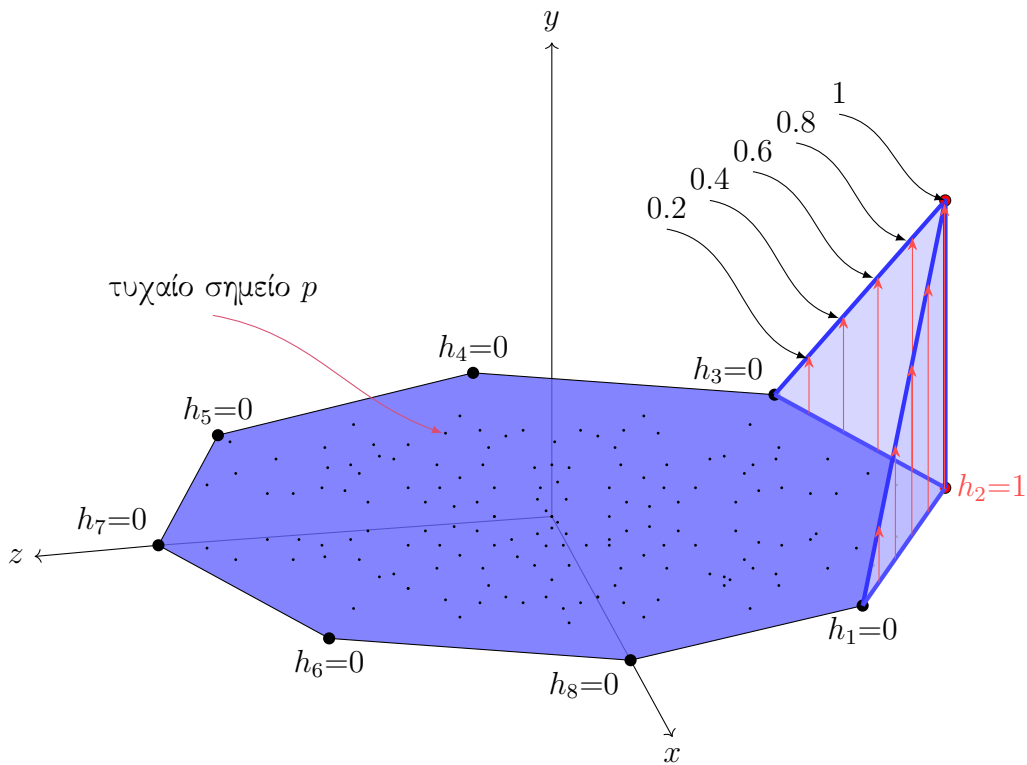
Ιδιότητα 1 Μία χρήσιμη ιδιότητα των αρμονικών συναρτήσεων είναι ότι αποκτούν τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή τους στα όρια του χωρίου [1].

Ιδιότητα 2 Αποδεικνύεται, με χρήση της προαναφερθείσας ιδιότητας, ότι για γνωστές τιμές της αρμονικής συνάρτησης στα όρια του χωρίου, υπάρχει μία και μοναδική αρμονική συνάρτηση που μπορεί να οριστεί για όλα τα σημεία του χωρίου.

2.3 Μέθοδος Παραμετροποίησης 2D Χωρίων

Αφού εισήχθησαν οι βασικοί ορισμοί, θα παρουσιαστεί ένα παράδειγμα αριθμητικής επίλυσης της εξίσωσης Laplace σε ένα 2D κλωβό. Έστω χωρίο C , με N σημεία ελέγχου. Οι αρμονικές συντεταγμένες $h_i(p)$ κάθε κόμβου p του χωρίου είναι οι τιμές που προκύπτουν από τη λύση της εξίσωσης Laplace, με συγκεκριμένες συνθήκες Dirichlet στα όρια του χωρίου. Η επίλυση πραγματοποιείται για κάθε σημείο ελέγχου ξεχωριστά, άρα κάθε σημείο p έχει N αρμονικές συντεταγμένες, μία από κάθε σημείο ελέγχου. Η μέθοδος αυτή, μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε πολύγωνο πλευρών αριθμού N , κυρτό ή μη, με πολύ καλά αποτελέσματα [3].

Από τα παραπάνω συνεπάγεται ότι κάθε κόμβος του κλωβού (συμπεριλαμβανομένων των σημείων ελέγχου) θα έχει N αριθμό βαρών, ένα από κάθε κορυφή (σημείο ελέγχου).



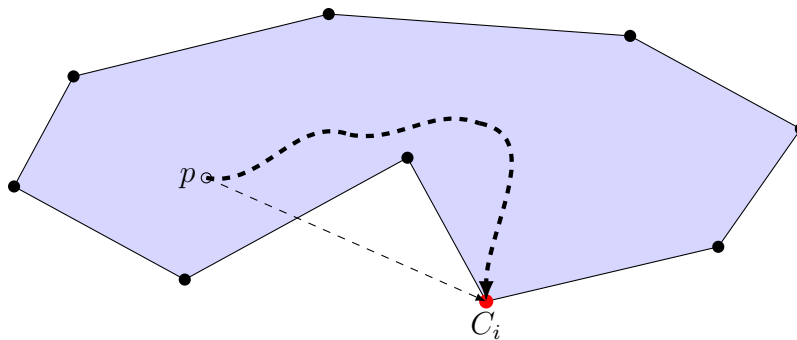
Σχήμα 2.1: Συνθήκες Dirichlet εφαρμοσμένες σε τυχαία κορυφή ενός κυρτού πολυγώνου. Οι τιμές των σημείων των ακμών που ξεκινούν από την κορυφή φθίνουν γραμμικά, ενώ οι τιμές των σημείων των υπολοίπων ακμών είναι μηδέν. Οι συνθήκες αυτές εφαρμόζονται εναλλάξ για κάθε ακμή, βρίσκοντας κάθε φορά ένα “βάρος” για το σημείο p . Το άθροισμα όλων των βαρών ισούται με τη μονάδα.

Κάθε συνάρτηση $h_i(C_j) = \delta_i^j$ πρέπει να εφαρμοστεί ξεχωριστά για κάθε j ακμή, όπου επιβάλλονται οριακές συνθήκες, που αυξάνονται γραμμικά από το μηδέν έως το ένα για την ακμή $[C_{i-1}, C_i]$ και φθίνουν, επίσης γραμμικά, από το ένα μέχρι το μηδέν για την ακμή $[C_i, C_{i+1}]$. Σε όλες τις υπόλοιπες ακμές επιβάλλεται η τιμή μηδέν.

Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να γίνουν τόσες κλήσεις του κώδικα επίλυσης της εξίσωσης Laplace, όσες και ο αριθμός των σημείων ελέγχου (ή για την ακρίβειά των επιθυμητών σημείων ελέγχου, μια διάκριση η οποία θα γίνει κατανοητή παρακάτω).

2.4 Παρατηρήσεις-Συμπεράσματα

Οι τιμές των εσωτερικών σημείων p του κλωβού που υπολογίζονται με αυτήν τη διαδικασία είναι άμεσα εξαρτώμενες από τις οριακές συνθήκες που επιβάλλονται και αντίστροφα εξαρτώμενες από την απόσταση του εκάστοτε σημείου p από την κορυφή C_i για την οποία πραγματοποιείται η επίλυση, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2.



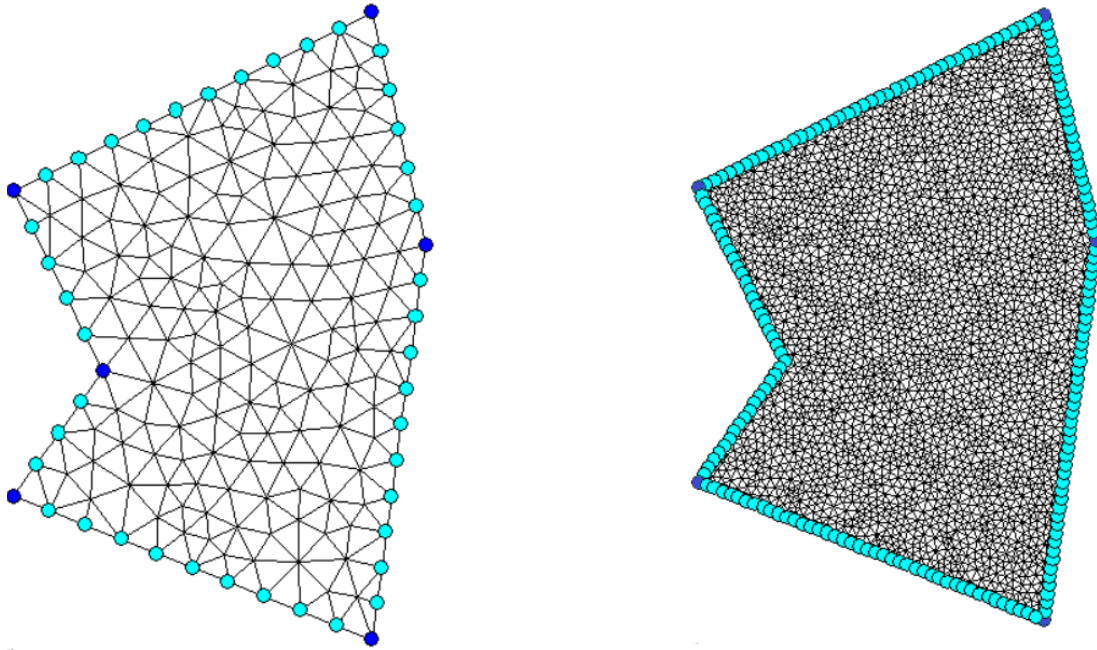
Σχήμα 2.2: Απεικόνιση της “εσωτερικής” απόστασης του σημείου p από ένα τυχαίο σημείο ελέγχου C_i .

Άμεσο επακόλουθο των ανωτέρω, είναι ότι η συμπεριφορά ολόκληρου του χωρίου (μετακίνηση, περιστροφή, μεγέθυνση-σμίκρυνση) ύστερα από τη διαδικασία της παραμετροποίησης, καθορίζεται αποκλειστικά από τη συμπεριφορά των κορυφών των ακμών που οριοθετούν τον κλωβό.

Επίσης, είναι σημαντικό να τονιστεί ότι κάθε σημείο ελέγχου (κορυφή) ασκεί τη μέγιστη επιρροή (μονάδα) στα σημεία των ακμών στις οποίες ανήκει και την ελάχιστη (μηδέν) στα σημεία όλων των υπολοίπων ακμών. Τονίζεται, ότι η τιμή (από κάθε σημείο ελέγχου) που αποδίδεται στα εσωτερικά σημεία είναι πάντα θετική και κυμαίνεται από το μηδέν μέχρι τη μονάδα, λόγω της ιδιότητας μεγίστου-ελαχίστου που διέπει τις αρμονικές συναρτήσεις (Ιδιότητα 1). Πρακτικά, αυτό σημαίνει ότι τα εσωτερικά σημεία κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση με τα σημεία ελέγχου, εάν τα δεύτερα μετακινηθούν και ότι είναι αδύνατον τα εσωτερικά σημεία να βρεθούν εκτός των ορίων του κλωβού.

2.5 Εφαρμογή σε Μη-Κυρτό Πολύγωνο

Αφού εισήχθησαν οι βασικές έννοιες, είναι απλό να κατασκευαστεί ένα παράδειγμα εφαρμογής της μεθόδου σε ένα μη-κυρτό πολύγωνο (κλωβός).



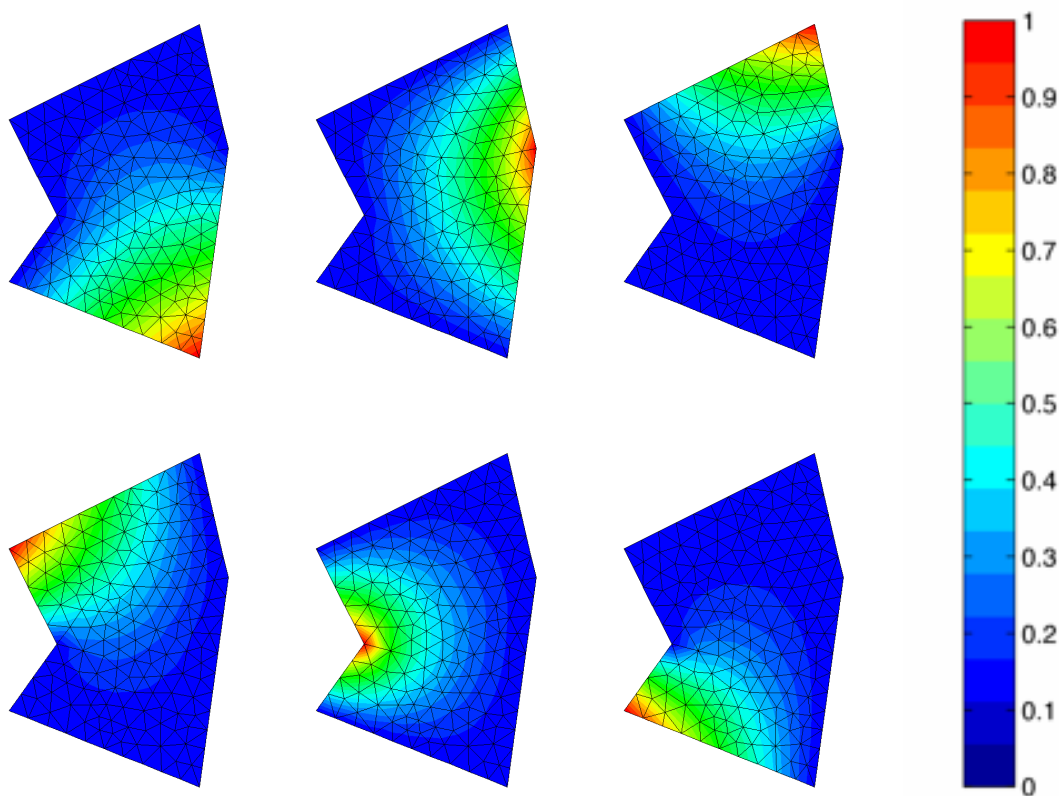
Σχήμα 2.3: Αριστερά, ένα αραιό πλέγμα κλωβού με 6 σημεία ελέγχου (σκούρο μπλε χρώμα). Δεξιά κατασκευάστηκε το ίδιο, πιο πυκνό όμως, πλέγμα με τα ίδια (προφανώς) σημεία ελέγχου. Η επίλυση της εξίσωσης Laplace με τις ίδιες συνθήκες στα όρια, πραγματοποιείται στο αραιό και στο πυκνό πλέγμα, για κάθε σημείο ελέγχου ξεχωριστά.

Συγκεκριμένα εφαρμόζεται η μέθοδος δύο φορές, μία φορά για ένα αραιό πλέγμα και μία για ένα πυκνό, με σκοπό να αποδειχτεί ότι η επίλυση της Laplace γίνεται εξίσου “σωστά” και για στις δύο εφαρμογές. Το αρμονικό χωρίο C που πλεγματοποιείται είναι το ίδιο και στις δύο περιπτώσεις και απεικονίζεται στο σχήμα 2.3. Τα σημεία με το σκούρο μπλε χρώμα αποτελούν τα σημεία ελέγχου του αρμονικού χωρίου, δηλαδή του κλωβού.

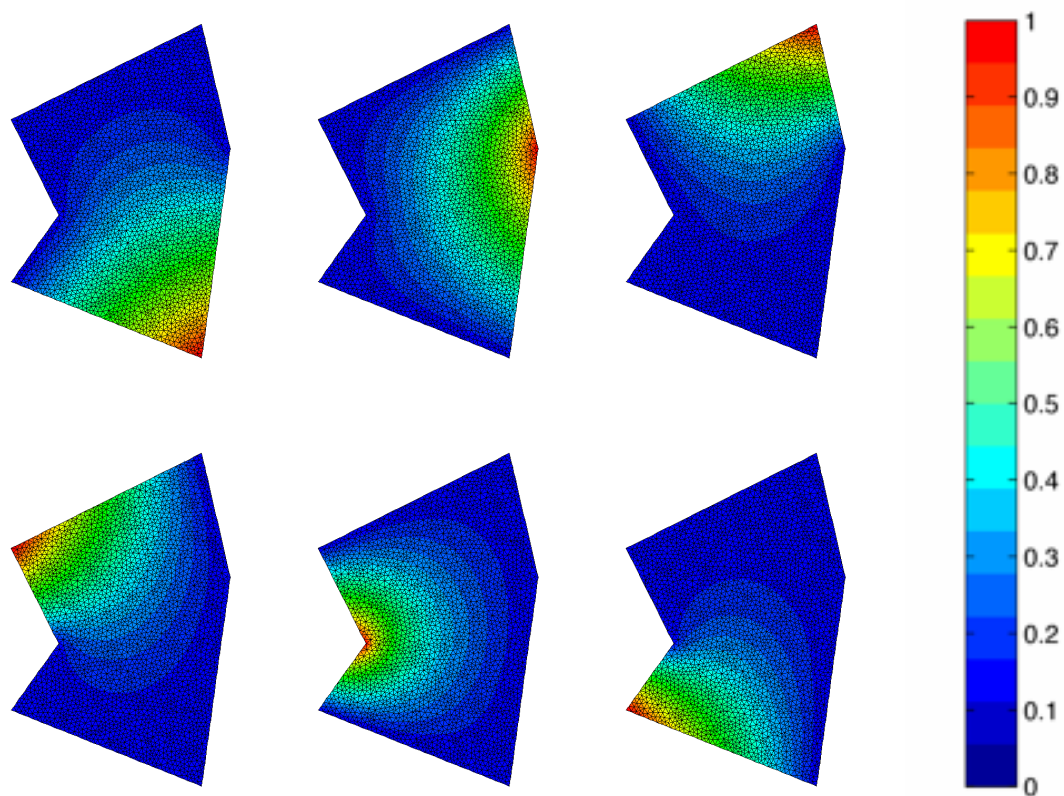
Ο κώδικας επίλυσης καλείται έξι φορές για κάθε πλέγμα, μία για κάθε σημείο ελέγχου. Κάθε φορά λύνει την ίδια εξίσωση στο εσωτερικό του χωρίου, αλλά με οριακές συνθήκες Dirichlet που εναλλάσσονται διαδοχικά. Συγκεκριμένα ισχύει $h_i(C_j) = \delta_i^j = 1$

όταν $i = j$ και $h_i(C_j) = 0$ όταν $i \neq j$. Όταν ο κώδικας συγκλίνει με επαναληπτική διαδικασία, αποθηκεύονται τα βάρη h_i^p όλων των κόμβων του C που βρέθηκαν, όπου $i = 1 \dots N$ δείκτης που υποδεικνύει τον αύξοντα αριθμό των σημείων ελέγχου και p δείκτης που υποδηλώνει τον αύξοντα αριθμό των κόμβων του χωρίου. Έτσι κάθε εσωτερικό σημείο p αποκτά N αρμονικές συντεταγμένες $h_i(p)$, μία από κάθε σημείο ελέγχου, οπότε πλέον η συντεταγμένη κάθε σημείου p του πολυγώνου C μπορεί να υπολογιστεί από την εξής σχέση:

$$p = \sum_{i=1}^6 h_i(p) C_i \quad (2.5)$$



Σχήμα 2.4: Απεικόνιση των τιμών των κόμβων του αραιού πλέγματος του σχήματος 2.3 που προκύπτουν εφαρμόζοντας τη μέθοδο των αρμονικών συντεταγμένων 6 φορές (μία φορά για κάθε κορυφή). Οι τιμές κυμαίνονται από το μηδέν (μπλε χρώμα), μέχρι το ένα (κόκκινο χρώμα), όπως φαίνεται στη μπάρα χρωμάτων δεξιά του σχήματος.



Σχήμα 2.5: Επανάληψη της ίδιας διαδικασίας για το πυκνό πλέγμα του σχήματος 2.3. Ομοίως, οι τιμές κυμαίνονται από το μηδέν (μπλε χρώμα), μέχρι το ένα (κόκκινο χρώμα). Παρατηρείται ότι παρά την πύκνωση του πλέγματος, δεν υπήρξε σημαντική αλλαγή της λύσης.

Στα σχήματα 2.4, 2.5, φαίνεται η “επιρροή” του κάθε σημείο ελέγχου στους κόμβους του χωρίου. Το κόκκινο χρώμα υποδηλώνει μεγάλη επιρροή ενώ το μπλε μικρή. Είναι λοιπόν φανερό, ότι το κάθε σημείο ελέγχου επηρεάζει περισσότερο τους γειτονικούς του κόμβους, και λιγότερο τους πιο μακρινούς, με ομαλή (αλλά γρήγορη) πτώση της επιρροής στους ενδιάμεσους κόμβους. Είναι σημαντικό να παρατηρηθεί ότι οι λύσεις που προέκυψαν φθίνουν “ομαλά” από το 1 έως το 0. Επίσης, συγκρίνοντας τα σχήματα 2.4, 2.5, φαίνεται ότι παρά την πύκνωση του πλέγματος, δεν υπάρχει αισθητή αλλαγή της λύσης. Πρακτικά αυτό σημαίνει ότι και με το αραιό πλέγμα οι τιμές των αρμονικών συντεταγμένων των κόμβων του σώματος που θα ενσωματωθεί στον κλωβό από κάθε σημείο ελέγχου του κλωβού (διαδικασία που θα εξηγηθεί στο επόμενο κεφάλαιο) δεν έχουν σημαντική διαφορά με τις αντίστοιχες τιμές που προκύπτουν από το πυκνό πλέγμα. Έτσι, συμπεραίνεται ότι δεν χρειάζεται να δημιουργηθούν πυκνά (αρμονικά)

πλέγματα (που έχουν μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος από πλέγματα λιγότερων κόμβων) για ικανοποιητική εφαρμογή της μεθόδου.

Κεφάλαιο 3

Έλεγχος Μορφής με Χρήση της Αρμονικής Παραμόρφωσης

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η υλοποίηση του ελέγχου μορφής με χρήση αρμονικών παραμορφώσεων. Τονίζεται η σημασία του κατάλληλου χειρισμού των ορίων του αρμονικού χωρίου για την ομαλότητα του τροποποιημένου από αυτό CFD πλέγματος και εισάγεται η έννοια της τοπικής αρμονικής παραμόρφωσης με τη δημιουργία κατάλληλου κλωβού. Τέλος, παρατίθενται κάποιες εφαρμογές.

3.1 Υλοποίηση της Τεχνικής του Ελέγχου Μορφής

Υπάρχουν τέσσερα κύρια βήματα για την υλοποίηση της τεχνικής του ελέγχου μορφής CFD πλεγμάτων με χρήση της αρμονικής παραμόρφωσης. Τα βήματα αυτά είναι τα ακόλουθα:

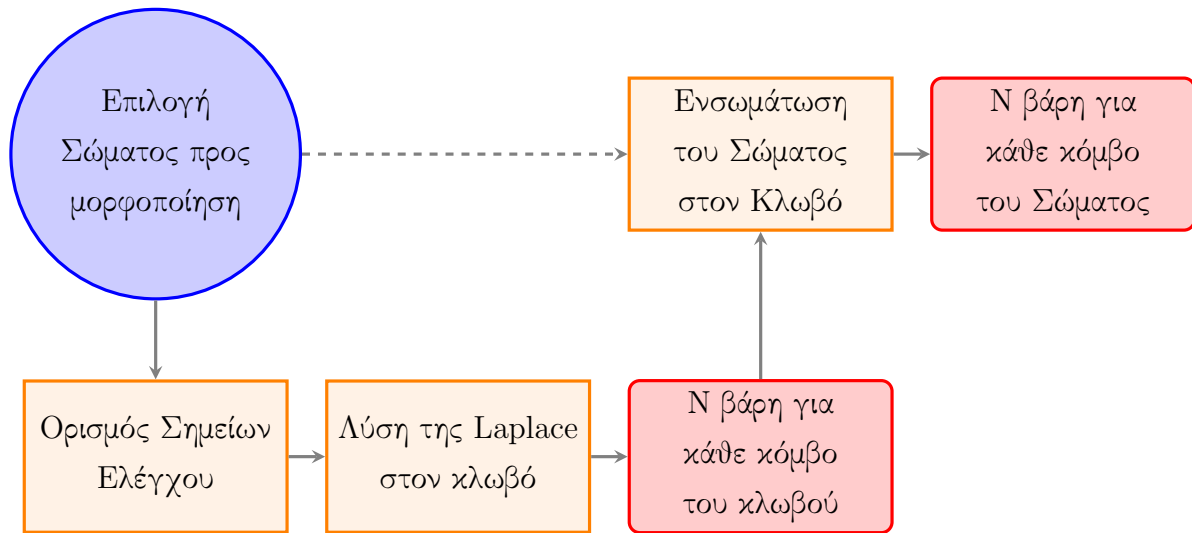
Βήμα 1: Αρχικά επιλέγεται το αεροδυναμικό (ή μη) σώμα το οποίο θα μορφοποιηθεί. Ορίζονται τα N σημεία ελέγχου και κατασκευάζεται ο κλωβός (πλέγμα ελέγχου), ο οποίος κατά κύριο λόγο “ακολουθεί” τη μορφή του αεροδυναμικού σώματος.

Βήμα 2: Κάθε σημείο μέσα στον κλωβό (x, y : καρτεσιανές συντεταγμένες) απεικονίζεται από ένα σύνολο αρμονικών συντεταγμένων, ως προς τα σημεία ελέγχου του κλωβού, ύστερα από επίλυση των N εξισώσεων Laplace στο χωρίο.

Βήμα 3: Τοποθέτηση του σώματος (CFD πλέγματος) στον κλωβό. Το προς μορφοποίηση σώμα “ενσωματώνεται” στον κλωβό και κάθε σημείο του CFD πλέγματος (x, y : καρτεσιανές συντεταγμένες) αποκτά ένα σύνολο αρμονικών συντεταγμένων ως προς τα σημεία ελέγχου του κλωβού, ύστερα από την παρεμβολή των τιμών των αρμονικών συντεταγμένων των κόμβων του κλωβού στους κόμβους του CFD πλέγματος. Η διαδικασία αυτή γίνεται *μία* φορά, στην αρχή, και οι παραμετρικές (αρμονικές) συντεταγμένες κάθε υπολογιστικού κόμβου παραμένουν σταθερές και ανεξάρτητες από μετέπειτα μετακινήσεις των σημείων ελέγχου.

Βήμα 4: Παραμόρφωση του αεροδυναμικού σώματος. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιείται μετακινώντας τα σημεία ελέγχου του κλωβού. Έτσι, παραμορφώνεται ο κλωβός και το σύνολο ή το μέρος της επιφάνειας του σώματος που ελέγχεται από τον κλωβό. Ειδικότερα, το πλέγμα ελέγχου μεταβάλλεται με την έννοια ότι κάποια σημεία ελέγχου έχουν, πλέον, νέες συντεταγμένες. Οι αλλαγές αυτές στις θέσεις των σημείων ελέγχου έχουν ως συνέπεια, για κάθε κόμβο του CFD πλέγματος να αλλάξουν οι καρτεσιανές του συντεταγμένες. Η μετατόπιση αυτή γίνεται για κάθε κόμβο του CFD πλέγματος με αποτέλεσμα όλο το υπολογιστικό πλέγμα (λ.χ. και η αεροτομή και το πλέγμα γύρω της) να μετατοπίζεται.

Τονίζεται ότι αφού τελειώσουν τα τρία πρώτα βήματα, το τέταρτο βήμα έχει πλέον ελάχιστο υπολογιστικό κόστος και από τη μετακίνηση των σημείων ελέγχου του κλωβού παράγεται ένα νέο CFD πλέγμα ως τροποποίηση του αρχικού. Η παραπάνω διαδικασία (μέχρι το Βήμα 3) φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 3.1. Στις υποενότητες 3.1.1 και 3.1.2 αναλύονται τα Βήματα 3 και 4 αντίστοιχα.



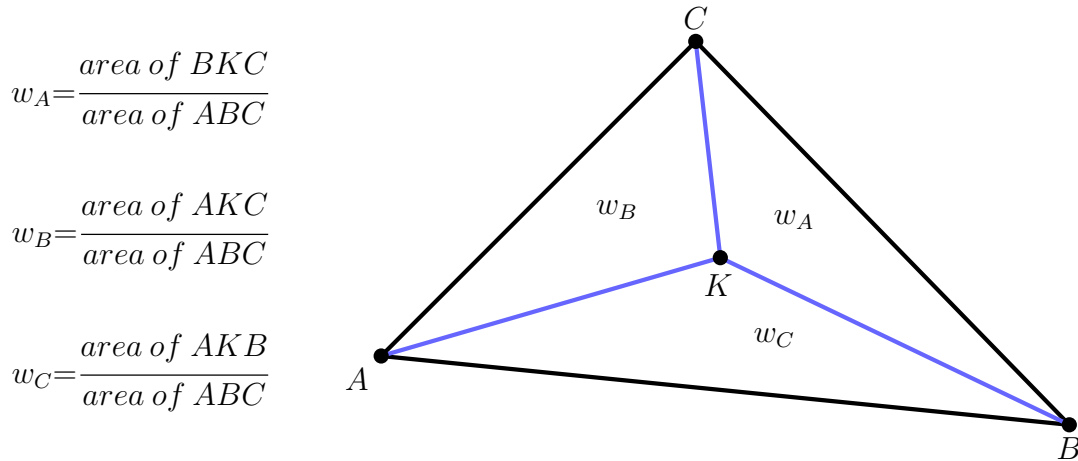
Σχήμα 3.1: Διάγραμμα των 3 πρώτων βημάτων υλοποίησης του ελέγχου μορφής.

3.1.1 Ενσωμάτωση Σώματος στον Κλωβό

Έστω τυχαίο τριγωνικό στοιχείο ABC του πλέγματος του κλωβού και έστω κόμβος K του CFD πλέγματος. Με την ενσωμάτωση του κλωβού στο CFD πλέγμα κάθε κόμβος K του σώματος βρίσκεται στο εσωτερικό ή στο περίγραμμα ενός τριγωνικού στοιχείου του κλωβού και οι τιμές των αρμονικών συντεταγμένων των κόμβων του κλωβού παρεμβάλλονται στους κόμβους του CFD πλέγματος. Ειδικότερα, οι αρμονικές συντεταγμένες w_i^K του κόμβου K για $i = 1 \dots N$ σημεία ελέγχου, προκύπτουν ως το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από το σημείο K και τις άλλες δύο κορυφές (πλην της i 'οστής), διαιρεμένο με το συνολικό εμβαδόν του τριγώνου ABC . Συγκεκριμένα ισχύει ότι:

$$K = w_A A + w_B B + w_C C \quad (3.1)$$

όπου:



Σχήμα 3.2: Εύρεση των αρμονικών συντεταγμένων τυχαίου κόμβου K του υπολογιστικού χωρίου με την ενσωμάτωση του αεροδυναμικού σώματος στον κλωβό.

Πρέπει να ισχύει $w_A + w_B + w_C = 1$. Σε περίπτωση που το άθροισμα των βαρών δεν ισούται ακριβώς με τη μονάδα λόγω υπολογιστικού σφάλματος, το λογισμικό το διορθώνει κατάλληλα. Επισημαίνεται ότι κάθε σημείο K του χωρίου μπορεί να εκφραστεί με μοναδικό τρόπο ως συνάρτηση των βαρών w_i .

3.1.2 Παραμόρφωση του Αεροδυναμικού Σώματος

Ύστερα από την επίλυση των N εξισώσεων Laplace στον κλωβό, η οποία αναπτύχθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, κάθε σημείο p (συντεταγμένων x_i, y_i) ενός κλωβού μπορεί να εκφραστεί σύμφωνα με την εξίσωση 2.3 ως εξής:

$$p = \sum_1^N h_i(p) C_i$$

όπου C_i οι N κορυφές και $h_i(p)$ τα βάρη (αρμονικές συντεταγμένες) του p από κάθε σημείο ελέγχου. Ομοίως, κάθε σημείο K του αεροδυναμικού σώματος μπορεί να εκφραστεί από τη σχέση:

$$K = \sum_1^N w_i^K C_i$$

όπου w_i^K οι αρμονικές συντεταγμένες των σημείων του αεροδυναμικού σώματος ως προς τα σημεία ελέγχου. Από αυτό συμπεραίνεται ότι αν τα σημεία ελέγχου μετακινηθούν σε θέσεις C'_i προκύπτει ότι η νέα θέση του σημείου K' δίνεται από τη σχέση:

$$K' = \sum_{i=1}^N w_i^K C'_i \quad (3.2)$$

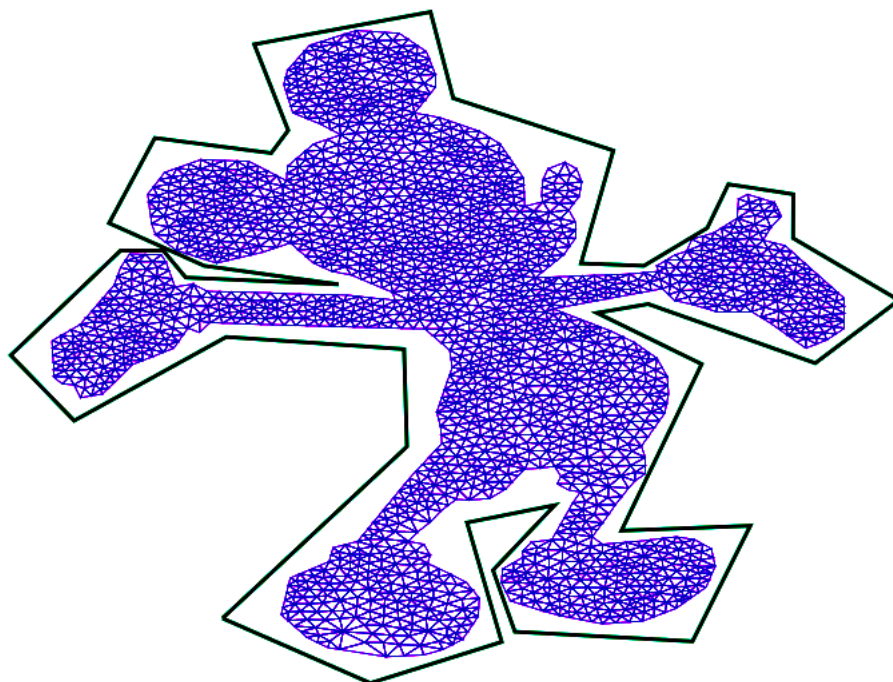
δηλαδή ισχύει ότι:

$$\delta \vec{S}_K = \sum_{i=1}^N w_i^K \delta \vec{S}_{C_i} \quad (3.3)$$

Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι ο υπολογισμός της νέας θέσης ενός σημείου K απαιτεί μόνο τις αρμονικές συντεταγμένες του ίδιου σημείου από την κάθε κορυφή και τη μετατόπιση $\delta \vec{S}$ της αντίστοιχης κορυφής. Έτσι, όταν ο χρήστης θέλει να παραμορφώσει το αεροδυναμικό σώμα (CFD πλέγμα), ουσιαστικά παραμορφώνει τον κλωβό C μετακινώντας τα σημεία ελέγχου και δημιουργεί έναν καινούριο κλωβό C' .

3.2 Εφαρμογή της Μεθόδου σε Κινούμενα Σχήδια

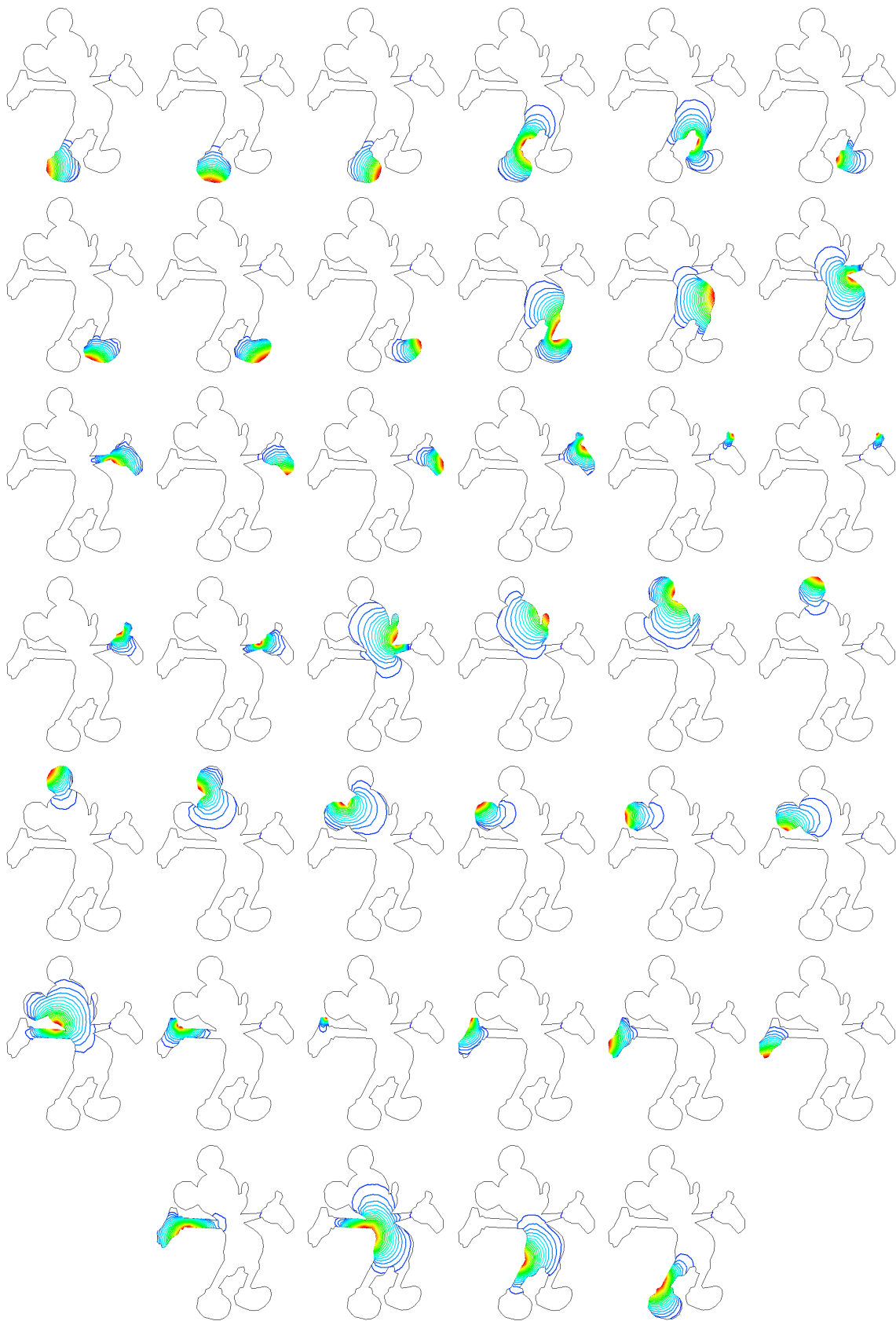
Ακολουθεί η εφαρμογή της τεχνικής της αρμονικής παραμόρφωσης σε ένα παράδειγμα. Επειδή η μέθοδος αυτή διατυπώθηκε από την εταιρεία κινουμένων σχεδίων Pixar [3],[2], το παράδειγμα θα εφαρμοστεί “τιμής ένεκεν” στη μορφή του Mickey. Στο σχήμα 3.3 απεικονίζεται ένα υπολογιστικό πλέγμα που προσομοιάζει τη μορφή του Mickey, καθώς και το χωρίο (κλωβός) που το εγκλωβίζει, το οποίο έχει 40 κορυφές-σημεία ελέγχου.



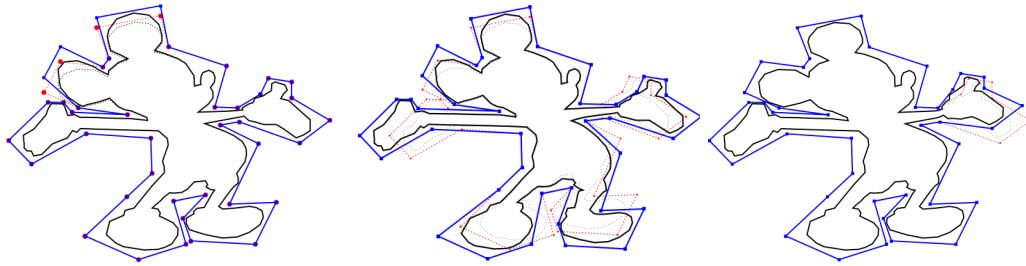
Σχήμα 3.3: Απεικόνιση του υπολογιστικού χωρίου του Mickey και του κλωβού που το περιβάλλει, ο οποίος δημιουργήθηκε από 40 σημεία ελέγχου.

Τονίζεται ότι είναι σημαντικό ο κλωβός να “ακολουθεί” όσο το δυνατόν καλύτερα τη μορφή του αεροδυναμικού σώματος που είναι επιθυμητό να παραμορφωθεί. Αυτό συμβαίνει επειδή η λύση της εξίσωσης Laplace, φθίνει γρήγορα, πράγμα που σημαίνει ότι ένα σημείο ελέγχου επηρεάζει κυρίως τα γειτονικά του σημεία (τοπική επίδραση) και, άρα, πρέπει να είναι προσεκτική και ουσιαστική η τοποθέτησή του.

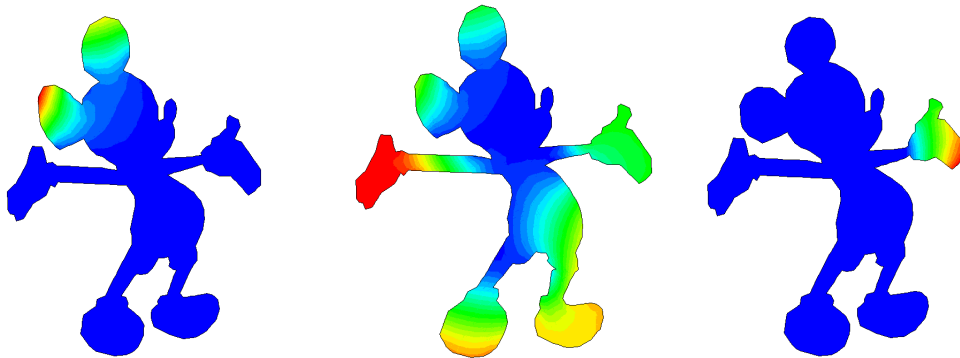
Με την υλοποίηση των 3 πρώτων Βημάτων που παρουσιάστηκαν στην ενότητα 3.1 προκύπτουν οι αρμονικές συντεταγμένες των κόμβων του Mickey ως προς τα σημεία ελέγχου, οι οποίες φαίνονται στο σχήμα 3.4. Στο σχήμα 3.5 φαίνεται ο κλωβός στην αρχική και την τελική του θέση και η μετακίνηση του περιγράμματος του Mickey για 3 τυχαίες μετακινήσεις των σημείων ελέγχου του κλωβού. Στο σχήμα 3.6 φαίνεται η επίδραση των αντίστοιχων μετακινήσεων των σημείων ελέγχου του κλωβού στο πλέγμα του Mickey.



Σχήμα 3.4: Αρμονικές συντεταγμένες των κόμβων του υπολογιστικού χωρίου του Mickey ως προς κάθε σημείο ελέγχου.



Σχήμα 3.5: Απεικόνιση της αρχικής και τελικής θέσης του κλωβού και του αρχικού και τελικού περιγράμματος του Mickey για 3 τυχαίες μετατοπίσεις των σημείων ελέγχου του κλωβού.



Σχήμα 3.6: Απεικόνιση της συνολικής μετατόπισης των κόμβων του Mickey για μετακινήσεις των σημείων ελέγχου του κλωβού του σχήματος 3.5.

3.3 Εφαρμογή της Μεθόδου σε Αεροτομές

Σκοπός της διπλωματικής εργασίας είναι να εφαρμοστεί η συγκεκριμένη μέθοδος στη βελτιστοποίηση μορφής αεροδυναμικών σωμάτων και η πιο απλή περίπτωση είναι σε μία αεροτομή. Συγκεκριμένα δημιουργείται ένας κλωβός γύρω από την αεροτομή και το πλέγμα που την περιβάλλει. Η συγκεκριμένη ιδέα παρουσίασε κάποια προβλήματα στην εφαρμογή της. Στις παρακάτω υποενότητες αναλύονται αυτά τα προβλήματα καθώς και ο τρόπος επίλυσής τους. Η κτηθείσα εμπειρία υιοθετήθηκε για οτιδήποτε ακολουθεί.

3.3.1 Η Ιδέα των Δύο Κλωβών

Ένα κρίσιμο σημείο στον χειρισμό του αρμονικού χωρίου για τη μορφοποίηση του πλέγματος είναι ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η μετάβαση από την περιοχή επιρροής του κλωβού στην περιοχή έξω από το αρμονικό χωρίο. Απαιτούμενο κατά τους υπολογισμούς είναι να υπάρχει ομαλότητα του πλέγματος κατά τη μετάβαση στο τμήμα το οποίο μένει ανέπαφο από οποιαδήποτε επίδραση του κλωβού, γιατί αλλιώς υπάρχει ο κίνδυνος να δημιουργηθούν μη-αποδεκτά στοιχεία πλέγματος. Για να επιτευχθεί αυτό είναι αναγκαίο να μην υπάρξει μετακίνηση των σημείων ελέγχου που βρίσκονται πάνω στις εξωτερικές ακμές.

Έτσι ήταν αναγκαίο να δημιουργηθεί ένα αρμονικό χωρίο, το οποίο πλέον όμως αποτελείται από την ένωση δύο κλωβών, ενός εσωτερικού και ενός εξωτερικού. Η ιδέα αυτή είναι καινοτόμος και προτάθηκε και υλοποιήθηκε στη διπλωματική εργασία. Τα εξωτερικά σημεία ελέγχου τοποθετούνται έτσι ώστε να μην περιλαμβάνουν εξ ολοκλήρου το CFD πλέγμα, διότι τα όρια του είναι επιθυμητό να παραμένουν ακίνητα. Ακόμη τονίζεται ότι τα εξωτερικά σημεία ελέγχου πρέπει επίσης να παραμείνουν ακίνητα, πράγμα που συνεπάγεται ότι τα επιθυμητά σημεία ελέγχου είναι πρακτικά μόνο τα εσωτερικά, άρα δεν χρειάζεται να επιλυθεί η εξίσωση Laplace για τα εξωτερικά σημεία. Επισημαίνεται ότι, εάν ο κλωβός καλύπτει όλο το αεροδυναμικό σώμα, τότε η παραμόρφωση θα ονομάζεται ολική παραμόρφωση. Στην αντίθετη περίπτωση, θα καλείται τοπική παραμόρφωση.

Αυτό έχει ένα πολύ σημαντικό επακόλουθο. Έστω N' σημεία ελέγχου με N εσωτερικά σημεία και M εξωτερικά (προφανώς $N' = M + N$). Για τα M εξωτερικά σημεία ισχύει ότι:

$$\delta S = 0 \tag{3.4}$$

όμως η συνολική μετακίνηση του κάθε κόμβου K του CFD πλέγματος δίνεται από τον

τύπο:

$$\delta S_K = \sum_{i=1}^{N'} w_i^K \delta S_i \Rightarrow \quad (3.5)$$

$$\delta S_K = \sum_{i=1}^N w_i^K \delta S_i + \sum_{i=N+1}^{N'} w_i^K \delta S_i \quad (3.6)$$

όμως από την εξίσωση 3.4 προκύπτει ότι:

$$\sum_{i=N+1}^{N'} \delta S_i = 0$$

Επομένως δεν χρειάζεται να υπολογιστούν τα βάρη των κόμβων του CFD πλέγματος από τα M σημεία ελέγχου, αφού δεν θα χρησιμοποιηθούν ποτέ. Έτσι υπολογίζονται τα βάρη των κόμβων μόνο από τα εσωτερικά N σημεία ελέγχου γλιτώνοντας έτσι υπολογιστικό χρόνο. Άμεσο επακόλουθο είναι ότι τα βάρη των κόμβων που περιβάλλονται αποκλειστικά από το περίγραμμα που ορίζουν τα σημεία N έχουν άθροισμα βαρών ίσο με τη μονάδα, ενώ τα σημεία που βρίσκονται στο δακτύλιο που ορίζεται από το περίγραμμα των M εξωτερικών σημείων και των N εσωτερικών σημείων έχουν *αναγκαστικά* άθροισμα μικρότερο της μονάδας αφού δεν υπολογίστηκαν οι αρμονικές συντεταγμένες των κόμβων του δακτυλίου από τις κορυφές του εξωτερικού κλωβού, δηλαδή ισχύει ότι:

$$\sum_{i=N}^{N'} w_i^K \leq 1 \quad (3.7)$$

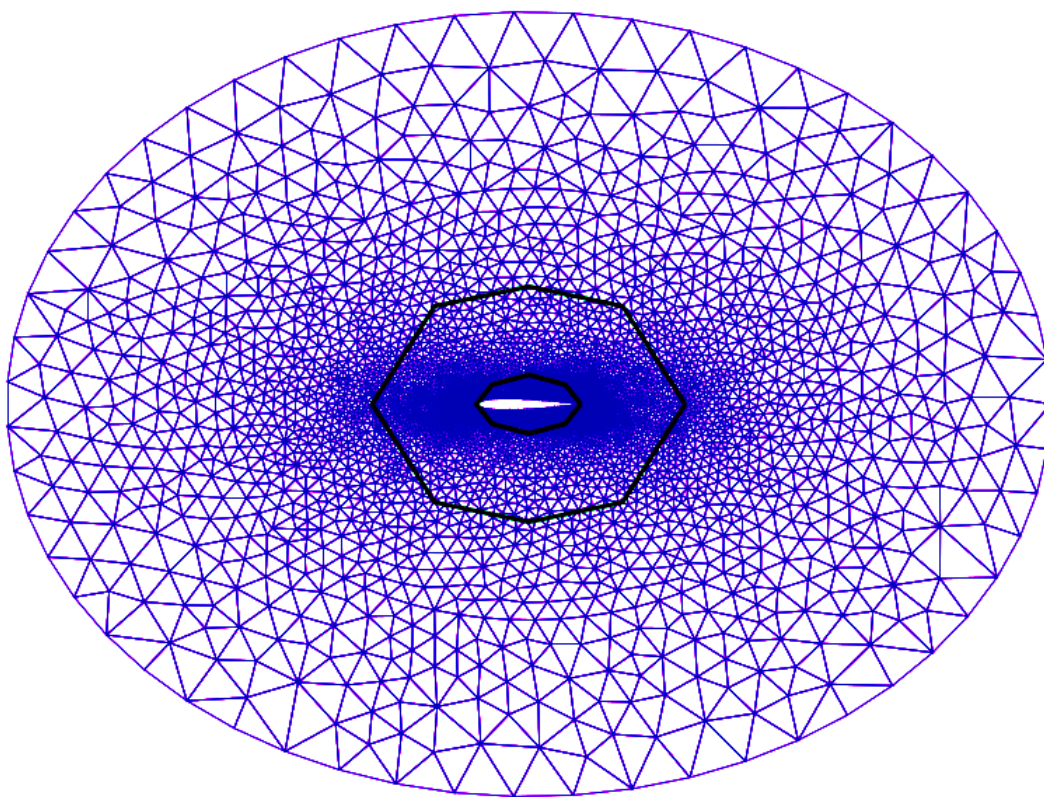
και

$$\sum_{i=1}^N w_i^K = 1 \quad (3.8)$$

Αυτό συμβαίνει επειδή δεν υπολογίζονται τα βάρη των κόμβων από τα εξωτερικά σημεία ελέγχου. Αν υπολογίζονταν οι αρμονικές συντεταγμένες των κόμβων του δακτυλίου θα είχαν επίσης άθροισμα ίσο με 1.

3.3.2 Εφαρμογή της Τεχνικής των Δύο Κλωβών σε Αεροτομή

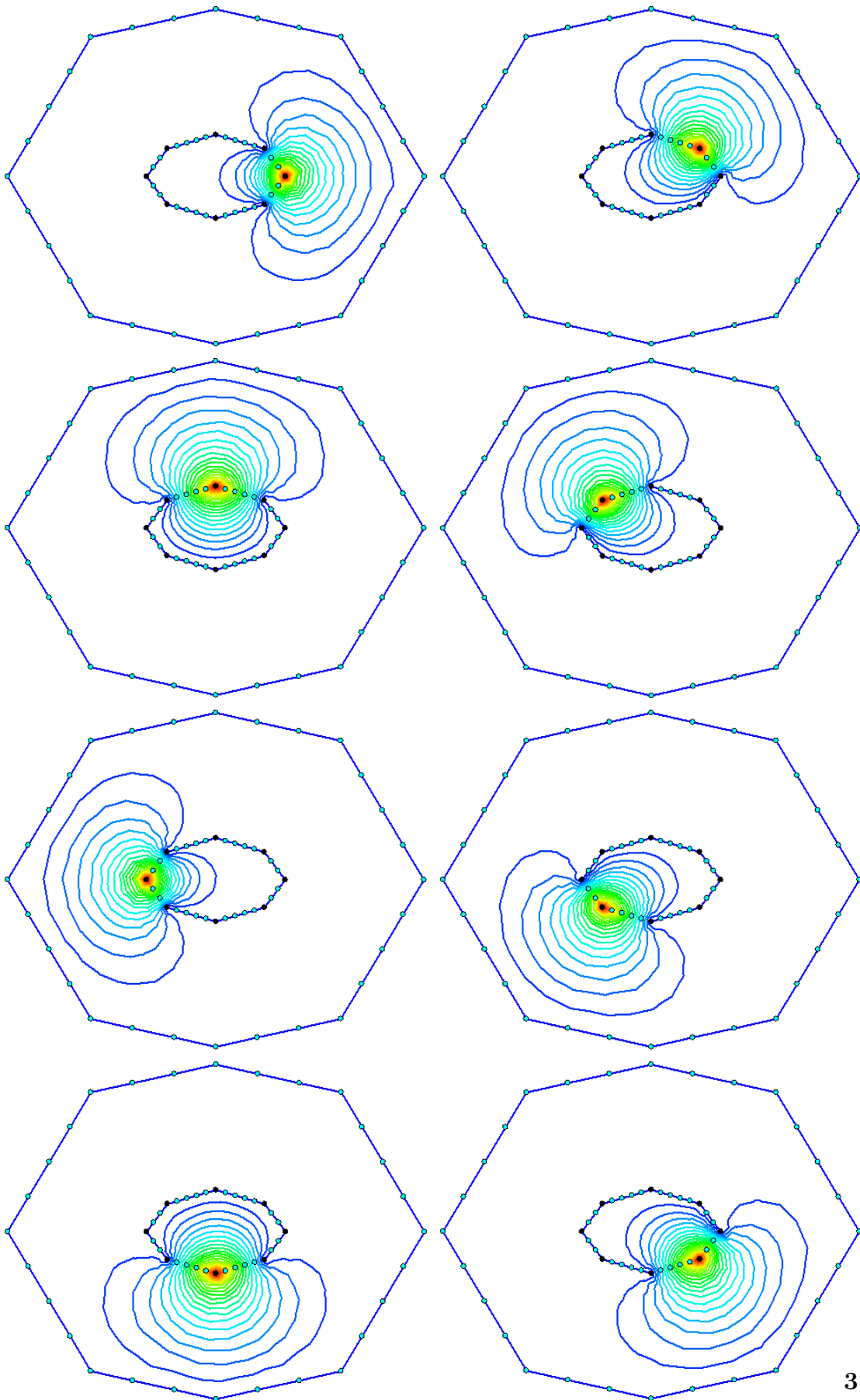
Θα εφαρμοστεί η τεχνική των δύο κλωβών σε ένα παράδειγμα. Στο σχήμα 3.7 φαίνεται η συμμετρική αεροτομή NACA12 που είναι και το αεροδυναμικό σώμα προς μορφοποίηση και το σύστημα κλωβών που την περιβάλλει, το οποίο δημιουργείται από την ένωση ενός εσωτερικού κλωβού και ενός δακτυλίου. Ο εσωτερικός κλωβός έχει 8 κορυφές-σημεία ελέγχου.



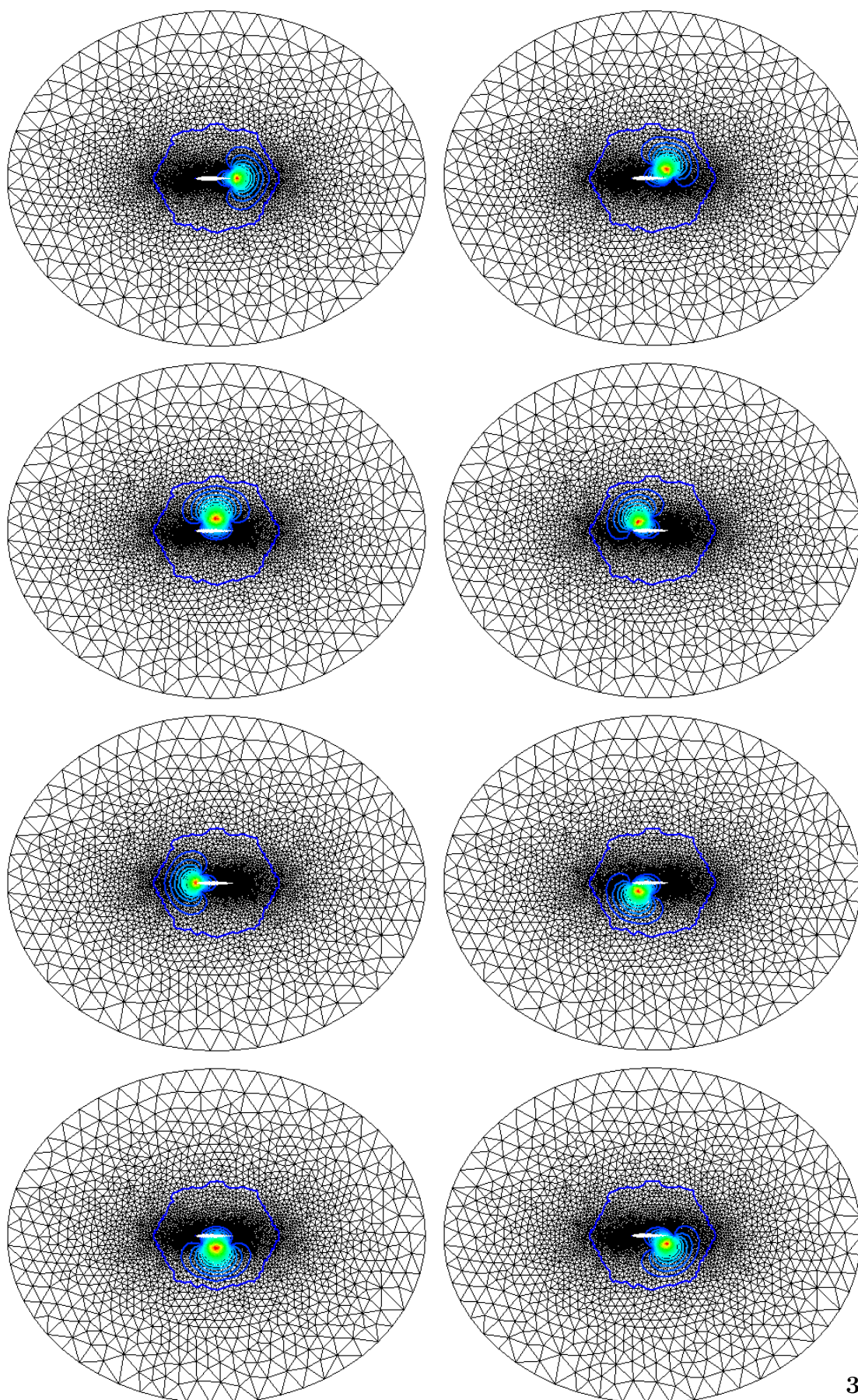
Σχήμα 3.7: Απεικόνιση του CFD πλέγματος της αεροτομής και του συστήματος κλωβών που την περιβάλλει. Το σύστημα κλωβών δημιουργείται από την ένωση ενός εσωτερικού κλωβού και ενός κλωβού-δακτυλίου.

Στο σχήμα 3.8 φαίνονται οι αρμονικές συντεταγμένες των κόμβων του κλωβού για κάθε εσωτερικό σημείο ελέγχου, που προκύπτουν από την επίλυση των N εξισώσεων Laplace στον κλωβό. Στο σχήμα 3.9 φαίνονται οι αρμονικές συντεταγμένες των κόμβων της αεροτομής που προκύπτουν ύστερα από την παρεμβολή των τιμών των κόμβων του

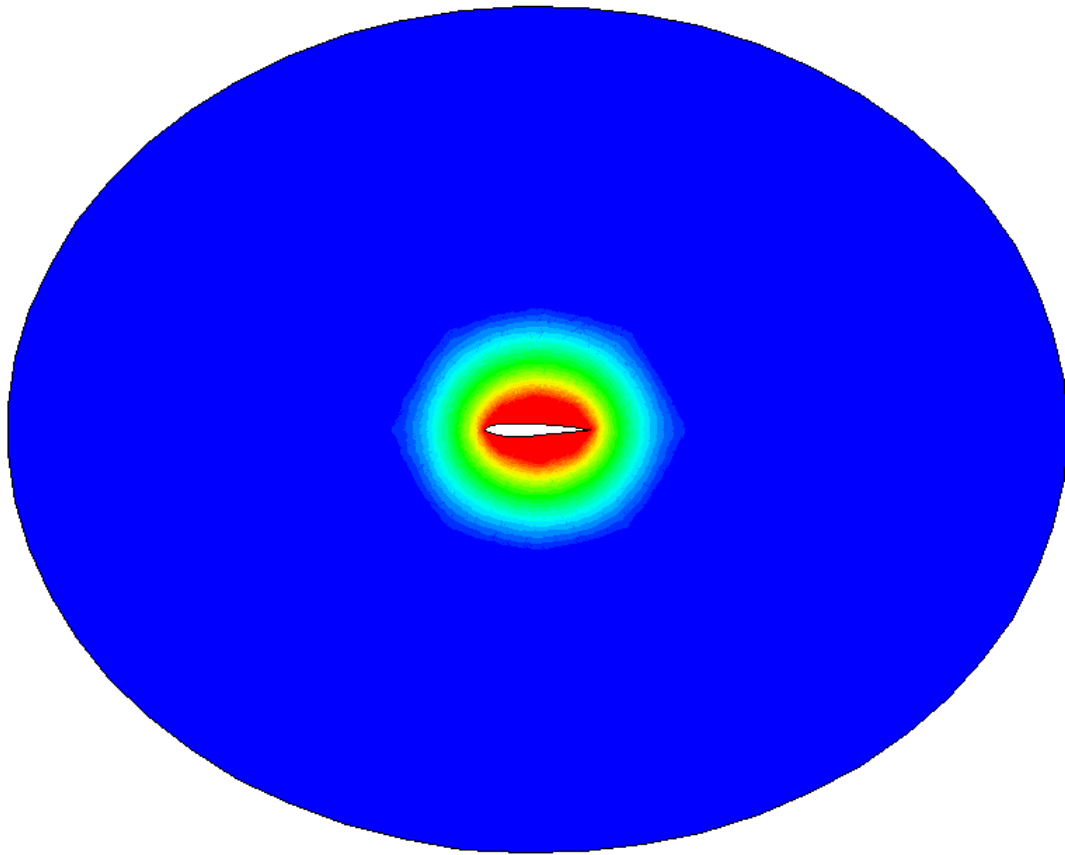
κλωβού στους κόμβους της αεροτομής ως προς όλα τα σημεία ελέγχου. Στο σχήμα 3.10 φαίνεται το άθροισμα των αρμονικών συντεταγμένων από όλα τα σημεία ελέγχου στους κόμβους της αεροτομής. Τα σημεία που βρίσκονται στον εσωτερικό κλωβό έχουν άθροισμα αρμονικών συντεταγμένων ίσο με τη μονάδα (κόκκινο χρώμα), ενώ τα σημεία που βρίσκονται μέσα στο δακτύλιο έχουν άθροισμα αρμονικών συντεταγμένων μεγαλύτερο του μηδενός αλλά μικρότερο της μονάδας (πράσινο-κίτρινο χρώμα), αφού προσμετρώνται οι αρμονικές συντεταγμένες των κόμβων μόνο από τις κορυφές του εσωτερικού κλωβού. Τα σημεία εκτός του εξωτερικού κλωβού έχουν μηδενικές αρμονικές συντεταγμένες (μπλε χρώμα). Στο σχήμα 3.11 φαίνεται μια τυχαία μετατόπιση δύο σημείων ελέγχου, ενώ η αντίστοιχη συνολική μετατόπιση των κόμβων της αεροτομής για τη συγκεκριμένη μετακίνηση του κλωβού φαίνεται στο σχήμα 3.10.



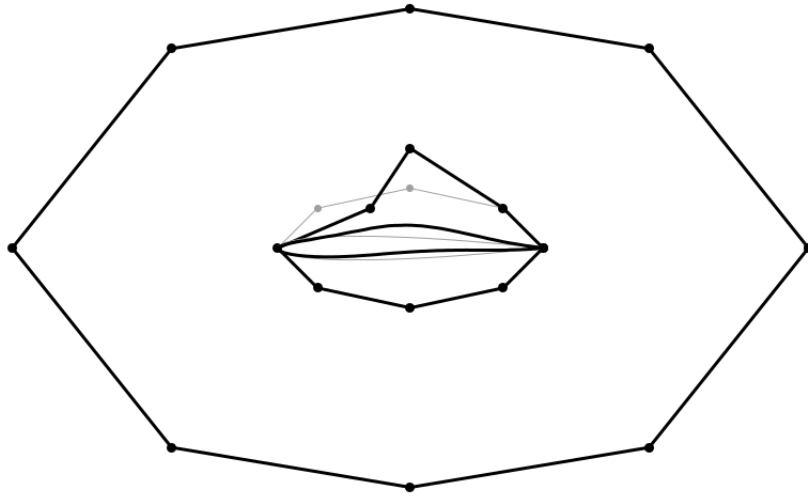
Σχήμα 3.8: Αρμονικές συντεταγμένες των κόμβων του κλωβού για κάθε ένα από τα 8 σημεία ελέγχου, όπως προέκυψαν από την επίλυση της εξίσωσης Laplace στο χωρίο.



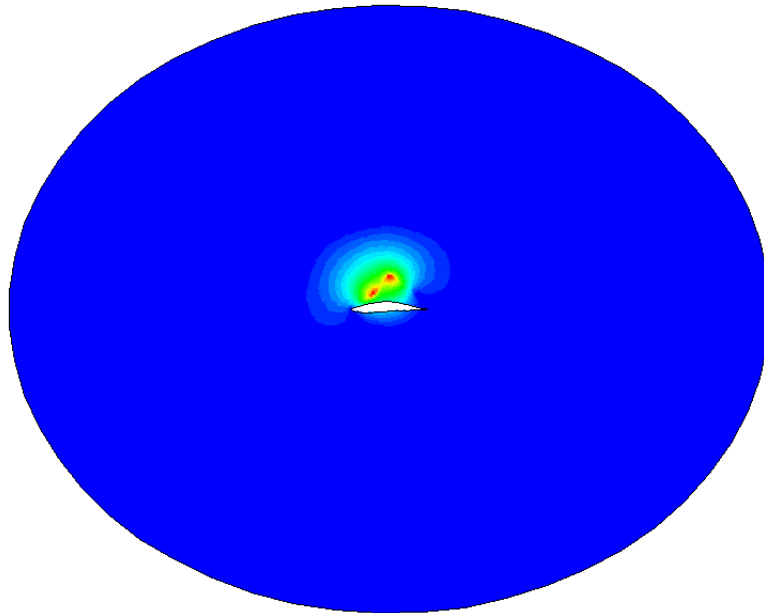
Σχήμα 3.9: Αρμονικές συντεταγμένες των κόμβων της αεροτομής για καθένα από τα 8 σημεία ελέγχου, όπως προέκυψαν από την παρεμβολή των αρμονικών συντεταγμένων των κόμβων του κλωβού στους κόμβους του CFD πλέγματος.



Σχήμα 3.10: Άθροισμα αρμονικών συντεταγμένων των κόμβων του πλέγματος της αεροτομής από όλα τα σημεία ελέγχου (κορυφές εσωτερικού κλωβού). Το κόκκινο χρώμα υποδηλώνει άθροισμα ίσο με 1, το μπλε άθροισμα μηδέν και τα ενδιάμεσα χρώματα υποδηλώνουν άθροισμα μεγαλύτερο του μηδενός και μικρότερο της μονάδας, αφού στα σημεία αυτά δεν έχουν υπολογιστεί οι αρμονικές τους συντεταγμένες ως προς τις κορυφές του εξωτερικού κλωβού. Ουσιαστικά φαίνεται ποιες περιοχές του CFD πλέγματος είναι επιρρεπείς στη μετατόπιση των σημείων ελέγχου του εσωτερικού κλωβού.



Σχήμα 3.11: Απεικόνιση της αρχικής και τελικής θέσης του κλωβού και του αρχικού και τελικού περιγράμματος της αεροτομής ύστερα από μετακίνηση 2 σημείων ελέγχου.



Σχήμα 3.12: Απεικόνιση της συνολικής μετατόπισης των κόμβων της αεροτομής από τη συγκεκριμένη μετακίνηση των σημείων ελέγχου.

Κεφάλαιο 4

Εφαρμογές στη Βελτιστοποίηση Αεροδυναμικών Μορφών με Εξελικτικούς Αλγορίθμους

Στο κεφάλαιο αυτό αναφέρονται κάποια βασικά χαρακτηριστικά των εξελικτικών αλγορίθμων και παρουσιάζεται η τεχνική βελτιστοποίησης αεροδυναμικών μορφών με εξελικτικούς αλγορίθμους. Ειδικότερα κατασκευάζονται κατάλληλα συστήματα κλωβών και παρουσιάζονται αποτελέσματα από τη βελτιστοποίηση μορφής αγωγού σχήματος S, συμμετρικής αεροτομής και 2D πτερυγώσεων συμπιεστή και στροβίλου.

4.1 Διαδικασία Βελτιστοποίησης με χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων και Αρμονικών Παραμορφώσεων

Σύμφωνα με τη μέθοδο του ελέγχου μορφής με τη χρήση αρμονικών παραμορφώσεων δεν τροποποιούνται τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του ίδιου του σώματος, αλλά παραμορφώνεται κατάλληλα ο χώρος μέσα στον οποίο ορίζεται το σώμα. Με τη χρήση της τεχνικής των αρμονικών παραμορφώσεων, η διαδικασία βελτιστοποίησης ξεκινά με κάποια αρχική γεωμετρία, για την οποία κατασκευάζονται τα υπολογιστικά πλέγματα. Στη συνέχεια, τοποθετούνται κατάλληλα σημεία ελέγχου του χώρου που περιβάλλει

το σώμα, η μετακίνηση των οποίων παραμορφώνει τον χώρο και μαζί και το αεροδυναμικό σώμα. Με τον τρόπο αυτό, παράγονται νέες υποψήφιες λύσεις (διανύσματα των μεταβλητών σχεδιασμού), ως τροποποιήσεις της αρχικής. Με την παραμόρφωση του χώρου, αυτόματα παραμορφώνονται και τα υπολογιστικά πλέγματα, με αποτέλεσμα η διαδικασία πλεγματοποίησης να μην χρειάζεται να επαναλαμβάνεται για κάθε νέα υποψήφια λύση.

4.1.1 Βασικά Χαρακτηριστικά ενός Εξελικτικού Αλγορίθμου

Η μαθηματική διατύπωση ενός προβλήματος ελαχιστοποίησης M στόχων που υπόκεινται σε M_C περιορισμούς ανισότητας είναι η εξής:

$$\min \vec{F}(\vec{x}) = \min\{f_1(\vec{x}), \dots, f_{M_o}(\vec{x})\}$$

$$c_j(\vec{x}) \leq c_j^{thres} \quad j = 1, \dots, M_C$$

όπου x είναι το διάνυσμα των N μεταβλητών σχεδιασμού, c_j είναι η τιμή του περιορισμού j και c_j^{thres} είναι το επιθυμητό όριο των περιορισμών. Κάθε μία από τις N μεταβλητές σχεδιασμού έχει άνω και κάτω όρια καθορισμένα από το χρήστη, τα οποία καθορίζουν το πεδίο ορισμού τους.

Σε έναν εξελικτικό αλγόριθμο, ένας πληθυσμός μ γονέων (υποψήφιων λύσεων) P_μ^g εξελίσσεται στον πληθυσμό των P_λ^g απογόνων. Οι νέες λύσεις, προκύπτουν από τους γονείς ελπίζοντας να έχουν καλύτερα χαρακτηριστικά. Από τον πληθυσμό P_λ^g , επιλέγονται δύο σύνολα: το σύνολο P_μ^{g+1} των γονέων της επόμενης γενιάς και το σύνολο των επίλεκτων P_ε^g . Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται γενιά με γενιά μέχρι να ικανοποιηθεί κάποιο κριτήριο σύγκλισης του αλγορίθμου. Πιθανά κριτήρια είναι τα εξής:

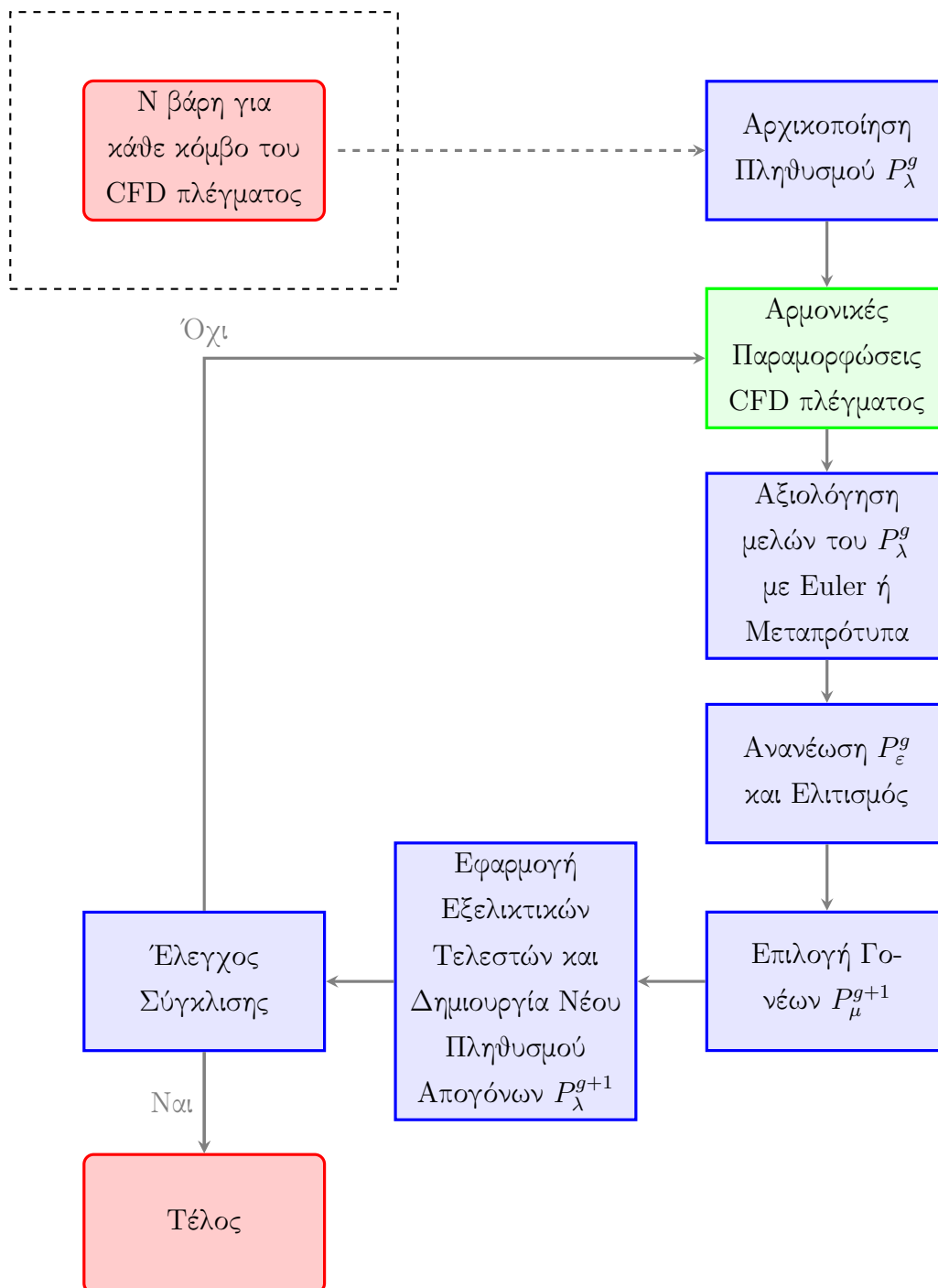
- Να φτάσει ο αλγόριθμος τον μέγιστο αριθμό αξιολογήσεων.
- Να μην βελτιώνεται περαιτέρω η λύση για κάποιο συνεχόμενο αριθμό αξιολογήσεων ή γενεών.
- Να έχει ομογενοποιηθεί ο πληθυσμός.

Ειδικότερα, για μια γενιά g ενός εξελικτικού αλγορίθμου, ορίζονται τρία διακριτά σύνολα ατόμων. Το σύνολο των γονιών P_μ^g με μ μέλη, το σύνολο των απογόνων P_λ^g με λ μέλη και το σύνολο των επίλεκτων P_ε^g . Οι γονείς είναι ο πληθυσμός που διασταυρώνεται για να δώσει τους απογόνους της επόμενης γενιάς. Οι επίλεκτοι αποτελούν τα καλύτερα άτομα (καλύτερες λύσεις) που έχουν προκύψει κατά τη διαδικασία της εξέλιξης μέχρι και την τρέχουσα γενιά. Το σύνολο των επίλεκτων υπάρχει για δύο λόγους. Πρώτον γιατί αν σταματήσει η εξέλιξη το σύνολο αυτό περιέχει τις βέλτιστες λύσεις που έχουν βρεθεί ως εκείνη τη στιγμή και δεύτερον γιατί με τη διαδικασία του ελιτισμού αυξάνεται η πιθανότητα να περάσουν τα καλά χαρακτηριστικά των επίλεκτων ατόμων στην επόμενη γενιά.

Σε αυτήν τη διπλωματική εργασία, χρησιμοποιήθηκε ως λογισμικό βελτιστοποίησης το λογισμικό EASY (Evolutionary Algorithm SYstem) [21] το οποίο έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&Β του Ε.Θ.Σ. και, συγκεκριμένα, επιλύθηκαν προβλήματα ενός στόχου (διαφορετικού για κάθε περίπτωση) και χρησιμοποιήθηκε η τεχνική της προ-αξιολόγησης υποψήφιων λύσεων με τη χρήση μεταπροτύπων. Τα μεταπρότυπα βοηθούν στη μείωση του αριθμού των αξιολογήσεων και, κατά συνέπεια, και του υπολογιστικού χρόνου. Επίσης κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι δεν αξιολογούν ακριβώς την κάθε υποψήφια λύση, αλλά υπολογίζουν την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης προσεγγιστικά και, συνεπώς, πολύ πιο οικονομικά.

Παρόλο που οι εφαρμογές ήταν διαφορετικές, είχαν κάποια κοινά χαρακτηριστικά. Συγκεκριμένα οι παράμετροι για τον εξελικτικό αλγόριθμο όλων των εφαρμογών ήταν οι εξής:

- Πληθυσμός γονέων $\mu = 20$,
- Πληθυσμός απογόνων $\lambda = 60$,
- Πληθυσμός επίλεκτων = 5
- Χρήση μεταπροτύπων ακτινικής βάσης RBF για προσεγγιστική προ-αξιολόγηση των υποψήφιων λύσεων, η οποία ξεκινά ύστερα από τις πρώτες 100 ακριβείς αξιολογήσεις, ώστε να υπάρχει “υλικό” για την εκπαίδευση των μεταπροτύπων.
- 2-5 ακριβείς αξιολογήσεις σε κάθε γενιά.
- μέγιστος αριθμός αξιολογήσεων: 700



Σχήμα 4.1: Απεικόνιση της εφαρμογής του ελέγχου μορφής αεροδυναμικών σωμάτων. Τα N βάρη κάθε κόμβου του CFD πλέγματος (πρώτο κουτάκι του διαγράμματος) είναι υπολογισμένα με τη διαδικασία που αναπτύχθηκε στο κεφάλαιο 3, όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος 3.1

Στο σχήμα 4.1 φαίνεται πως “ενσωματώνεται” η τεχνική του ελέγχου μορφής στη βελτιστοποίηση με εξελικτικούς αλγορίθμους. Τα N βάρη για κάθε κόμβο του σώματος υπολογίζονται μία φορά με τη διαδικασία που αναλύθηκε στο κεφάλαιο 3. Τονίζεται ότι σε όλες τις εφαρμογές, πέραν της εφαρμογής βελτιστοποίησης αγωγού, το πρόβλημα περιγράφεται από τις εξισώσεις συμπίεστού ρευστού και μάλιστα δεδομένου ότι πρόκειται για περίπτωση ατριβούς ροής, οι εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν είναι οι εξισώσεις Euler.

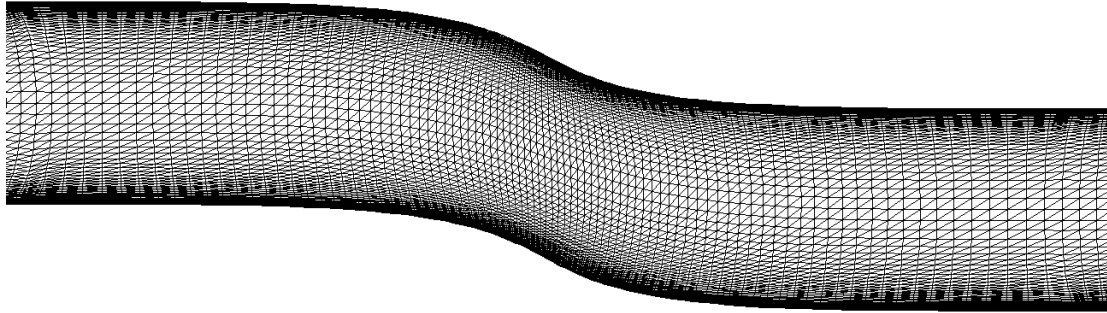
4.2 Εφαρμογές

4.2.1 Βελτιστοποίηση Αγωγού Σχήματος S

Στην ενότητα αυτή παρατίθενται αποτελέσματα από τη βελτιστοποίηση μορφής αγωγού σχήματος S . Εξετάζονται δύο περιπτώσεις πλεγμάτων ελέγχου, τα οποία δεν είναι συστήματα κλωβών, αλλά η πιο απλή περίπτωση μεμονωμένων πλεγμάτων ελέγχου και υιοθετείται η αντικειμενική συνάρτηση των απωλειών ολικής πίεσης. Στόχος είναι να αποδειχτεί ότι η μέθοδος δουλεύει “καλά” για πυκνά πλέγματα, και να παρατηρηθεί η επιρροή περισσότερων σημείων ελέγχου στο υπολογιστικό πλέγμα και στη μορφή του αγωγού.

Δεδομένα Προβλήματος και Δημιουργία Κλωβών

Η βελτιστοποίηση γίνεται για διδιάστατο αγωγό, ο οποίος αρχικά έχει μήκος $l = 6.92m$ και σταθερό πλάτος $d = 0.38m$. Το πλέγμα του αγωγού αποτελείται από 48000 τριγωνικά στοιχεία και εμφανίζει πολύ καλή πύκνωση κοντά στα τοιχώματα, έτσι ώστε να επιτυγχάνεται κατάλληλη ακρίβεια για το στρωτό οριακό στρώμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2. Όσον αφορά τα στοιχεία της ροής, η ταχύτητα εισόδου έχει συνιστώσα μόνο κατά τη διεύθυνση x , ενώ ο αριθμός Reynolds ισούται με 2600. Η ροή θεωρείται στρωτή και ασυμπίεστη και για την επίλυσή της χρησιμοποιήθηκαν οι εξισώσεις Navier-Stokes.

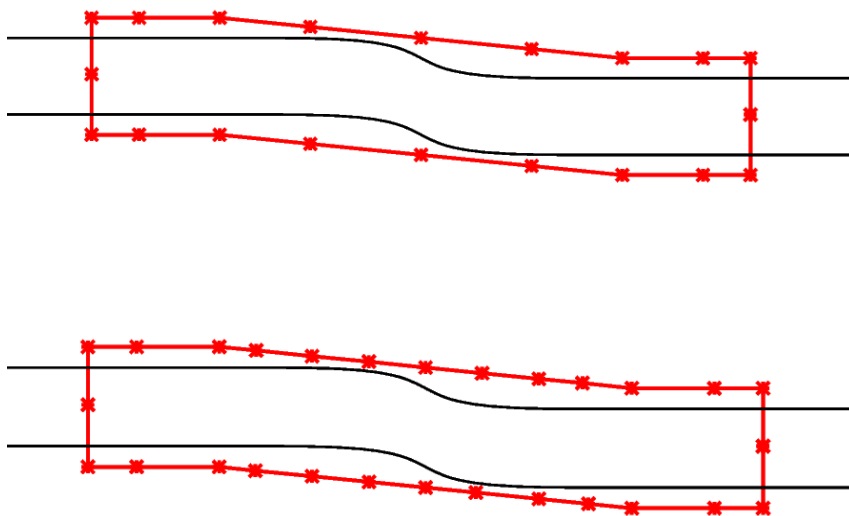


Σχήμα 4.2: Υπολογιστικό πλέγμα αγωγού σχήματος S , αποτελούμενο από 24.321 κόμβους και 48.000 τριγωνικά στοιχεία

Στόχος της βελτιστοποίησης είναι η ελαχιστοποίηση των απωλειών ολικής πίεσης που ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ της πίεσης εισόδου και της πίεσης εξόδου του αγωγού, και συγκεκριμένα:

$$F = \Delta P_t = P_{t_{in}} - P_{t_{out}} \quad (4.1)$$

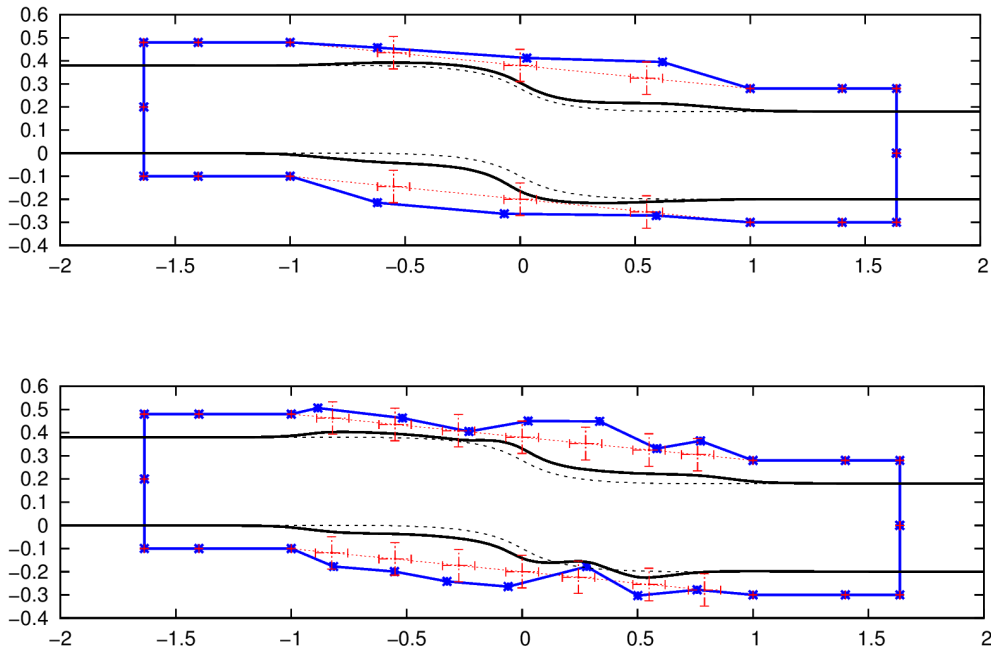
Οι περιοχές της ροής στις οποίες εστιάζονται κατά κύριο λόγο οι απώλειες ολικής πίεσης, είναι τα σημεία στροφής του αγωγού, οπότε σε εκείνη την περιοχή εστιάζει και η βελτιστοποίηση. Δημιουργήθηκαν δύο πλέγματα ελέγχου, όπου το δεύτερο έχει περισσότερα σημεία ελέγχου στο μέρος του αγωγού που είναι επιθυμητό να ελεγχθεί, για να παρατηρηθεί πως θα επηρεαστεί το τελικό σχήμα του αγωγού. Τονίζεται ότι ο πρώτος κλωβός έχει 6 ενεργά σημεία ελέγχου, ενώ ο δεύτερος 14 με τα υπόλοιπα σημεία να παραμένουν ακίνητα κατά τη βελτιστοποίηση και στις δύο περιπτώσεις. Το αρχικό σχήμα του αγωγού μαζί με τους δύο διαφορετικούς κλωβούς, παρουσιάζεται στο σχήμα 4.3. Για να είναι δυνατή η σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο κλωβών τέθηκαν ίδιες μετακινήσεις των σημείων ελέγχου, ίδιος αριθμός αξιολογήσεων, καθώς και ίδιες συνθήκες ροής.



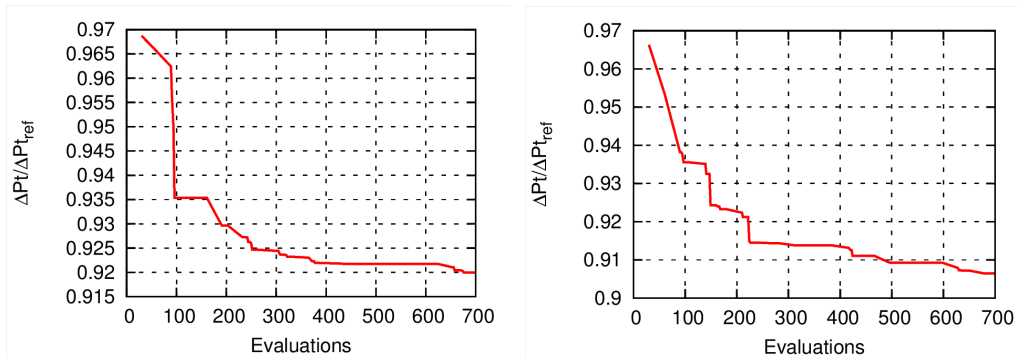
Σχήμα 4.3: Απεικόνιση του αρχικού σχήματος του αγωγού και των δύο πλεγμάτων ελέγχου που δημιουργήθηκαν. Αριστερά βρίσκεται το αραιό πλέγμα ελέγχου με 3 ενεργά σημεία ελέγχου εκατέρωθεν του αγωγού, ενώ δεξιά το πιο πυκνό πλέγμα ελέγχου με 7 ενεργά σημεία ελέγχου σε κάθε πλευρά του αγωγού. Τα υπόλοιπα σημεία ελέγχου και στις δύο περιπτώσεις παραμένουν ακίνητα κατά τη βελτιστοποίηση.

Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης

Δεδομένου ότι στόχος είναι η ελαχιστοποίηση των απωλειών ολικής πίεσης είναι αναμενόμενο το τελικό βελτιστοποιημένο σχήμα του αγωγού να δημιουργήσει κοιλότητες στην επιφάνειά του με σκοπό η κύρια δέσμη της ροής να μην έρχεται σε επαφή με το τοίχωμα αλλά με το ίδιο το ρευστό, μειώνοντας έτσι σημαντικά τις απώλειες ολικής πίεσης λόγω τριβής. Στο σχήμα 4.4 παρατίθενται η αρχική και η τελική θέση του εκάστοτε κλωβού, καθώς και το αρχικό και τελικό σχήμα του αγωγού. Παρατηρείται ότι στο δεύτερο κλωβό με τα περισσότερα σημεία ελέγχου, το τελικό σχήμα του αγωγού διαμορφώνεται με περισσότερες κοιλότητες, ακριβώς επειδή το πλέγμα ελέγχου του το επέτρεψε. Αντίθετα στον πρώτο κλωβό τα σημεία ελέγχου είναι λίγα (3 στην πάνω πλευρά και 3 στην κάτω) που δεν του επιτρέπουν κάτι τέτοιο, οπότε δημιουργείται ένα πιο “απλό” βελτιστοποιημένο σχήμα, χωρίς έντονες παραμορφώσεις. Παρόλα αυτά η τελική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης δεν παρουσίασε μεγάλη διαφορά μεταξύ των δύο κλωβών, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.5.

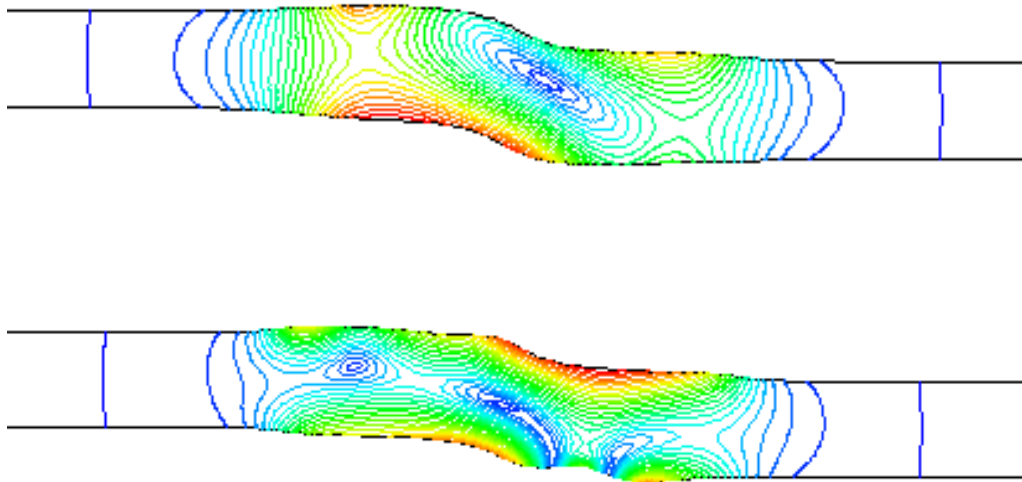


Σχήμα 4.4: Βέλτιστη μορφή αγωγού για κάθε περίπτωση. Με κόκκινες διακεκομμένες γραμμές φαίνεται η αρχική θέση των σημείων ελέγχου και με μπλε η τελική. Επίσης απεικονίζεται με κόκκινα ευθύγραμμα τμήματα το δυνατό εύρος μεταβολών, κατά τους άξονες x, y , κάθε μεταβλητής.

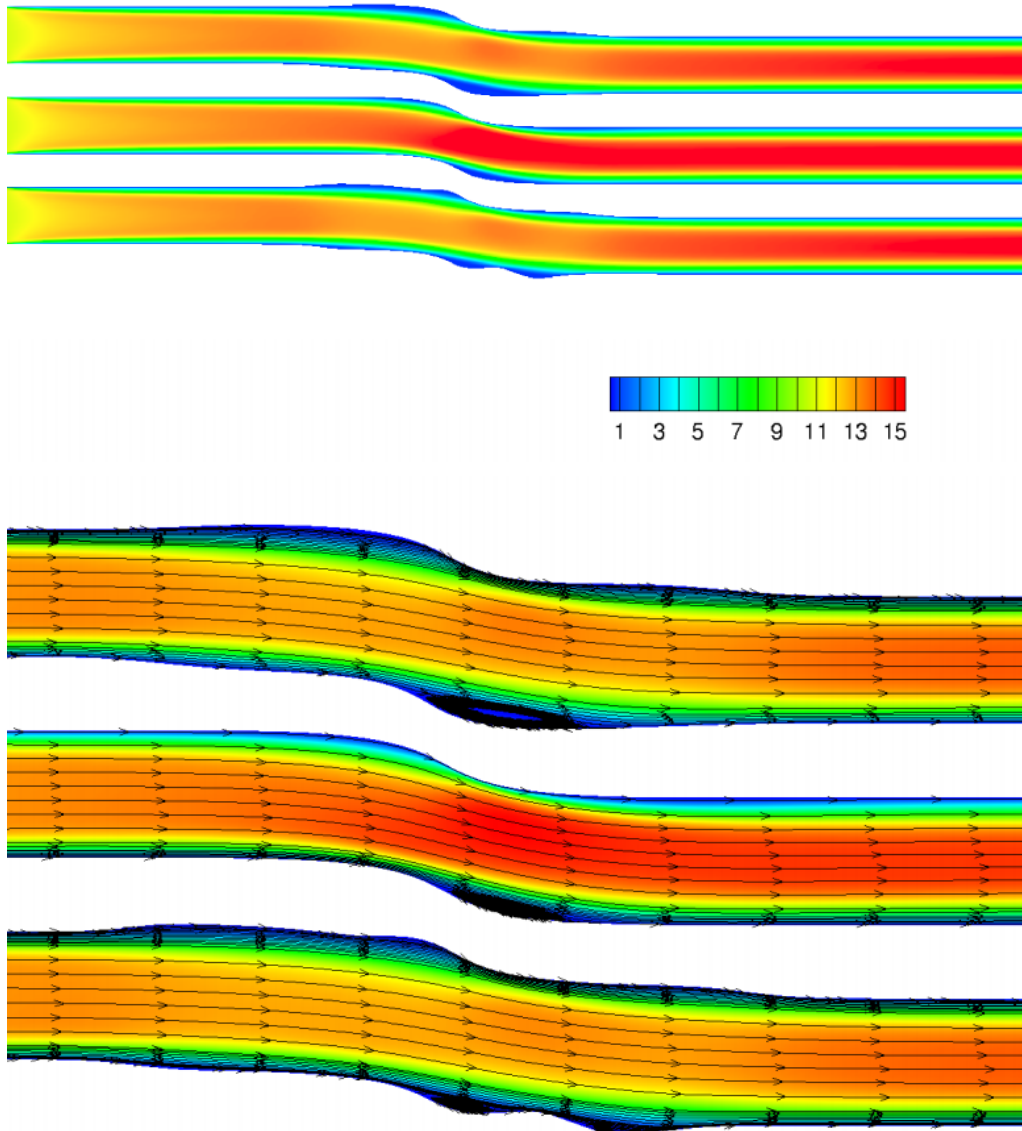


Σχήμα 4.5: Σύγκλιση μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης για την ελαχιστοποίηση της διαφοράς των απωλειών ολικής πίεσης κατά τη διάρκεια των 700 αξιολογήσεων.

Το σχήμα και το πεδίο ταχυτήτων του αρχικού αγωγού και των δύο τελικών βελτιστοποιημένων αγωγών παρουσιάζεται στο σχήμα 4.7, όπου φαίνονται και οι περιοχές ανακυκλοφορίας του ρευστού. Τέλος στο σχήμα 4.6 απεικονίζεται η συνολική μετατόπιση του υπολογιστικού πλέγματος του αγωγού για κάθε μία από τις δύο περιπτώσεις.



Σχήμα 4.6: Απεικόνιση της συνολικής μετατόπισης των κόμβων του τελικού βελτιστοποιημένου υπολογιστικού πλέγματος για κάθε ένα από τους δύο κλωβούς.

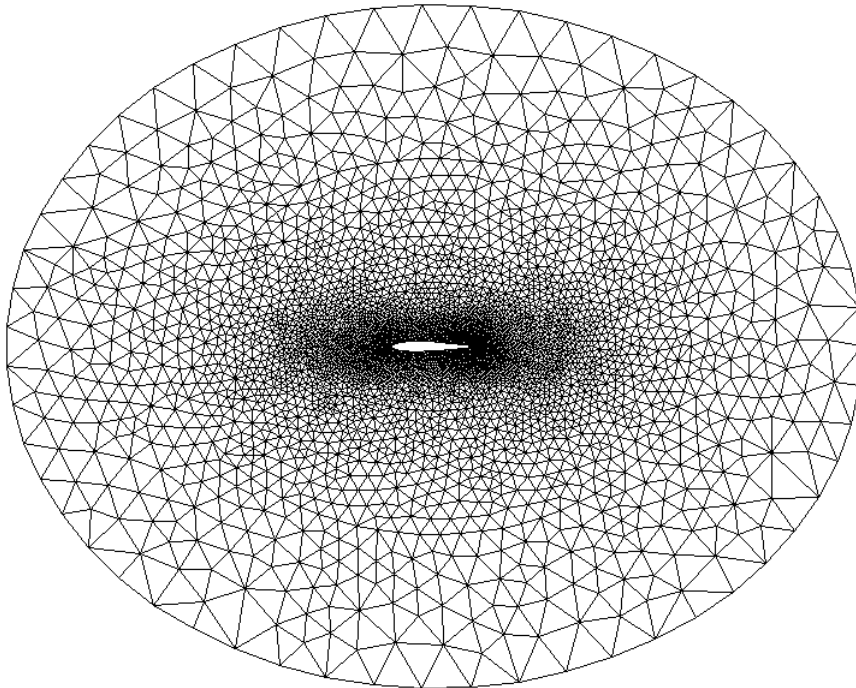


Σχήμα 4.7: Πάνω: Απεικόνιση του σχήματος και του πεδίου ταχυτήτων στον αρχικό αγωγό (κέντρο) και των δύο βελτιστοποιημένων αγωγών για κάθε ένα από τους δύο κλωβούς. Κάτω: Ίδιο σχήμα με έμφαση στις γραμμές ανακυκλοφορίας του ρευστού.

4.2.2 Βελτιστοποίηση Μορφής Μεμονωμένης Αεροτομής

Δεδομένα Προβλήματος και Δημιουργία Κλωβών

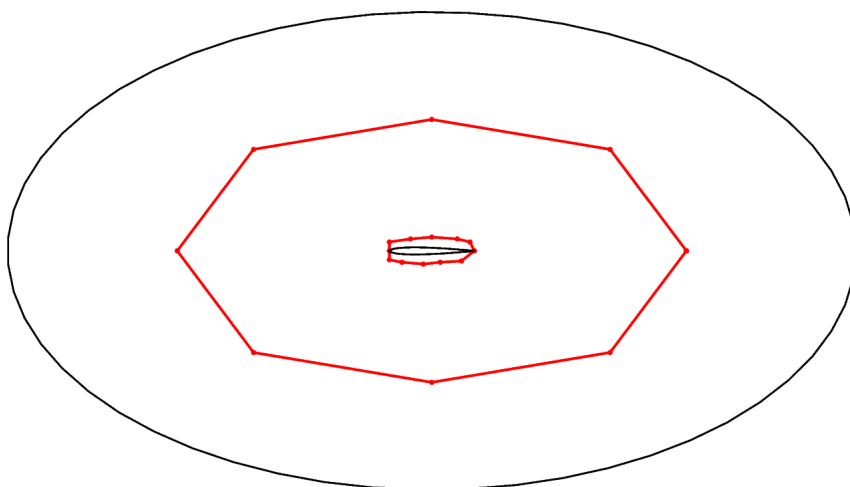
Εξετάζεται η περίπτωση συμμετρικής αεροτομής NACA12, για την οποία ζητείται η βελτιστοποίησή της με στόχο τη μεγιστοποίηση του συντελεστή άωσης (C_L) για α-τριβές ρευστό και συγκεκριμένες συνθήκες ροής. Το CFD πλέγμα του αεροδυναμικού σώματος φαίνεται στο σχήμα 4.8. Στο εν λόγω πρόβλημα δοκιμάστηκαν διαφορετικά συστήματα κλωβών δύο από τα οποία παρατίθενται παρακάτω.



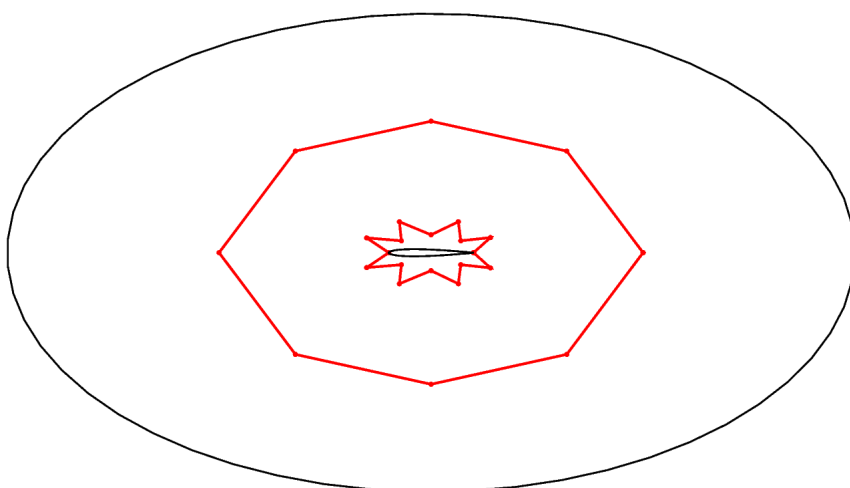
Σχήμα 4.8: Πλέγμα γύρω από τη συμμετρική αεροτομή NACA12. Συνολικά αποτελείται από 4502 κόμβους και 8849 τριγωνικά στοιχεία.

Ο πρώτος κλωβός (A) σχεδιάστηκε χρησιμοποιώντας 12 σημεία ελέγχου στον εσωτερικό κλωβό με ανθρολογιακή φορά από το σημείο 1 (ακμή εκφυγής) μέχρι το σημείο 7 (ακμή προσβολής) και ωρολογιακή φορά για τα υπόλοιπα σημεία όπως φαίνεται στο σχήμα 4.9. Ο δεύτερος κλωβός (B) έχει σχήμα αστεριού (σχήμα 4.10) και σχεδιάστηκε

χρησιμοποιώντας συνολικά 16 σημεία ελέγχου (χωρίς να προσμετρώνται τα εξωτερικά σημεία του κλωβού) με τον ίδιο τρόπο αρίθμησης, με τη μόνη διαφορά ότι πλέον το σημείο 9 ταυτίζεται με την ακμή προσβολής. Ο λόγος που δοκιμάστηκε ο δεύτερος κλωβός είναι ότι τα σημεία των εξωτερικών κορυφών ανήκουν σε μεγαλύτερη ακτίνα έλλειψης, άρα ο κλωβός αυτός ελέγχει “καλύτερα” μια μεγαλύτερη περιοχή του CFD πλέγματος.



Σχήμα 4.9: Σύστημα κλωβών A πάνω στο αεροδυναμικό σώμα.



Σχήμα 4.10: Σύστημα κλωβών B πάνω στο αεροδυναμικό σώμα.

Ως μεταβλητές σχεδιασμού τέθηκαν τα $\delta x_i, \delta y_i$ των συντεταγμένων κάποιων κορυφών του εσωτερικού κλωβού της αεροτομής. Τα σημεία που βρίσκονται στην ακμή εκφυγής και στην ακμή προσβολής της αεροτομής έχουν μηδενικό $\delta x, \delta y$. Τα όρια μεταβολών κάθε μεταβλητής σχεδιασμού τέθηκαν ίσα με 0.5 και ίδια για όλες τις μεταβλητές. Στόχος είναι η βελτιστοποίηση της μορφής της αεροτομής με σκοπό τη μεγιστοποίησή του συντελεστή άνωσης (C_L). Επειδή ο αλγόριθμος επιλύει αποκλειστικά προβλήματα ελαχιστοποίησης, ως αντικειμενική συνάρτηση τέθηκε ο αρνητικός συντελεστής άνωσης, δηλαδή:

$$F = -C_L \quad (4.2)$$

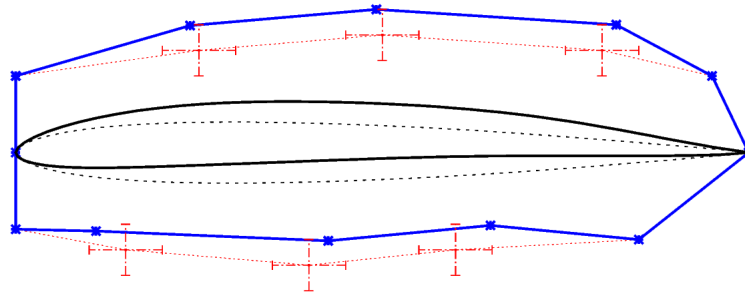
Η γωνία και ο αριθμός Mach της επ' άπειρου ροής τέθηκαν σταθερά, και ίσα με:

$$a_\infty = 3^\circ$$

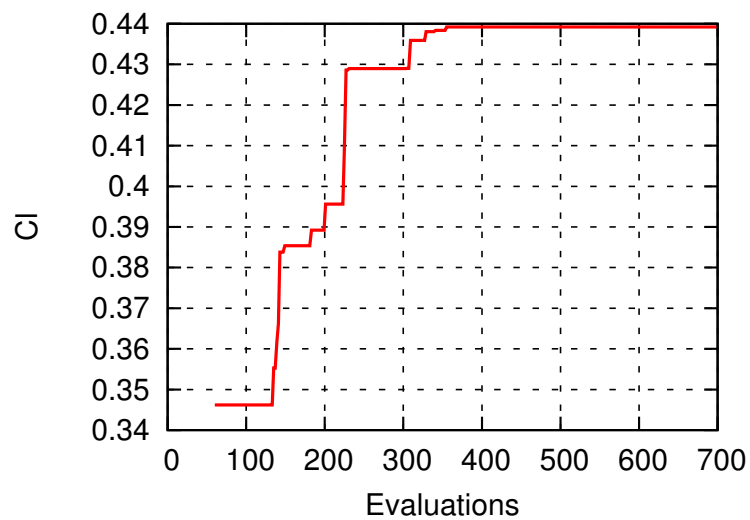
$$M_\infty = 0.55$$

Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης

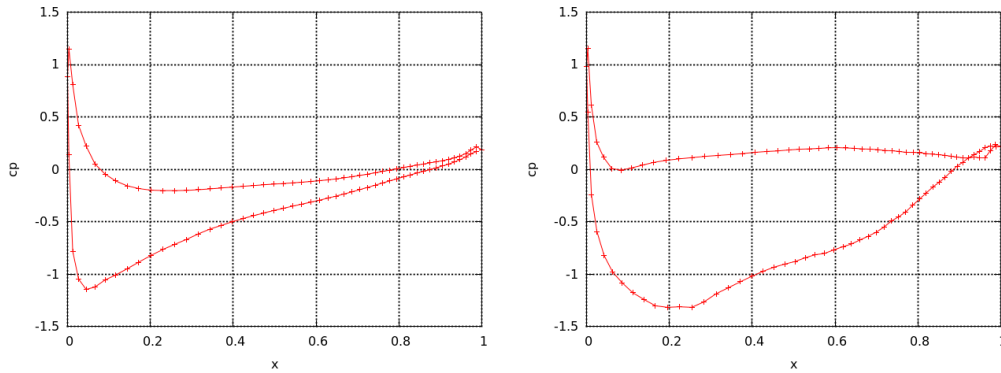
Στο σχήμα 4.11 φαίνονται οι βέλτιστες θέσεις των σημείων ελέγχου για μεγάλο εύρος μετακινήσεων γύρω από την προκύπτουσα καμπύλη της αεροτομής για το σύστημα κλωβών A. Παρατηρείται ότι τα περισσότερα σημεία ελέγχου παίρνουν τη μέγιστη δυνατή μετατόπιση που τους επιτρέπεται. Στο σχήμα 4.12 φαίνεται η σύγκλιση της βελτιστοποίησης και ο μέγιστος αριθμός του C_L , που προέκυψε ύστερα από 700 αξιολογήσεις. Στο σχήμα 4.13 παρουσιάζεται η κατανομή του αρχικού και τελικού συντελεστή πίεσης. Παρατηρείται αύξηση του εμβαδού, που υποδηλώνει την αύξηση της άνωσης. Στο σχήμα 4.14 φαίνεται η επίδραση της μετακίνησης των σημείων ελέγχου του κλωβού στο CFD πλέγμα, ενώ στο σχήμα 4.15 φαίνεται η κατανομή του αριθμού Mach στην αρχική και στη βελτιστοποιημένη αεροτομή.



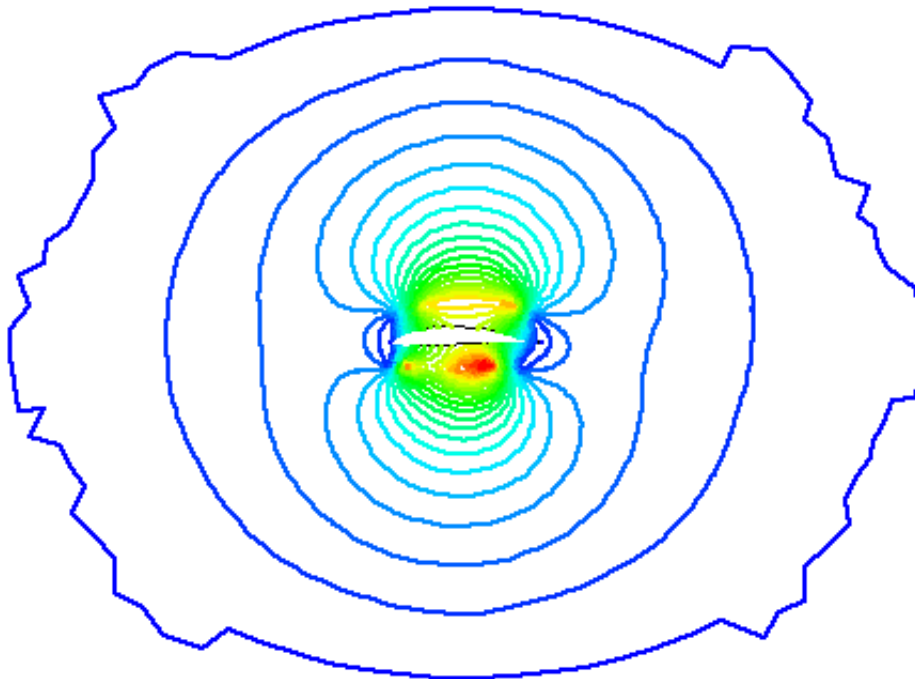
Σχήμα 4.11: Βέλτιστη μορφή αεροτομής. Με κόκκινες διακεκομμένες γραμμές φαίνεται η αρχική θέση των σημείων ελέγχου και με μπλε η τελική. Επίσης απεικονίζεται με σταυρό το δυνατό εύρος μεταβολών, κατά τους άξονες x, y , κάθε μεταβλητής.



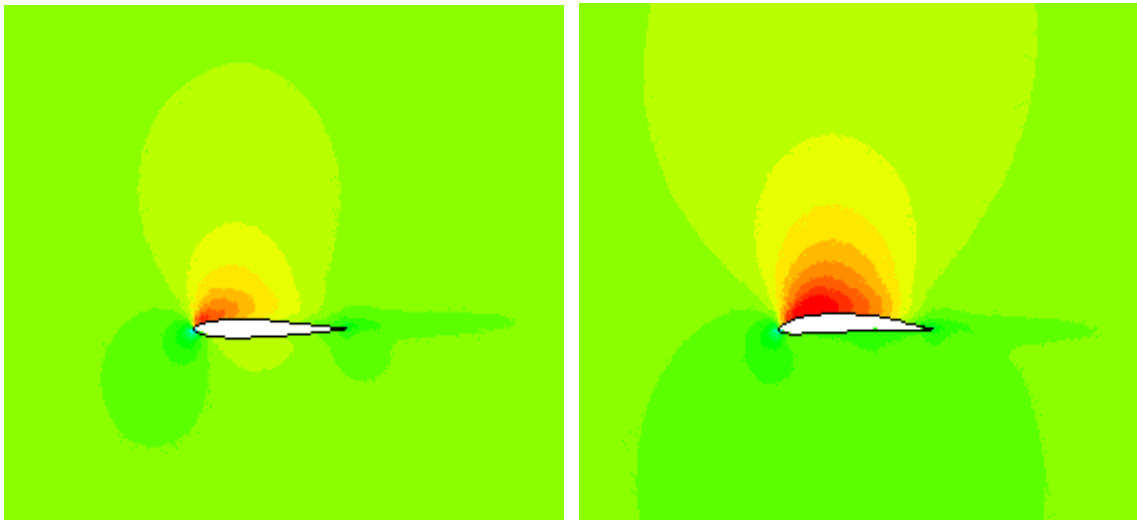
Σχήμα 4.12: Σύγκλιση μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης για τη μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης κατά τη διάρκεια των 700 αξιολογήσεων.



Σχήμα 4.13: Απεικόνιση του συντελεστή πίεσης για την αρχική αεροτομή (δεξιά) σε σχέση με τον τελικό συντελεστή πίεσης (αριστερά) του συστήματος κλωβών A.

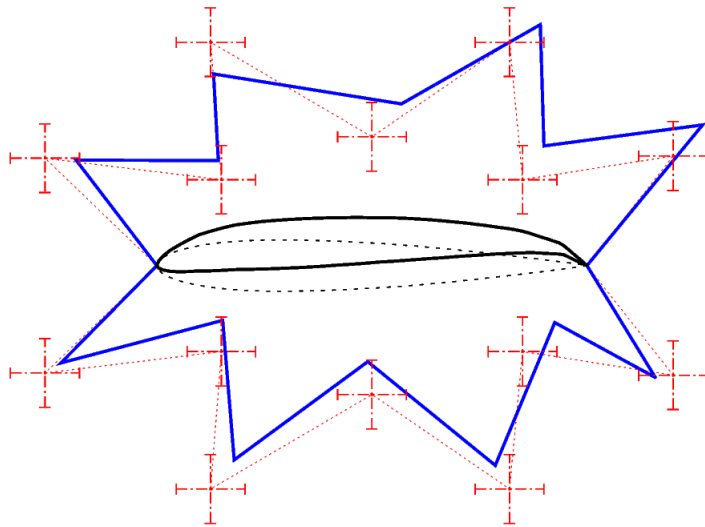


Σχήμα 4.14: Διάγραμμα της συνολικής μετατόπισης του CFD χωρίου, ύστερα από τη βελτιστοποίηση των μεταβλητών σχεδιασμού. Οι περιοχές με κόκκινο χρώμα υποδηλώνουν μεγάλη παραμόρφωση, ενώ οι περιοχές με μπλε μικρή. Οι κόμβοι του πλέγματος της αεροτομής που βρίσκονταν εκτός των εξωτερικών σημείων του κλωβού έχουν μηδενική μετακίνηση.

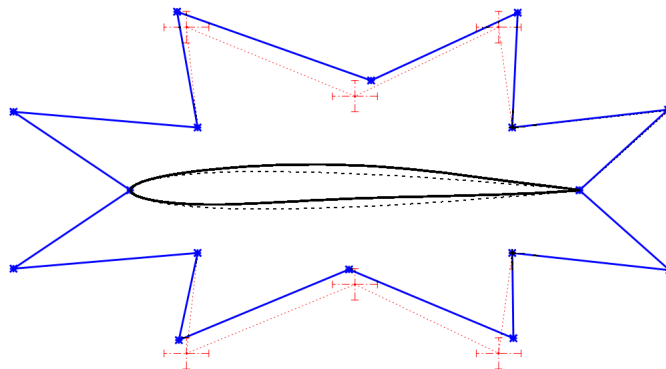


Σχήμα 4.15: Κατανομή αριθμού Mach, με τιμές που κυμαίνονται από 0.06 έως 0.83, όπως προέκυψε από τη βελτιστοποίηση των 24 επιλεγμένων μεταβλητών σχεδιασμού. Η συγκεκριμένη αεροτομή επιτυγχάνει τη μέγιστη άνωση, δεδομένων των ορίων που τέθηκαν για τις μεταβλητές σχεδιασμού και, φυσικά, της παραμετροποίησης.

Τα αποτελέσματα του κλωβού B παρουσιάζονται ως αντιπαράδειγμα. Στο σχήμα 4.16 φαίνονται οι βέλτιστες θέσεις των σημείων ελέγχου γύρω από την προκύπτουσα καμπύλη της αεροτομής για τα σύστημά κλωβών B. Επειδή στο πρόβλημα η βελτιστοποίηση γίνεται χωρίς περιορισμούς, η αεροτομή προέκυψε μισητή στην ακμή προσβολής, πράγμα μη επιθυμητό. Ένας τρόπος επίλυσης αυτού του προβλήματος είναι να διατηρηθούν σταθερά ακόμα περισσότερα σημεία του εσωτερικού κλωβού. Συγκεκριμένα επιλύθηκε ακριβώς το ίδιο πρόβλημα βελτιστοποίησης με σταθερά τα σημεία 1 (ακμή προσβολής), 2, 7, 8, 9 (ακμή εκφυγής), 10, 11, 16 διατηρώντας σταθερό το εύρος μεταβολών των μετατοπίσεων των υπόλοιπων σημείων του εσωτερικού κλωβού. Στο σχήμα 4.17 φαίνονται οι βέλτιστες θέσεις των σημείων ελέγχου γύρω από την προκύπτουσα καμπύλη της αεροτομής για τα σύστημα κλωβών B με 6 σταθερά σημεία. Από αυτό το παράδειγμα συμπεραίνεται ότι πρέπει να είναι προσεκτική τόσο η τοποθέτηση του κλωβού όσο και ο τρόπος “διαχείρισης” του μέσω των μετατοπίσεων. Επίσης, τονίζεται, ότι το σύστημα κλωβών A έδωσε για τον ίδιο αριθμό αξιολογήσεων καλύτερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης.



Σχήμα 4.16: Βέλτιστη μορφή αεροτομής για μεγάλες μετακινήσεις των σημείων ελέγχου. Παρόλο που η αεροτομή έχει μεγάλο C_L δημιουργεί μύτη στην ακμή προσβολής. Από αυτό συμπεραίνεται ότι ο χρήστης πρέπει να είναι προσεκτικός και στο εύρος των μετακινήσεων που δίνει και στο ποια σημεία ελέγχου πρέπει να κρατήσει ακίνητα.



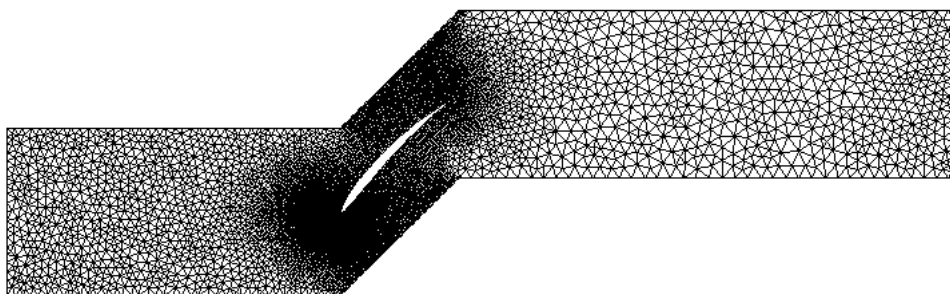
Σχήμα 4.17: Αρχικό σύστημα κλωβών (κόκκινο χρώμα) και βέλτιστες θέσεις των σημείων ελέγχου (μπλε χρώμα) για μικρότερο εύρος μετακινήσεων, καθώς και η προκύπτουσα καμπύλη της αεροτομής.

4.2.3 Βελτιστοποίηση Μορφής Αεροτομής Πτερύγωσης Συμπιεστή

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση μορφής 2D πτερύγωσης συμπιεστή.

Δεδομένα Προβλήματος και Δημιουργία Κλωβών

Η αεροτομή της πτέρυγας η οποία βελτιστοποιήθηκε ανήκει στη σειρά NACA 65. Στο σχήμα 4.18 φαίνεται η γεωμετρία της περύγωσης. Χρησιμοποιήθηκαν 160 σημεία για την περιγραφή της αεροτομής.



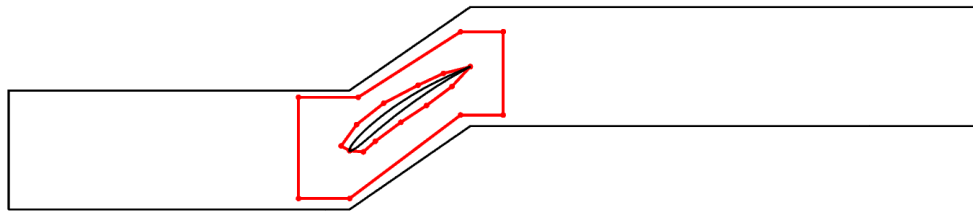
Σχήμα 4.18: Πλέγμα γύρω από τη διδιάστατη περύγωση συμπίεστη. Το πλέγμα είναι μη-δομημένο, αποτελούμενο από 17454 κόμβους και 34408 τριγωνικά στοιχεία.

Η γωνία κλίσης (stagger angle) του περυγίου είναι ίση με 40° . Λόγω της αδιαστατοποίησης των συντεταγμένων με τη χορδή της αεροτομής, η επίλυση της ροής γίνεται σε γεωμετρία μοναδιαίας χορδής $c = 1$. Η γωνία εισόδου και ο ισεντροπικός αριθμός Mach της εξόδου δίνονται ίσα με:

$$a_1 = 58^\circ$$

$$M_{2,is} = 0.4425$$

Ο εσωτερικός κλωβός σχεδιάστηκε χρησιμοποιώντας συνολικά 12 σημεία ελέγχου, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.19. Ως μεταβλητές σχεδιασμού τέθηκαν οι μετακινήσεις των συντεταγμένων κάποιων κορυφών του εσωτερικού κλωβού του περυγίου. Τα σημεία που βρίσκονται στην ακμή εκφυγής και στην ακμή προσβολής του περυγίου έχουν μηδενικό δx , δy .

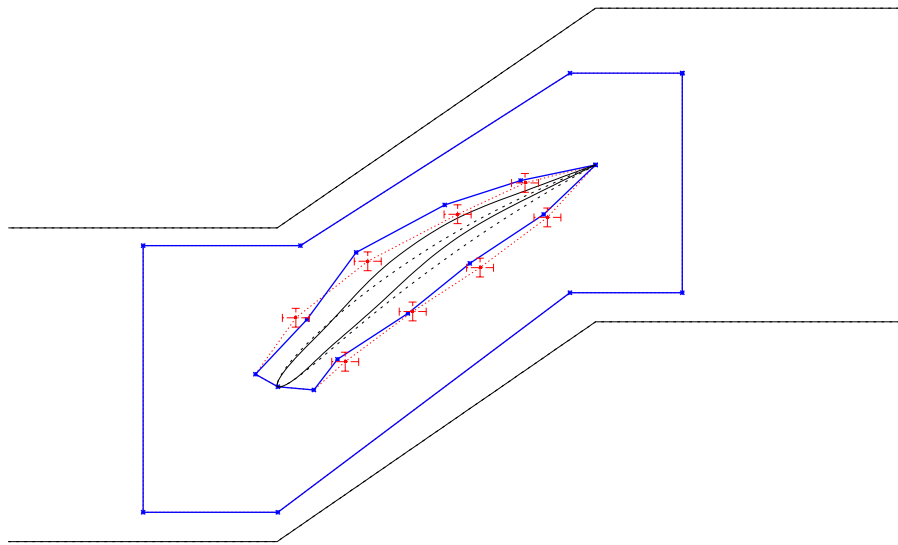


Σχήμα 4.19: Σημεία του κλωβού γύρω από το πτερύγιο του συμπιεστή. Σημεία ελέγχου είναι μόνο τα σημεία του εσωτερικού κλωβού.

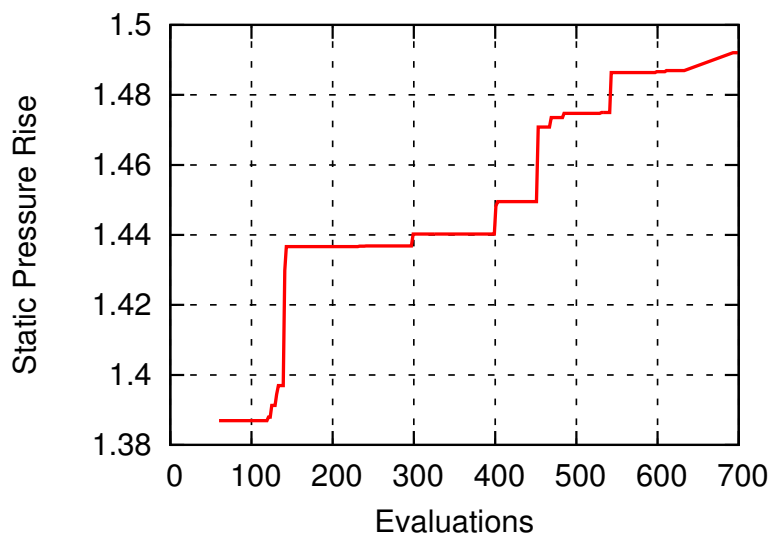
Έχοντας ορίσει τις 24 παραπάνω μεταβλητές σχεδιασμού (2 για κάθε σημείο ελέγχου), μπορεί να πραγματοποιηθεί βελτιστοποίηση της μορφής της αεροτομής με σκοπό τη μεγιστοποίησή της αύξησης της στατικής πίεσης μεταξύ εισόδου και εξόδου της πτερύγωσης.

Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης

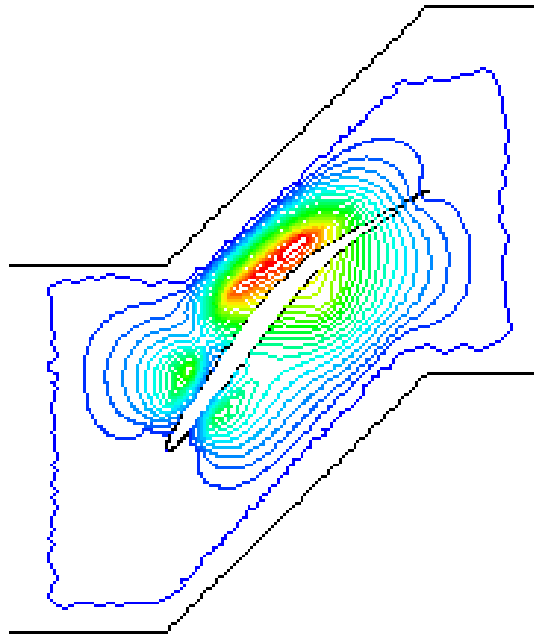
Το διάγραμμα της σύγκλισης φαίνεται στο σχήμα 4.21, όπου είναι εμφανές ότι υπάρχουν περιθώρια βελτίωσης. Παρόλα αυτά ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης τερματίστηκε στις 700 αξιολογήσεις γιατί σκοπός ήταν να αποδειχθεί ότι η μέθοδος παραμόρφωσης με τη χρήση αρμονικών συντεταγμένων λειτουργεί παράλληλα με έναν αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Στο σχήμα 4.20 φαίνονται οι βέλτιστες θέσεις των σημείων ελέγχου γύρω από την προκύπτουσα καμπύλη του πτερυγίου. Στο σχήμα 4.22 φαίνεται η συνολική μετατόπιση κάθε κόμβου του σώματος ενώ στο σχήμα 4.23 παρουσιάζεται η κατανομή του αριθμού Mach, όπου παρατηρείται ότι το ισχυρό κύμα κρούσης στην αρχική πτερύγωση του συμπιεστή “απλώθηκε” και φαίνεται να δημιουργήθηκαν δύο μικρότερα στην τελική (βελτιστοποιημένη) πτερύγωση.



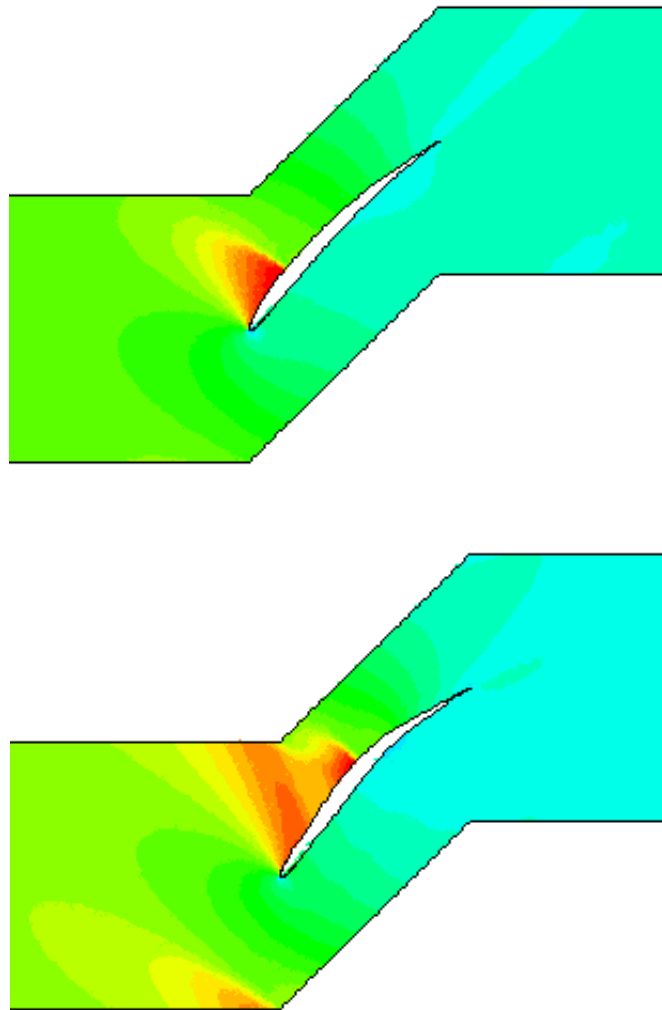
Σχήμα 4.20: Βέλτιστες θέσεις των σημείων ελέγχου γύρω από το περύγιο του συμπίεστη, συγκρινόμενες με τις αρχικές θέσεις των σημείων ελέγχου. Συγκεκριμένα το περίγραμμα του αρχικού κλωβού απεικονίζεται με κόκκινο χρώμα, ενώ το τελικό με μπλε. Οι γραμμές γύρω από τα αρχικά σημεία ελέγχου δείχνουν το εύρος των μεταβολών δx_i , δy_i για κάθε σημείο.



Σχήμα 4.21: Σύγκλιση μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης για τη μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης F κατά τη διάρκεια των 700 αξιολογήσεων.



Σχήμα 4.22: Διάγραμμα της συνολικής μετατόπισης του *CFD* χωρίου, ύστερα από τη βελτιστοποίηση των 24 μεταβλητών σχεδιασμού. Οι περιοχές με κόκκινο χρώμα υποδηλώνουν μεγάλη παραμόρφωση, ενώ οι περιοχές με μπλε μικρή. Οι κόμβοι του πλέγματος της αεροτομής που βρίσκονταν εκτός των εξωτερικών σημείων του κλωβού έχουν μηδενική μετακίνηση.



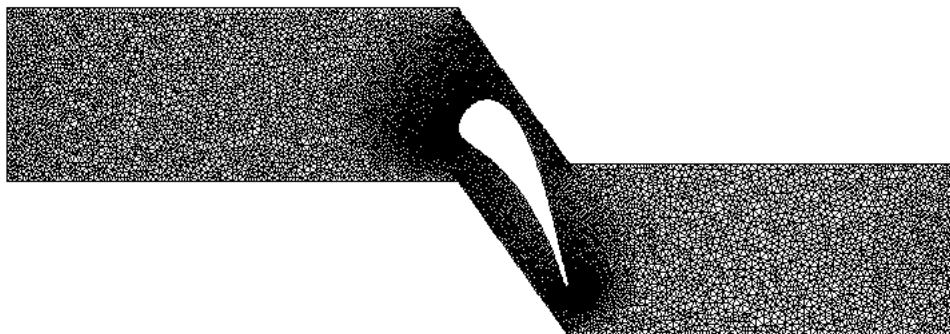
Σχήμα 4.23: Πάνω: Κατανομή αριθμού Mach στο αρχικό πτερύγιο του συμπιεστή. Κάτω: Κατανομή αριθμού Mach βελτιστοποιημένο πτερύγιο του συμπιεστή, όπως προέκυψε από τη βελτιστοποίηση των 24 επιλεγμένων μεταβλητών σχεδιασμού. Το συγκεκριμένο πτερύγιο επιτυγχάνει τη μέγιστη αύξηση στατικής πίεσης, δεδομένων των παραμέτρων που τέθηκαν. Οι τιμές κυμαίνονται από 0.008 έως 1.36.

4.2.4 Βελτιστοποίηση Μορφής Πτερύγωσης Στροβίλου

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση μορφής 2D πτερύγωσης στροβίλου.

Δεδομένα Προβλήματος και Δημιουργία Κλωβών

Η πτερύγωση της οποίας η αεροτομή βελτιστοποιήθηκε είναι η VKI LS89. Ειδικότερα, η γεωμετρία της προς βελτιστοποίηση πτερύγωσης φαίνεται στο σχήμα 4.24. Για την περιγραφή της αεροτομής χρησιμοποιήθηκαν 250 σημεία.



Σχήμα 4.24: Πλέγμα γύρω από τη διδιάστατη πτερύγωση στροβίλου. Το πλέγμα είναι μη-δομημένο, αποτελούμενο από 16505 κόμβους και 32252 τριγωνικά στοιχεία.

Η γωνία κλίσης της πτερύγωσης είναι σταθερή και ίση με 55° .

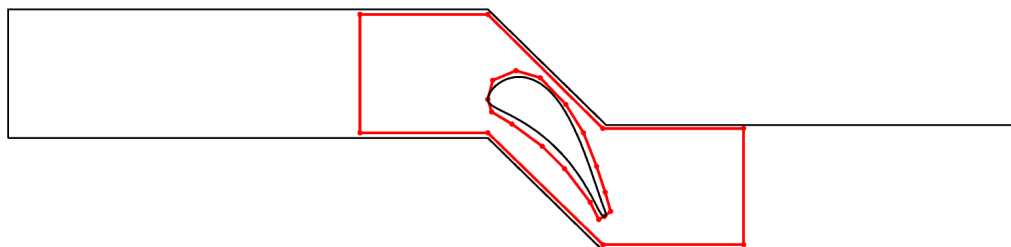
Η επίλυση του προβλήματος έγινε με επίλυση των εξισώσεων Euler για συμπιεστή και ατριβή ροή με τις εξής συνθήκες για τη γωνία εισόδου (αξονική ροή) και τον ισηντροπικό αριθμό Mach εξόδου:

$$a_1 = 0^\circ$$

$$M_{2,is} = 0.8425$$

Ομοίως με την περίπτωση της πτερύγωσης του συμπιεστή δημιουργείται κατάλληλο σύστημα κλωβών που περιλαμβάνει μέρος του CFD πλέγματος για τη διατήρηση της συνέχειας των περιοδικών ορίων. Το εύρος μεταβολής των δx_i , δy_i των συντεταγμένων των κορυφών του εσωτερικού κλωβού της αεροτομής είναι ± 1 . Τα σημεία ελέγχου που βρίσκονται στην ακμή εκφυγής και στην ακμή προσβολής της αεροτομής, καθώς και το

προηγούμενο και το αμέσως επόμενο σημείο ελέγχου αντίστοιχα έχουν μηδενικό δx , δy .



Σχήμα 4.25: Σημεία του κλωβού στην περύγωση του στροβίλου. Σημεία ελέγχου είναι μόνο τα 16 σημεία του εσωτερικού κλωβού.

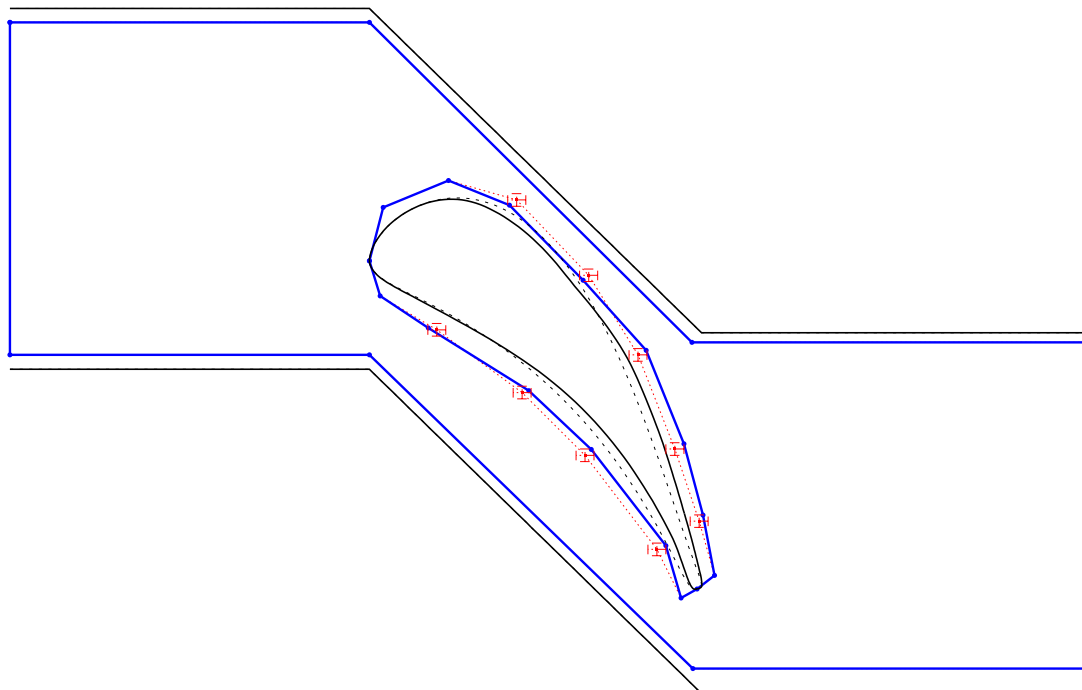
Πλέον, έχοντας ορίσει τις 32 παραπάνω μεταβλητές σχεδιασμού (2 για κάθε σημείο ελέγχου), μπορεί να πραγματοποιηθεί βελτιστοποίηση της μορφής της αεροτομής με σκοπό τη μεγιστοποίησή της διαφοράς γωνίας εισόδου-εξόδου της ροής. Ως βασική αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση τέθηκε η (αρνητική) τιμή της διαφοράς των γωνιών, δηλαδή:

$$F = \alpha_2 - \alpha_1 = \alpha_2 \quad (4.3)$$

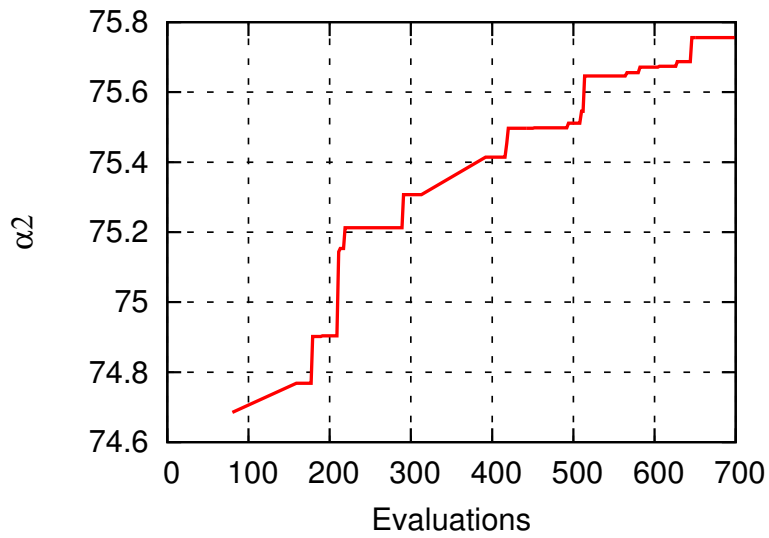
αφού η γωνία εισόδου είναι ίση με 0° .

Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης

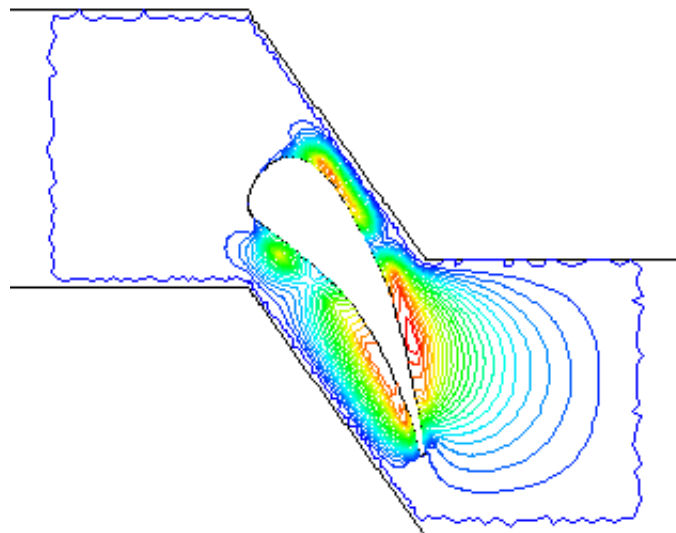
Ο ΜΑΕΑ έτρεξε για 700 αξιολογήσεις, η σύγκλιση του οποίου φαίνεται στο σχήμα 4.27. Στο σχήμα 4.26 φαίνονται οι βέλτιστες θέσεις των σημείων ελέγχου γύρω από την προκύπτουσα καμπύλη του περυγίου. Στο σχήμα 4.28 φαίνεται η συνολική μετατόπιση κάθε κόμβου του σώματος. Το σχήμα 4.29 παρουσιάζει την αρχική και τελική κατανομή του αριθμού Mach στην περύγωση.



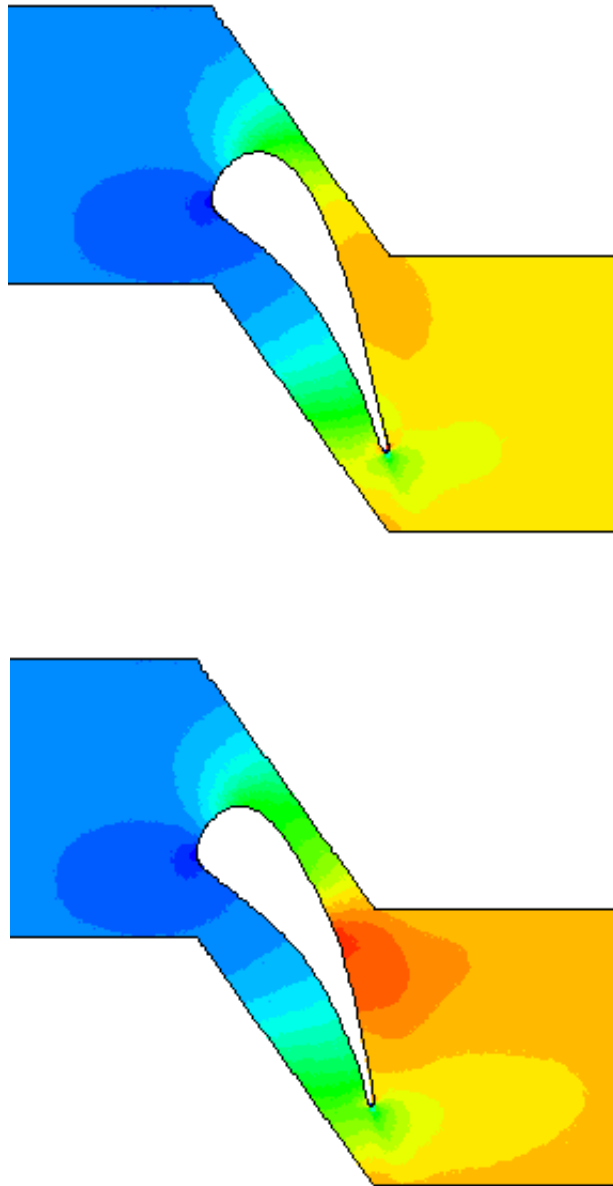
Σχήμα 4.26: Βέλτιστες θέσεις των σημείων ελέγχου του κλωβού, συγκρινόμενες με τις αρχικές θέσεις των σημείων ελέγχου. Συγκεκριμένα τα βέλτιστα σημεία ελέγχου απεικονίζονται με μπλε κύκλο, ενώ τα αρχικά με το κόκκινο. Τα κόκκινα ευθύγραμμα τμήματα γύρω από τα αρχικά σημεία ελέγχου δείχνουν το εύρος των μεταβολών δx_i , δy_i για κάθε σημείο.



Σχήμα 4.27: Σύγκλιση μονοκριτηριακής βελτιστοποίησης για τη μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης F κατά τη διάρκεια των 700 αξιολογήσεων του EA.



Σχήμα 4.28: Διάγραμμα της συνολικής μετατόπισης του CFD χωρίου, ύστερα από τη βελτιστοποίηση των 32 μεταβλητών σχεδιασμού.



Σχήμα 4.29: Πάνω: Κατανομή αριθμού Mach στην αρχική πτερύγωση του στροβίλου. Κάτω: Κατανομή αριθμού Mach στην τελική πτερύγωση, όπως προέκυψε από τη βελτιστοποίηση των 32 επιλεγμένων μεταβλητών σχεδιασμού. Το συγκεκριμένο πτερύγιο επιτυγχάνει τη μέγιστη διαφορά γωνίας εισόδου-εξόδου, δεδομένων των παραμέτρων που τέθηκαν. Οι τιμές του αριθμού Mach κυμαίνονται από 0.005 έως 1.02

Το σχήμα της αεροτομής του στροβίλου που προέκυψε είναι αναμενόμενο, αφού η αεροτομή κύρτωσε για να αυξηθεί η γωνία εξόδου a_2 . Επίσης αυξήθηκε και ο αριθμός Mach σε εκείνη την περιοχή, αφού λόγω αύξησης της καμπύλης η ροή επιταχύνεται.

Κεφάλαιο 5

Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

5.1 Ανακεφαλαίωση

Η διπλωματική αυτή εργασία ασχολήθηκε με το πρόβλημα της παραμετροποίησης πλεγμάτων ελέγχου-κλωβών και της μορφοποίησης-προσαρμογής υπολογιστικού πλέγματος κατά τη βελτιστοποίηση μορφής 2D αεροτομών, πτερυγώσεων στροβιλομηχανών, καθώς και αγωγού σχήματος S. Επειδή τα υπολογιστικά πλέγματα αποτελούνται από έναν μεγάλο αριθμό κόμβων σε σχέση με το πλέγμα ελέγχου, προτείνεται να δημιουργηθεί ένα σύστημα πλεγμάτων-ελέγχου (κλωβός) έτσι ώστε να μπορεί ο χρήστης να ελέγξει το CFD χωρίς ελέγχοντας ουσιαστικά έναν πολύ μικρότερο αριθμό κόμβων (σημεία ελέγχου). Με την αξιοποίηση ενός τέτοιου κλωβού γίνεται εφικτή η μετατόπιση των κόμβων του πλέγματος έπειτα από κάθε κύκλο βελτιστοποίησης γλυτώνοντας έτσι την ανάγκη διαρκούς επαναπλεγματοποίησης γύρω από κάθε νέο παραμορφωμένο CFD πλέγμα. Συγκεκριμένα:

- Δημιουργήθηκε εμπειρικά, ένας κλωβός με N σημεία ελέγχου γύρω από το ελάχιστο αεροδυναμικό σώμα για τον έλεγχο του πλέγματος. Η κατανομή των σημείων ελέγχου έγινε με τέτοιο τρόπο ώστε να εξασφαλίζει καλύτερο και ομαλότερο έλεγχο της περιοχής επιρροής του κλωβού. Για την εύρεση των αρμονικών συντεταγμένων των κόμβων του υπολογιστικού πλέγματος ως προς τα σημεία ελέγχου επιλύθηκαν N εξισώσεις Laplace, ενώ για την εύρεση των αρμονικών συντεταγμένων του CFD πλέγματος πραγματοποιήθηκε παρεμβολή των τιμών

των αρμονικών συντεταγμένων του κλωβού στους κόμβους του υπολογιστικού πλέγματος.

- Προγραμματίστηκε και δοκιμάστηκε η δημιουργία κατάλληλων κλωβών. Ειδικότερα, δημιουργήθηκε ένα σύστημα κλωβών που αποτελείται από την άθροιση δύο κλωβών -ενός εσωτερικού και ενός δακτυλίου- και έτσι εξασφαλίστηκε η ομαλή μετακίνηση των κόμβων κοντά στα εξωτερικά όρια του κλωβού. Επίσης ο κλωβός δεν περιλαμβάνει όλο το CFD πλέγμα αλλά μέρος αυτού εξασφαλίζοντας έτσι την διατήρηση της περιοδικότητας των ορίων των πτερυγώσεων.
- Τοποθετήθηκαν δύο σημεία ελέγχου του κλωβού πάνω στην ακμή προσβολής και στην ακμή εκφυγής, αντίστοιχα, προκειμένου να εξασφαλισθεί ότι δεν θα αλλάξει το μήκος της χορδής και δεν θα μετακινείται η αεροτομή στον x άξονα. Επίσης δίνοντας μηδενικό εύρος μετακινήσεων στα σημεία ελέγχου κοντά στην ακμή προσβολής και εκφυγής εξασφαλίστηκε ότι η μορφοποίηση του πλέγματος θα γίνεται με ομαλό τρόπο σε αυτές τις περιοχές.
- Πραγματοποιήθηκε βελτιστοποίηση με εξελικτικούς αλγορίθμους της μορφής μεμονωμένης αεροτομής και αεροτομών πτερυγώσεων συμπιεστή και στροβίλου και αγωγού σχήματος S με χρήση αρμονικών παραμορφώσεων και παρουσιάστηκαν τα αποτελέσματα που προέκυψαν.
- Δημιουργήθηκε ένα ακόμα “εργαλείο” για την αυτόματη προσαρμογή υπολογιστικών πλεγμάτων κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης μορφής αεροδυναμικών σωμάτων, το οποίο εφαρμόζεται εξίσου “καλά” τόσο σε αραιά, όσο και σε πιο πυκνά πλέγματα (λ.χ στην περίπτωση του αγωγού).

5.2 Συμπεράσματα

Μετά από την πραγματοποίηση δοκιμών που μελετήθηκαν σε αυτήν τη διπλωματική εργασία εξάγονται τα εξής (εμπειρικά) συμπεράσματα:

- Είναι σημαντική η τοποθέτηση των σημείων ελέγχου. Πρώτον πρέπει να “ακολουθούν” τη μορφή του σώματος και δεύτερον δεν πρέπει να τοποθετούνται μακριά από το σχήμα που είναι επιθυμητό να μορφοποιηθεί επειδή λόγω της τοπικής τους επίδρασης θα έχουν μικρή επίπτωση στη μορφή του σώματος.

- Εξίσου σημαντικό είναι και το εύρος των μετακινήσεων των σημείων ελέγχου που δίνεται στις μεταβλητές σχεδιασμού, καθώς οι κόμβοι στα CFD πλέγματα, ειδικά στα σημεία που το πλέγμα πυκνώνει, έχουν μεγάλη πιθανότητα να “καβαλήσουν” και να προκύψουν μη αποδεκτά στοιχεία πλέγματος. Αυτό λύνεται αν τοποθετηθούν σημεία ελέγχου στις πυκνές περιοχές του πλέγματος στα οποία θα δίνεται μηδενική ή πολύ μικρή μετατόπιση.
- Το πλέγμα του κλωβού είναι αραιό (σε σχέση με το υπολογιστικό πλέγμα) και ομοιόμορφο, έτσι ώστε να φθίνουν ομοιόμορφα οι τιμές των αρμονικών συντεταγμένων στους κόμβους του κλωβού ύστερα από την επίλυση των εξισώσεων Laplace στο αρμονικό χωρίο και να γίνει εξίσου “ομαλά” η παρεμβολή των τιμών των αρμονικών συντεταγμένων των κόμβων του κλωβού στους κόμβους του υπολογιστικού πλέγματος.
- Έτσι ρα από την παρεμβολή των αρμονικών συντεταγμένων των κόμβων του κλωβού στους κόμβους του αεροδυναμικού σώματος, το πλέγμα του κλωβού είναι πλέον “άχρηστο” και το μόνο που αντιλαμβάνεται και ελέγχει ο χρήστης είναι η μετατόπιση των σημείων ελέγχου.

5.3 Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα

Στη συνέχεια, δίνονται ορισμένες προτάσεις για μελλοντική έρευνα για την παραμόρφωση CFD πλεγμάτων με τη χρήση αρμονικών χωρίων-κλωβών:

- Ανάπτυξη κώδικα για βελτιστοποίηση αεροτομών με τη χρήση αρμονικού χωρίου και της συνεχούς συζυγούς μεθόδου. Έστω \vec{b}_n το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού που, στη συγκεκριμένη περίπτωση, είναι οι συντεταγμένες x και y των σημείων ελέγχου του κλωβού. Σύμφωνα με τη συνεχή συζυγή μέθοδο ισχύει:

$$\vec{b}_n^{new} = \vec{b}_n^{old} - \eta \left. \frac{\partial F}{\partial b_n} \right|^{old}$$

όπου F η αντικειμενική συνάρτηση προς ελαχιστοποίηση και η το βήμα της μεθόδου. Εφαρμόζοντας τον κανόνα της αλυσίδας για τον υπολογισμό του όρου $\frac{\partial F}{\partial b_n}$ προκύπτει ότι:

$$\frac{\partial F}{\partial b_n} = \frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial x_i}{\partial b_n} \quad (5.1)$$

όπου ο όρος $\frac{\partial F}{\partial x_i}$ υπολογίζεται μετά την επίλυση των συζυγών μερικών διαφορικών εξισώσεων, ενώ ο όρος $\frac{\partial x_i}{\partial b_n}$ προκύπτει ως η μερική παράγωγος των συντεταγμένων των κόμβων του CFD πλέγματος ως προς τις συντεταγμένες των σημείων ελέγχου του κλωβού.

- Επέκταση της χρήσης του κλωβού για τον έλεγχο υπολογιστικών πλεγμάτων σε $3D$ χωρία. Για να γίνει αυτό πρέπει να ενισχυθεί ο υπάρχων κώδικας για την δημιουργία $3D$ -πλέον- συστημάτων κλωβών και να επεκταθεί ο κώδικας για την επίλυση της εξίσωσης Laplace με σκοπό την εύρεση των αρμονικών συντεταγμένων των κόμβων του κλωβού ως προς τα σημεία ελέγχου και την παρεμβολή των τιμών των αρμονικών συντεταγμένων των κόμβων του κλωβού στους κόμβους του υπολογιστικού χωρίου από $2D$ σε $3D$ χωρία.

Παράρτημα Α΄

Επίλυση Εξίσωσης Laplace με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Όγκων

Παρουσιάζεται η επίλυση της εξίσωσης Laplace σε μη-δομημένα 2D πλέγματα, σύμφωνα με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων ελέγχου, χρησιμοποιώντας κεντροκομβική διατύπωση [19], [20]. Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων είναι μια μέθοδος επίλυσης διαφορικών εξισώσεων η οποία προϋποθέτει τη διακριτοποίηση του υπολογιστικού χωρίου, σε πεπερασμένους όγκους, όγκους δηλαδή πολύ μικρού μεγέθους (σε σχέση με το συνολικό μέγεθος του χωρίου).

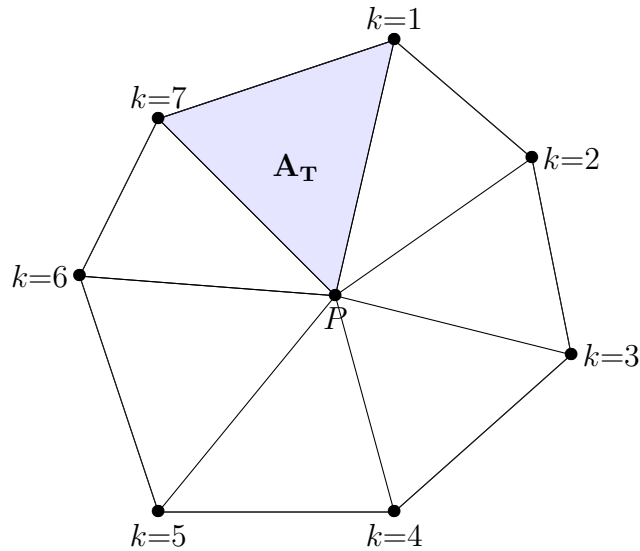
Η εξίσωση:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (\text{A.1})$$

είναι η εξίσωση Laplace η οποία πρέπει να διακριτοποιηθεί στο χωρίο.

A.1 Υπολογισμός Εμβαδού Όγκου Ελέγχου σε 2D πλέγματα

Σε ένα μη δομημένο πλέγμα, για να υπολογιστεί το εμβαδόν του όγκου ελέγχου ενός κόμβου, αρχικά πρέπει να υπολογιστεί το εμβαδόν των τριγώνων που σχηματίζονται από το κόμβο και όλους τους γειτονικούς του, όπως φαίνεται στο σχήμα A.1.

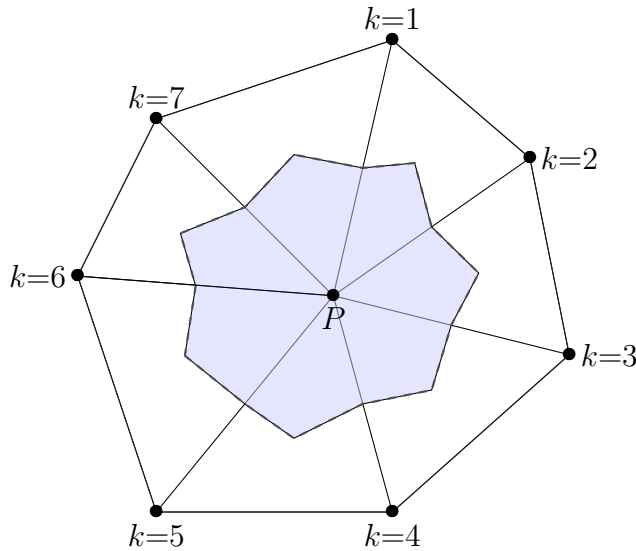


Σχήμα Α'.1: Απεικόνιση ενός τυχαίου κόμβου P του πλέγματος και του εμβαδού των γειτονικών του τριγώνων.

Το εμβαδόν του κάθε τριγώνου υπολογίζεται ως το μισό του μέτρου του εξωτερικού γινόμενου των διανυσμάτων που σχηματίζουν ο κεντρικός κόμβος με τα μέσα των ακμών που ενώνει τον κόμβο με τις άλλες δύο κορυφές του κάθε τριγώνου, δηλαδή:

$$A_T = \left| \vec{v}_{Pk} + \vec{v}_{P(k+1)} \right| \quad (A'.2)$$

Στη συνέχεια, με γνωστό το κέντρο βάρους του κάθε τριγώνου και το μέσο της κάθε ακμής του πλέγματος, υπολογίζεται η συνεισφορά του τριγώνου στο εμβαδόν της κυψέλης. Συγκεκριμένα κάθε τρίγωνο, λόγω της ιδιότητας του βαρύκεντρου να χωρίζει το τρίγωνο σε 3 ίσα τμήματα, συνεισφέρει με το $\frac{1}{3}$ του εμβαδόν του. Έτσι με άθροιση των συνεισφορών όλων των γειτονικών τριγώνων προκύπτει το εμβαδόν του όγκου ελέγχου, όπως φαίνεται και στο σχήμα Α'.2:



Σχήμα Α'.2: Απεικόνιση ενός τυχαίου κόμβου P του πλέγματος και του εμβαδού του όγκου ελέγχου που δημιουργείται ενώνοντας τα μέσα των ακμών που συντρέχουν στον κόμβο με τα βαρύκεντρα των αντίστοιχων τριγώνων.

Α'.2 Διακριτοποίηση της Εξίσωσης

Οι όγκοι ελέγχου γύρω από κάθε κόμβο του πλέγματος, ορίζονται, όπως αναφέρθηκε, ενώνοντας με τειθλασμένη γραμμή τα βαρύκεντρα των τριγώνων των γύρω στοιχείων και τα μέσα των ακμών που συντρέχουν στον συγκεκριμένο κόμβο. Ένα παράδειγμα του συγκεκριμένου ορισμού όγκου ελέγχου σε 2D πλέγματα φαίνεται στο σχήμα Α.3α. Στο σχήμα Α.3β φαίνεται ο τρόπος υπολογισμού των παραγώγων που εφαρμόστηκε. Αφαιρώντας τα βαρύκεντρα, δημιουργείται όγκος ελέγχου με $m = N/2$ πλευρές, όπου πλέον αντί να υπολογίζεται το $\nabla\Phi$ για κάθε πλευρά, υπολογίζεται για κάθε τρίγωνο.

Η εξίσωση Α'.1 μετά από ολοκλήρωση στο χωρίο Ω γράφεται ως:

$$\int_{\Omega} \nabla^2 \Phi d\Omega = \int_{\Omega} \nabla \cdot (\nabla \Phi) d\Omega = 0 \quad (\text{Α'.3})$$

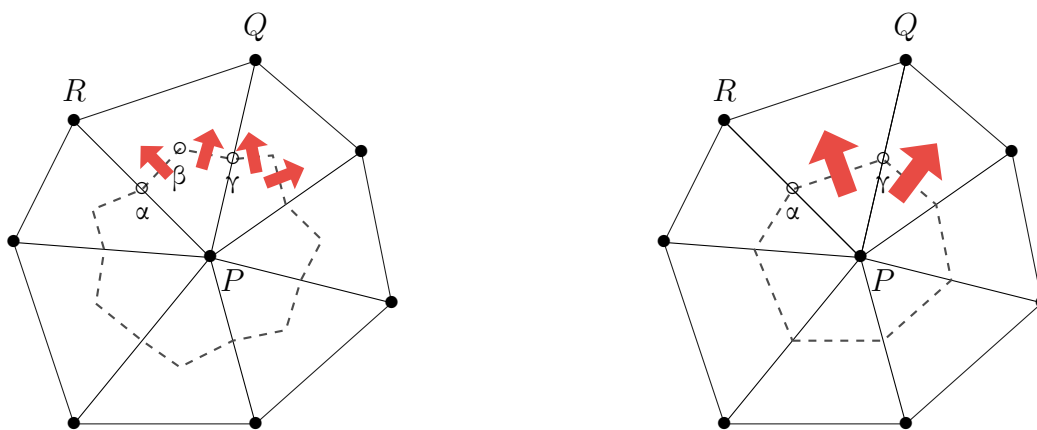
Με εφαρμογή του θεωρήματος Green-Gauss, το χωρικό ολοκλήρωμα της παραπάνω σχέσης μετατρέπεται σε επιφανειακό ολοκλήρωμα στο όριο dS του όγκου ελέγχου,

δηλαδή:

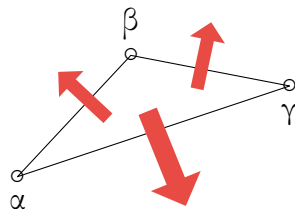
$$\int_S \nabla \Phi \cdot \vec{\eta} dS = 0 \quad (A'.4)$$

η οποία για N αριθμό πλευρών παίρνει την εξής διακριτοποιημένη μορφή:

$$\sum_{\kappa=1}^N \left. \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right|_{\kappa} \Delta S_{\kappa} = 0 \quad (A'.5)$$



Σχήμα Α'.3: α) Αρχικός υπολογισμός των παραγώγων για κάθε πλευρά $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, κάθε τριγώνου PQR . β) Νέος τρόπος υπολογισμού των παραγώγων στην πλευρά $\alpha\gamma$ κάθε τριγώνου PQR .



Σχήμα Α'.4: Για κάθε τρίγωνο $\alpha\beta\gamma$ ισχύει $\vec{\eta}_{\alpha,\beta} \Delta S_{\alpha,\beta} + \vec{\eta}_{\beta,\gamma} \Delta S_{\beta,\gamma} = -\vec{\eta}_{\alpha,\gamma} \Delta S_{\alpha,\gamma}$

Η εξίσωση A.5 αποτελεί την κλασική διακριτοποίηση μιας εξίσωσης Laplace σε μη

δομημένα πλέγματα. Για κάθε τρίγωνο, όπως φαίνεται και στο σχήμα A.4, ισχύει ότι:

$$\vec{\eta}_{\alpha,\beta}\Delta S_{\alpha,\beta} + \vec{\eta}_{\beta,\gamma}\Delta S_{\beta,\gamma} = -\vec{\eta}_{\alpha,\gamma}\Delta S_{\alpha,\gamma} \quad (A'.6)$$

άρα,

$$\begin{aligned} \sum_{\forall tr} \nabla\Phi(\vec{\eta}_{\alpha,\beta}\Delta S_{\alpha,\beta} + \vec{\eta}_{\beta,\gamma}\Delta S_{\beta,\gamma}) = \\ \sum_{\forall tr} \nabla\Phi(-\vec{\eta}_{\alpha,\gamma}) = 0 \end{aligned} \quad (A'.7)$$

A'.3 Υπολογισμός Διανύσματος Κλίσης

Τέλος, πρέπει να υπολογιστούν τα διανύσματα $\vec{\nabla}\Phi$. Για τον υπολογισμό τους, υιοθετείται η θεώρηση P_1 γραμμικών στοιχείων, στα οποία η κλίση της μεταβλητής Φ σε κάθε στοιχείο του πλέγματος, δηλαδή σε κάθε τρίγωνο, θεωρείται σταθερή. Η κλίση αυτή πρακτικά είναι η κλίση του επιπέδου που προκύπτει αν κάθε κορυφή του τριγώνου ανυψωθεί κατά απόσταση ίση με το μήκος της μεταβλητής στην κορυφή αυτή.

Για την εύρεση των παραγώγων των μεταβλητών σε μια ακμή j (εστω αυτή που ενώνει τους κόμβους P και Q) χρησιμοποιείται η σχέση:

$$(\nabla\Phi_{PQ})_j = \frac{1}{2} [(\nabla\Phi_P)_j + (\nabla\Phi_Q)_j] - \frac{1}{2} \left[[(\nabla\Phi_P)_j + (\nabla\Phi_Q)_j] \cdot \vec{\eta} - \frac{\Phi_{j,Q} - \Phi_{j,P}}{\overline{PQ}} \right] \quad (A'.8)$$

Βιβλιογραφία

- [1] Lidberg P.: *Barycentric and harmonic coordinates*, Departement of Mathematics, Uppsala University, 2012.
- [2] DeRose T., Mayer M.: *Harmonic Coordinates*, Pixar Animation Studios, 2006.
- [3] Pushkar J., Mayer M., DeRose T., Green B., Sanocki T.: *Harmonic Coordinates for Character Articulation*, Pixar Animation Studios, 2006.
- [4] Γιαννάκογλου Κ. Χ.: *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*. Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2006.
- [5] Ασούτη Β.: *Μέθοδοι αεροδυναμικής ανάλυσης και σχεδιασμού για ροές υψηλών και χαμηλών ταχυτήτων, σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον*, Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2009.
- [6] Ζερβογιάννης Θ.: *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην αεροδυναμική και τις στροβιλομηχανές με χρήση συζυγών τεχνικών, υβριδικών τεχνικών και του ακριβούς εσσιανού μητρώου*, Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2011.
- [7] Λιακόπουλος Π.: *Γένεση μη-δομημένων πλεγμάτων και διαχείρισή τους σε μεθόδους ανάλυσης και βελτιστοποίησης συνιστωσών στροβιλομηχανών και εφαρμογές, αξιοποιώντας τεχνολογίες πλέγματος (Grid computing)*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2008.
- [8] Kampolis I.C., Zymaris A.C, Asouti V.G. and Giannakoglou K.C.: *Multilevel Optimization Strategies based on Metamodel-Assisted Evolutionary Algorithms, for Computationally Expensive Problems*. 2007 IEEE Congression Evolutionary Computation CEC, Singapore, September 25-28, 2007.

- [9] Κοντολέοντος Ε.: *Ανάλυση και βελτιστοποίηση σύνθετων ρευστομηχανικών διατάξεων με χρήση υπολογιστικής ρευστοδυναμικής και εξελικτικών αλγορίθμων*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2012.
- [10] Lynch, D.: *Unified approach to simulation on deforming elements with application to phase change problems*, Journal of Computational Physics, 47(3):387–411, 1982.
- [11] Lynch, D.: *Elastic grid deformation for moving boundary problems in two space dimensions*, In 3rd International Conference, Mississippi University, Oxford, May 19-23 1980.
- [12] Batina, J.: *Unsteady Euler algorithms with unstructured dynamic mesh for complex-aircraft aerodynamic analysis*. AIAA Journal, 29(3):327-333, 2000.
- [13] Degand, C. and Farhat, C.: *A three-dimensional torsional spring analogy method for unstructured dynamic meshes*. Computers Structures, 80(3-4):305-316, 2002.
- [14] Braess, H. and Wriggers, P.: *Arbitrary Lagrangian Eulerian finite element analysis of free surface flow*. Computer Methods in Applied Mechanics Engineering, 190(1-2):95-109, 2000.
- [15] Riotte, Biancolini .. Viola I. Maria M.: *Sails trim optimisation using cfd and rbf mesh morphing*, April 2014., 2014.
- [16] M.Botsch, D. Sieger S. Menzel: *Rbf morphing techniques for simulation-based design optimization*, Engineering with Computers, 30(2):161–174, 2014.
- [17] Riley, K.F., Hobson M.P., Bence S.J., *Mathematical Methods For Physics And Engineering*, Cambridge University Press, Second edition 2002.
- [18] Lidberg, P., Barycentric and Wachspress coordinates in two dimensions: theory and implementation for shape transformations, Uppsala University, 2011.
- [19] Petrovskaya N.B., *Modification of a Finite Volume Scheme for Laplace's Equation*, STAM J. SCI. COMPUT. Vol. 23, No. 3 pp. 891-909
- [20] http://en.wikipedia.org/wiki/Finite_volume_method

[21] Evolutionary Algorithm System (EASY), webpage. <http://147.102.55.162/EASY/>.

