



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ
ΜΟΝΑΔΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ
ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

**Προγραμματισμός Λογισμικού για την Υποστήριξη Διεπίπεδης
Βελτιστοποίησης με Εξελκτικούς Αλγορίθμους-Εφαρμογή στη
Βελτιστοποίηση Μορφής Πτερυγίου Κινητής Πτερύγωσης
Συμπιεστή**

Διπλωματική Εργασία

Γκάρο Κουγιουμτζιάν

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2014



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ
ΜΟΝΑΔΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ
ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

**Προγραμματισμός Λογισμικού για την Υποστήριξη Διεπίπεδης
Βελτιστοποίησης με Εξελκτικούς Αλγορίθμους-Εφαρμογή στη
Βελτιστοποίηση Μορφής Πτερυγίου Κινητής Πτερύγωσης
Συμπιεστή**

Γκάρο Κουγιουμτζιάν

**Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ
Αθήνα, Ιούλιος 2014**

Περίληψη

Βασικός σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι ο προγραμματισμός λογισμικού για την υποστήριξη **διεπίπεδης βελτιστοποίησης** με σκοπό την εφαρμογή στο σχεδιασμό βέλτιστης μορφής πτερυγίου κινητής πτερύγωσης συμπιεστή. Η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται με χρήση Εξελκτικών Αλγορίθμων (ΕΑ) που αποτελούν τον κυριότερο εκπρόσωπο των στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται το λογισμικό EASY της Μονάδας Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής και Βελτιστοποίησης (ΜΠΥΡ&Β) του ΕΜΠ.

Η υποστήριξη της βελτιστοποίησης πραγματοποιείται με τον προγραμματισμό νέων κωδίκων και την αξιοποίηση ήδη υπάρχοντος λογισμικού της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ και προϋποθέτει τη μεταξύ τους σύνδεση ώστε τελικά να είναι εφικτή η αξιολόγηση κάθε υποψηφίας λύσης που προκύπτει από τον ΕΑ. Η χρήση δύο επιπέδων επιτρέπει στον ΕΑ να εντοπίσει υποσχόμενες λύσεις στο χαμηλό επίπεδο με μειωμένη ακρίβεια αλλά και μικρότερο υπολογιστικό κόστος και μέσω ενός σχήματος ανταλλαγής υποψηφίων λύσεων μεταξύ των επιπέδων να οδηγήσει το ανώτερο (δηλαδή το ακριβές και συνήθως πιο “ακριβό” σε υπολογιστικό κόστος) επίπεδο στη βέλτιστη λύση με μεγαλύτερο ρυθμό σύγκλισης. Στην παρούσα εργασία εφαρμόζεται η τεχνική της διεπίπεδης παραμετροποίησης. Άλλες χρησιμοποιούμενες τεχνικές είναι αυτές της διεπίπεδης ανίχνευσης και της διεπίπεδης αξιολόγησης ενώ, γενικά, δεν αποκλείεται η χρήση περισσότερων των δύο επιπέδων στη βελτιστοποίηση.

Η βελτιστοποίηση μέσω ΕΑ, η οποία αναπτύσσεται συνεχώς τα τελευταία χρόνια στην ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ, παρέχει πλεονεκτήματα συγκρινόμενη με τη βελτιστοποίηση που βασίζεται σε αιτιοκρατικές μεθόδους, όπως την εύκολη προσαρμογή σε κάθε είδους πρόβλημα εφόσον υπάρχει προγραμματισμένο λογισμικό αξιολόγησης κάθε υποψηφίας λύσης, τη δυνατότητα εύρεσης του ολικού ακροτάτου (σε αντίθεση με τις αιτιοκρατικές μεθόδους που μπορούν να εγκλωβιστούν σε τοπικά ακρότατα) και τη

δυνατότητα εύρεσης του μετώπου Pareto των βέλτιστων λύσεων σε προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών στόχων.

Βασικό μειονέκτημα των ΕΑ είναι ότι απαιτείται μεγάλος αριθμός αξιολογήσεων υποψήφιων λύσεων, κάτι που κοστίζει αρκετά σε πραγματικό χρόνο με αποτέλεσμα να καθίσταται σχεδόν αδύνατη, σε κάποιες περιπτώσεις, η χρήση τους στη βιομηχανία.

Εκτός από τα πολυεπίπεδα σχήματα, υπάρχουν άλλοι δύο τρόποι με τους οποίους μπορεί να περιοριστεί σε πολύ μεγάλο βαθμό το παραπάνω πρόβλημα, οι οποίοι αναπτύσσονται τα τελευταία χρόνια στην ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ και χρησιμοποιούνται στην παρούσα εργασία.

1) Πρώτα απ'όλα, η χρήση μεταπροτύπων, δηλαδή μαθηματικών μοντέλων που μπορούν να πραγματοποιήσουν “φθηνές”, προσεγγιστικές αξιολογήσεις των υποψήφιων λύσεων μπορεί να μειώσει δραστικά τον αριθμό των ακριβών (με την έννοια της ακρίβειας, άρα και του υπολογιστικού κόστους) αξιολογήσεων που απαιτούνται σε κάθε γενιά του ΕΑ.

2) Ακόμη, σημαντικότερη μείωση του πραγματικού χρόνου βελτιστοποίησης προσφέρει η χρήση καρτών επεξεργαστών γραφικών (graphics processing units, GPUs), οι οποίες έχουν σημειώσει αλματώδη εξέλιξη τα τελευταία χρόνια, δίνοντας έτσι τεράστιο πλεονέκτημα όσον αφορά την ταχύτητα εκτέλεσης του λογισμικού αξιολόγησης σε σχέση με τις κεντρικές μονάδες επεξεργασίας (CPUs).

Τέλος, πρέπει να σημειωθεί πως κατά την εξέλιξη της παρούσας εργασίας, παρενθετικά, πραγματοποιείται και σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από την αξιολόγηση της μελετούμενης περύγωσης από το λογισμικό αξιολόγησης της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ (που χρησιμοποιείται εδώ) και από το ανοιχτό λογισμικό OpenFoam που χρησιμοποιήθηκε σε άλλη, παράλληλα εξελισσόμενη εργασία.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF
ATHENS
SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING
FLUIDS DEPARTMENT
LABORATORY OF THERMAL TURBOMACHINES
PARALLEL CFD & OPTIMIZATION UNIT

**A Software Supporting of Two-Level Evolutionary Algorithm
Optimization-Application in the Shape Optimization of a
Compressor Rotor Blade**

Garo Kougioumtzian

**Advisor: Kyriakos C. Giannakoglou, Professor NTUA
Athens, July 2014**

Abstract

The main purpose of this diploma thesis is the programming of software in order to support two-level optimization, for implementation to the optimal design of a compressor rotor blade. The optimization is based on Evolutionary Algorithms (EA), which are the main representative of stochastic optimization methods. In specific, the EASY software of the Parallel CFD & Optimization Unit (PCOpt Unit) of the NTUA is used.

The support of the optimization requires the linking of new codes with existing software at PCOpt/NTUA in order to make feasible the evaluation of each candidate solution of the EA. The use of two-level optimization allows the EA to identify promising solutions on the lower level with reduced accuracy and computational cost and, through the migration of the most promising solutions among the levels, to lead the higher one (i.e. accurate and usually more "expensive" in computational cost) to the optimal solution at a faster convergence rate. In this thesis, the technique of two-level parameterization is used. Other techniques are those of two-level search and two-level evaluation, not excluding the use of more than two levels generally.

EA-based optimization, adequately developed over the past years at the PCOpt/NTUA, provides clear advantages compared to the optimization based on deterministic methods. These are the easy adaptation to different problems provided that the corresponding software is available, the ability of finding the global optimum (in contrast to deterministic methods which can be trapped in local optima) and the ability of finding the Pareto front of optimal solutions in multi-objective optimization problems.

Main drawback of EAs is that they require a large number of evaluations of candidate solutions, which makes them computationally expensive and, quite often, their use in industrial applications becomes almost prohibitive.

Besides multilevel schemes, there are two other ways to overcome this drawback both being in use at PCOpt/NTUA and, of course, used in this diploma thesis.

1) The use of metamodels, i.e. mathematical models which undertake "cheap", approximate evaluations of candidate solutions can reduce the number of expensive (in the sense of precision and, hence, computational cost) evaluations required in each generation of the EA .

2) The most important impetus to the reduction of real-time of the optimization gives the use of graphics processing units (GPUs), which have made rapid progress in recent years, providing a huge advantage in terms of runtime of the evaluation software in comparison to the central processing units (CPUs).

Moreover, the results obtained from the evaluation of the reference rotor blade by the PCOpt evaluation software are compared with those obtained by the open source software OpenFoam.

Ευχαριστίες

Με την ευκαιρία της ολοκλήρωσης των σπουδών μου στο ΕΜΠ, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κ. Κυριάκο Γιαννάκογλου για την ευκαιρία που μού έδωσε να έρθω σε επαφή με ένα τόσο ενδιαφέρον αντικείμενο όπως είναι αυτό της βελτιστοποίησης, για την καθοδήγησή του, αλλά πάνω από όλα για το γεγονός πως με ωθούσε στο να προσπαθώ κάθε φορά και περισσότερο.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τη Δρ. Βαρβάρα Ασούτη και τον υποψήφιο διδάκτορα Κωνσταντίνο Τσιάκα, χωρίς τους οποίους θα ήταν αδύνατη η ολοκλήρωση της παρούσας εργασίας, καθώς επίσης και όλο το προσωπικό του εργαστηρίου για τη βοήθεια οποιαδήποτε στιγμή χρειάστηκε. Επιπλέον, ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω σε όλους τους συμφοιτητές που με βοήθησαν σε ολόκληρη τη διάρκεια των σπουδών μου. Τέλος, πάνω από όλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και τους φίλους μου για την στήριξη που μου παρείχαν σε όλη αυτή τη διαδρομή αλλά και γενικότερα στη ζωή μου.

Περιεχόμενα

1 Εισαγωγή.....	1
1.1 Βελτιστοποίηση-Μέθοδοι βελτιστοποίησης.....	1
1.2 Εξελκτικοί Αλγόριθμοι	2
1.2.1 Ιστορική αναδρομή.....	4
1.2.2 Γενικευμένος Εξελκτικός Αλγόριθμος.....	4
1.2.3 Κωδικοποίηση ελεύθερων μεταβλητών.....	8
1.2.4 Διαχείριση περιορισμών στον EASY.....	9
1.3 Εξελκτικοί Αλγόριθμοι υποβοηθούμενοι από Μεταπρότυπα.....	10
1.3.1 Κατηγοριοποίηση MAEA.....	10
1.3.2 Προσεγγιστική Προ-Αξιολόγηση.....	12
1.3.3 Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης.....	14
1.4 Ο πολυεπίπεδος αλγόριθμος βελτιστοποίησης.....	20
1.4.1 Πολυεπίπεδη Αξιολόγηση.....	21
1.4.2 Πολυεπίπεδη Ανίχνευση.....	22
1.4.3 Πολυεπίπεδη Παραμετροποίηση.....	22
1.4.4 Επικοινωνία μεταξύ επιπέδων.....	23
2 Εξισώσεις ροής ασυμπίεστου ρευστού.....	25
2.1 Εξισώσεις ροής στο απόλυτο σύστημα αναφοράς.....	25
2.2 Εισαγωγή όρου ψευδοσυμπίεστότητας.....	26
2.3 Διακριτοποίηση των διανυσμάτων ροής.....	28
2.4 Εξισώσεις ροής στο σχετικό σύστημα αναφοράς.....	29
2.5 Πρότυπο τύρβης μίας εξίσωσης των Spalart-Allmaras.....	31
3 Κάρτες επεξεργαστών γραφικών.....	33
3.1 Χρήση GPUs στην επίλυση επιστημονικών προβλημάτων.....	33
3.2 Αριθμητική μικτής ακρίβειας.....	35
3.3 Βασικές έννοιες.....	36
3.4 Μνήμες μιας GPU.....	37
3.5 Δομή του GPU-επιλύτη.....	38

4 Αξιολόγηση πτερύγωσης αναφοράς-Σύγκριση οικείου λογισμικού αξιολόγησης με OpenFOAM.....40

4.1 Αξιολόγηση πτερύγωσης αναφοράς.....41

4.1.1 Γεωμετρία περιστρεφόμενης πτερύγωσης.....41

4.1.2 Συνθήκες ροής.....43

4.1.3 Παραμετροποίηση αεροτομών.....47

4.1.4 Διαδικασία αξιολόγησης.....51

4.2 Σύγκριση οικείου λογισμικού αξιολόγησης με OpenFOAM.....64

4.2.1 Κατανομή στατικής πίεσης στην επιφάνεια εξόδου του χωρίου ροής.....65

4.2.2 Κατανομή σχετικής γωνίας στην επιφάνεια εξόδου του χωρίου ροής.....68

5 Βελτιστοποίηση μορφής κινητής πτερύγωσης συμπιεστή με διεπίπεδη παραμετροποίηση.....70

5.1 Μετασχηματισμός παραμετροποιήσεων.....70

5.2 Συνάρτηση στόχος-περιορισμοί.....72

5.3 Ρυθμιστικές παράμετροι βελτιστοποίησης.....74

5.4 Αποτελέσματα και σύγκριση με μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση.....76

6 Παραμετρική μελέτη βελτιστοποιήσεων.....83

6.1 Συχνότητα επικοινωνίας επιπέδων σε διεπίπεδο σχήμα.....83

6.2 Πληθυσμοί επιλέκτων στα επίπεδα διεπίπεδης βελτιστοποίησης.....85

6.3 PRNG σε μονοεπίπεδη και διεπίπεδη βελτιστοποίηση.....86

7 Ανακεφαλαίωση-Συμπεράσματα.....89

8 Βιβλιογραφία.....92

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Βελτιστοποίηση-Μέθοδοι βελτιστοποίησης

Με τον όρο “βελτιστοποίηση” αναφερόμαστε στην αναζήτηση των βέλτιστων παραμέτρων-μεταβλητών σχεδιασμού ενός προβλήματος που μεγιστοποιούν ή ελαχιστοποιούν μία ή περισσότερες συναρτήσεις κέρδους ή κόστους αντίστοιχα, συνήθως με την προϋπόθεση της ικανοποίησης ενός ή περισσότερων περιορισμών. Ωστόσο, ο άνθρωπος εφαρμόζει τις αρχές της βελτιστοποίησης έστω και ασυνείδητα στην καθημερινή ζωή, αφού ο παραπάνω ορισμός ουσιαστικά αντανάκλα την προσπάθεια του να διαχειριστεί με τον καλύτερο τρόπο τους διαθέσιμους πόρους μέσα σε ένα περιβάλλον που υπόκειται σε περιορισμούς [5].

Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, στην περίπτωση της ελαχιστοποίησης μίας ή περισσότερων συναρτήσεων κόστους, η λύση του οποίου οφείλει να ικανοποιεί έναν ή περισσότερους περιορισμούς διατυπώνεται ως εξής:

$$\min. \vec{f}(\vec{x}) = (f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_M(\vec{x}))$$

$$c_i(\vec{x}) \leq d_i, \quad i = 1, K$$

$$\vec{x} \in R^N, \quad \vec{x}_L \leq \vec{x} \leq \vec{x}_U$$

όπου

- M ο αριθμός των συναρτήσεων-στόχων προς ελαχιστοποίηση
- K ο αριθμός των περιορισμών
- \vec{x} το διάνυσμα των N μεταβλητών σχεδιασμού, καθεμία από τις οποίες έχει ένα άνω ($x_U, U=upper$) και ένα κάτω ($x_L, L=lower$) όριο

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης διακρίνονται σε αιτιοκρατικές και στοχαστικές. Οι αιτιοκρατικές μέθοδοι βελτιστοποίησης [41,42,43,44] χρησιμοποιούν τη γενικευμένη έννοια της παραγώγου της αντικειμενικής συνάρτησης, απαιτούν μεγαλύτερο χρόνο επένδυσης από την πλευρά του μηχανικού-προγραμματιστή, είναι δυσκολότερα επεκτάσιμες σε άλλα παρεμφερή προβλήματα, ενέχουν τον κίνδυνο της εύρεσης τοπικού και όχι καθολικού ακροτάτου, έχουν όμως το πλεονέκτημα της γρήγορης σύγκλισης στη βέλτιστη λύση.

Από την άλλη πλευρά, οι στοχαστικές μέθοδοι βελτιστοποίησης [9,10,11,33] χρησιμοποιούν στοιχεία τυχαίας ή οργανωμένα τυχαίας αναζήτησης της βέλτιστης λύσης. Οι στοχαστικοί αλγόριθμοι είναι εύκολα προσαρμόσιμοι σε παρεμφερή προβλήματα όταν υπάρχει προγραμματισμένο λογισμικό αξιολόγησης κάθε υποψήφιας λύσης και μπορούν να εντοπίσουν το καθολικό ακρότατο, συνήθως όμως απαιτούν μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων για τον εντοπισμό της βέλτιστης λύσης.

Στην παρούσα εργασία η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται με τη χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων (Evolutionary Algorithms, EA) [1,5,9,10,11,13,14,33], οι οποίοι είναι από τους βασικότερους εκπροσώπους των στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης, και συγκεκριμένα με χρήση του λογισμικού βελτιστοποίησης EASY (Evolutionary Algorithm SYstem) το οποίο έχει αναπτυχθεί στην ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ και χειρίζεται προβλήματα ελαχιστοποίησης. Στην επόμενη ενότητα παρουσιάζονται συνοπτικά οι εξελικτικοί αλγόριθμοι.

1.2 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι ανήκουν στην κατηγορία των στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης. Χρησιμοποιούν στοχαστικούς μηχανισμούς εξέλιξης προερχόμενους από τη φύση και βασίζονται στις αρχές εξέλιξης των ειδών όπως αυτές διατυπώθηκαν αρχικά από τον Δαρβίνο περί το 1960. Στην ουσία είναι υπολογιστικά πρότυπα τα οποία, με χρήση αντίστοιχης με τη φύση διαδικασίας προσαρμογής στο περιβάλλον, επιλύουν προβλήματα.

Σύμφωνα με τη θεωρία του Δαρβίνου, τα καλύτερα άτομα ενός πληθυσμού έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να οδηγηθούν σε αναπαραγωγή και να διαιωνισθούν. Τα γονίδια αυτών των ατόμων μεταφέρονται στις επόμενες γενιές και μάλιστα ο συνδυασμός καλών χαρακτηριστικών από διαφορετικούς επιτυχημένους γονείς ενδέχεται να οδηγήσει στη δημιουργία απογόνων με καλύτερα χαρακτηριστικά από αυτά των γονέων. Με αυτόν τον τρόπο οι φυσικοί πληθυσμοί εξελίσσονται και προσαρμόζονται στο εκάστοτε περιβάλλον.

Μεταξύ άλλων υπάρχουν τρεις βασικές κατηγορίες εξελικτικών αλγορίθμων:

- οι γενετικοί αλγόριθμοι,
- οι εξελικτικές στρατηγικές και
- ο γενετικός προγραμματισμός

Οι γενετικοί αλγόριθμοι (Genetic Algorithms, ΓΑ) [9,10,11] είναι μάλλον η πιο διαδεδομένη κατηγορία εξελικτικών αλγορίθμων, ιδίως στην περιοχή της αεροδυναμικής και των στροβιλομηχανών. Οι εξελικτικές στρατηγικές (evolution strategies) είναι μια λιγότερο χρησιμοποιούμενη τεχνική. Ως τρίτη κατηγορία, αρκετά διαφορετική από τις δύο προηγούμενες αναφέρεται ο γενετικός προγραμματισμός (genetic programming) ο οποίος αναπτύχθηκε στις αρχές της δεκαετίας του 1990 και αποτελεί μια σημαντική παραλλαγή των ΓΑ όπου ως άτομα του πληθυσμού χρησιμοποιούνται προγράμματα υπολογιστή.

Αν και κάθε κατηγορία των ΕΑ έχει τα δικά της διακριτά χαρακτηριστικά, η αυστηρή ταξινόμησή τους στερείται πλέον νοήματος, αφού οι σύγχρονοι ΕΑ αλληλοδανείζονται στοιχεία όπως τρόπο κωδικοποίησης ή τελεστές εξέλιξης ανάλογα με την εμπειρία ή την καταλληλότητά τους στο κάθε πρόβλημα.

Τα χαρακτηριστικά που πρέπει να έχει ένας αλγόριθμος βελτιστοποίησης ώστε να χαρακτηριστεί εξελικτικός είναι τα ακόλουθα:

- Να χρησιμοποιεί πληθυσμούς ατόμων τα οποία εξελίσσονται συγχρόνως αλληλεπιδρώντας, αντί μεμονωμένων ατόμων.
- Η εξέλιξη του πληθυσμού από γενιά σε γενιά να καθορίζεται από την τιμή καταλληλότητας (μεγιστοποίηση) ή την τιμή κόστους (ελαχιστοποίηση) ατόμων, με βάση κατάλληλη αντικειμενική συνάρτηση.
- Να λαμβάνει χώρα δυναμική διαδοχή πληθυσμών με τη δημιουργία νέων ατόμων και την εξαφάνιση άλλων με βάση την τιμή καταλληλότητάς τους.
- Κατά την εξέλιξη από γενιά σε γενιά να υπάρχει κληρονομικότητα χαρακτηριστικών από τους γονείς στους απογόνους αλλά και στοχαστική εμφάνιση νέων χαρακτηριστικών.

1.2.1 Ιστορική αναδρομή

Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι (EA) δεν είναι νέες μέθοδοι. Σε μια πρώτη μορφή είχαν προταθεί το 1954 από τον Nils Aall Barricelli με την προσομοίωση της εξέλιξης σε ηλεκτρονικό υπολογιστή. Το 1957 ο Αυστραλός γενετιστής Alex Fraser δημοσίευσε μια σειρά εργασιών σχετικά με την προσομοίωση της τεχνητής επιλογής¹. Στις προσομοιώσεις του Fraser καθώς και του Hans Joachim Bremermann που δημοσίευσε μια σειρά εργασιών τη δεκαετία του 1960 συμπεριλαμβάνονταν όλα τα στοιχεία των σύγχρονων γενετικών αλγορίθμων. Η δουλειά των Ingo Rechenberg και Hans-Paul Schwefel στις δεκαετίες του 1960 και του 1970 είχε ως αποτέλεσμα τη καθιέρωση της τεχνητής εξέλιξης ως μεθόδου βελτιστοποίησης [34,35]. Το 1966, οι L.J. Fogel, A.J. Owens και M.J. Walsh εισήγαγαν την έννοια του εξελικτικού προγραμματισμού (evolutionary programming) ενώ το 1975 ο John Holland με το βιβλίο του *Adaptation in natural and artificial systems* παρουσίασε τους Γενετικούς Αλγορίθμους (ΓΑ), θεσπίζοντας τις βασικές αρχές των εξελικτικών αλγορίθμων. Το 1992 ο John Coza χρησιμοποίησε έναν ΓΑ για να εξελίξει προγράμματα με σκοπό την εκτέλεση συγκεκριμένων διεργασιών, εισάγοντας έτσι την έννοια του γενετικού προγραμματισμού (genetic programming) [12].

Ως τα μέσα της δεκαετίας του 1980 η σχετική με τους EA έρευνα παρέμενε κυρίως σε θεωρητικό επίπεδο. Τότε πραγματοποιήθηκε και το Πρώτο Διεθνές Συνέδριο σχετικά με τους ΓΑ στο Pittsburgh των ΗΠΑ. Από τη δεκαετία του 1990 και έκτοτε, η γεωμετρική αύξηση της υπολογιστικής ισχύος και το προσιτό κόστος των μεγάλων και γρήγορων υπολογιστών συνετέλεσαν στην ευρεία αποδοχή και χρήση των EA ως στοχαστικής μεθόδου βελτιστοποίησης [4].

1.2.2 Γενικευμένος Εξελικτικός Αλγόριθμος

Στην ενότητα αυτή περιγράφεται ένας Γενικευμένος Εξελικτικός Αλγόριθμος, που περιλαμβάνει χαρακτηριστικά από τις δύο πρώτες κατηγορίες των Εξελικτικών Αλγορίθμων, δηλαδή από τους Γενετικούς Αλγορίθμους και τις Στρατηγικές Εξέλιξης. Ο Γενετικός Προγραμματισμός δεν εμπλέκεται λόγω του ότι, όπως προαναφέρθηκε, αποτελεί μια ξεχωριστή κατηγορία, αρκετά διαφορετική από τις άλλες δύο.

Οι EA χειρίζονται πληθυσμούς λύσεων. Κατά την εξέλιξη, που είναι η βασική διαδικασία αναζήτησης της βέλτιστης λύσης, ένας πληθυσμός μ υποψήφιων λύσεων που ονομάζονται γονείς εξελίσσεται στον πληθυσμό των λ απογόνων από τους οποίους, με κριτήριο την καταλληλότητά τους, επιλέγονται οι μ γονείς της επόμενης γενιάς κ.ο.κ μέχρι την ικανοποίηση κάποιου κριτηρίου σύγκλισης.

¹Τεχνητή επιλογή: σκόπιμη ή ακούσια τροποποίηση ενός είδους (φυτού ή ζώου) μέσω της ανθρώπινης παρέμβασης με σκοπό την αναπαραγωγή ορισμένων χαρακτηριστικών του

Συνηθισμένα κριτήρια σύγκλισης στους ΕΑ, τα οποία μπορούν να τεθούν σε ισχύ και ταυτόχρονα ώστε ο αλγόριθμος να τερματίζεται με την ικανοποίηση του ενός από αυτά είναι τα εξής: το να μη βελτιώνεται περαιτέρω η λύση για έναν αριθμό αξιολογήσεων ή γενεών, η ομογενοποίηση του πληθυσμού και η ανάλωση του υπολογιστικού χρόνου που επιτρέπεται από τον χρήστη.

Σε κάθε γενιά g (generation) ενός ΕΑ συνυπάρχουν τρία διακριτά σύνολα ατόμων:

- Το σύνολο των γονέων $S^{g,\mu}$ με μ μέλη
- Το σύνολο των απογόνων $S^{g,\lambda}$ με λ μέλη
- Το σύνολο των επιλέκτων $S^{g,e}$ με e μέλη

Η ύπαρξη του συνόλου των επιλέκτων $S^{g,e}$ έχει διπλό σκοπό: αφενός αποθηκεύει τις καλύτερες λύσεις που έχουν προκύψει μέχρι την τρέχουσα γενιά ώστε να βρίσκονται στη διάθεση του χρήστη οποτεδήποτε σταματήσει η εξέλιξη, αφετέρου τροφοδοτεί με πληροφορία την επόμενη γενιά για την ενίσχυση των καλών χαρακτηριστικών των μελών της. Αυτή η ενίσχυση αποτελεί τον λεγόμενο “ελιτισμό” στους ΕΑ.

Ένας ΕΑ περιγράφεται με τη μορφή διακριτών βημάτων ως εξής:

1. Επιλέγονται οι βασικές παράμετροι του αλγόριθμου (πληθυσμοί γονέων, απογόνων, επιλέκτων, τιμές των πιθανοτήτων διασταύρωσης και μετάλλαξης καθώς και τρόπος λειτουργίας τους κλπ.) και αρχικοποιείται (συνήθως με τη χρήση μιας γεννήτριας τυχαίων αριθμών) ο αλγόριθμος, δηλαδή παράγεται το σύνολο $S^{0,\lambda}$ των λ ατόμων της μηδενικής γενιάς ($g=0$), δηλαδή της πρώτης του ΕΑ.
2. Αξιολογούνται τα λ άτομα του συνόλου $S^{g,\lambda}$ και υπολογίζεται για καθένα από αυτά η αντίστοιχη τιμή της συνάρτησης κόστους. Στο σημείο αυτό γίνεται χρήση του λογισμικού αξιολόγησης και έτσι το βήμα αυτό φέρει το μεγαλύτερο (πρακτικά ολόκληρο) υπολογιστικό κόστος του αλγορίθμου.
3. Αναnevώνεται το σύνολο των επιλέκτων με τα καταλληλότερα μέλη από το σύνολο των απογόνων με κριτήριο την τιμή της συνάρτησης κόστους. Αν μέσα στους απογόνους της γενιάς έχουν προκύψει άτομα με τιμή αντικειμενικής συνάρτησης καλύτερη από αυτή που έχουν τα ήδη υπάρχοντα άτομα του συνόλου των επιλέκτων, τότε κάποια από τα αρχικά επίλεκτα άτομα διαγράφονται από αυτό. Διαφορετικά το σύνολο παραμένει ως έχει, κάτι που σημαίνει πως ο ΕΑ δεν κατάφερε να βελτιώσει τη λύση κατά την τελευταία γενιά. Σχηματικά, η ανανέωση του συνόλου των επιλέκτων δίνεται από τη σχέση:

$$S^{g+1,e} = T_e(S^{g,\lambda} \cup S^{g,e})$$

όπου με T_e συμβολίζεται ο τελεστής επιλεκτικότητας.

4. Εφαρμόζεται ο τελεστής επιλεκτικότητας T_{e2} με τον οποίο κάποια άτομα από το σύνολο των επιλέκτων αντικαθιστούν άτομα του συνόλου των απογόνων. Συνήθως, τα άτομα που αντικαθίστανται είναι αυτά που εμφανίζουν τη χειρότερη τιμή αντικειμενικής συνάρτησης χωρίς, χωρίς ωστόσο να αποκλείεται και η τυχαία επιλογή ατόμων. Σχηματικά:

$$S^{g,\lambda} = T_{e2}(S^{g,\lambda} \cup S^{g+1,e})$$

Με την επιλεκτικότητα αποφεύγεται μια νέα γενιά να εμφανίσει ως βέλτιστη μια λύση χειρότερη από αυτήν της προηγούμενης γενιάς, ενώ ταυτόχρονα αποκομίζονται καί άλλα πιο σύνθετα οφέλη.

5. Εφαρμόζεται ο τελεστής επιλογής γονέων T_{μ} . Με τον συντελεστή αυτό, γίνεται επιλογή του συνόλου $S^{g+1,\mu}$ των γονέων της επόμενης γενιάς. Οι γονείς επιλέγονται είτε μόνο από το σύνολο των απογόνων είτε από τα σύνολα των απογόνων και γονέων της γενιάς g . Η διαδικασία επιλογής γονέων παρουσιάζεται από την εξής σχέση:

$$S^{g+1,\mu} = T_{\mu}(S^{g,\mu} \cup S^{g,\lambda})$$

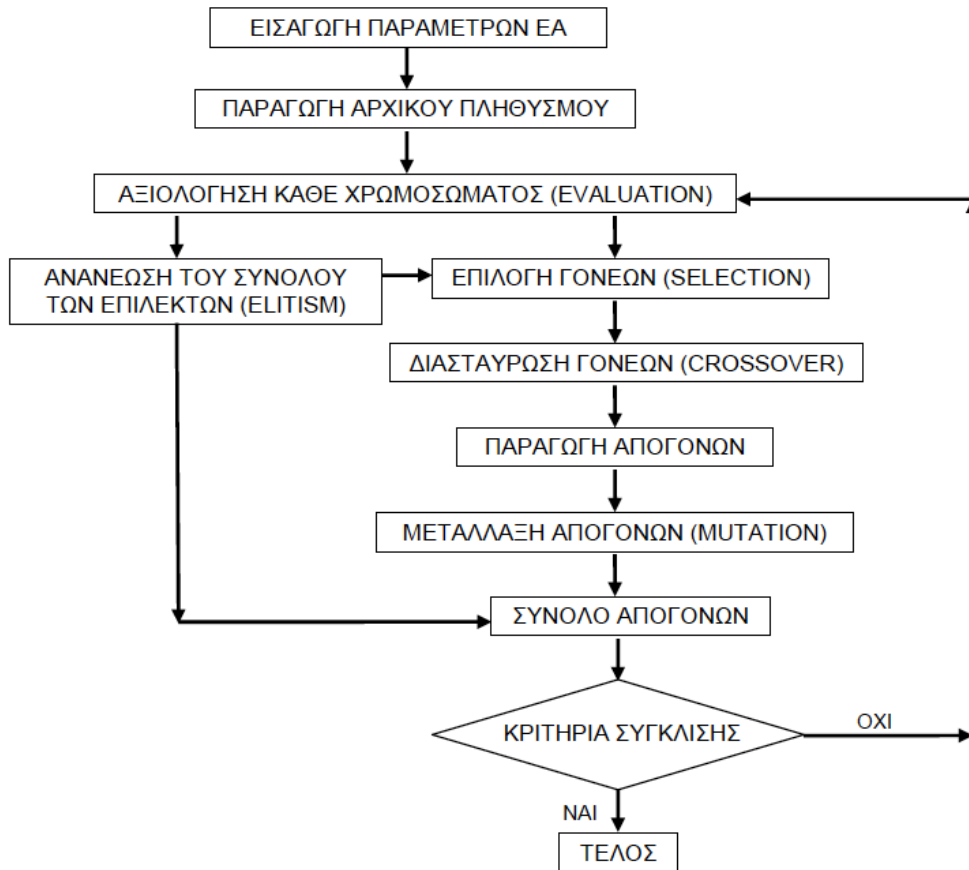
όπου με T_{μ} συμβολίζεται ο τελεστής επιλογής γονέων.

6. Δημιουργείται το σύνολο των απογόνων της επόμενης γενιάς $S^{g+1,\lambda}$. Για τη δημιουργία καθενός από τα λ άτομά του, επιλέγονται τυχαία ρ γονείς (συνήθως $\rho=2$, χωρίς αυτό να είναι δεσμευτικό, δεν αποκλείεται η περίπτωση $\rho>2$ με τρεις γονείς να δημιουργούν τρεις απογόνους κλπ.) από το σύνολο των γονέων $S^{g+1,\mu}$. Αν είναι επιθυμητό ο αλγόριθμος να εμφανίζει ισχυρότερα χαρακτηριστικά επιλεκτικότητας, επιτρέπεται ενίοτε κάποιο ή κάποια από τα ρ άτομα να προέρχονται από το σύνολο $S^{g+1,e}$, επιλεγόμενα συνήθως με μικρή πιθανότητα. Στη συνέχεια, για κάθε σύνολο ρ γονέων που επιλέχθηκαν εφαρμόζονται διαδοχικά οι τελεστές διασταύρωσης T_r (crossover) και μετάλλαξης T_m (mutation) σύμφωνα με την εξής σχέση:

$$S^{g+1,\lambda} = T_m(T_r(S^{g+1,\mu} \cup S^{g+1,e}))$$

7. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου επιτευχθεί κάποιο από τα προαναφερθέντα κριτήρια σύγκλισης.

Στο σχήμα 1.2.1 παρουσιάζεται διαγραμματικά η λειτουργία ενός Γενικευμένου Εξελικτικού Αλγορίθμου.



Σχήμα 1.1 : Διαγραμματική παρουσίαση της λειτουργίας ενός Γενικευμένου Εξελικτικού Αλγορίθμου [12].

1.2.3 Κωδικοποίηση ελεύθερων μεταβλητών

Παραδοσιακά στους ΕΑ κάθε υποψήφια λύση αναπαρίσταται από μια αλληλουχία δυαδικών ψηφίων η οποία αποκαλείται χρωμόσωμα, χωρίς να αποκλείονται και άλλες μορφές κωδικοποίησης όπως π.χ. η πραγματική. Ωστόσο η τελευταία χαρακτηρίζει κυρίως τις στρατηγικές εξέλιξης, οπότε εδώ θα αναφερθούν τα βασικά χαρακτηριστικά της δυαδικής κωδικοποίησης.

Εστω μια υποψήφια λύση $\vec{x} \in R^N$, επομένως $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$. Καθεμία από τις N μεταβλητές σχεδιασμού χαρακτηρίζεται από ένα κατώτερο και ένα ανώτερο όριο, x_L και x_U αντίστοιχα, καθώς επίσης και από ένα πλήθος n δυαδικών ψηφίων (bits), δηλαδή έναν ακέραιο αριθμό στο δεκαδικό σύστημα η τιμή του οποίου αντιπροσωπεύει τη θέση της μεταβλητής στο διάστημα διακριτοποίησης. Η ακρίβεια διακριτοποίησης δx_i της i -οστής μεταβλητής δίνεται από τη σχέση:

$$\delta x_i = \frac{x_{iU} - x_{iL}}{2^{n_i} - 1}$$

Επομένως, αν έχουμε π.χ. μια μεταβλητή η οποία κωδικοποιείται με $n = 4$ bits, εστω 1011 με $x_L = 100$, $x_U = 250$ ισχύει:

$$x_i = x_L + \delta x_i \times \text{int}(1011) = 100 + \frac{250 - 100}{2^4 - 1} \times 11 = 210$$

Ένα χρωμόσωμα αποτελείται από τη συνένωση των δυαδικών συστοιχιών όλων των μεταβλητών, αν έχουμε π.χ. $N = 3$ μεταβλητές με $n_1 = 4$, $n_2 = 3$, $n_3 = 5$ ένα παράδειγμα χρωμοσώματος θα μπορούσε να είναι το εξής:

1100 010 10101

Οι δυαδικές συστοιχίες ακολουθούν τη σειρά των μεταβλητών οπότε στη μεταβλητή x_1 αντιστοιχεί η 1100, στη x_2 η 010 και στη x_3 η 10101.

1.2.4 Διαχείριση περιορισμών στον EASY

Το λογισμικό EASY διαχειρίζεται τους περιορισμούς ως εξής: οι υποψήφιας λύσεις “τιμωρούνται” με αύξηση της τιμής της συνάρτησης κόστους (εφόσον αναφερόμαστε σε προβλήματα ελαχιστοποίησης) ανάλογα με το κατά πόσο “παραβιάζουν” τους περιορισμούς. Έτσι, εκτός από τον περιορισμό του πραγματικού προβλήματος επιβάλλεται και ένας χαλαρωμένος περιορισμός τον οποίον, αν παραβεί η υποψήφια λύση, απορρίπτεται (η τιμή της συνάρτησης κόστους “απειρίζεται”).

Επομένως, σε μορφή μαθηματικών σχέσεων, για τους περιορισμούς C_i πρέπει να ισχύει:

$$C_i \leq C_{thres}$$

όπου C_{thres} ο περιορισμός του πραγματικού προβλήματος. Μια υποψήφια λύση έχει το “δικαίωμα” να μην ικανοποιεί την παραπάνω σχέση, αρκεί να ισχύει:

$$C_{thres} \leq C_i \leq C_{rel}$$

όπου C_{rel} ο χαλαρωμένος περιορισμός. Στην περίπτωση αυτή, στη συγκεκριμένη υποψήφια λύση, επιβάλλεται ποινή αύξησης της τιμής της συνάρτησης κόστους σε εκθετική μορφή.

Ο χαλαρωμένος περιορισμός είναι το κατώφλι το οποίο αν υπερβεί η υποψήφια λύση απορρίπτεται. Επομένως, όταν ισχύει $C_i > C_{rel}$, η συνάρτησης κόστους αποκτά άπειρη τιμή.

1.3 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι υποβοηθούμενοι από Μεταπρότυπα

Όπως έχει προαναφερθεί, οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι (EA), πέρα από τα αδιαμφισβήτητα πλεονεκτήματά τους, όπως η εύκολη προσαρμογή σε κάθε είδους πρόβλημα όταν υπάρχει προγραμματισμένο λογισμικό αξιολόγησης και η δυνατότητα εύρεσης του καθολικού ακροτάτου, έχουν ένα βασικό μειονέκτημα: απαιτούν (κατά κανόνα) μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων μέχρι να εντοπίσουν τη βέλτιστη λύση.

Ένας από τους τρόπους αντιμετώπισης του παραπάνω προβλήματος είναι η εισαγωγή μεταπροτύπων στους EA, έτσι ώστε να δημιουργούνται οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι υποβοηθούμενοι από μεταπρότυπα-ΜΑΕΑ (Metamodel Assisted Evolutionary Algorithms) [15,23,24,26]. Η βασική ιδέα είναι η υποκατάσταση του ακριβούς προτύπου αξιολόγησης (π.χ. στην αεροδυναμική ο κώδικας επίλυσης της ροής) με κάποιο άλλο πρότυπο, δηλαδή το μεταπρότυπο, το οποίο δίνει μια προσεγγιστική τιμή της υπονηφίας λύσης που θα έδινε το κανονικό λογισμικό αξιολόγησης, έχει αρκετά μικρότερο υπολογιστικό κόστος και, συνήθως, χρησιμοποιεί μια γενική μέθοδο παρεμβολής ή προσέγγισης.

Αποτέλεσμα της χρήσης του μεταπροτύπου είναι η δραστική μείωση του αριθμού των ακριβών (με την έννοια της ακρίβειας άρα και του υπολογιστικού κόστους) αξιολογήσεων που απαιτούνται σε κάθε γενιά του EA. Συγκεκριμένα, στο λογισμικό βελτιστοποίησης EASY που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία, ανάλογα με την επιθυμία του χρήστη, επιτυγχάνεται είτε δραστική μείωση στον πραγματικό χρόνο της βελτιστοποίησης όταν το κριτήριο τερματισμού είναι εκφρασμένο σε αριθμό γενεών του EA, είτε αξιολόγηση σημαντικά μεγαλύτερου αριθμού υπονηφίων λύσεων αν κριτήριο τερματισμού είναι ένας προκαθορισμένος αριθμός ακριβών αξιολογήσεων που πρέπει να πραγματοποιήσει ο EA. Στην παρούσα εργασία, το μεταπρότυπο χρησιμοποιήθηκε με τη δεύτερη λογική, για δεδομένο έναν αριθμό ακριβών αξιολογήσεων.

1.3.1 Κατηγοριοποίηση ΜΑΕΑ

Το σημαντικότερο ίσως κριτήριο για την κατάταξη των ΜΑΕΑ είναι ο τρόπος με τον οποίο τα μεταπρότυπα συνδέονται με τον EA. Με βάση αυτή τη λογική, οι ΜΑΕΑ διακρίνονται σε δύο κύριες κατηγορίες: 1) σε αυτούς που χρησιμοποιούν μεταπρότυπα που εκπαιδεύονται σε αποσύνδεση από την εξέλιξη των λύσεων (off-line trained metamodels) και 2) σε αυτούς που χρησιμοποιούν μεταπρότυπα που εκπαιδεύονται σε σύνδεση με την εξέλιξη των λύσεων (on-line trained metamodels).

1) Τα αποσυνδεδεμένα από την εξέλιξη μεταπρότυπα εκπαιδεύονται πριν την έναρξη της διαδικασίας της βελτιστοποίησης με σκοπό να χρησιμοποιηθούν αποκλειστικά αυτά και μόνο για την αξιολόγηση των απογόνων της κάθε γενιάς. Η εκπαίδευσή τους πραγματοποιείται με μια αρχική δειγματοληψία του χώρου σχεδιασμού με μεθόδους σχεδιασμού πειραμάτων, ώστε να κατασκευαστεί μια προσέγγιση της ή των συναρτήσεων στόχων σε ολόκληρο τον χώρο σχεδιασμού [1].

Το ακριβές λογισμικό αξιολόγησης χρησιμοποιείται και πάλι μόνο για την επαλήθευση της ή των βέλτιστων λύσεων που έχουν προκύψει από τη βελτιστοποίηση με τη χρήση μεταπροτύπων.

2) Στους ΕΑ που χρησιμοποιούν μεταπρότυπα συνδεδεμένα με την εξέλιξη η αλληλεπίδραση μεταξύ των τελευταίων και των ΕΑ είναι πιο άμεση. Η εξέλιξη εκκινεί όπως ακριβώς και στους συμβατικούς ΕΑ και συνεχίζεται ομοίως μέχρι τη στιγμή που, μετά από χρήση του ακριβούς λογισμικού αξιολόγησης για μερικές γενιές έχουν καταγραφεί κάποιες αξιολογήσεις σε μια βάση δεδομένων, η οποία και χρησιμοποιείται για την εκπαίδευση των μεταπροτύπων. Στη συνέχεια, ανάλογα με την εκάστοτε αλγοριθμική παραλλαγή, είναι δυνατή είτε η εναλλαγή της χρήσης του μεταπροτύπου και του ακριβούς προτύπου από γενιά σε γενιά είτε η επιλογή ορισμένων ατόμων από κάθε γενιά που αξιολογούνται με το ακριβές πρότυπο. Σε κάθε περίπτωση πάντως, οι επιπλέον ακριβείς αξιολογήσεις χρησιμεύουν στον εμπλουτισμό της βάσης δεδομένων και την περαιτέρω εκπαίδευση του μεταπροτύπου. Τα μεταπρότυπα που χρησιμοποιούνται μπορούν είτε να προσεγγίζουν ολόκληρο τον χώρο σχεδιασμού (καθολικά) είτε να είναι τοπικά, δηλαδή έγκυρα μόνο γύρω από μια μικρή περιοχή κοντά στο σημείο πρόβλεψης.

Στην παρούσα εργασία ο ΕΑ υποστηρίζεται από τοπικά μεταπρότυπα συνδεδεμένα με την εξέλιξη (on-line trained metamodels) όπου επιλέγονται τα καλύτερα, σύμφωνα με την απόκριση του μεταπροτύπου, άτομα από κάθε γενιά προκειμένου να εξεταστούν από το ακριβές λογισμικό αξιολόγησης. Η επιλογή των υποσχόμενων λύσεων της κάθε γενιάς επιτυγχάνεται μέσω της τεχνικής της Προσεγγιστικής Προ-Αξιολόγησης-ΠΠΑ (Inexact Pre-Evaluation-IPE) [15,23,24,26] που θα αναλυθεί σε επόμενη ενότητα.

Είναι απαραίτητο να αναφερθεί ότι στην παρούσα εργασία η χρήση μεταπροτύπων έχει μεγάλη σημασία για τον εξής λόγο: το λογισμικό βελτιστοποίησης διαχειρίζεται πρόβλημα ενός στόχου (SOO-Single Objective Optimization, η συνάρτηση-στόχος θα αναλυθεί σε επόμενο κεφάλαιο), όπου τα μεταπρότυπα παρουσιάζουν καλύτερες επιδόσεις σε σχέση με προβλήματα πολλών στόχων (MOO-Multi Objective Optimization) [24], μειώνοντας τον αριθμό των ακριβών αξιολογήσεων, όταν κριτήριο σύγκλισης του ΕΑ είναι ένας αριθμός γενεών, οπότε μειώνεται ο πραγματικός χρόνος της βελτιστοποίησης. Στην παρούσα εργασία, όπου ως κριτήριο σύγκλισης επιβάλλεται ένας προκαθορισμένος αριθμός ακριβών αξιολογήσεων, ο χρόνος της βελτιστοποίησης παραμένει ο ίδιος με αυτόν ενός συμβατικού ΕΑ, το κέρδος όμως προκύπτει από την αξιολόγηση σημαντικά μεγαλύτερου αριθμού γενεών. Για τη χρήση μεταπροτύπων σε προβλήματα πολλών στόχων και την προσπάθεια βελτίωσης των επιδόσεών τους σε αυτά ο αναγνώστης μπορεί να βρει περισσότερες πληροφορίες στις εργασίες [1,24].

1.3.2 Προσεγγιστική Προ-Αξιολόγηση

Όπως προαναφέρθηκε, η τεχνική της Προσεγγιστικής Προ-Αξιολόγησης-ΠΠΑ (Inexact Pre-Evaluation-IPE) χρησιμεύει στον εντοπισμό των πιο υποσχόμενων λύσεων κάθε γενιάς προκειμένου, στη συνέχεια, αυτές να αξιολογηθούν από το ακριβές λογισμικό. Αυτό επιτυγχάνεται με την απόδοση μιας προσεγγιστικής τιμής κόστους σε κάθε άτομο του πληθυσμού των απογόνων της εκάστοτε γενιάς.

Γενικά, η προσεγγιστική τιμή κόστους δεν πρέπει να συγχέεται με την προσεγγιστική τιμή των συναρτήσεων-στόχων ενός προβλήματος βελτιστοποίησης. Ωστόσο, σε προβλήματα βελτιστοποίησης ενός στόχου, η προσεγγιστική τιμή κόστους ταυτίζεται με την προσεγγιστική τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, οπότε επιλέγονται άμεσα οι κατάλληλες λύσεις προς ακριβή αξιολόγηση. Σε προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών στόχων η διαδικασία απόδοσης τιμής κόστους είναι πιο σύνθετη καθώς η τελευταία αποτελεί συνάρτηση των επιδόσεων της κάθε λύσης στους στόχους αυτούς [1,5,24].

Στη συνέχεια, περιγράφεται ο ΜΑΕΑ με ΠΠΑ για πρόβλημα βελτιστοποίησης ενός στόχου, αφού τέτοιο είναι αυτό της παρούσας εργασίας.

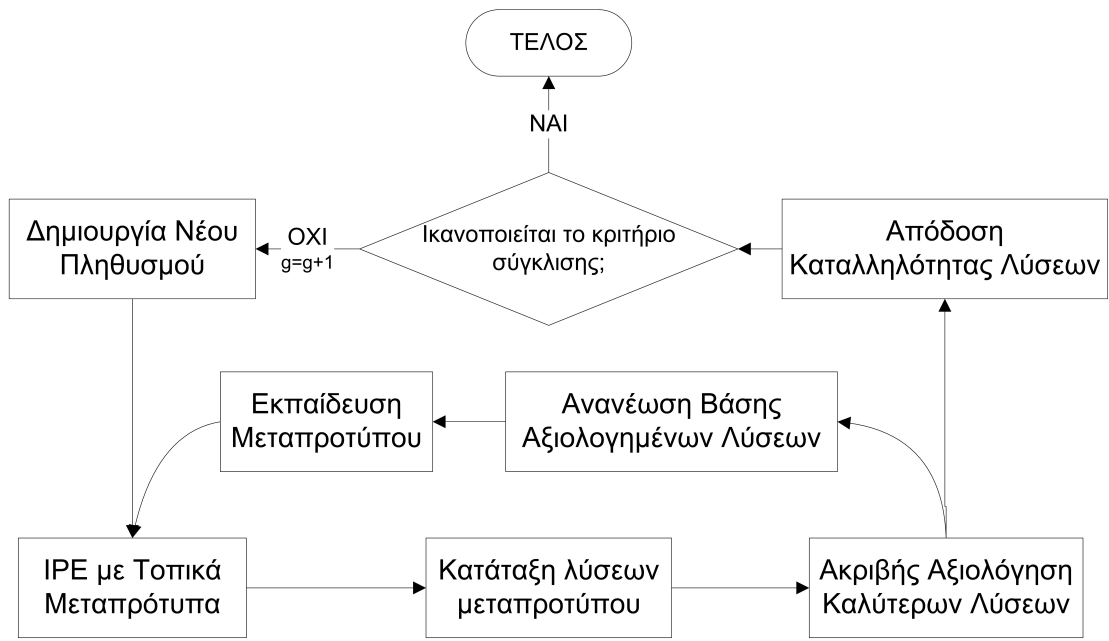
ΒΗΜΑ 1: Ο ΜΑΕΑ αρχικοποιείται και συνεχίζει τη διαδικασία της εξέλιξης όπως ακριβώς ένας συμβατικός ΕΑ για κάποιον αριθμό γενεών ώσπου να ολοκληρωθεί ένας αριθμός ακριβών αξιολογήσεων (προκαθορισμένος από τον χρήστη). Τα έτσι αξιολογημένα άτομα, μαζί με την απόδοσή τους, καταγράφονται σε μια βάση δεδομένων που χρησιμεύει για την εκπαίδευση του μεταπροτύπου.

ΒΗΜΑ 2: Αφού η βάση δεδομένων είναι επαρκής για την εκπαίδευση του μεταπροτύπου, ο πληθυσμός κάθε γενιάς από αυτό το σημείο αξιολογείται από το μεταπρότυπο. Για κάθε άτομο κατασκευάζεται ένα τοπικό μεταπρότυπο, με ισχύ γύρω από τη γειτονιά του σημείου πρόβλεψης και αποδίδεται μια προσεγγιστική τιμή για τη συνάρτηση-στόχο η οποία ταυτίζεται με την προσεγγιστική τιμή κόστους.

ΒΗΜΑ 3: Με βάση την κατάταξη που προκύπτει από την προσεγγιστική τιμή κόστους, ένας αριθμός πιο υποσχόμενων λύσεων αξιολογούνται με το ακριβές λογισμικό. Ο αριθμός αυτός είναι προκαθορισμένος από τον χρήστη και οι ακριβείς αξιολογήσεις χρησιμεύουν για την ανανέωση της βάσης δεδομένων με σκοπό την εκπαίδευση του μεταπροτύπου στις επόμενες γενιές.

ΒΗΜΑ 4: Αφού πλέον έχουν αξιολογηθεί όλοι οι απόγονοι της γενιάς με χρήση είτε του μεταπροτύπου είτε του ακριβούς λογισμικού αξιολόγησης, ελέγχεται το κριτήριο σύγκλισης. Αν αυτό ικανοποιείται η εξέλιξη τερματίζεται, αλλιώς δημιουργείται νέα γενιά με εφαρμογή των εξελικτικών τελεστών όπως ακριβώς και στον ΕΑ που περιγράφηκε στην ενότητα 1.2.2.

Στο σχήμα 1.2 παρουσιάζονται διαγραμματικά τα βήματα ενός ΜΑΕΑ με Προσεγγιστική Προ-Αξιολόγηση.



Σχήμα 1.2 : Διάγραμμα ροής των φάσεων ενός ΜΑΕΑ με ΠΠΑ [5].

1.3.3 Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης(ΔΣΑΒ)

Στην ενότητα αυτή θα αναλυθούν τα Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης-ΔΣΑΒ [15,23,24,26] που είναι τα μεταπρότυπα που υποστηρίζουν την βελτιστοποίηση της παρούσας εργασίας. Τα ΔΣΑΒ ανήκουν σε μια ευρύτερη κατηγορία μεταπρότυπων που ονομάζονται Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα-ΤΝΔ (Artificial Neural Networks-ANN) και τα οποία ενδείκνυνται για χρήση στη βελτιστοποίηση με Προσεγγιστική Προ-αξιολόγηση καθώς είναι πολύ ευέλικτα στην προσομοίωση σύνθετων, πολυτροπικών συναρτήσεων [5].

Στην κατηγορία των ΤΝΔ ανήκουν και άλλα μεταπρότυπα όπως τα Πολυεπίπεδα Αντίληπτρα (Multilayer Perceptrons) [45], το μοντέλο Kriging [46] και οι Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης (Support Vector Machines) [47]. Τα Πολυεπίπεδα Αντίληπτρα, όπως άλλωστε και τα ΔΣΑΒ, αξιοποιούν την πληροφορία που συλλέγεται από τη βάση δεδομένων ώστε να προσεγγίσουν την απόκριση νέων υποψήφιων λύσεων. Το μοντέλο Kriging πέραν της προσέγγισης των αποκρίσεων παρέχει επιπλέον πληροφορία για το διάστημα αξιοπιστίας τους. Οι Μηχανές Διανυσμάτων Υποστήριξης διαφέρουν σημαντικά σε σχέση με τα προαναφερθέντα μεταπρότυπα καθώς δεν έχουν καμία επαφή με την ή τις συναρτήσεις-στόχους της βελτιστοποίησης και κατατάσσουν τις υποψήφιες λύσεις σύμφωνα με προκαθορισμένα κριτήρια όπως είναι π.χ. η ικανοποίηση των περιορισμών.

Δομή ΔΣΑΒ

Τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα, στα οποία ανήκουν και τα ΔΣΑΒ μιμούνται ως προς τη λειτουργία τους τον ανθρώπινο εγκέφαλο, στοιχειώδης δομική μονάδα του οποίου είναι ο νευρώνας. Το πλήθος των νευρώνων είναι της τάξης του 10^{12} και καθένας από αυτούς αναπτύσσει συνάψεις μέσω των οποίων ανταλλάσσει σήματα με έως και 10000 άλλους [12]. Αντίστοιχη είναι και η δομή των ΔΣΑΒ. Στην ανάλυση που ακολουθεί υποτίθεται πρόβλημα ενός στόχου όπως είναι και αυτό της παρούσας εργασίας.

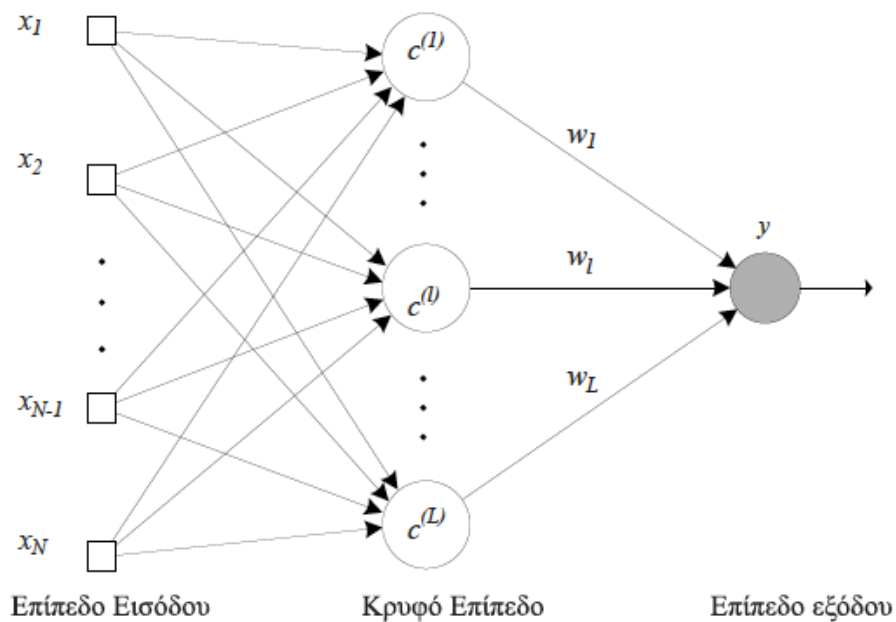
Τα ΔΣΑΒ διατάσσονται σε τρία επίπεδα: α)το επίπεδο εισόδου, β)το κρυφό επίπεδο και γ)το επίπεδο εξόδου. Το επίπεδο εισόδου υποδέχεται το σημείο πρόβλεψης, αντιστοιχίζοντας καθεμιά από τις N μεταβλητές σχεδιασμού με έναν νευρώνα του συνδέοντας με αυτόν τον τρόπο το δίκτυο με το περιβάλλον. Το κρυφό επίπεδο αποτελείται από L νευρώνες καθένας από τους οποίους αντιστοιχεί σε ένα διάνυσμα $c^{(l)} \in R^N$ ίδιας διάστασης με τον χώρο σχεδιασμού. Τα διανύσματα $c^{(l)}$ ονομάζονται κέντρα ακτινικής βάσης. Κάθε νευρώνας του κρυφού επιπέδου πραγματοποιεί έναν μη-γραμμικό μετασχηματισμό G συναρτήσει της απόστασης του εκάστοτε διανύσματος εισόδου από το κέντρο του και της ακτίνας βάσης r_l σύμφωνα με την κάτωθι σχέση 1.3.1:

$$h_l = G(\|\vec{x} - \vec{c}^{(l)}\|, r_l) \quad (1.3.1)$$

Στο τελευταίο στάδιο το επίπεδο εξόδου υλοποιεί έναν γραμμικό μετασχηματισμό αθροίζοντας τις εξόδους του κρυφού επιπέδου σταθμισμένες με τις τιμές των συνάψεων w_l δίνοντας έτσι την έξοδο του δικτύου y ως εξής:

$$y = \sum_{l=1}^L w_l h_l = \sum_{l=1}^L w_l G(\|\vec{x} - \vec{c}^{(l)}\|, r_l) \quad (1.3.2)$$

Τα ΔΣΑΒ στηρίζονται μαθηματικά στο θεώρημα διαχωρισμού προτύπων του Cover [38], σύμφωνα με το οποίο ένα πολύπλοκο πρόβλημα κατάταξης προτύπων που αποτιμάται μη-γραμμικά σε διανυσματικό χώρο μεγαλύτερης διάστασης είναι πιθανότερο να είναι γραμμικά διαχωρίσιμο, γιατί και πραγματοποιείται αρχικά ο μη-γραμμικός μετασχηματισμός του κρυφού επιπέδου και, στη συνέχεια, ο γραμμικός του επιπέδου εξόδου. Στο σχήμα 1.3 παρουσιάζεται ένα ΔΣΑΒ με έναν νευρώνα εξόδου.



Σχήμα 1.3: ΔΣΑΒ με έναν νευρώνα εξόδου [1].

Εκπαίδευση ΔΣΑΒ

Με τον όρο “εκπαίδευση” στα ΔΣΑΒ εννοείται η εύρεση των τιμών των συνάψεων $w_l (l = 1, L)$ που θα εξασφαλίζουν την καλύτερη δυνατή πρόβλεψη για μια υποψήφια λύση $\vec{x} \in R^N$ με άγνωστη απόκριση $y \in R$. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται ένας αριθμός T πιο κοντινών στο σημείο πρόβλεψης σημείων (τα λεγόμενα δείγματα εκπαίδευσης), που έχουν αποθηκευτεί στη βάση δεδομένων και, επομένως, έχουν γνωστές αποκρίσεις που αξιολογούνται ώστε να “εκπαιδευτεί” κατάλληλα το δίκτυο.

Ο αριθμός T δεν είναι σταθερός για όλο τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης και μπορεί να μεταβάλλεται μεταξύ ενός κάτω και ενός άνω ορίου, T_{\min} και T_{\max} αντίστοιχα, ανάλογα με το εκάστοτε σημείο πρόβλεψης. Εν συντομία, μετά την επιλογή των T_{\min} κοντινότερων στο σημείο πρόβλεψης σημείων, η προϋπόθεση ώστε να προστεθεί το επόμενο δείγμα εκπαίδευσης είναι η απόστασή του από το σημείο πρόβλεψης να μην ξεπερνά την τρέχουσα μέση απόσταση \bar{d} των ήδη υπαρχόντων δειγμάτων εκπαίδευσης από το σημείο πρόβλεψης κατά έναν πολλαπλασιαστή PRX (συνήθως μεταξύ 1.4-1.8) που ορίζεται από τον χρήστη [1], δηλαδή πρέπει :

$$\frac{\|\vec{x}^* - \vec{x}^{(t)}\|}{\bar{d}} \leq PRX \quad (1.3.3)$$

όπου \vec{x}^* το σημείο πρόβλεψης και $\vec{x}^{(t)}$ το προς εξέταση δείγμα εκπαίδευσης. Ο αλγόριθμος προσθήκης δείγματος εκπαίδευσης τερματίζεται είτε την πρώτη φορά που ένα δείγμα εκπαίδευσης δεν θα πληρεί την παραπάνω προϋπόθεση είτε όταν συμπληρωθεί ο μέγιστος αριθμός δειγμάτων εκπαίδευσης T_{\max} .

Η εκπαίδευση του δικτύου, δηλαδή η εύρεση των τιμών των συνάψεων, πραγματοποιείται είτε με παρεμβολή είτε με προσέγγιση των δειγμάτων εκπαίδευσης ανάλογα με την τοπολογική σχέση μεταξύ των τελευταίων και του σημείου πρόβλεψης, από την οποία καθορίζεται και η ικανότητα γενίκευσης που θα απαιτηθεί από το δίκτυο [1,23,24,26]. Όταν το σημείο πρόβλεψης βρίσκεται κοντά σε αρκετά δείγματα εκπαίδευσης, απαιτείται να δοθεί έμφαση στην εξειδίκευση, επομένως επιλέγεται η παρεμβολή. Η προσέγγιση επιλέγεται στην περίπτωση που το σημείο πρόβλεψης είναι απομακρυσμένο σε σχέση με τα δείγματα εκπαίδευσης, οπότε και απαιτείται μεγάλη ικανότητα γενίκευσης [24,26]. Γενικώς, η παρεμβολή επιλέγεται συνήθως σε προβλήματα ενός στόχου, όπως και αυτό της παρούσας εργασίας, όπου η βάση δεδομένων εμπλουτίζεται με λύσεις γειτονικές της βέλτιστης. Στα προβλήματα πολλών στόχων τα δείγματα εκπαίδευσης εκτείνονται σε μια μεγάλη περιοχή του χώρου σχεδιασμού, οπότε απαιτούνται μεγαλύτερες ικανότητες γενίκευσης και επιλέγεται συνήθως η προσέγγιση. Το λογισμικό βελτιστοποίησης EASY που χρησιμοποιείται ενσωματώνει τον αλγόριθμο καθορισμού της τοπολογικής σχέσης μεταξύ σημείου πρόβλεψης και δειγμάτων εκπαίδευσης επομένως δίνεται η δυνατότητα αυτόματης επιλογής μεταξύ των δύο μεθόδων, κάτι που συμβαίνει και στην παρούσα εργασία. Για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τον παραπάνω αλγόριθμο, ο αναγνώστης παραπέμπεται στην εργασία [1].

Παρεμβολή

Στην περίπτωση της παρεμβολής των σημείων $(\vec{x}^{(i)}, y^{(i)})$, $i = 1, T$ με ΔΣΑΒ γίνεται συχνά η παραδοχή $L = T$, δηλαδή ο αριθμός των δειγμάτων εκπαίδευσης είναι ίσος με τον αριθμό των νευρώνων του κρυφού επιπέδου επομένως τα κέντρα ακτινικής βάσης συμπίπτουν με τα δείγματα εκπαίδευσης, δηλαδή $\vec{c}^{(i)} = \vec{x}^{(i)}$. Σε αυτήν την περίπτωση, προκύπτει το γραμμικό σύστημα:

$$Hw = y \Rightarrow w = H^{-1}y \quad (1.3.4)$$

όπου $H = (h_{i,j} = G(\|\vec{x}^{(i)} - \vec{x}^{(j)}\|, r_j))$, $(i, j) = 1, T$

$$w = (w_1, w_2, \dots, w_T)^T$$

$$y = (y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(T)})^T$$

και γνωστό r_j . Επομένως, όπως φαίνεται από τη σχέση 1.3.4 η εύρεση των τιμών των συνάψεων προκύπτει από την αντιστροφή του συμμετρικού μητρώου H . Η αντιστρεψιμότητα του μητρώου εκπαίδευσης H εξαρτάται από την επιλογή της συνάρτησης ενεργοποίησης G [1]. Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης κάνει χρήση της συνάρτησης Gauss (σχέση 1.3.5) η οποία παράγει θετικά ορισμένο και αντιστρέψιμο μητρώο H .

$$G(u, r) = e^{-\frac{u^2}{r^2}} \quad (1.3.5)$$

Προσέγγιση

Στην περίπτωση της προσέγγισης ισχύει $L < T$, δηλαδή ο αριθμός των νευρώνων του κρυφού επιπέδου είναι μικρότερος από τον αριθμό των δειγμάτων εκπαίδευσης. Για την επιλογή των κέντρων ακτινικής βάσης $\vec{c}^{(i)}$, $i = 1, L$ χρησιμοποιείται ένας επαναληπτικός αλγόριθμος ο οποίος τοποθετεί τα κέντρα σε περιοχές όπου η πυκνότητα των δειγμάτων εκπαίδευσης είναι αυξημένη ελαχιστοποιώντας έτσι το σφάλμα πρόβλεψης του δικτύου. Ο ίδιος αλγόριθμος καθορίζει και τις ακτίνες βάσης r_i , $i = 1, L$.

Η έξοδος του δικτύου δίνεται από τη σχέση 1.3.6:

$$y_{ap} = \sum_{i=1}^L w_i \Phi \quad (1.3.6)$$

όπου Φ είναι οι συναρτήσεις ενεργοποίησης στις οποίες συμπεριλαμβάνεται και η συνάρτηση Gauss πολλών μεταβλητών της σχέσης 1.3.5. Οι τιμές των συνάψεων w προκύπτουν από την ελαχιστοποίηση του σφάλματος πρόβλεψης (σχέση 1.3.7) με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.

$$E = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \|y_{ap}^{(t)} - y^{(t)}\| \quad (1.3.7)$$

Συντελεστές σημαντικότητας

Η χρησιμότητα των Συντελεστών Σημαντικότητας (Importance Factors) [1,5,23] στα ΔΣΑΒ έγκειται στην “μέτρηση” της επίδρασης της παραγώγου καθεμιάς από τις μεταβλητές σχεδιασμού στην έξοδο του δικτύου, με αποτέλεσμα να συμπιέζεται η συνήθως μεγάλη διάσταση του χώρου σχεδιασμού στα προβλήματα αεροδυναμικής. Οι Συντελεστές Σημαντικότητας συμβολίζονται με I_n , $n = 1, N$ όπου N ο αριθμός των μεταβλητών σχεδιασμού. Υψηλή τιμή του συντελεστή I_n δηλώνει μεγάλη ευαισθησία της εξόδου του δικτύου όσον αφορά στη n -οστή μεταβλητή εισόδου ενώ χαμηλή τιμή δηλώνει το αντίθετο. Με χρήση λοιπόν των συντελεστών σημαντικότητας η νόρμα $\|\vec{x} - \vec{c}^{(l)}\|$ στη συνάρτηση ενεργοποίησης G , βλ. σχέση 1.3.1, αντικαθίσταται με μια σταθμισμένη:

$$\|\vec{x} - \vec{c}^{(l)}\|_w = \sqrt{N \sum_{n=1}^N I_n (x_n - c_n^{(l)})^2} \quad (1.3.8)$$

Όσον αφορά τον υπολογισμό των συντελεστών σημαντικότητας το λογισμικό βελτιστοποίησης EASY ενσωματώνει δύο τρόπους, μια αρχική και μια μεταγενέστερη μορφή, οπότε είναι στην ευχέρεια του χρήστη να επιλέξει.

Στην αρχική τους μορφή, οι συντελεστές σημαντικότητας υπολογίζονται αυτόματα ως παραπροϊόν της εκπαίδευσης του δικτύου και βασίζονται στην ικανότητα των ΔΣΑΒ να υπολογίζουν τις μερικές παραγώγους της εξόδου ως προς κάθε μεταβλητή σχεδιασμού. Οι παράγωγοι υπολογίζονται αναλυτικά με διαφόριση της σχέσης 1.3.2 και προκύπτει:

$$I_n = \frac{\left| \frac{\partial y}{\partial x_n} \right|}{\sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial y}{\partial x_i} \right|} \quad (1.3.9)$$

Ο δεύτερος τρόπος υπολογισμού των συντελεστών σημαντικότητας βασίζεται στην ανάλυση σε κύριες συνιστώσες-principal component analysis (ΑΚΣ-PCA) [1,40] και δημιουργήθηκε ώστε να παρακάμψει προβλήματα όπως είναι οι πολύ μικρές, πρακτικά μηδενικές τιμές των μερικών παραγώγων στο τοπικό ελάχιστο μιας περιοχής στο χώρο σχεδιασμού καθώς και η διασπορά στο χώρο σχεδιασμού του μετώπου Pareto σε προβλήματα πολλών στόχων [1]. Η ΑΚΣ είναι μια στατιστική μέθοδος στην οποία κάθε μεταβλητή σχεδιασμού θεωρείται ως στατιστική μεταβλητή.

Στην παρούσα εργασία επιλέγεται ο δεύτερος τρόπος υπολογισμού των συντελεστών σημαντικότητας.

1.4 Ο πολυεπίπεδος αλγόριθμος βελτιστοποίησης

Η βασική ιδέα πίσω από την πολυεπίπεδη βελτιστοποίηση είναι η επίλυση του ίδιου προβλήματος σε έναν αριθμό επιπέδων, χρησιμοποιώντας υπολογιστικά εργαλεία διαφορετικού κόστους και ακρίβειας στο καθένα. Συνήθως χρησιμοποιούνται διεπίεδα σχήματα, χωρίς αυτό να απαγορεύει γενικώς τη χρήση περισσότερων επιπέδων. Τα χαμηλά επίπεδα είναι υπεύθυνα για την εξερεύνηση του χώρου σχεδιασμού και χρησιμοποιούν εργαλεία χαμηλού υπολογιστικού κόστους προκειμένου να εξετάσουν πολλές υπονήφιες λύσεις. Οι καλύτερες από αυτές προωθούνται στα υψηλότερα επίπεδα (όπου υψηλότερο και ακριβέστερο θεωρείται το πρώτο επίπεδο) με τη μορφή μεταναστεύσεων. Ιδανικά, με αυτόν τον τρόπο η χρήση των υπολογιστικά δαπανηρών εργαλείων περιορίζεται μόνο στις υποσχόμενες περιοχές του χώρου σχεδιασμού, αλλά ακόμα κι αν δε συμβεί αυτό οι λύσεις που προωθούνται στα υψηλότερα επίπεδα αντικαθιστούν τα χειρότερα μέλη του πληθυσμού δίνοντας ώθηση στην εξέλιξη.

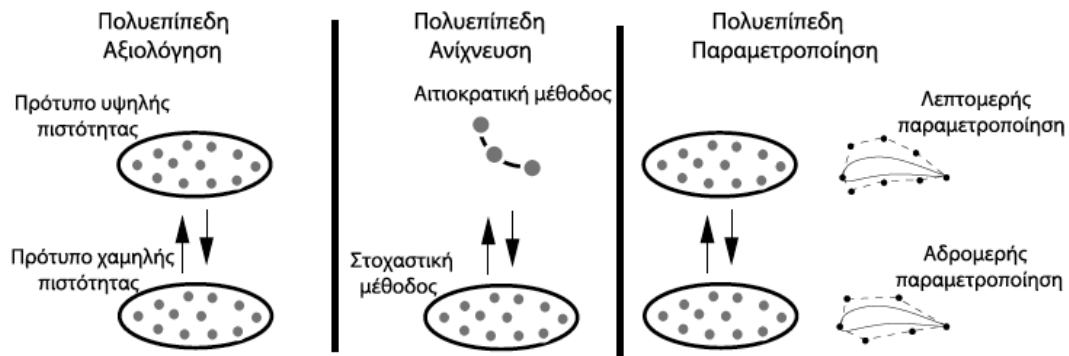
Στην πολυεπίπεδη βελτιστοποίηση, κάθε επίπεδο καθορίζεται από α) ένα πρότυπο αξιολόγησης, β) μια μέθοδο ανίχνευσης γ) μια παραμετροποίηση για το συγκεκριμένο πρόβλημα, η οποία περιλαμβάνει τόσο τις μεταβλητές σχεδιασμού όσο και τους περιορισμούς που πρέπει να ικανοποιούνται σε κάθε επίπεδο. Υπάρχουν, επομένως, τρία σχήματα πολυεπίπεδης βελτιστοποίησης σε αντιστοιχία με τα προαναφερθέντα (σχήμα 1.4), καθένα από τα οποία θα αναλυθεί στη συνέχεια:

α) Η πολυεπίπεδη αξιολόγηση, η οποία επιτυγχάνεται με χρήση προτύπων αξιολόγησης διαφορετικής πιστότητας και υπολογιστικού κόστους ανά επίπεδο.

β) Η πολυεπίπεδη ανίχνευση, η οποία επιτυγχάνεται με τη σύζευξη αιτιοκρατικών (λ.χ. μεθόδων που βασίζονται στην κλίση της συνάρτησης-στόχου και οι οποίες συνήθως χρησιμοποιούν τη συζυγή τεχνική για να υπολογίσουν την κλίση) με στοχαστικές μεθόδους (όπως οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι).

γ) Η πολυεπίπεδη παραμετροποίηση, όπου στα χαμηλότερα επίπεδα χρησιμοποιούνται χαλαρότεροι περιορισμοί και μικρότερο διάνυσμα σχεδιασμού και στα υψηλότερα αυστηρότεροι περιορισμοί και μεγαλύτερο διάνυσμα σχεδιασμού.

Στην παρούσα εργασία επιλέγεται η τεχνική της πολυεπίπεδης παραμετροποίησης με τη χρήση δύο επιπέδων. Αυτό που διαφέρει σε κάθε επίπεδο είναι το μέγεθος του διανύσματος σχεδιασμού, αφού επιλέγεται να υφίστανται οι ίδιοι περιορισμοί και στα δύο επίπεδα. Γενικά, μια επιπλέον δυνατότητα που δίνουν τα πολυεπίεδα σχήματα είναι η συνδυαστική χρήση τους [1,5,14].



Σχήμα 1.4: Σχηματική αναπαράσταση των τριών πολυεπίπεδων σχημάτων [1].

1.4.1 Πολυεπίπεδη Αξιολόγηση

Το πρώτο πολυεπίπεδο σχήμα είναι η πολυεπίπεδη αξιολόγηση (Multilevel Evaluation, ME) ή πολυεπίπεδη βελτιστοποίηση διαφορετικών προτύπων αξιολόγησης, (σχήμα 1.4 στα αριστερά) [1,5,13,15,26,27,32]. Το πολυεπίπεδο αναφέρεται στην εμπλοκή πολλών προτύπων–λογισμικού αξιολόγησης, διαφορετικής ακρίβειας και υπολογιστικού κόστους σε κάθε επίπεδο.

Το κατώτερο επίπεδο χρησιμοποιεί λογισμικό χαμηλής ακρίβειας και υπολογιστικού κόστους με σκοπό τον εντοπισμό των υποσχόμενων περιοχών στο χώρο των μεταβλητών σχεδιασμού. Οι περιοχές αυτές τροφοδοτούνται στο υψηλότερο επίπεδο με τη μορφή μεταναστεύσεων των υποψηφίων λύσεων όπου και πραγματοποιείται περαιτέρω βελτίωση τους με χρήση του προτύπου υψηλής ακρίβειας και υψηλού υπολογιστικού κόστους. Με αυτόν τον τρόπο, το υπολογιστικά ακριβές πρότυπο αξιολόγησης χρησιμοποιείται αποκλειστικά σε περιοχές που έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να περιέχουν τη βέλτιστη λύση (ή τις βέλτιστες λύσεις σε προβλήματα πολλών στόχων) και όχι με σκοπό την εξερεύνηση του χώρου σχεδιασμού.

Το πολυεπίπεδο αυτό σχήμα μπορεί εύκολα να εφαρμοσθεί σε προβλήματα αεροδυναμικής βελτιστοποίησης στα οποία το πρότυπο αξιολόγησης είναι ένα λογισμικό επίλυσης των εξισώσεων Navier–Stokes με διάφορους τρόπους. Ένας από αυτούς είναι η χρήση διαφορετικού προτύπου τύρβης (turbulence model) σε κάθε επίπεδο σε αντιστοιχία με το μέγεθος του πλέγματος που χρησιμοποιείται σαυτό. Συγκεκριμένα, στο υψηλό επίπεδο ένα πυκνό πλέγμα επιτρέπει τη χρήση προτύπων τύρβης χαμηλών αριθμών Reynolds και, συνεπώς, τον υπολογισμό των αεροδυναμικών ιδιοτήτων με μεγάλη ακρίβεια απαιτώντας ταυτόχρονα αρκετή υπολογιστική ισχύ, ενώ στο κατώτερο επίπεδο η χρήση αραιού πλέγματος συνδυάζεται με τη χρήση συναρτήσεων τοίχου (wall functions) και τον υπολογισμό της ροής με μικρότερο υπολογιστικό κόστος αλλά και μικρότερη ακρίβεια. Ένας ακόμα τρόπος υλοποίησης της τεχνικής της πολυεπίπεδης αξιολόγησης είναι η χαλάρωση του κριτηρίου σύγκλισης του επιλύτη της ροής στα χαμηλότερα επίπεδα.

Σε κάθε περίπτωση, η αποτελεσματικότητα της πολυεπίπεδης αξιολόγησης εξασφαλίζεται όταν ικανοποιείται κατά το δυνατόν η εξής συνθήκη: μια λύση που υπερέρχει σε κάποιο στόχο κάποιας άλλης στο υψηλό επίπεδο να διατηρεί αυτή την υπεροχή και στο χαμηλό (για διεπίπεδο σχήμα) [5].

1.4.2 Πολυεπίπεδη Ανίχνευση

Η πολυεπίπεδη ανίχνευση (Multilevel Search, MS) ή πολυεπίπεδη βελτιστοποίηση διαφορετικών μεθόδων ανίχνευσης, (σχήμα 1.4 στο μέσο) [1,13,15,29,30,31] υποδηλώνει τη χρήση πολλών μεθόδων ανίχνευσης (δηλαδή ελαχιστοποίησης), με διαφορετικές ιδιότητες και απαιτήσεις (π.χ. στοχαστικές ή αιτιοκρατικές μεθόδους βελτιστοποίησης που απαιτούν ή όχι τον υπολογισμό της κλίσης της συνάρτησης στόχου) με στόχο την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους βελτιστοποίησης (πρακτικά μειώνοντας τον αριθμό των αξιολογήσεων που απαιτούνται) μέσω της συνδυαστικής τους χρήσης. Στην ουσία, οι ΕΑ του κατώτερου επιπέδου χρησιμεύουν στην τροφοδοσία της αιτιοκρατικής μεθόδου με νέα σημεία εκκίνησης αρκετά κοντά σε πιθανά καθολικά ακρότατα. Η ταχύτερη σύγκλιση των αιτιοκρατικών μεθόδων μέσω της κλίσης της συνάρτησης στόχου εγγυάται την εύρεση του τοπικού ελαχίστου κάθε περιοχής όταν εκείνη έχει προσεγγισθεί επαρκώς. Με αυτόν τον τρόπο, συνδυάζονται η ικανότητα των ΕΑ να μην εκλωβίζονται σε τοπικά ακρότατα με αυτήν των αιτιοκρατικών μεθόδων να εντοπίζουν ταχύτατα το τοπικό ακρότατο μιας περιοχής.

Η μετάδοση της πληροφορίας υλοποιείται με τη μορφή μεταναστεύσεων μεταξύ των επιπέδων. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι μεταναστεύσεις είναι αμφίδρομες, δηλαδή τα καθολικά ελάχιστα των περιοχών που εξετάζονται από την αιτιοκρατική μέθοδο επιστρέφουν στον ΕΑ με σκοπό την αύξηση της πίεσης επιλογής. Στην αεροδυναμική, η πολυεπίπεδη ανίχνευση είναι άμεσα εφαρμόσιμη επιλύοντας τις συζυγείς εξισώσεις για τον υπολογισμό των παραγώγων των συναρτήσεων στόχων και υιοθετώντας μια μέθοδο καθόδου που οδηγείται από αυτές.

1.4.3 Πολυεπίπεδη Παραμετροποίηση

Η πολυεπίπεδη παραμετροποίηση (Multilevel Parameterization,MP) ή πολυεπίπεδη βελτιστοποίηση διαφορετικών παραμετροποιήσεων, (σχήμα 1.4 στα δεξιά) [1,13,15,21,25,28] χρησιμοποιεί διαφορετικό διάνυσμα σχεδιασμού σε κάθε επίπεδο. Αυτό το πολυεπίπεδο σχήμα αποσκοπεί στην επίλυση ενός απλούστερου προβλήματος στο χαμηλό επίπεδο, όπου το διάνυσμα σχεδιασμού είναι μικρής σχετικά διάστασης. Στο σχεδιασμό π.χ. μιας αεροτομής το κατώτερο επίπεδο χρησιμοποιεί παραμετρικές καμπύλες με λίγα σημεία ελέγχου. Στο ανώτερο επίπεδο η χρήση περισσότερων βαθμών ελευθερίας επιτρέπει τον έλεγχο του σχήματος με περισσότερη λεπτομέρεια.

Η αλληλεπίδραση των δύο επιπέδων προϋποθέτει έναν τρόπο μετάβασης από τη μία παραμετροποίηση στην άλλη. Οι παραμετρικές καμπύλες και επιφάνειες διαθέτουν κατάλληλους αλγόριθμους [22] οι οποίοι επιτρέπουν την προσθήκη ή την αφαίρεση σημείων ελέγχου. Ο αλγόριθμος προσθήκης σημείου ελέγχου διατηρεί αναλλοίωτη την εξεταζόμενη γεωμετρία ενώ, μετά την αφαίρεση σημείου ελέγχου, παρατηρείται κατά κανόνα μια μικρή απόκλιση. Για το λόγο αυτό, συχνά στην περίπτωση της πολυεπίπεδης παραμετροποίησης στην αεροδυναμική, επιλέγεται μονόδρομη επικοινωνία μεταξύ των επιπέδων, δηλαδή μόνο από το χαμηλό προς το υψηλό επίπεδο με την προσθήκη σημείων ελέγχου.

Μια επιπλέον δυνατότητα σε αυτό το πολυεπίπεδο σχήμα είναι η χρήση διαφορετικών περιορισμών ανά επίπεδο, δηλαδή η χρήση χαλαρότερων περιορισμών στο χαμηλό επίπεδο με σκοπό την απλούστευση του προβλήματος βελτιστοποίησης σε αυτό, ιδιαίτερα όταν υπάρχουν γενικώς ισχυροί περιορισμοί.

1.4.4 Επικοινωνία μεταξύ επιπέδων

Σε ένα πολυεπίπεδο σχήμα, καθοριστικής σημασίας στοιχείο αποτελεί η μετανάστευση των υποψηφίων λύσεων μεταξύ των επιπέδων. Η μορφή αυτή επικοινωνίας επιτρέπεται μόνο μεταξύ διαδοχικών επιπέδων, όπου στη γενική περίπτωση των πολλών επιπέδων καθένα από αυτά επικοινωνεί με το αμέσως ανώτερο και το αμέσως κατώτερό του. Στα διεπίπεδα σχήματα, η διαδικασία απλοποιείται με τα δύο επίπεδα να ανταλλάσσουν απλώς λύσεις μεταξύ τους ή ακόμα και με τη μονόδρομη μετανάστευση λύσεων από το χαμηλό προς το υψηλό επίπεδο (π.χ. στην περίπτωση της πολυεπίπεδης παραμετροποίησης στην αεροδυναμική).

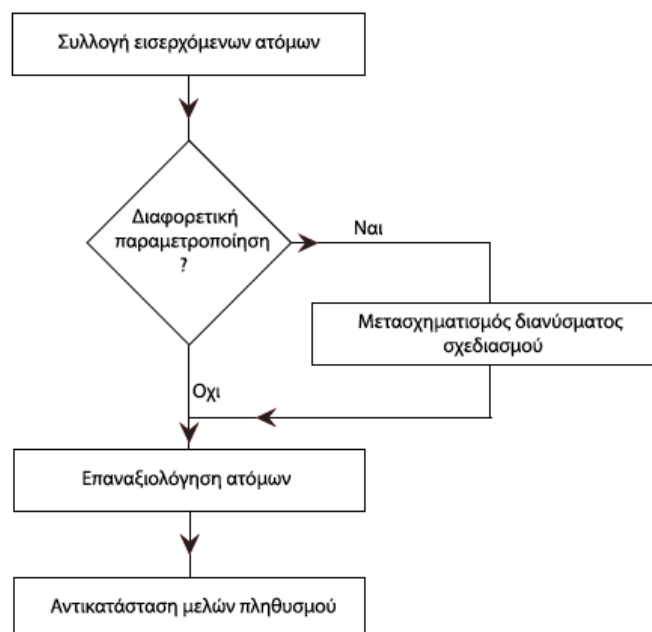
Το κριτήριο για την επικοινωνία μεταξύ των επιπέδων είναι η ανεξάρτητη εκτέλεσή τους για έναν αριθμό γενεών του EA ή για έναν αριθμό επαναλήψεων στην περίπτωση που σε κάποιο επίπεδο χρησιμοποιείται αιτιοκρατική μέθοδος. Με αυτόν τον τρόπο ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να ρυθμίσει τις παραμέτρους που καθορίζουν τη χρονική στιγμή της ανταλλαγής υποψηφίων λύσεων και οι οποίες αφορούν τόσο στη γενιά της πρώτης μετανάστευσης όσο και στη συχνότητα των μεταναστεύσεων για κάθε επίπεδο. Οι παράμετροι αυτές είναι προτιμότερο να είναι διαφορετικές για κάθε κατεύθυνση επικοινωνίας. Η συχνή ανταλλαγή υποψηφίων λύσεων με το αμέσως χαμηλό επίπεδο επιφέρει μεγαλύτερο κέρδος από τις λύσεις που έχουν εντοπιστεί από αυτό ενώ η αραιή επικοινωνία με το αμέσως ανώτερο εξυπηρετεί στην καλύτερη ανίχνευση του χώρου σχεδιασμού επιτρέποντας την τροφοδοσία του με όσο το δυνατό καλύτερες υποψήφιες λύσεις [1].

Όταν το κάθε επίπεδο φτάσει στον αριθμό των γενεών ή των επαναλήψεων που έχουν προκαθοριστεί από τον χρήστη, τα επίλεκτα άτομα που ανήκουν σ'αυτό τίθενται σε διαθεσιμότητα για τα γειτονικά του επίπεδα ώστε να εκκινήσει η διαδικασία ανταλλαγής υποψηφίων λύσεων. Πρέπει να τονιστεί σ'αυτό το σημείο ότι απαιτείται ο συγχρονισμός όλων των επιπέδων προκειμένου να επικοινωνήσουν μεταξύ τους, οπότε αυτά που ολοκληρώνουν πρώτα τις απαραίτητες γενιές για τη μετανάστευση "παγώνουν" την εξέλιξή τους αναμένοντας να κάνουν το ίδιο και τα υπόλοιπα.

Αφού επιτευχθεί ο συγχρονισμός των επιπέδων, επόμενο βήμα είναι η ανταλλαγή των επιλέκτων υποψηφίων λύσεων μεταξύ τους. Κατά την είσοδό τους στο επίπεδο προορισμού, τα εισαγόμενα άτομα επαναξιολογούνται κατά ένα ποσοστό με το λογισμικό αξιολόγησης του επιπέδου. Τα άτομα που έχουν επαναξιολογηθεί με το πρότυπο του επιπέδου είναι και αυτά τα οποία μπορούν να αντικαταστήσουν τα χειρότερα άτομά του. Αντίθετα, για τα υπόλοιπα εισερχόμενα άτομα θεωρείται ότι έχουν προσεγγιστική τιμή καταλληλότητας και μπορούν να αντικαταστήσουν μόνο εκείνα τα οποία έχουν αξιολογηθεί με χρήση μεταπροτύπων. Στην περίπτωση της πολυεπίπεδης παραμετροποίησης, απαιτείται επιπλέον ο μετασχηματισμός του διανύσματος σχεδιασμού ώστε να καταστεί συμβατό με το επίπεδο προορισμού.

Η πορεία των μεταναστεύσεων καταγράφεται ώστε να αξιολογηθεί η συνεισφορά των κατώτερων επιπέδων. Η εξέλιξη των τελευταίων διακόπτεται σε περίπτωση που αδυνατούν να συνεισφέρουν με νέα άτομα τα οποία να μεταναστεύουν επιτυχώς στο αμέσως ανώτερο επίπεδο για έναν προκαθορισμένο από τον χρήστη αριθμό διαδοχικών μεταναστεύσεων. Επιτυχής θεωρείται μια μετανάστευση όταν το εισερχόμενο άτομο επαναξιολογείται και επιτυγχάνει τιμή καταλληλότητας καλύτερη από το χειρότερο άτομο του υπάρχοντος πληθυσμού, προκειμένου τελικά να το αντικαταστήσει.

Μετά το τέλος της επικοινωνίας η εξέλιξη των επιπέδων συνεχίζεται μέχρι την επόμενη ανταλλαγή υποψηφίων λύσεων. Στο σχήμα 1.5, παρουσιάζεται διαγραμματικά η επικοινωνία με μετανάστευση υποψηφίων λύσεων μεταξύ των επιπέδων.



Σχήμα 1.5: Μετανάστευση υποψηφίων λύσεων μεταξύ των επιπέδων [1].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΡΟΗΣ ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΟΥ ΡΕΥΣΤΟΥ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι εξισώσεις που χαρακτηρίζουν τη ροή του ασυμπίεστου ρευστού και οι οποίες επιλύονται αριθμητικά από το οικείο λογισμικό αξιολόγησης. Αρχικά παρουσιάζονται οι εξισώσεις Navier-Stokes της συνέχειας και της ορμής κατά τις τρεις κατευθύνσεις στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων x, y, z . Στη συνέχεια, σε αυτές προστίθεται ο όρος της τεχνητής συμπίεστος ώστε να καθίσταται δυνατή η επίλυσή τους για ασυμπίεστο ρευστό. Εφόσον μελετάται η ροή σε περιστρεφόμενη περὺ γωση συμπίεστη, οι εξισώσεις διατυπώνονται στο σχετικό σύστημα αναφοράς. Τέλος, στις παραπάνω εξισώσεις προστίθεται άλλη μία με σκοπό την προτυποποίηση της τύρβης της ροής. Το πρότυπο τύρβης που χρησιμοποιείται είναι αυτό της μίας εξίσωσης των Spalart-Allmaras [17].

2.1 Εξισώσεις ροής στο απόλυτο σύστημα αναφοράς

Για την περίπτωση ασυμπίεστου ρευστού οι εξισώσεις της συνέχειας και της ορμής κατά τις τρεις κατευθύνσεις διατυπώνονται ως εξής:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] = 0 \quad (2.2)$$

όπου στην εξίσωση της ορμής 2.2 $i=1,2,3$ για τις κατευθύνσεις x, y, z αντίστοιχα και p η κινηματική πίεση (πίεση διαιρεμένη με την πυκνότητα).

Από τις εξισώσεις 2.1, 2.2 φαίνεται ότι αν και η πίεση εμφανίζεται στις εξισώσεις διατήρησης της ορμής δεν υπάρχει κάποια εξίσωση γι' αυτή. Στην περίπτωση του συμπίεστου ρευστού, η πίεση συνδέεται με την πυκνότητα μέσω της καταστατικής εξίσωσης. Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν μπορεί να συμβεί στην περίπτωση του ασυμπίεστου ρευστού όπου η πυκνότητα διατηρείται σταθερή. Αυτός είναι και ο λόγος που χρησιμοποιείται η τεχνική της ψευδοσυμπίεστος (pseudo-compressibility/artificial compressibility) [16] για την επίλυση των εξισώσεων του ασυμπίεστου ρευστού.

2.2 Εισαγωγή όρου ψευδοσυμπίεστότητας

Η μέθοδος της ψευδοσυμπίεστότητας αναπτύχθηκε από τον Chorin [16] και βασίζεται στην εισαγωγή ενός όρου τεχνητής συμπίεστότητας στην εξίσωση της συνέχειας μέσω της ψευδοχρονικής παραγώγου της πίεσης. Έτσι, η εξίσωση της συνέχειας μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.3)$$

όπου με β συμβολίζεται ο συντελεστής ψευδοσυμπίεστότητας. Στη βιβλιογραφία προτείνονται τιμές του συντελεστή ψευδοσυμπίεστότητας κοντά στην τιμή $\beta=10$, ωστόσο η βέλτιστη τιμή του μπορεί να διαφέρει αναλόγως της υπόψη ροής [2], κάτι που συμβαίνει και στην παρούσα εργασία, όπου επιλέγεται $\beta=3,33$.

Οι εξισώσεις της συνέχειας και της ορμής κατά τις τρεις κατευθύνσεις διατυπώνονται σε διανυσματική μορφή στην ακόλουθη σχέση 2.4:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{f}_i^{inv}}{\partial x_i} - \frac{\partial \vec{f}_i^{vis}}{\partial x_i} = 0 \quad (2.4)$$

Στη σχέση 2.4 με \vec{U} συμβολίζεται το διάνυσμα των συντηρητικών μεταβλητών, οι οποίες αποτελούν τις μεταβλητές επίλυσης, με \vec{f}_i^{inv} το διάνυσμα ατριβούς (inviscid) ροής και με \vec{f}_i^{vis} το διάνυσμα των συνεκτικών όρων (viscous, όροι διάχυσης) τα οποία δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις 2.5, 2.6, 2.7.

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} p \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\vec{f}_i^{inv} = \begin{bmatrix} \beta u_i \\ u_1 u_i + p \delta_{1i} \\ u_2 u_i + p \delta_{2i} \\ u_3 u_i + p \delta_{3i} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\vec{f}_i^{vis} = \frac{1}{Re_0} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{1i} \\ \tau_{2i} \\ \tau_{3i} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Με δ_{ij} συμβολίζεται το δέλτα του Kronecker, όπου $\delta_{ij}=1$ όταν $i=j$ και $\delta_{ij}=0$ όταν $i \neq j$, και με Re_0 ο αριθμός Reynolds. Για τον τανυστή των τάσεων τ_{ij} ισχύει:

$$\tau_{ij} = \frac{\nu_{eff}}{Re_0} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.8)$$

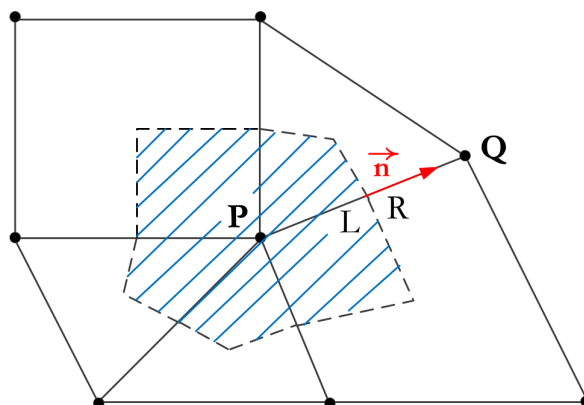
όπου ν_{eff} η κινηματική συνεκτικότητα του ρευστού.

Όπως φαίνεται από τη σχέση 2.5 οι μεταβλητές επίλυσης είναι η κινηματική πίεση και οι τρεις συνιστώσες της ταχύτητας. Με την εισαγωγή του όρου ψευδοσυμπίεστότητας καθίσταται δυνατή η εφαρμογή μεθόδων που χρησιμοποιούνται για την επίλυση συμπιεστών ροών.

Εκτός από τις μεθόδους που βασίζονται στην τεχνική της ψευδοσυμπίεστότητας υπάρχει άλλη μια κατηγορία μεθόδων επίλυσης εξισώσεων ασυμπίεστου ρευστού οι οποίες βασίζονται στην τεχνική της διόρθωσης πίεσης (pressure-correction methods). Κυριότερος εκπρόσωπος των μεθόδων αυτών είναι ο αλγόριθμος SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) [39] χρήση του οποίου κάνει και το ανοιχτό λογισμικό OpenFOAM με το οποίο συγκρίνεται το οικείο λογισμικό αξιολόγησης σε επόμενο κεφάλαιο. Γενικά, η τεχνική της ψευδοσυμπίεστότητας υπερτερεί ως προς την ταχύτητα σύγκλισης σε σχέση με την τεχνική της διόρθωσης πίεσης [2].

2.3 Διακριτοποίηση των διανυσμάτων ροής

Το οικείο λογισμικό αξιολόγησης κάνει χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων με κεντροκομβική αποθήκευση των μεταβλητών της ροής σε 3Δ μη-δομημένα και υβριδικά πλέγματα, τα οποία αποτελούνται από τετράεδρα, πυραμίδες τετραγωνικής βάσης, πρίσματα και εξάεδρα. Ο όγκος ελέγχου ενός κόμβου σχηματίζεται από τις συνεισφορές όλων των πλεγματικών στοιχείων του πλέγματος που συντρέχουν στον κόμβο αυτό. Η συνεισφορά κάθε συντρέχοντος πλεγματικού στοιχείου στον όγκο ελέγχου ενός κόμβου προκύπτει αν οι μεσόκομβοι κάθε ακμής του στοιχείου που συντρέχει στον κόμβο συνδεθούν με τα κέντρα βάρους των κόμβων των δύο εδρών του στοιχείου που έχουν κοινή την ακμή αυτή και με το κέντρο βάρους των κόμβων του στοιχείου [2]. Στο σχήμα 2.1 παρουσιάζεται ο όγκος ελέγχου ενός κόμβου P στο αντίστοιχο 2Δ πλέγμα.



Σχήμα 2.1 [2]: Όγκος ελέγχου σε 2Δ πλέγμα γύρω από έναν κόμβο P στον οποίο συντρέχουν τριγωνικά και τετραπλευρικά στοιχεία. Με Q συμβολίζεται ένας γειτονικός κόμβος του P και με \vec{n} το κάθετο διάνυσμα στον όγκο ελέγχου.

Η εξίσωση 2.4 ολοκληρώνεται στον όγκο ελέγχου Ω_p γύρω από τον κόμβο P με εφαρμογή του θεωρήματος Green-Gauss οπότε προκύπτει:

$$\int_{\Omega_p} \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} d\Omega_p + \int_{\partial\Omega_p} \frac{\partial \bar{f}_i^{inv}}{\partial x_i} d(\partial\Omega) - \int_{\partial\Omega_p} \frac{\partial \bar{f}_i^{vis}}{\partial x_i} d(\partial\Omega) = 0 \quad (2.9)$$

όπου με $\partial\Omega_p$ συμβολίζεται το όριο ελέγχου του όγκου ελεγχου Ω_p . Σε διακριτή μορφή η 2.9 γράφεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \frac{\Omega_P}{\Delta t_P} \Delta \vec{U}_P + \sum_{Q \in nei(P)} \vec{\Phi}_{PQ}^{inv} \Delta(\partial \Omega_P) - \sum_{Q \in nei(P)} \vec{\Phi}_{PQ}^{vis} \Delta(\partial \Omega_P) &= 0 \\ \Rightarrow \frac{\Omega_P}{\Delta t_P} \Delta \vec{U}_P &= -\vec{R} \end{aligned} \quad (2.10)$$

όπου $\vec{R} = \sum_{Q \in nei(P)} (\vec{\Phi}_{PQ}^{inv} - \vec{\Phi}_{PQ}^{vis}) \Delta(\partial \Omega_P)$ το υπόλοιπο των εξισώσεων ροής.

Με Δt_P συμβολίζεται το ψευδοχρονικό βήμα ολοκλήρωσης, με Q κάθε γειτονικός κόμβος του P και $\vec{\Phi}_{PQ}^{inv}, \vec{\Phi}_{PQ}^{vis}$ τα διανύσματα ροής των ατρίβων και των συνεκτικών όρων αντίστοιχα ανά μονάδα μήκους (επιφάνειας σε 3Δ πλέγμα) του κοινού ορίου των υπολογιστικών κυψελών που ορίζονται γύρω από τους κόμβους P και Q . Μετά από κατάλληλους μετασχηματισμούς η εξίσωση 2.10 δίνεται ως εξής:

$$D_P \Delta \vec{U}_P^{n+1} + \sum_{Q \in nei(P)} Z_Q \Delta \vec{U}_Q^{n+1} = -\vec{R}^n \quad (2.11)$$

όπου D_P το διαγώνιο μητρώο που προκύπτει από τους όρους που σχετίζονται μόνο με τον κόμβο P , Z_Q το μητρώο των μη-διαγώνιων όρων που εμπλέκει τους άμεσους γείτονες του κόμβου P και $n, n+1$ οι δείκτες των ψευδοχρονικών στιγμών. Η διάκριση σε διαγώνιους και μη-διαγώνιους όρους πραγματοποιείται ώστε η εξίσωση 3.18 να επιλυθεί με την επαναληπτική μέθοδο Jacobi. Με αυτόν τον τρόπο, επιλύεται ως προς τη διόρθωση $\Delta \vec{U}_P^{n+1}$ ($= \vec{U}_P^{n+1} - \vec{U}_P^n$) πραγματοποιώντας j_{max} επαναλήψεις σε κάθε ψευδοχρονικό βήμα ως προς αυτήν:

$$\Delta \vec{U}_P^{n+1, j+1} = -(D_P^n)^{-1} \left(\vec{R} + \sum_{Q \in nei(P)} Z_Q^n \Delta \vec{U}_Q^{n+1, j} \right) \quad j=1, \dots, j_{max} \quad (2.12)$$

Για περισσότερες πληροφορίες όσον αφορά την αριθμητική επίλυση των εξισώσεων ροής και τον τρόπο με τον οποίο προκύπτουν τα μεγέθη που εμφανίζονται στις παραπάνω εξισώσεις 2.10, 2.11, 2.12 ο αναγνώστης παραπέμπεται στην εργασία [2], στην οποία στηρίζεται και ολόκληρη η ανάλυση του παρόντος κεφαλαίου.

2.4 Εξισώσεις ροής στο σχετικό σύστημα αναφοράς

Θεωρώντας περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς (x_r, y_r, z_r) το οποίο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ σε σχέση με το αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων (x, y, z) , η χρονική παράγωγος ενός τυχαίου διανύσματος \vec{c} ως προς το αδρανειακό σύστημα εκφράζεται ως εξής:

$$\frac{d\vec{c}}{dt} = \frac{d_r \vec{c}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{c} \quad (2.13)$$

Το διάνυσμα της ταχύτητας δίνεται από τη χρονική παράγωγο του διανύσματος θέσης επομένως:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d_r \vec{r}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (2.14)$$

Η σχετική ταχύτητα \vec{w} ορίζεται ως η ταχύτητα του σημείου με διάνυσμα θέσης \vec{r} όπως την αντιλαμβάνεται παρατηρητής στο περιστρεφόμενο σύστημα (x_r, y_r, z_r) , δηλαδή $\vec{w} = \frac{d_r \vec{r}}{dt}$. Επιπλέον, για το διάνυσμα της περιφερειακής ταχύτητας του πτερυγίου της περιστρεφόμενης πτερύγωσης ισχύει $\vec{U} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, επομένως από τη σχέση 2.14 προκύπτει και η σχέση σύνδεσης της απόλυτης με τη σχετική ταχύτητα $\vec{v} = \vec{w} + \vec{U}$.

Η επιτάχυνση ενός τυχαίου σημείου στο χώρο ισούται με τη χρονική παράγωγο της ταχύτητας οπότε προκύπτει η σχέση 2.15 [2],[18]:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d_r \vec{r}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{r} \right) = \\ &= \frac{d}{dt} \left(\frac{d_r \vec{r}}{dt} \right) + \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r})}{dt} = \\ &= \frac{d}{dt} \left(\frac{d_r \vec{r}}{dt} \right) + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} = \\ &= \frac{d_r^2 \vec{r}}{dt^2} + \vec{\omega} \times \frac{d_r \vec{r}}{dt} + \vec{\omega} \times \frac{d_r \vec{r}}{dt} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} = \\ &= \frac{d_r^2 \vec{r}}{dt^2} + 2\vec{\omega} \times \frac{d_r \vec{r}}{dt} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} = \\ &= \vec{a}_r + 2\vec{\omega} \times \vec{w} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Η πτερύγωση στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ επομένως δεν υπάρχει γωνιακή επιτάχυνση, δηλαδή $\frac{d\vec{\omega}}{dt} = 0$. Επομένως τελικά ισχύει:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + 2\vec{\omega} \times \vec{w} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (2.16)$$

Με \vec{a}_r συμβολίζεται η επιτάχυνση ως προς το σχετικό σύστημα αναφοράς (όπου $\vec{a}_r = d_r^2 \vec{r} / dt^2$). Ο όρος $2\vec{\omega} \times \vec{w}$ αντιστοιχεί στην επιτάχυνση Coriolis, ενώ ο όρος $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ στην κεντρομόλο (centripetal) επιτάχυνση.

Με βάση τη σχέση 2.14 και αντικαθιστώντας το διάνυσμα της απόλυτης ταχύτητας η σχέση 2.4 μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{f}_i^{inv}}{\partial x_i} - \frac{\partial \vec{f}_i^{vis}}{\partial x_i} = \vec{S} \quad (2.17)$$

όπου, πλέον, το διάνυσμα των μεταβλητών επίλυσης και τα διανύσματα ατρίβους και συνεκτικής ροής μετασχηματίζονται ως εξής:

$$\vec{W} = \begin{bmatrix} p \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} \quad \vec{f}_i^{inv} = \begin{bmatrix} \beta w_i \\ w_1 w_i + p \delta_{1i} \\ w_2 w_i + p \delta_{2i} \\ w_3 w_i + p \delta_{3i} \end{bmatrix} \quad \vec{f}_i^{vis} = \frac{1}{\text{Re}_0} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{1i} \\ \tau_{2i} \\ \tau_{3i} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

όπου οι τάσεις τ_{ij} μετασχηματίζονται και αυτές αναλόγως:

$$\tau_{ij} = \frac{\nu_{eff}}{\text{Re}_0} \left[\frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i} \right] \quad (2.19)$$

Όπως φαίνεται από το διάνυσμα \vec{W} οι μεταβλητές της ροής είναι πλέον η πίεση και οι τρεις συνιστώσες της σχετικής ταχύτητας. Στις εξισώσεις μετά την αντικατάσταση του διανύσματος της απόλυτης ταχύτητας έχουν προστεθεί και οι όροι πηγής \vec{S} οι οποίοι αντιστοιχούν στην κεντρομόλο και την Coriolis επιτάχυνση και δίνονται ως εξής:

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2\vec{\omega} \times \vec{w} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

2.5 Πρότυπο τύρβης μίας μ.δ.ε των Spalart-Allmaras

Για την προτυποποίηση της τύρβης χρησιμοποιείται το πρότυπο τύρβης μίας εξίσωσης των Spalart-Allmaras [17] μεταβλητή του οποίου είναι η ποσότητα $\tilde{\nu}$, η οποία σχετίζεται άμεσα με τον συντελεστή κινηματικής τυρβώδους συνεκτικότητας ν_t , με την προϋπόθεση ότι οι τάσεις Reynolds προτυποποιούνται κατά τρόπο αντίστοιχο με αυτόν των μοριακών τάσεων [2], τόσο στο απόλυτο όσο και στο σχετικό σύστημα αναφοράς (βλ. σχέσεις 2.8, 2.19), δηλαδή ισχύει:

$$\tau_{ij}' = -\overline{w_i' \omega_j'} = \frac{\nu_t}{\text{Re}_0} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.21)$$

Το πρότυπο προσομοιώνει τη μεταφορά, παραγωγή και διάχυση της ποσότητας $\tilde{\nu}$ και σε αδιάστατη μορφή για ασυμπίεστο ρευστό εκφράζεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \underbrace{\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (w_j \tilde{\nu})}_{\text{Convection}} = & \underbrace{\frac{1}{\text{Re}_0} \frac{1+c_{b2}}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right]}_{\text{Diffusion}} - \frac{1}{\text{Re}_0} \frac{c_{b2}}{\sigma} (\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + \\ & + \underbrace{c_{b1}(1-f_{t2})\tilde{S}\tilde{\nu}}_{\text{Production}} - \underbrace{\frac{1}{\text{Re}_0} \left(c_{w1}f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right) \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2}_{\text{Destruction}} + \underbrace{\frac{\text{Re}_0 f_{t1} \Delta \vec{u}}{d}}_{\text{Transition}} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Στη σχέση 2.22 διακρίνονται οι όροι που σχετίζονται με τη μεταφορά (convection), τη διάχυση (diffusion), την παραγωγή (production) και την καταστροφή (destruction) της ποσότητας $\tilde{\nu}$. Ο όρος της μετάβασης (transition) ενεργοποιείται όταν επιθυμείται προσομοίωση της μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη ροή σε θέση που καθορίζεται από τον χρήστη ή από χωριστό μοντέλο μετάβασης. Από την εξίσωση 2.22 υπολογίζεται η τιμή της μεταβλητής $\tilde{\nu}$ και, στη συνέχεια, από αυτήν ο συντελεστής κινηματικής τυρβώδους συνεκτικότητας ν_t . Οι ποσότητες που εμφανίζονται στην εξίσωση 2.22 δίνονται από άλλες σχέσεις των οποίων η αναφορά ξεφεύγει από το πλαίσιο της παρούσας εργασίας. Για περισσότερες λεπτομέρειες ο αναγνώστης παραπέμπεται στην εργασία [2].

Σε ότι αφορά στις οριακές συνθήκες, όπως έχει προαναφερθεί, στην είσοδο του χωρίου ροής επιβάλλεται σταθερή τιμή της ποσότητας $\tilde{\nu}$ ενώ στην έξοδο επιβάλλονται συνθήκες αδιατάρακτης ροής. Στα στερεά τοιχώματα, για θεώρηση χαμηλών αριθμών Reynolds (Low-Reynolds model), όπως συμβαίνει στην περίπτωση της παρούσας εργασίας, επιβάλλεται $\tilde{\nu} = 0$ ενώ για υψηλούς αριθμούς Reynolds (High-Reynolds model) εφαρμόζεται η τεχνική των συναρτήσεων τοίχου (wall functions).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΚΑΡΤΕΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΤΩΝ ΓΡΑΦΙΚΩΝ

Η επίλυση των εξισώσεων ροής πραγματοποιείται σε κάρτες επεξεργαστών γραφικών (Graphics Processing Units-GPUs), γεγονός που προσφέρει πολύ σημαντικό συγκριτικό πλεονέκτημα όσον αφορά την ταχύτητα σε σχέση με την επίλυση σε κεντρικές μονάδες επεξεργασίας (CPUs). Στην ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ έχει αναπτυχθεί σημαντική τεχνογνωσία όσον αφορά τον προγραμματισμό σε κάρτες επεξεργαστών γραφικών που αποτυπώνεται σε ένα πλήθος διπλωματικών εργασιών και, κυρίως, διδακτορικών διατριβών. Ενδεικτικά αναφέρονται οι εργασίες [1,2,6,7,8]. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται ήδη προγραμματισμένο λογισμικό για την υποστήριξη της βελτιστοποίησης, επομένως στο κεφάλαιο αυτό απλώς παρατίθενται ορισμένες βασικές πληροφορίες οι οποίες αντλούνται από άλλες εργασίες και από τον διαδικτυακό τόπο της κατασκευάστριας εταιρείας NVIDIA [20].

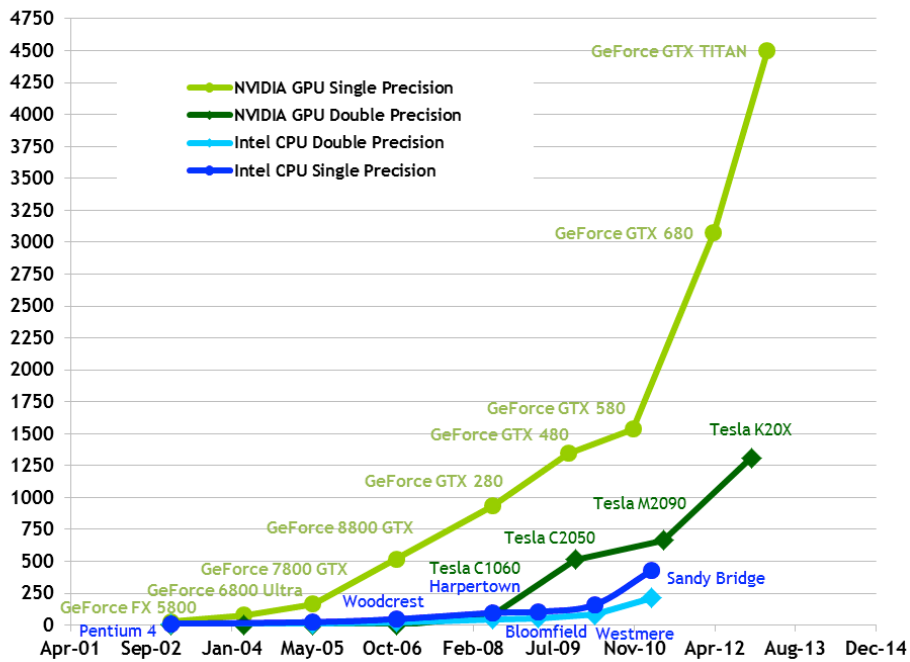
3.1 Χρήση GPUs στην επίλυση επιστημονικών προβλημάτων

Οι σύγχρονες κάρτες γραφικών αποτελούν πολυπύρηνες μονάδες παράλληλης επεξεργασίας. Η παράλληλη δομή τους εξυπηρετεί τον βασικό σκοπό τους ο οποίος είναι η επεξεργασία γραφικών σε παιχνίδια Η/Υ (video games). Οι απαιτήσεις της παιχνιδιοβιομηχανίας για καλύτερα και αληθοφανέστερα γραφικά συνέβαλαν στην αλματώδη εξέλιξη των GPUs τα τελευταία χρόνια καθιστώντας δυνατή τη χρήση τους και σε άλλες εφαρμογές.

Η χρήση των GPUs για την επίλυση επιστημονικών προβλημάτων και γενικότερα εφαρμογών που ξεφεύγουν από τα αυστηρά πλαίσια της επεξεργασίας γραφικών φέρεται διεθνώς υπό τον όρο General Purpose computation on Graphics Processing Units (GPGPU). Ενδεικτικά, οι GPUs χρησιμοποιούνται σε επιστημονικά πεδία όπως είναι η γραμμική άλγεβρα, η αριθμητική ανάλυση, η μοριακή δυναμική, η υπολογιστική ηλεκτροδυναμική, ο ηλεκτρομαγνητισμός και φυσικά η υπολογιστική ρευστοδυναμική.

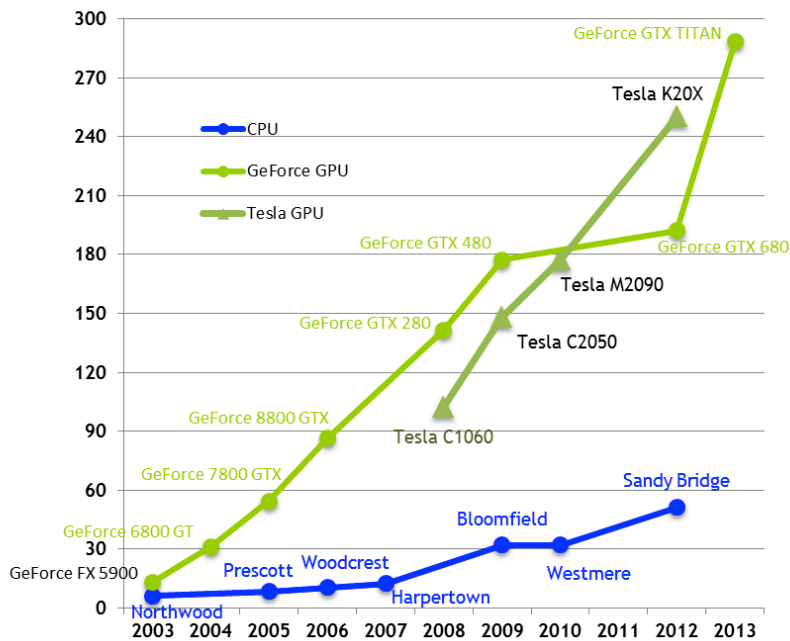
Στα σχήματα 3.1, 3.2 αποτυπώνεται η ταχύτερη εξέλιξη των GPUs της εταιρείας NVIDIA συγκριτικά με τις CPUs της εταιρείας Intel όσον αφορά την ταχύτητα εκτέλεσης αριθμητικών πράξεων απλής και διπλής ακρίβειας (μετριέται σε GFLOP/sec) και την μέγιστη ταχύτητα προσπέλασης της κεντρικής μνήμης (memory bandwidth, μετριέται σε GByte/sec) αντίστοιχα.

Theoretical GFLOP/s



Σχήμα 3.1: Σύγκριση μεταξύ GPUs-CPUs της ιστορικής εξέλιξης της ταχύτητας εκτέλεσης αριθμητικών πράξεων κινητής υποδιαστολής απλής και διπλής ακρίβειας [20].

Theoretical GB/s



Σχήμα 3.2: Σύγκριση μεταξύ GPUs-CPUs της ιστορικής εξέλιξης της μέγιστης ταχύτητας προσπέλασης της κεντρικής μνήμης (memory bandwidth) [20].

3.2 Αριθμητική μικτής ακρίβειας

Πριν οι κάρτες γραφικών αρχίσουν να επεκτείνονται και σε άλλες εφαρμογές πέραν της επεξεργασίας γραφικών δεν υποστήριζαν πράξεις κινητής υποδιαστολής διπλής ακρίβειας. Για το λόγο αυτό, στις πρώτες εργασίες που χρησιμοποιήθηκαν κάρτες γραφικών, οι οποίες υποστήριζαν μόνο πράξεις κινητής υποδιαστολής απλής ακρίβειας, η ακρίβεια των αποτελεσμάτων υστερούσε σημαντικά σε σχέση με αυτή της CPU για επίλυση του ίδιου προβλήματος. Η εισαγωγή της υποστήριξης πράξεων κινητής υποδιαστολής διπλής ακρίβειας έδωσε σημαντική ώθηση στη χρήση των GPUs για την επίλυση επιστημονικών προβλημάτων, ωστόσο η ταχύτητα εκτέλεσής τους είναι σημαντικά μικρότερη σε σχέση με αυτή των πράξεων κινητής υποδιαστολής απλής ακρίβειας, όπως φαίνεται άλλωστε και από το προηγούμενο σχήμα 3.1. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος αυτού έχουν προταθεί παραλλαγές που χρησιμοποιούν σε ένα τμήμα ενός κώδικα αριθμητική απλής ακρίβειας και σε ένα άλλο διπλής ακρίβειας, ενώ ένας άλλος τρόπος προτείνει τη συνεργασία CPU-GPU για μεγαλύτερη ακρίβεια στις πράξεις.

Στην παρούσα εργασία, το λογισμικό που χρησιμοποιείται για την επίλυση των εξισώσεων ροής κάνει χρήση της πρώτης μεθόδου, δηλαδή της αριθμητικής μικτής ακρίβειας, η οποία μάλιστα προτάθηκε για πρώτη φορά σε εργασίες και δημοσιεύσεις της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ [8,36,37]. Συγκεκριμένα στη διακριτοποιημένη εξίσωση 2.11 του προηγούμενου κεφαλαίου, που αποτυπώνει τις εξισώσεις της ορμής και της συνέχειας, το υπόλοιπο \vec{R} αποθηκεύεται σε μεταβλητές διπλής ακρίβειας ενώ τα στοιχεία των μητρώων D και Z υπολογίζονται με διπλή ακρίβεια αλλά, για οικονομία, αποθηκεύονται σε μεταβλητές απλής ακρίβειας.

$$\underbrace{D_p \Delta \bar{U}_p^{n+1}}_{\text{single precision}} + \sum_{Q \in \text{nei}(P)} \underbrace{Z_Q \Delta \bar{U}_Q^{n+1}}_{\text{double precision}} = \underline{\underline{-\vec{R}^n}} \quad (3.1)$$

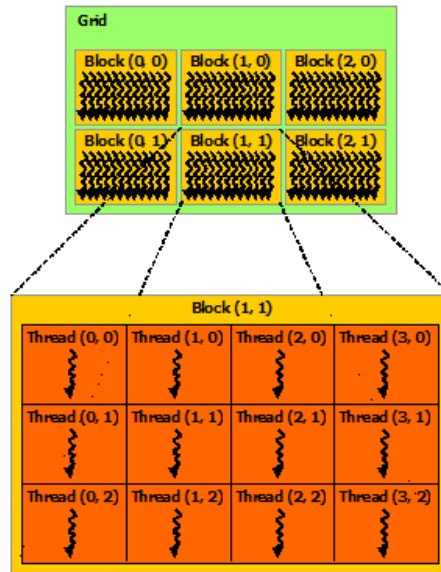
Όπως αναφέρθηκε, ο υπολογισμός των στοιχείων των μητρώων D και Z πραγματοποιείται με τοπικές μεταβλητές διπλής ακρίβειας και μόνο κατά την αποθήκευση στην κεντρική μνήμη της κάρτας αποκόπτεται τμήμα σημαντικών ψηφίων ώστε να μετατραπούν σε μεταβλητές απλής ακρίβειας. Επιπλέον, εφόσον τα υπόλοιπα των εξισώσεων \vec{R} αποθηκεύονται σε μεταβλητές διπλής ακρίβειας, το τελικό αποτέλεσμα δεν αλλοιώνεται σε σχέση με τη χρήση αριθμητικής αποκλειστικά διπλής ακρίβειας.

3.3 Βασικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή παρατίθενται ορισμένες βασικές έννοιες ώστε να γίνει περισσότερο κατανοητή η παράλληλη δομή και η λειτουργία των καρτών γραφικών. Πρέπει να αναφερθεί ότι οι GPUs που χρησιμοποιούνται για τους υπολογισμούς της παρούσας εργασίας είναι οι Tesla M2050 της NVIDIA οι οποίες είναι δομημένες με βάση την αρχιτεκτονική Fermi, η οποία αποτελεί κατηγορία της αρχιτεκτονικής CUDA (Compute Unified Device Architecture). Η αρχιτεκτονική CUDA αποτελεί την αρχή κατασκευής των προγραμματιζόμενων καρτών γραφικών της εταιρείας και ενσωματώνει διάφορες γλώσσες προγραμματισμού, όπως π.χ. Fortran, OpenCL, C, C++. Ο επιλύτης των εξισώσεων ροής που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία είναι γραμμένος σε γλώσσα C/C++. Κάθε GPU της NVIDIA σχετίζεται με έναν αριθμό που αντιπροσωπεύει την υπολογιστική της ικανότητα (compute capability). Οι κάρτες Tesla M2050 έχουν υπολογιστική ικανότητα 2.x, κεντρική μνήμη διάστασης 3GB και ρυθμό προσπέλασης αυτής 148 GByte/sec. Η μέγιστη ταχύτητα εκτέλεσης αριθμητικών πράξεων κινητής υποδιαστολής είναι 1030 Gflops για αριθμούς απλής ακρίβειας και 515 Gflops για αριθμούς διπλής ακρίβειας.

Με τον όρο kernel εννοείται ένα τμήμα του προγράμματος το οποίο προορίζεται για παράλληλη εκτέλεση ενώ ως thread ορίζεται η βασική μονάδα επεξεργασίας. Ουσιαστικά, οι GPUs αναθέτουν στα threads την εκτέλεση των kernels. Ένα απλό παράδειγμα εντολής που επιδέχεται παραλληλοποίησης θα μπορούσε να είναι η πρόσθεση δύο αριθμών a και b έτσι ώστε $c=a+b$. Χάρη στην παράλληλη δομή των καρτών γραφικών, είναι δυνατή η ταυτόχρονη εκτέλεση της πρόσθεσης για N ζεύγη αριθμών a και b έτσι ώστε $c_i=a_i+b_i$ με $i=1,N$. Στην περίπτωση της επίλυσης των εξισώσεων ροής, ένα από τα kernels είναι π.χ. η ανανέωση του πεδίου τιμών των μεταβλητών της ροής με τη μέθοδο Jacobi.

Οι σύγχρονες GPUs έχουν τη δυνατότητα να διαχειρίζονται χιλιάδες threads ταυτόχρονα. Τα threads αυτά οργανώνονται σε blocks και εκτελούνται στους διαθέσιμους πολυεπεξεργαστές της GPU, καθένας από τους οποίους, μπορεί να αναλάβει την εκτέλεση 8 blocks. Αν το συνολικό πλήθος των blocks είναι μεγαλύτερο από αυτό που επιτρέπει ο αριθμός των πολυεπεξεργαστών, τότε κάποια blocks παραμένουν ανενεργά αναμένοντας να ολοκληρωθεί η εκτέλεση των υπολοίπων για να ελευθερωθεί κάποιος πολυεπεξεργαστής. Στις κάρτες γραφικών 2.x κάθε block μπορεί να αποτελείται κατά μέγιστο από 1024 threads. Με τη σειρά τους τα blocks που εκτελούν το ίδιο kernel οργανώνονται σε ένα πλέγμα (grid) από blocks, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα 3.3. Κάθε thread χαρακτηρίζεται από έναν τοπικό αύξοντα αριθμό για το block στο οποίο ανήκει και κάθε block από έναν αύξοντα αριθμό στο grid. Με βάση τον αριθμό αυτό, η εκτέλεση ενός thread αντιστοιχίζεται με πρόσβαση σε κατάλληλες θέσεις μνήμης ώστε να επεξεργάζεται διαφορετικά δεδομένα. Ο προγραμματιστής έχει τη δυνατότητα επιλογής ανάμεσα σε 1D, 2D ή και 3D διάταξη των threads στο block και των blocks στο grid.



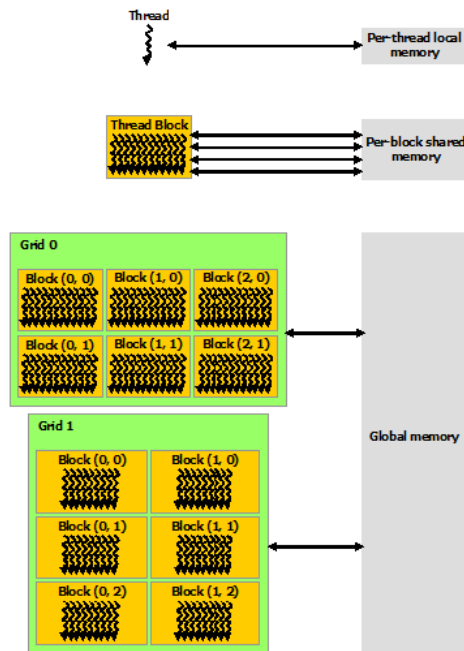
Σχήμα 3.3: 2Δ διάταξη των threads στο block και των blocks στο grid [20].

3.4 Μνήμες μιας GPU

Τα threads μιας GPU έχουν πρόσβαση σε δεδομένα τα οποία βρίσκονται σε διάφορες θέσεις μνήμης οι οποίες είναι ενσωματωμένες στην κάρτα γραφικών και είναι οι ακόλουθες:

1. Τοπική (local) μνήμη ανά thread
2. Κοινή μνήμη ανάμεσα στα threads του ίδιου block
3. Μνήμες texture και constant προσβάσιμες από όλα τα threads
4. Κεντρική (global) μνήμη, επίσης προσβάσιμη από όλα τα threads

Η τοπική μνήμη κάθε thread είναι προσβάσιμη αποκλειστικά από το ίδιο το thread, ενώ η γρήγορα προσπελάσιμη κοινή μνήμη παρέχει τη δυνατότητα συνεργασίας μεταξύ των threads του ίδιου block αφού πρώτα προηγηθεί ο συγχρονισμός τους. Η κεντρική μνήμη και οι μνήμες texture και constant είναι προσβάσιμες από όλα τα threads, ενώ σημειώνεται πως οι δύο τελευταίες επιτρέπουν μόνο την ανάγνωση δεδομένων από αυτές. Στο ακόλουθο σχήμα 3.4 παρουσιάζεται η διάταξη των μνημών μιας GPU.



Σχήμα 3.4: Διάταξη των μνημών μιας GPU (δεν φαίνονται οι μνήμες ανάγνωσης δεδομένων texture και constant) [20].

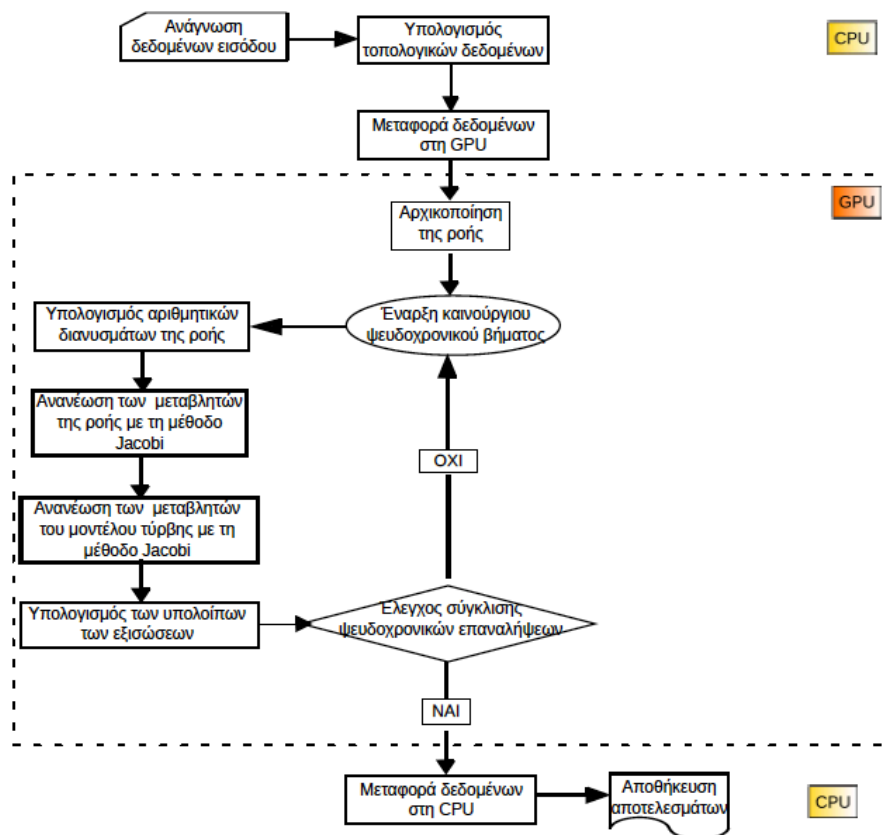
3.5 Δομή του GPU-επιλύτη

Η επίλυση των εξισώσεων ροής στην GPU απαιτεί την επαναληπτική εκτέλεση μιας σειράς από kernels. Η εκτέλεση του επιλύτη ξεκινά από τη CPU από όπου διαβάζονται όλα τα απαραίτητα δεδομένα για την αριθμητική ολοκλήρωση των εξισώσεων ροής (π.χ. συντεταγμένες κόμβων του πλέγματος, συνθήκες ροής, κριτήρια σύγκλισης). Στη συνέχεια η CPU υπολογίζει όλα τα απαραίτητα για την επίλυση γεωμετρικά και τοπολογικά δεδομένα του πλέγματος και αφού δεσμευτεί ο απαραίτητος χώρος στη GPU τα δεδομένα αντιγράφονται σε αυτή. Ακολούθως, μετά τη δέσμευση του απαραίτητου χώρου για την επίλυση των εξισώσεων στην κεντρική μνήμη της GPU ξεκινά η εκτέλεση των kernels, τα οποία είναι τα εξής:

1. Αρχικοποίηση του πεδίου ροής βάσει των οριακών συνθηκών και της γεωμετρίας του προβλήματος.
2. Υπολογισμός των διανυσμάτων της ροής που εισέρχονται/εξέρχονται στους πεπερασμένους όγκους και ισολογισμός τους ώστε να υπολογιστεί το υπόλοιπο των εξισώσεων και τα μητρώα του αριστερού μέλους σε κάθε κόμβο.
3. Ανανέωση του πεδίου τιμών των μεταβλητών της ροής με τη μέθοδο Jacobi.
4. Υπολογισμός της ροής των μεταβλητών του προτύπου τύρβης στους πεπερασμένους όγκους και ισολογισμός τους ώστε να υπολογιστούν το υπόλοιπο και τα μητρώα του αριστερού μέλους για την εξίσωση του προτύπου τύρβης.

5. Ανανέωση του πεδίου τιμών των μεταβλητών του προτύπου τύρβης με τη μέθοδο Jacobi.
6. Υπολογισμός της νόρμας του υπολοίπου των διακριτοποιημένων εξισώσεων.

Στον υπολογισμό της νόρμας του υπολοίπου των εξισώσεων συμμετέχει και η CPU. Στη συνέχεια, η CPU ελέγχει τα κριτήρια σύγκλισης και αν κάποιο από αυτά ικανοποιείται, γίνεται αντιγραφή των μεγεθών της ροής από την GPU στην CPU και αυτά αποθηκεύονται σε αρχείο κατάλληλης μορφής. Τέλος, απελευθερώνονται οι θέσεις μνήμης που έχουν δεσμευτεί τόσο στην GPU όσο και στην CPU και το τρέξιμο ολοκληρώνεται. Στο σχήμα 3.5 παρουσιάζεται το διάγραμμα ροής του κώδικα.



Σχήμα 3.5: Διάγραμμα ροής του κώδικα επίλυσης των εξισώσεων ροής [2].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΠΤΕΡΥΓΩΣΗΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ-ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΟΙΚΕΙΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΜΕ OpenFOAM

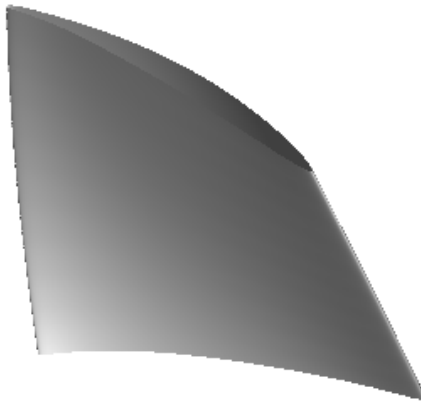
Όπως φαίνεται και από τον τίτλο του, το κεφάλαιο αυτό αποτελείται από δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος-που αποτελεί και το μεγαλύτερο μέρος του κεφαλαίου-με χρήση του οικείου λογισμικού αξιολόγησης καταγράφεται η επίδοση του πτερυγίου αναφοράς ως προς τη συνάρτηση-στόχο. Σκοπός του πρώτου μέρους είναι μέσω της αξιολόγησης του πτερυγίου αναφοράς να παρουσιαστεί αφενός ο τρόπος με τον οποίο παραμετροποιούνται οι αεροτομές σε τρεις βασικές ακτινικές θέσεις, δηλαδή στην άτρακτο (hub), στη μέση ακτίνα (mid) και στο ακροπτερύγιο (tip) και αφετέρου η διαδικασία μέσω της οποίας αξιολογείται κάθε υποψήφια λύση που προκύπτει από το λογισμικό βελτιστοποίησης. Οι δύο προαναφερθείσες διαδικασίες συνδέονται άμεσα μεταξύ τους, αφού η παραμετροποίηση των αεροτομών στις τρεις ακτινικές θέσεις αποτελεί προϋπόθεση για την κατασκευή του πτερυγίου αναφοράς αλλά και κάθε άλλου πτερυγίου που προκύπτει ως υποψήφια λύση, ώστε στη συνέχεια να κατασκευαστεί το υπολογιστικό πλέγμα, να επιλυθούν οι εξισώσεις ροής και να υπολογιστεί η συνάρτηση-στόχος.

Στο δεύτερο μέρος του κεφαλαίου πραγματοποιείται σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από την παραπάνω αξιολόγηση με αυτά που δίνει το ανοιχτό λογισμικό OpenFOAM το οποίο χρησιμοποιήθηκε σε άλλη παράλληλα εξελισσόμενη εργασία [3]. Οι βασικές διαφορές των δύο λογισμικών επίλυσης της ροής εντοπίζονται στη διαφορετική διατύπωση της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων και στη διαφορετική μέθοδο που χρησιμοποιούν όσον αφορά την επίλυση ασυμπίεστων ροών, όπως είναι αυτές των δύο εργασιών. Συγκεκριμένα, το OpenFOAM χρησιμοποιεί κεντροκυβελική διατύπωση πεπερασμένων όγκων και τον αλγόριθμο SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) [39] για την επίλυση της ασυμπίεστης ροής ενώ το οικείο λογισμικό χρησιμοποιεί κεντροκομβική διατύπωση πεπερασμένων όγκων και τη μέθοδο της τεχνητής συμπίεστότητας ή ψευδοσυμπίεστότητας (Artificial Compressibility / Pseudo-Compressibility) [16] για την επίλυση της ασυμπίεστης ροής.

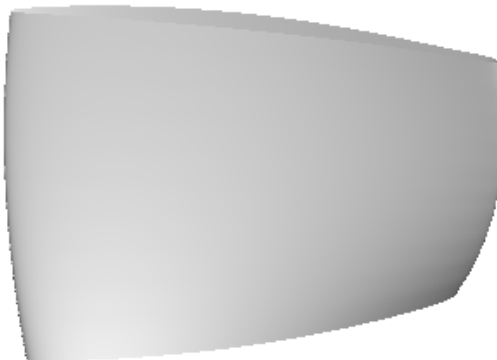
4.1 Αξιολόγηση πτερύγωσης αναφοράς

4.1.1 Γεωμετρία περιστρεφόμενης πτερύγωσης

Η περιστρεφόμενη πτερύγωση που εξετάζεται δεν έχει ακτινικό διάκενο (tip clearance) μεταξύ ακροπτερυγίου και κελύφους και αποτελείται από 12 πτερύγια επομένως το γωνιακό βήμα της πτερύγωσης ισούται με $s=360^\circ/12=30^\circ$. Στα σχήματα 4.1, 4.2 παρουσιάζεται το πτερύγιο αναφοράς σε όψη από τις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης αντίστοιχα.



Σχήμα 4.1: Όψη πτερυγίου αναφοράς από την πλευρά υπερπίεσης.



Σχήμα 4.2: Όψη πτερυγίου αναφοράς από την πλευρά υποπίεσης.

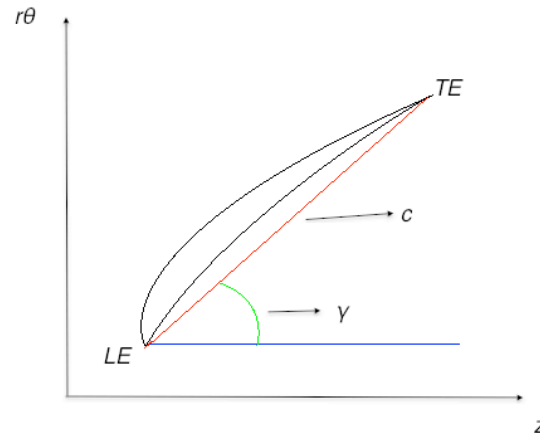
Τα γεωμετρικά στοιχεία που αφορούν στις αεροτομές του πτερυγίου στις τρεις βασικές ακτινικές θέσεις (στην άτρακτο-hub, στη μέση ακτίνα-mid και στο ακροπτερύγιο-tip) και τα οποία θα χρησιμοποιηθούν στους υπολογισμούς που απαιτούνται για τη διαδικασία αξιολόγησης είναι συγκεντρωμένα στον πίνακα 4.1.

Ακτινική θέση αεροτομής	Ακτίνα r (m)	Γωνία μετάλλου εισόδου β_1 (°)	Μήκος χορδής c (m)	Γωνία κλίσης (stagger angle) γ (°)
hub	0.135	49.1	0.1061	31.50
mid	0.180	57.0	0.1178	47.20
tip	0.2245	62.5	0.1175	56.20

Πίνακας 4.1: Γεωμετρικά στοιχεία αεροτομών στις τρεις βασικές ακτινικές θέσεις.

Για τον υπολογισμό της χορδής c και της γωνίας κλίσης γ χρησιμοποιούνται οι συντεταγμένες της ακμής πρόσπτωσης (leading edge) και τις ακμής εκφυγής (trailing edge) των αεροτομών από την αναπαράστασή τους στο επίπεδο. Η διδιάστατη αναπαράσταση των αεροτομών προκύπτει από τις κυλινδρικές συντεταγμενες (r, θ, z) των αεροτομών στον τριδιάστατο χώρο όπου r η ακτινική συνιστώσα, η οποία προφανώς είναι σταθερή για κάθε αεροτομή, θ η περιφερειακή και z η αξονική συνιστώσα. Για τη μεταφορά στο επίπεδο οριζόντιος άξονας θεωρείται αυτός της αξονικής κατεύθυνσης του τριδιάστατου χώρου ενώ ο κάθετος άξονας προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό της ακτινικής συνιστώσας κάθε αεροτομής με την περιφερειακή συνιστώσα θ των σημείων της στον τριδιάστατο χώρο (ουσιαστικά, ο κάθετος άξονας αντιπροσωπεύει το μήκος τόξου που αντιστοιχεί στην περιφερειακή συνιστώσα). Έτσι, στο επίπεδο, οι αεροτομές αναπαρίστανται από τους άξονες z (οριζόντιος) και $r\theta$ (κάθετος).

Το μέτρο της χορδής ισούται με την απόσταση μεταξύ της ακμής πρόσπτωσης και της ακμής εκφυγής ενώ η γωνία κλίσης ορίζεται ως η γωνία μεταξύ της χορδής και της αξονικής κατεύθυνσης όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.3, όπου με LE (leading edge) συμβολίζεται η ακμή πρόσπτωσης, με TE (trailing edge) η ακμή εκφυγής, με c η χορδή (κόκκινη γραμμή) και με γ η γωνία κλίσης, οπότε προκύπτουν και οι σχέσεις 4.1 και 4.2 για τη χορδή και τη γωνία κλίσης αντίστοιχα.



Σχήμα 4.3: Αναπαράσταση αεροτομής στο επίπεδο $(z, r\theta)$.

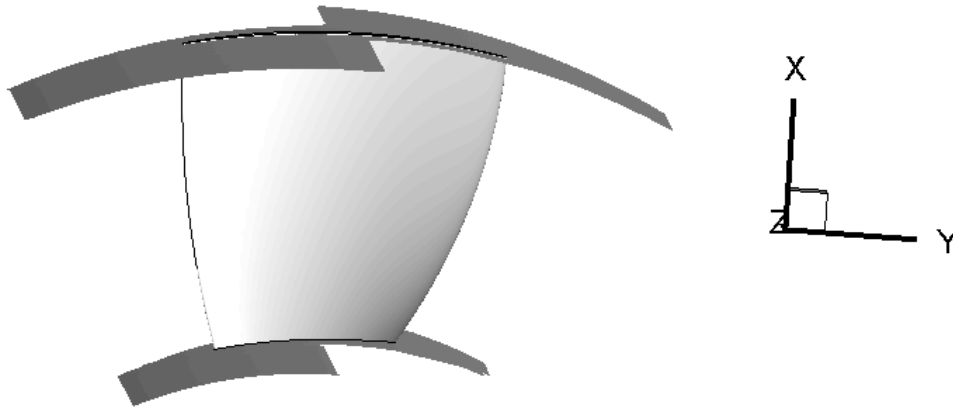
$$c = \sqrt{(z_{TE} - z_{LE})^2 + (r\theta_{TE} - r\theta_{LE})^2} \quad (4.1)$$

$$\gamma = \arctan[(r\theta_{TE} - r\theta_{LE}) / (z_{TE} - z_{LE})] \quad (4.2)$$

4.1.2 Συνθήκες ροής

Η περιστρεφόμενη περύγωση λειτουργεί στο σημείο σχεδιασμού, δηλαδή στο σημείο βέλτιστης λειτουργίας της όπου στρέφεται με $N=1300\text{rpm}$, οπότε η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής προκύπτει ίση με $\omega=2\pi N/60=136,14\text{rad/s}$. Οι συνθήκες της ροής αφορούν στην ταχύτητα εισόδου, στην στατική πίεση της εξόδου καθώς επίσης και στο πρότυπο τύρβης που χρησιμοποιείται (Spalart-Allmaras).

- Ταχύτητα εισόδου



Σχήμα 4.4: Όψη πτερυγίου από την είσοδο του χωρίου ροής.

Η απόλυτη ταχύτητα εισόδου καθορίζεται από τον συντελεστή παροχής (flow coefficient) Φ , που είναι αδιάστατος και δίνεται από τη σχέση 4.3:

$$\Phi = \frac{u_{z_{in}}}{U_{tip}} \quad (4.3)$$

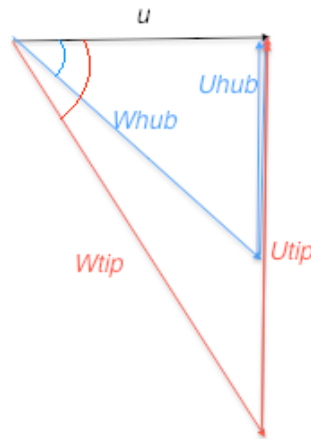
όπου $u_{z_{in}}$ η αξονική συνιστώσα της ταχύτητας εισόδου και $U_{tip} = \omega R_{tip}$ η περιφερειακή ταχύτητα στο ακροπτερύγιο. Με γνωστές τις τιμές των $\Phi=0,5$ για το σημείο σχεδιασμού και $U_{tip} = 30,56 \text{ m/s}$ (από $\omega = 136,14 \text{ rad/s}$, $R_{tip} = 0,2245 \text{ m}$) υπολογίζεται $u_{z_{in}} = 15,28 \text{ m/s}$.

Η ακτινική και η περιφερειακή συνιστώσα της ταχύτητας εισόδου είναι μηδενικές ($u_{r_{in}} = u_{\theta_{in}} = 0$), δηλαδή η ροή εισέρχεται μόνο αξονικά. Επομένως, τελικά, ισχύει $u_{in} = 15,28 \text{ m/s}$ όπου u_{in} το μέτρο της απόλυτης ταχύτητας εισόδου από το οποίο καθορίζεται και η ταχύτητα αναφοράς $u_{ref} = 15,28 \text{ m/s}$, η οποία χρησιμεύει για την αδιαστατοποίηση των ταχυτήτων, καθώς το οικείο λογισμικό αξιολόγησης χειρίζεται αδιάστατα μεγέθη.

Η σχετική ταχύτητα εισόδου w_{in} καθορίζεται από το τρίγωνο ταχυτήτων εισόδου (βλ. σχήμα 4.5) το οποίο προκύπτει από τη σχέση μεταξύ απόλυτης και σχετικής ταχύτητας:

$$\vec{u} = \vec{w} + \vec{U} \quad (4.4)$$

όπου \vec{u} η απόλυτη ταχύτητα, \vec{w} η σχετική ταχύτητα και \vec{U} η περιφερειακή ταχύτητα της περιστρεφόμενης πτερύγωσης.



Σχήμα 4.5: Τρίγωνο ταχυτήτων εισόδου.

Όπως φαίνεται από το σχήμα 4.5 το μέτρο της σχετικής ταχύτητας μεγαλώνει με την αύξηση της ακτίνας που συνεπάγεται και την αύξηση του μέτρου της περιφερειακής ταχύτητας. Ακόμη, με την αύξηση του μέτρου της σχετικής ταχύτητας αυξάνονται και οι σχετικές γωνίες β της ροής (γωνίες διανύσματος σχετικής ταχύτητας με την αξονική κατεύθυνση), οι οποίες για λειτουργία στο σημείο σχεδιασμού έχουν μικρή απόκλιση (περίπου 1°) από τις γωνίες μετάλλου εισόδου, όπως φαίνεται στον πίνακα 4.2. Η σχετική γωνία β υπολογίζεται ως:

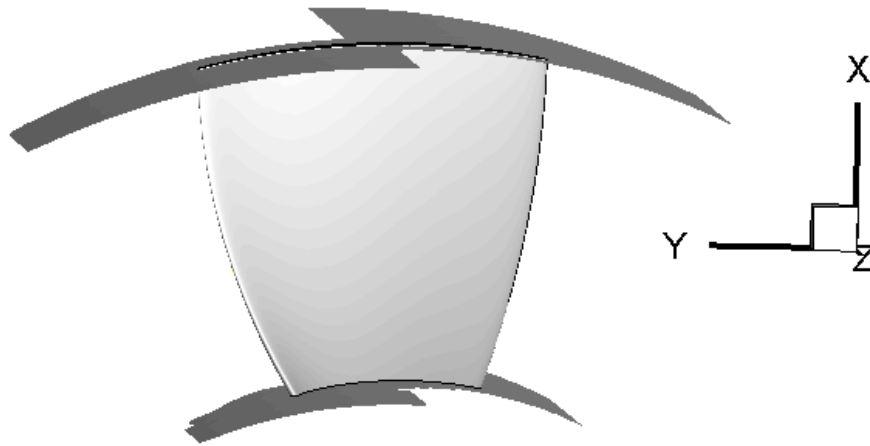
$$\beta = \arctan(w_\theta / u_z) \quad (4.5)$$

όπου w_θ η περιφερειακή συνιστώσα της σχετικής ταχύτητας και u_z η αξονική συνιστώσα της απόλυτης ταχύτητας.

Ακτινική θέση αεροτομής	Ακτίνα r (m)	Γωνία μετάλλου εισόδου β_1' ($^\circ$)	Σχετική γωνία εισόδου β_1 ($^\circ$)
Άτρακτος	0.135	49.1	50.25
Μέση ακτίνα	0.180	57.0	58.05
Ακροπτερύγιο	0.2245	62.5	63.43

Πίνακας 4.2: Γωνίες μετάλλου και σχετικές γωνίες εισόδου στις τρεις βασικές ακτινικές θέσεις.

- Πίεση εξόδου



Σχήμα 4.7: Όψη πτερυγίου από την έξοδο του χωρίου ροής.

Στην έξοδο του χωρίου ροής επιβάλλεται η οριακή συνθήκη της πίεσης βάσει της θεωρίας της ακτινικής ισορροπίας (radial equilibrium), αντί της συνθήκης μηδενικής στατικής πίεσης σε όλη την επιφάνεια εξόδου, με σκοπό την καλύτερη απεικόνιση των φυσικών φαινομένων. Εκτενέστερη αναφορά στη θεωρία της ακτινικής ισορροπίας θα γίνει στην επόμενη ενότητα όπου συγκρίνονται οι κατανομές της πίεσης (και της σχετικής γωνίας β) σε ακτινικές ζώνες στην έξοδο του χωρίου ροής με βάση τα αποτελέσματα του οικείου λογισμικού αξιολόγησης και του OpenFOAM.

- Πρότυπο τύρβης

Όσον αφορά την τύρβη, το πρότυπο που χρησιμοποιείται είναι αυτό των Spalart-Allmaras [17] το οποίο περιλαμβάνει μία διαφορική εξίσωση, μεταβλητή της οποίας είναι η $\tilde{\nu}$. Στην είσοδο του χωρίου ροής επιβάλλεται σταθερή τιμή της $\tilde{\nu}$ ενώ στην έξοδο επιβάλλονται συνθήκες αδιατάρακτης ροής [2]. Στα στερεά όρια, τα οποία περιλαμβάνουν την άτρακτο, το πτερύγιο και το κέλυφος επιβάλλεται $\tilde{\nu} = 0$.

4.1.3 Παραμετροποίηση αεροτομών

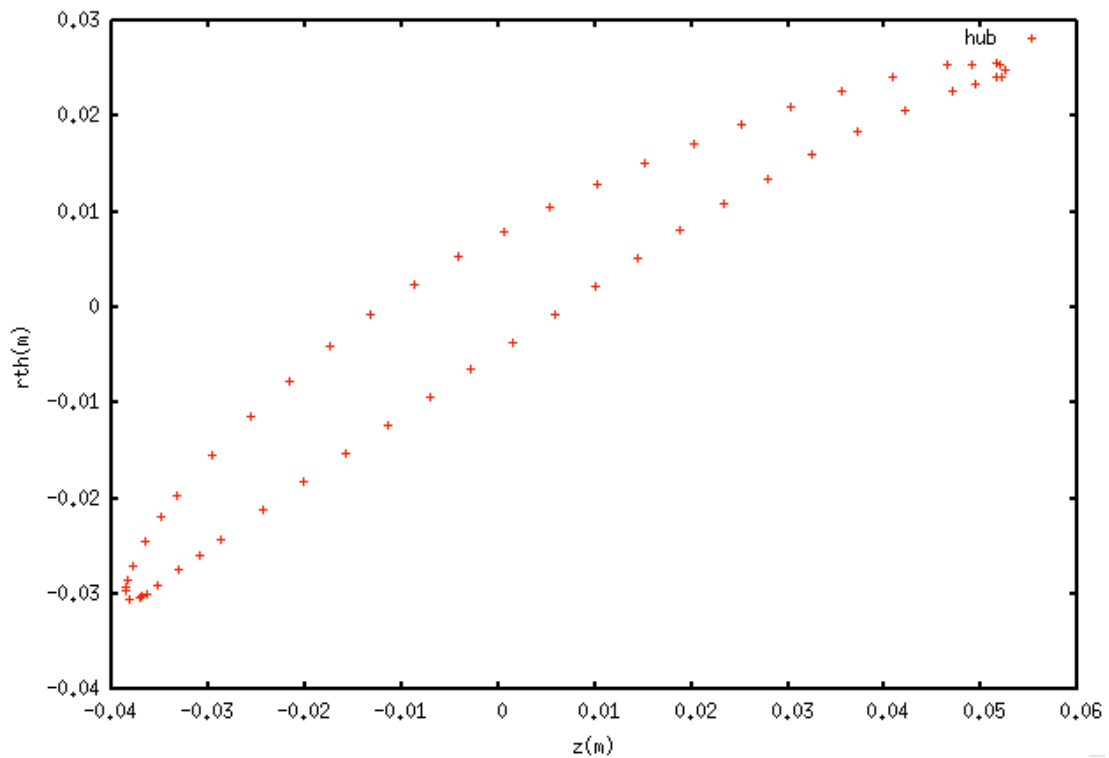
Η παραμετροποίηση των αεροτομών πραγματοποιείται με χρήση των σημείων ελέγχου Bezier (Bezier control points) οι συντεταγμένες των οποίων αποτελούν και τις μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος βελτιστοποίησης. Όπως έχει αναφερθεί, στην παρούσα εργασία επιλέγεται η τεχνική της πολυεπίπεδης παραμετροποίησης, με χρήση δύο επιπέδων βελτιστοποίησης. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι οι αεροτομές στο υψηλό επίπεδο, που είναι και αυτό με τη μεγαλύτερη ακρίβεια, παραμετροποιούνται με περισσότερα σημεία ελέγχου από αυτές του χαμηλού επιπέδου. Επομένως, για την αξιολόγηση του πτερυγίου αναφοράς, η οποία πραγματοποιείται πριν την εκκίνηση του αλγορίθμου βελτιστοποίησης, προφανώς προτιμάται η λεπτομερής παραμετροποίηση του υψηλού επιπέδου η οποία και δίνει ακριβέστερο αποτέλεσμα.

Η παραμετροποίηση των αεροτομών με χρήση σημείων ελέγχου Bezier καθίσταται δυνατή χάρη στο λογισμικό “Build An Airfoil (BAA)” του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ το οποίο αναπαριστά σε γραφικό περιβάλλον τον αλγόριθμο κατασκευής των καμπυλών Bezier. Με αυτόν τον τρόπο είναι εφικτό, έχοντας ως δεδομένη τη γεωμετρία μιας καμπύλης, να εξαχθούν τα σημεία ελέγχου Bezier από τα οποία αυτή κατασκευάζεται. Ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να εκλέξει και τον αριθμό των σημείων ελέγχου ανάλογα με την ακρίβεια που επιθυμείται, αφού η ίδια καμπύλη Bezier μπορεί να κατασκευάζεται από λιγότερα ή περισσότερα από αυτά.

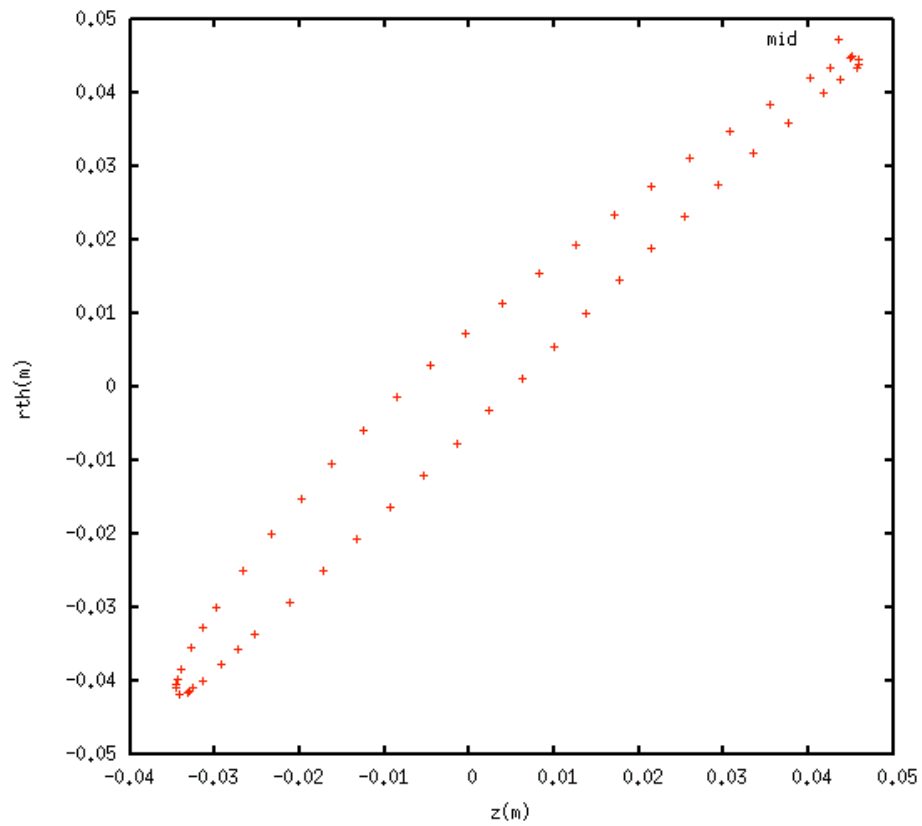
Όσον αφορά στις αεροτομές, η εξαγωγή των σημείων ελέγχου αποσκοπεί στην κατασκευή των καμπυλών τους με μεγαλύτερη ακρίβεια ώστε να είναι δυνατή η δημιουργία του υπολογιστικού πλέγματος που απαιτείται για την επίλυση των εξισώσεων ροής. Τονίζεται ότι η γεωμετρία των καμπυλών δε διαταράσσεται, απλά κατασκευάζονται από περισσότερα σημεία.

Η γεωμετρία των αρχικών αεροτομών του πτερυγίου αναφοράς περιλαμβάνει 29 σημεία τόσο για την καμπύλη της πλευράς υπερπίεσης (pressure side) όσο και για αυτή της πλευράς υποπίεσης (suction side), δηλαδή 56 σημεία συνολικά αφού οι ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής ανήκουν και στις δύο καμπύλες. Σημειώνεται ότι τα σημεία ελέγχου εξάγονται ξεχωριστά για κάθε καμπύλη. Οι ακριβέστερες αεροτομές του πτερυγίου αναφοράς δημιουργούνται με 91 σημεία για τις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης, δηλαδή 180 σημεία συνολικά. Στη διαδικασία της βελτιστοποίησης, διατηρείται ο αριθμός των 91 σημείων για κάθε πλευρά, τα οποία δημιουργούνται από κάθε υποψήφια λύση, δηλαδή από κάθε συνδυασμό σημείων ελέγχου που προκύπτει από τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης.

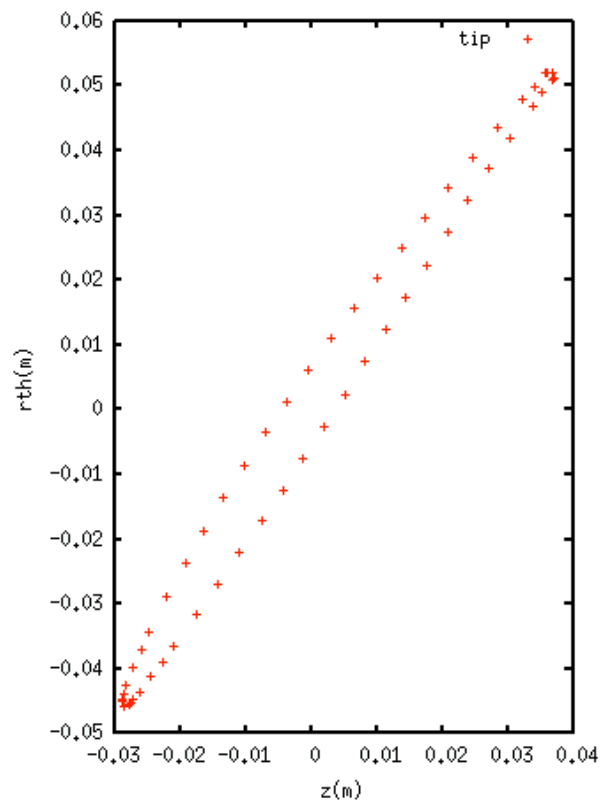
Απαραίτητη προϋπόθεση ώστε να εξαχθούν τα σημεία ελέγχου είναι η μετακίνηση, η στροφή και η αδιαστατοποίηση των αεροτομών με το μήκος της χορδής, έτσι ώστε η χορδή να βρίσκεται πάνω στον οριζόντιο άξονα z και το νέο σημείο πρόσπτωσης να είναι η αρχή των αξόνων $(0,0)$, ενώ το νέο σημείο εκφυγής να είναι το $(1,0)$. Η διαδικασία περιγράφεται αναλυτικά στην επόμενη ενότητα. Στα σχήματα 4.8, 4.9 και 4.10 παρουσιάζονται οι αρχικές αεροτομές (δηλαδή των 29 σημείων για κάθε πλευρά) του πτερυγίου αναφοράς στις τρεις ακτινικές θέσεις.



Σχήμα 4.8: Αρχική αεροτομή πτερυγίου αναφοράς στην ακτίνα ατράκτου (hub).



Σχήμα 4.9: Αρχική αεροτομή πτερυγίου αναφοράς στη μέση ακτίνα (mid).



Σχήμα 4.10: Αρχική αεροτομή πτερυγίου αναφοράς στο ακροπτερύγιο (tip).

Μετακίνηση, στροφή και αδιαστατοποίηση αεροτομών

Η διαδικασία που περιγράφεται στον τίτλο της ενότητας ακολουθείται με αυτήν ακριβώς τη σειρά. Αρχικά, οι αεροτομές μετακινούνται έτσι ώστε το σημείο πρόσπτωσης να συμπίπτει με την αρχή των αξόνων $z, r\theta$, δηλαδή το $(0,0)$. Για να συμβεί αυτό αφαιρούνται από όλα τα σημεία κάθε αεροτομής οι συντεταγμένες της ακμής πρόσπτωσης $(z_{LE}, r\theta_{LE})$. Στη συνέχεια, με τη χρήση ενός μητρώου στροφής, η χορδή συμπίπτει με τον άξονα z . Τέλος, οι συντεταγμένες όλων των σημείων αδιαστατοποιούνται με το μήκος της χορδής ώστε το νέο σημείο εκφυγής να είναι το $(1,0)$. Τα παραπάνω αποτυπώνονται στις σχέσεις 4.6, 4.7, 4.8.

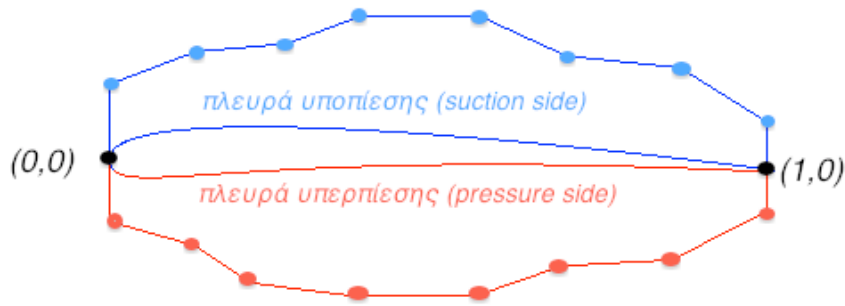
$$\begin{bmatrix} z' \\ r\theta' \end{bmatrix} = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z - z_{LE} \\ r\theta - r\theta_{LE} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$\Rightarrow z' = \frac{1}{c} [(z - z_{LE}) \cos \gamma + (r\theta - r\theta_{LE}) \sin \gamma] \quad (4.7)$$

$$r\theta' = \frac{1}{c} [-(z - z_{LE}) \sin \gamma + (r\theta - r\theta_{LE}) \cos \gamma] \quad (4.8)$$

Με $z', r\theta'$ συμβολίζονται τα σημεία των αδιαστατοποιημένων αεροτομών, με c το μήκος της χορδής, με $z, r\theta$ τα σημεία των αρχικών αεροτομών, με $z_{LE}, r\theta_{LE}$ οι συντεταγμένες του σημείου πρόσπτωσης των αρχικών αεροτομών και με γ η γωνία κλίσης.

Πλέον, είναι εφικτή η εξαγωγή των σημείων ελέγχου για τις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης, ξεχωριστά για την καθεμία, όπως έχει αναφερθεί. Για την παραμετροποίηση της κάθε πλευράς επιλέγονται 10 σημεία ελέγχου, με πρώτο το $(0,0)$ και τελευταίο το $(1,0)$ αφού αυτά τα σημεία αντιστοιχούν στο πρώτο και το τελευταίο της κάθε καμπύλης. Για λόγους συνέχειας, το δεύτερο και το προτελευταίο σημείο ελέγχου έχουν την ίδια τετμημένη με το πρώτο και το τελευταίο αντίστοιχα, δηλαδή 0 και 1. Τα παραπάνω φαίνονται στο σχήμα 4.11. Πρέπει να αναφερθεί ότι στη διαδικασία της βελτιστοποίησης οι συντεταγμένες του πρώτου και του τελευταίου σημείου ελέγχου καθώς και οι τετμημένες του δεύτερου και του προτελευταίου σημείου ελέγχου διατηρούνται σταθερές.



Σχήμα 4.11: Παραμετροποίηση αεροτομής με 10 σημεία ελέγχου για κάθε πλευρά. Οι τετμημένες του δεύτερου και του προτελευταίου σημείου ελέγχου κάθε πλευράς είναι αυτές του πρώτου και του τελευταίου αντίστοιχα, δηλαδή 0 και 1, για λόγους συνέχειας της παραγώγου του περιγράμματος.

4.1.4 Διαδικασία αξιολόγησης

Από το σημείο αυτό η διαδικασία που περιγράφεται ακολουθείται και για την αξιολόγηση κάθε υποψήφιας λύσης που προκύπτει από το λογισμικό βελτιστοποίησης. Τονίζεται ότι το προηγούμενο στάδιο της αδιαστατοποίησης προκειμένου να βρεθούν τα σημεία ελέγχου αφορούσε μόνο στις αεροτομές του πτερυγίου αναφοράς, αφού στη βελτιστοποίηση τα σημεία ελέγχου θα προκύπτουν τυχαία από τον εξελικτικό αλγόριθμο και θα δημιουργούν απευθείας τις ακριβείς αδιάστατες αεροτομές, οι οποίες θα κατασκευάζονται από 91 σημεία για κάθε πλευρά, δηλαδή 180 σημεία συνολικά.

Δημιουργία αδιάστατων αεροτομών με περισσότερα σημεία

Έχοντας εξάγει τα σημεία ελέγχου της κάθε αεροτομής, πλέον είναι εφικτή η αύξηση των σημείων των πλευρών υπερπίεσης και υποπίεσης με χρήση του αλγορίθμου κατασκευής των καμπυλών Bezier. Τα σημεία των νέων αδιάστατων αεροτομών προκύπτουν από τις σχέσεις 4.9, 4.10 [19].

$$z_{rot}(t) = \sum_{i=0}^N z_i C_i(t) \quad (4.9)$$

$$r\theta_{rot}(t) = \sum_{i=0}^N r\theta_i C_i(t) \quad (4.10)$$

όπου με $z_i, r\theta_i$ συμβολίζονται οι συντεταγμένες των σημείων ελέγχου, $t \in [0,1]$, $C_i(t)$ το μητρώο των πολυωνύμων Bezier και $N = 9$ αφού έχουμε $N + 1 = 10$ σημεία ελέγχου. Η παράμετρος t αποκτά 91 τιμές στο διάστημα $[0,1]$ (διακριτοποιείται με άνισα διαστήματα) που καθεμία αντιστοιχεί και σε ένα σημείο της καμπύλης Bezier.

Δημιουργία διαστατοποιημένων αεροτομών

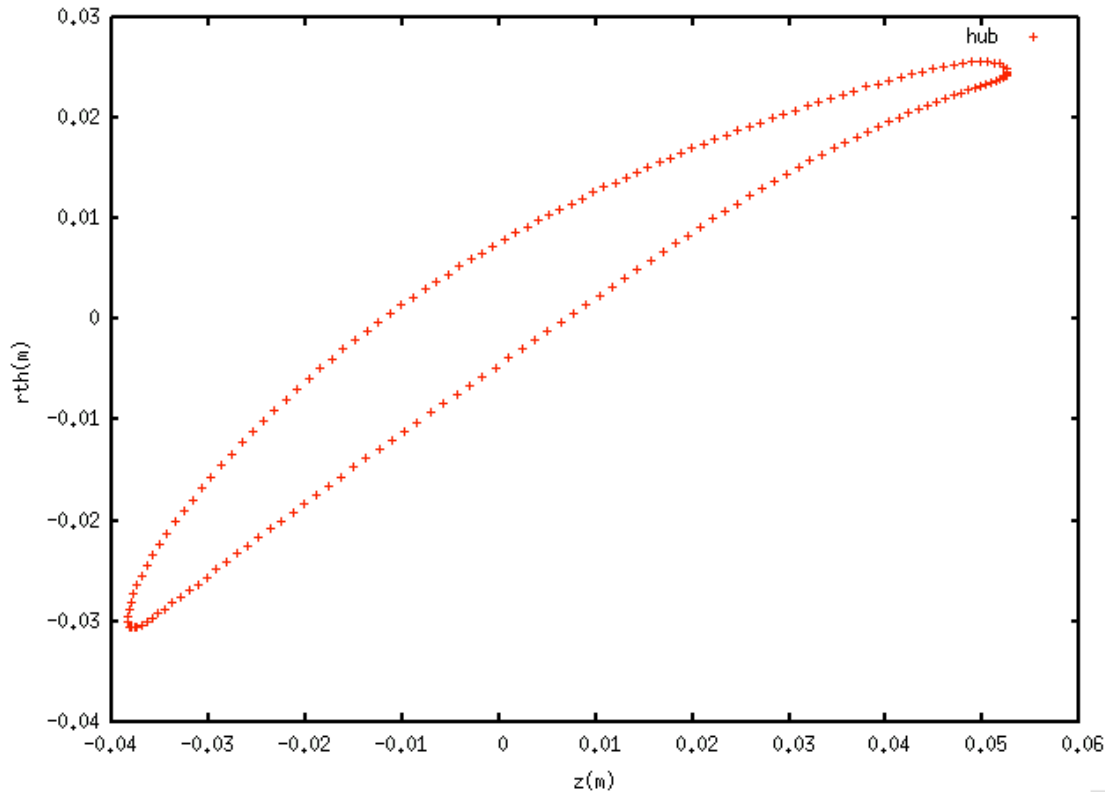
Οι αδιάστατες αεροτομές που δημιουργήθηκαν στο προηγούμενο στάδιο σε αυτή τη φάση αρχικά διαστατοποιούνται με τον πολλαπλασιασμό των συντεταγμένων τους με τη χορδή και, στη συνέχεια, πολλαπλασιάζονται με το αντίστροφο μητρώο στροφής ώστε να αποκτήσουν και πάλι τη γωνία κλίσης που τους αναλογεί. Τέλος, μετακινούνται κατά τις συντεταγμένες του σημείου πρόσπτωσης έτσι ώστε τα σημεία πρόσπτωσης και εκφυγής να συμφωνούν με την αρχική γεωμετρία (ανεξάρτητα από το σχήμα της εκάστοτε αεροτομής, οι ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής διατηρούνται σταθερές εφόσον τα σημεία ελέγχου που αντιστοιχούν σε αυτές, δηλαδή το πρώτο και το τελευταίο, διατηρούνται σταθερά στη διαδικασία της βελτιστοποίησης).

Όσον αφορά τις αεροτομές του πτερυγίου αναφοράς, η διαδικασία που περιγράφηκε τις επαναφέρει απλώς στις αρχικές τους θέσεις, πλέον όμως οι καμπύλες τους είναι ακριβέστερα κατασκευασμένες (από 91 σημεία κάθε πλευρά). Τα παραπάνω αποτυπώνονται στις σχέσεις 4.11, 4.12, 4.13. Στα σχήματα 4.12, 4.13, 4.14 παρουσιάζονται οι διαστατοποιημένες ακριβείς αεροτομές του πτερυγίου αναφοράς.

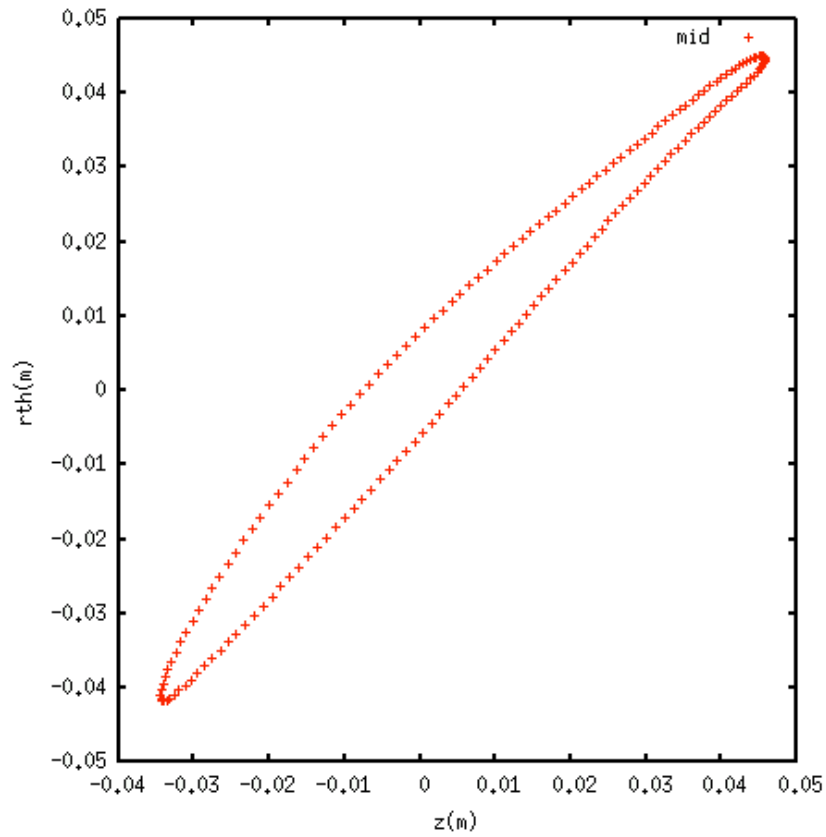
$$\begin{bmatrix} z \\ r\theta \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma \\ \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{rot} \\ r\theta_{rot} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{LE} \\ r\theta_{LE} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\Rightarrow z = c(z_{rot} \cos\gamma - r\theta_{rot} \sin\gamma) + z_{LE} \quad (4.12)$$

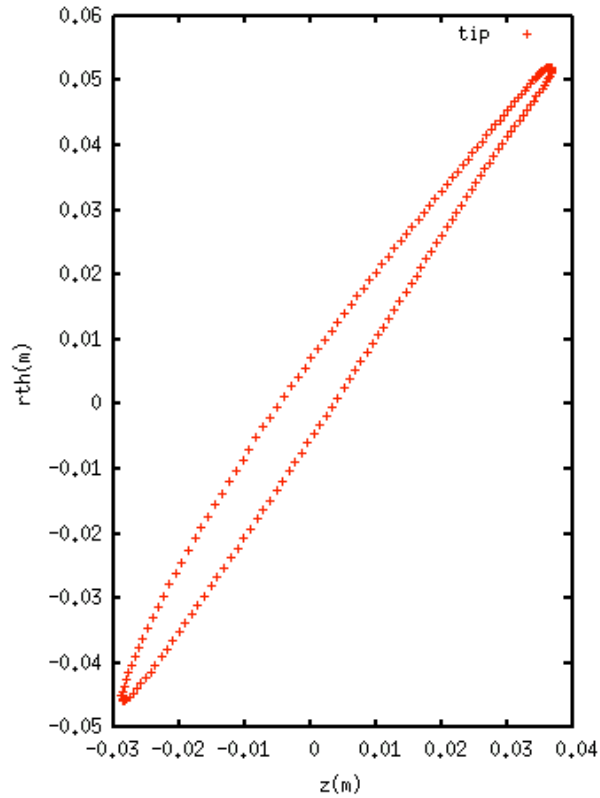
$$r\theta = c(z_{rot} \sin\gamma + r\theta_{rot} \cos\gamma) + r\theta_{LE} \quad (4.13)$$



Σχήμα 4.12: Ακριβής διαστατοποιημένη αεροτομή πτερυγίου αναφοράς στην ακτίνα ατράκτου (hub).



Σχήμα 4.13: Ακριβής διαστατοποιημένη αεροτομή πτερυγίου αναφοράς στη μέση ακτίνα (mid).



Σχήμα 4.14: Ακριβής διαστατοποιημένη αεροτομή πτερυγίου αναφοράς στο ακροπτερύγιο (tip).

Δημιουργία υπολογιστικού πλέγματος

Έχοντας κατασκευάσει τις αεροτομές στο επίπεδο $(z, r\theta)$ είναι πλέον εφικτή με χρήση απλών μετασχηματισμών η αναπαράσταση τους στον τριδιάστατο χώρο τόσο στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (x, y, z) όσο και στο κυλινδρικό (r, θ, z) με απώτερο σκοπό τη δημιουργία του υπολογιστικού πλέγματος, η οποία πραγματοποιείται από τον πλεγματοποιητή της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ. Για να κατασκευαστεί το πλέγμα ο πλεγματοποιητής μπορεί να χρησιμοποιήσει οποιαδήποτε από τις δύο αναπαραστάσεις. Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας επιλέγεται το καρτεσιανό σύστημα x, y, z , ωστόσο οι κυλινδρικές συντεταγμένες υπολογίζονται ούτως ή άλλως αφού είναι απαραίτητες για τον υπολογισμό των καρτεσιανών, όπως θα φανεί στη συνέχεια. Οι μετασχηματισμοί από το καρτεσιανό σύστημα στο κυλινδρικό και αντιστρόφως παρουσιάζονται στις σχέσεις 4.14, 4.15, 4.16, 4.17. Σημειώνεται πως η αξονική κατεύθυνση z παραμένει ίδια και στα δύο συστήματα.

- Από καρτεσιανό σε κυλινδρικό

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (4.14)$$

$$\theta = \arctan(y/x) \quad (4.15)$$

- Από κυλινδρικό σε καρτεσιανό

$$x = r \cos \theta \quad (4.16)$$

$$y = r \sin \theta \quad (4.17)$$

Ο τρόπος με τον οποίο αναπαριστώνται οι αεροτομές στο επίπεδο, δηλαδή από τους άξονες $(z, r\theta)$, ουσιαστικά “οδηγεί” στο να πραγματοποιηθεί πρώτα ο υπολογισμός των κυλινδρικών συντεταγμένων εφόσον η ακτίνα κάθε αεροτομής είναι γνωστή και το μόνο που χρειάζεται είναι να διαιρεθεί το γινόμενο $r\theta$ με την ακτίνα της εκάστοτε αεροτομής ώστε να υπολογιστούν οι περιφερειακές συντεταγμένες θ , ενώ οι αξονικές συντεταγμένες z είναι ήδη γνωστές. Μετά την εύρεση των περιφερειακών συνιστωσών οι καρτεσιανές συντεταγμένες υπολογίζονται σύμφωνα με τις προηγούμενες σχέσεις 4.16, 4.17. Η σειρά των μετασχηματισμών αποτυπώνεται στις σχέσεις 4.18, 4.19.

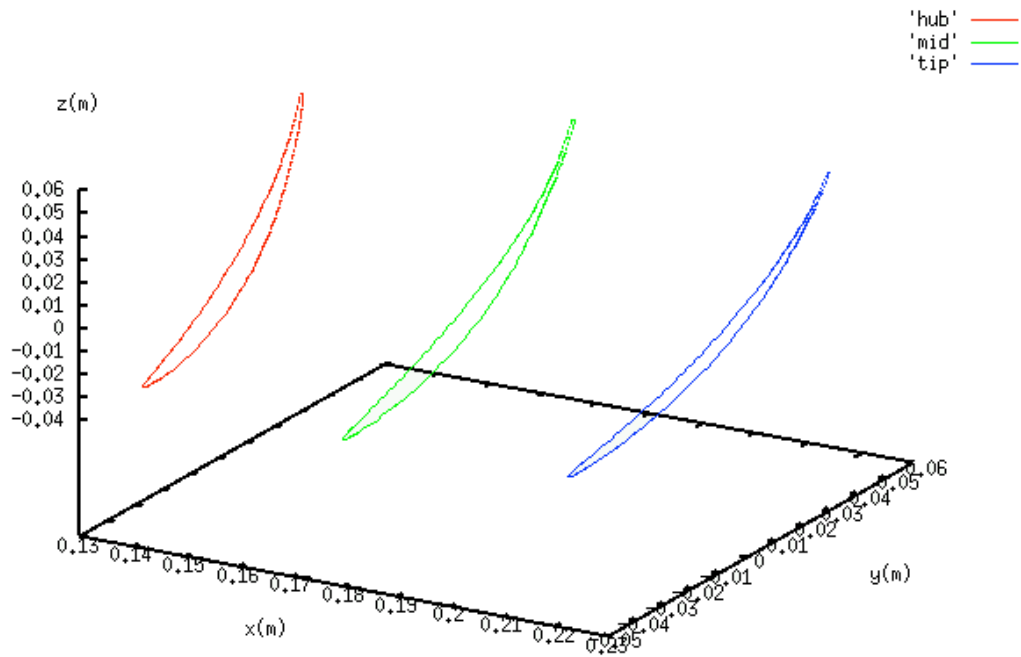
1) Υπολογισμός κυλινδρικών συντεταγμένων:

$$\begin{bmatrix} r \\ \theta \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ r\theta/r \\ z \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

2) Υπολογισμός καρτεσιανών συντεταγμένων:

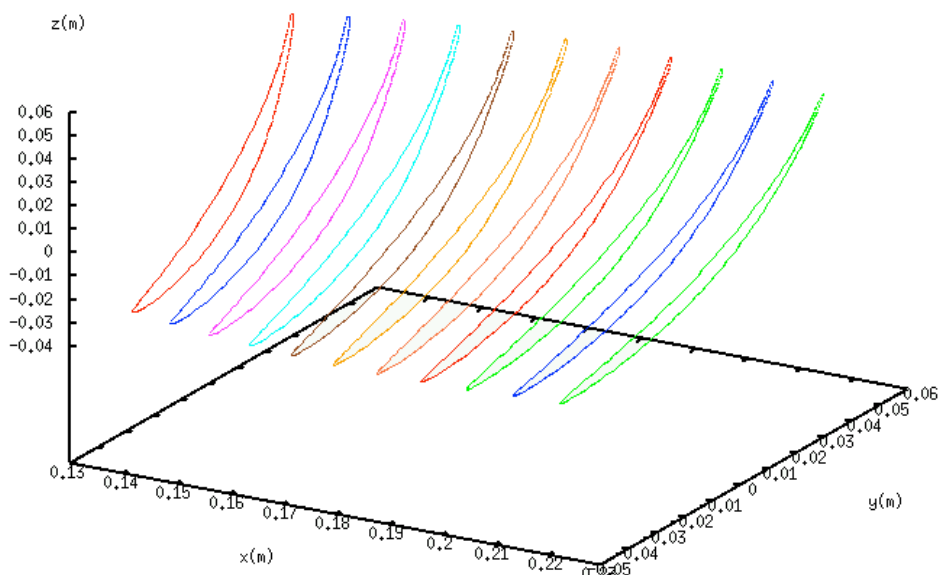
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \cos \theta \\ r \sin \theta \\ z \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Στο σχήμα 4.15 παρουσιάζονται οι αεροτομές στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.



Σχήμα 4.15: Αναπαράσταση αεροτομών στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

Για την κατασκευή του πλέγματος χρησιμοποιείται έτοιμο λογισμικό της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ το οποίο με παρεμβολή δημιουργεί αεροτομές σε διάφορες ακτινικές θέσεις εκτός των τριών βασικών. Συνολικά σχηματίζονται αεροτομές σε 11 ακτινικές θέσεις, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.16.

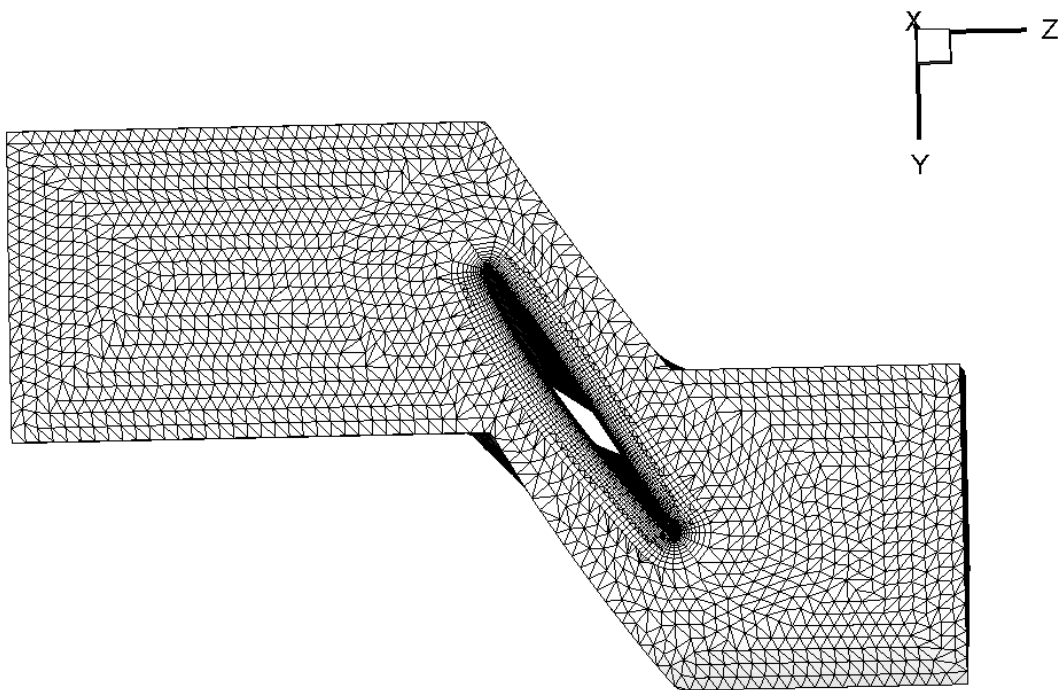


Σχήμα 4.16: Αεροτομές από παρεμβολή σε 11 ακτινικές θέσεις.

Στη συνέχεια, δημιουργείται το υπολογιστικό πλέγμα. Αρχικά, κατασκευάζονται διδιάστατα μη-δομημένα υβριδικά (αποτελούμενα από τριγωνικά και τετραγωνικά στοιχεία) πλέγματα σε διάφορες ακτινικές θέσεις. Στη συνέχεια, με πολυωνμική παρεμβολή, τα σημεία των διδιάστατων πλεγμάτων ενώνονται ώστε τελικά να σχηματιστεί το τριδιάστατο μη-δομημένο υβριδικό πλέγμα που αποτελείται από τετράεδρα, πυραμίδες τετραγωνικής βάσης, πρίσματα και εξάεδρα [2] και το οποίο περιλαμβάνει 332967 κόμβους. Το χωρίο ροής εκτείνεται αξονικά σε μήκος 0,34m, ακτινικά σε μήκος 0,0895m (διαφορά μεταξύ ακτίνας στην άτρακτο και ακτίνας στο ακροπτερύγιο) και περιφερειακά σε γωνία 55°. Στα σχήματα 4.17, 4.18 απεικονίζεται το πλέγμα από διάφορες όψεις.



Σχήμα 4.17: Όψη πλέγματος από περιοδικό όριο.



Σχήμα 4.18: Όψη πλέγματος από ακροπερύγιο.

Υπολογισμός συνάρτησης κόστους

Μετά τη δημιουργία του πλέγματος επιλύονται οι εξισώσεις της ροής ώστε να υπολογιστεί η τιμή της συνάρτησης κόστους. Η προς ελαχιστοποίηση συνάρτηση κόστους F (σχέση 4.20) παριστάνει τις μέσες, σταθμισμένες με τη μάζα, απώλειες της σχετικής ολικής πίεσης p_{iR} μεταξύ της εισόδου και της εξόδου του χωρίου ροής, αδιαστατοποιημένες με μια πίεση αναφοράς p_{ref} , καθώς το λογισμικό αξιολόγησης χειρίζεται αδιάστατα μεγέθη.

$$F = \frac{1}{p_{ref}} \left[\frac{\int_{S_{inlet}} p_{iR} \vec{u} \cdot \vec{n} dS - \int_{S_{outlet}} p_{iR} \vec{u} \cdot \vec{n} dS}{\int_{S_{inlet}} \vec{u} \cdot \vec{n} dS} \right] \quad (4.20)$$

όπου \vec{u} το διάνυσμα της ταχύτητας, \vec{n} το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα που κατευθύνεται στο εξωτερικό του πεδίου ροής και S_{inlet} , S_{outlet} οι επιφάνειες εισόδου και εξόδου του χωρίου ροής αντίστοιχα.

Η πίεση αναφοράς προκύπτει ως εξής:

$$p_{ref} = \rho u_{ref}^2 \quad (4.21)$$

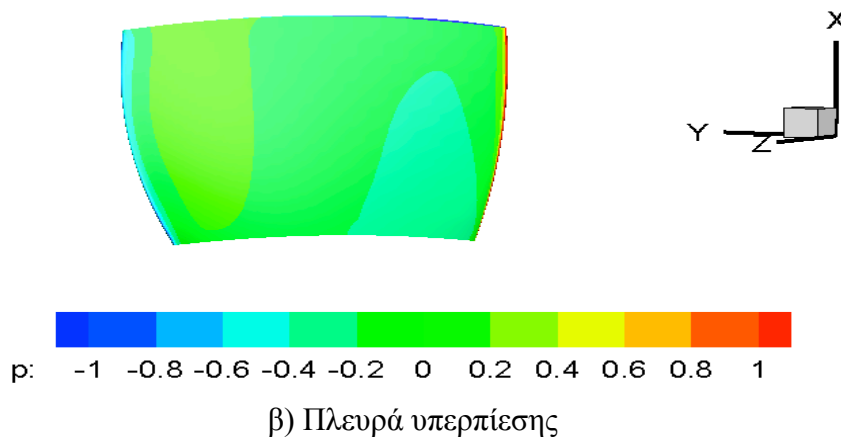
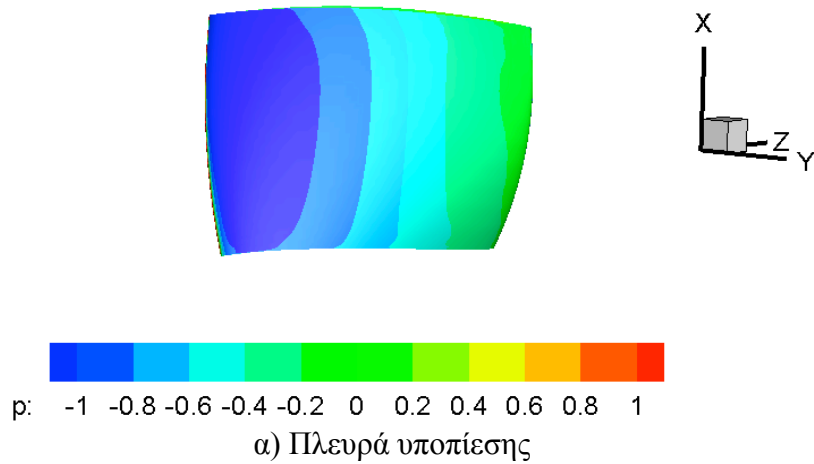
όπου $\rho = 1kg/m^3$ η πυκνότητα του αέρα και $u_{ref} = 15,28m/s$ η ταχύτητα αναφοράς που χρησιμοποιείται για την αδιαστατοποίηση των ταχυτήτων, επομένως τελικά προκύπτει $p_{ref} = 233,48pa$.

Η σχετική ολική πίεση προκύπτει ως εξής [18]:

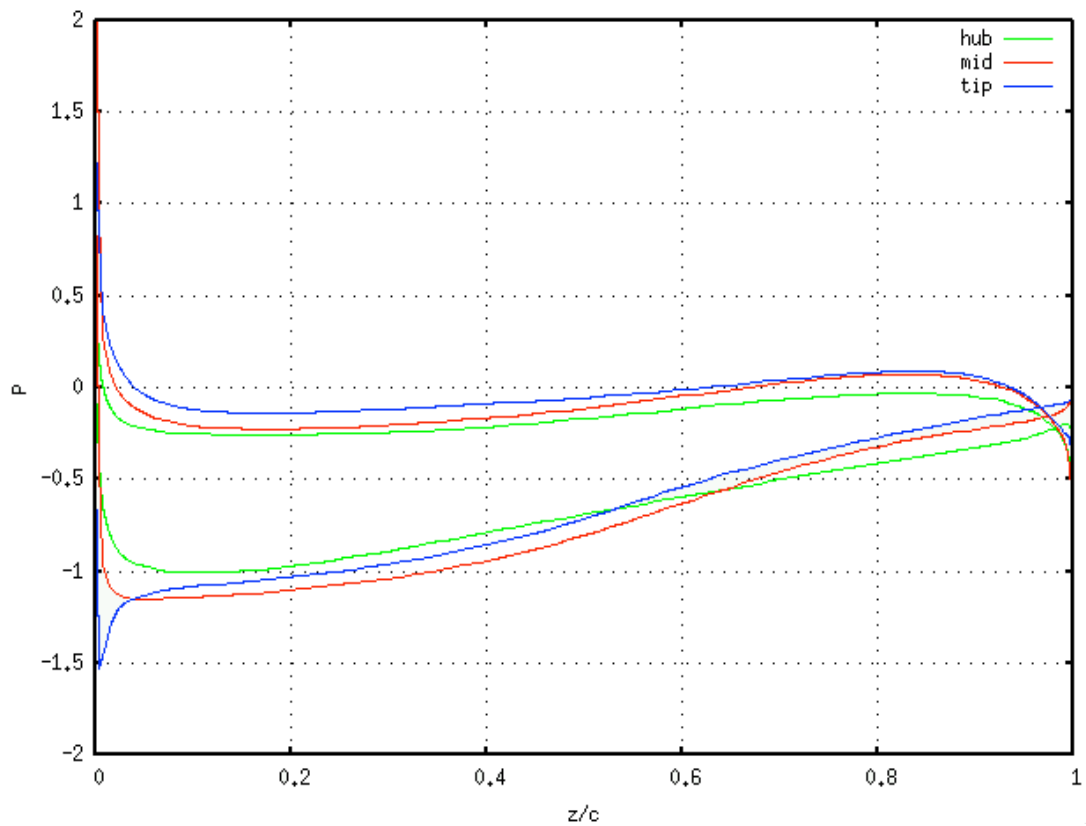
$$p_{iR} = p + \frac{1}{2} \rho w^2 - \frac{1}{2} \rho U^2 \quad (4.22)$$

όπου p η στατική πίεση, w το μέτρο της σχετικής ταχύτητας και $U = \omega R$ το μέτρο της περιφερειακής ταχύτητας του περυγίου, όπου ω η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής και R η ακτίνα.

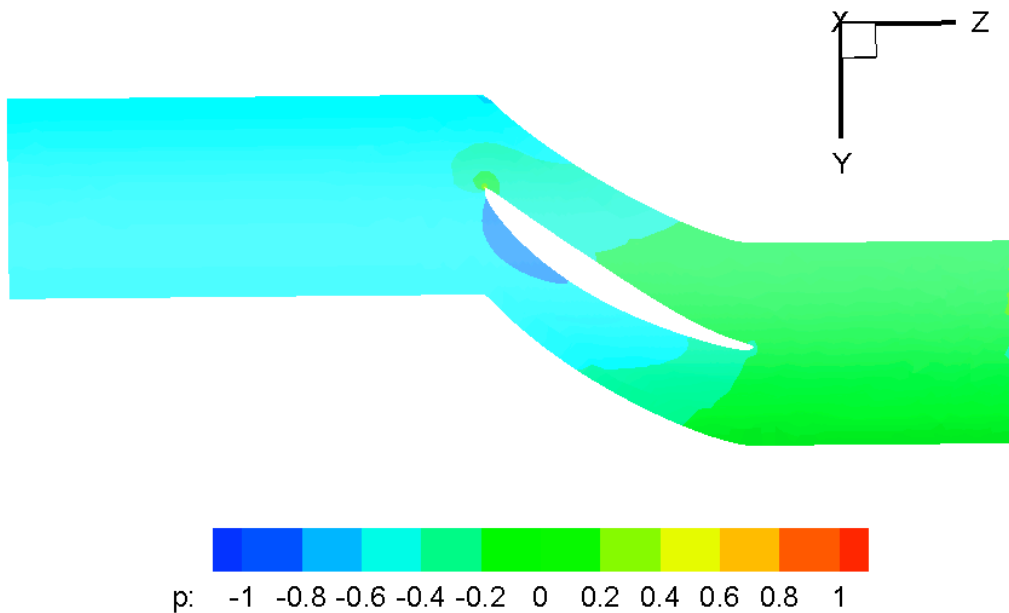
Μετά την αξιολόγηση του περυγίου αναφοράς η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης προκύπτει ίση με $F = 0,207$. Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται: η κατανομή της αδιάστατης στατικής πίεσης (προκύπτει από την αδιαστατοποίηση της στατικής πίεσης με την πίεση αναφοράς $p_{ref}=233,48\text{pa}$) στις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης του περυγίου, οι κατανομές της αδιάστατης στατικής πίεσης κατά μήκος της αδιάστατης χορδής στις τρεις αεροτομές, οι κατανομές της αδιάστατης στατικής πίεσης σε τομές του χωρίου ροής κατά τις τρεις ακτινικές θέσεις καθώς και οι κατανομές του μέτρου της αδιάστατης απόλυτης και της αδιάστατης σχετικής ταχύτητας σε τομή στη μέση ακτίνα του χωρίου ροής.



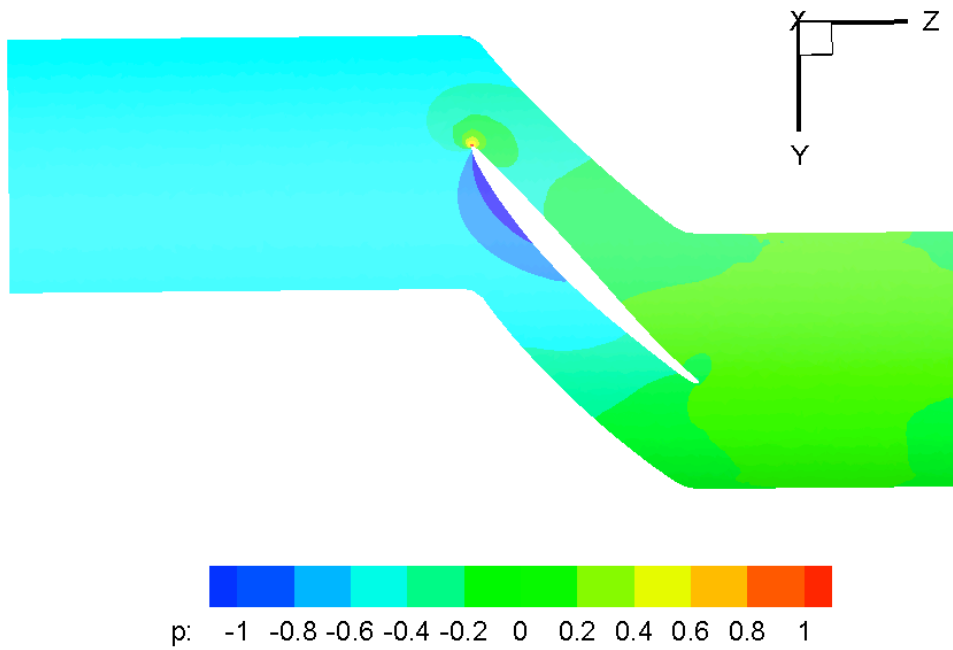
Σχήμα 4.19: Κατανομή αδιάστατης στατικής πίεσης στο περύγιο αναφοράς στην πλευρά υποπίεσης (α) και στην πλευρά υπερπίεσης (β) από όπου φαίνεται η διαφορά των πιέσεων μεταξύ των δύο πλευρών.



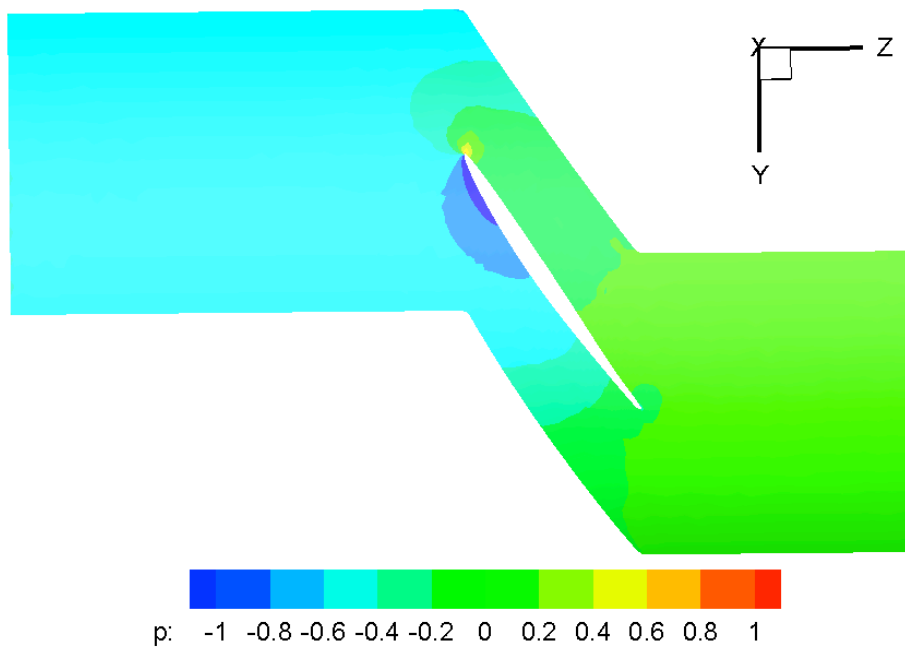
Σχήμα 4.20: Κατανομές αδιάστατης στατικής πίεσης κατά μήκος της αδιάστατης χορδής στις αεροτομές των τριών ακτινικών θέσεων (άτρακτος, μέση ακτίνα, ακροπτερύγιο).



Σχήμα 4.21: Κατανομή αδιάστατης στατικής πίεσης σε τομή στην ακτίνα άτρακτου του χωρίου ροής.

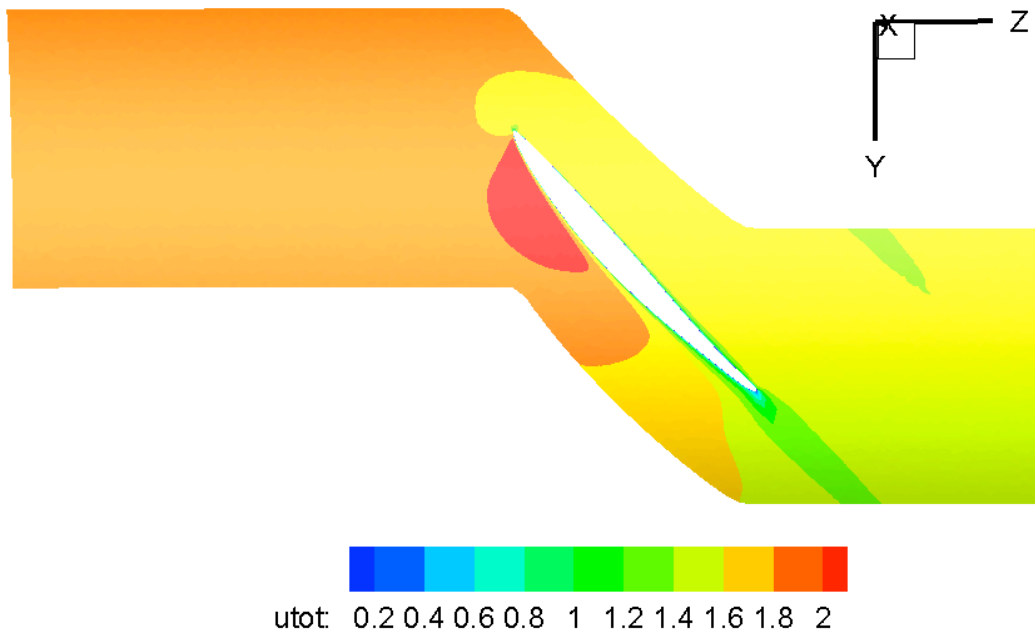


Σχήμα 4.22: Κατανομή αδιάστατης στατικής πίεσης σε τομή στη μέση ακτίνα του χωρίου ροής.

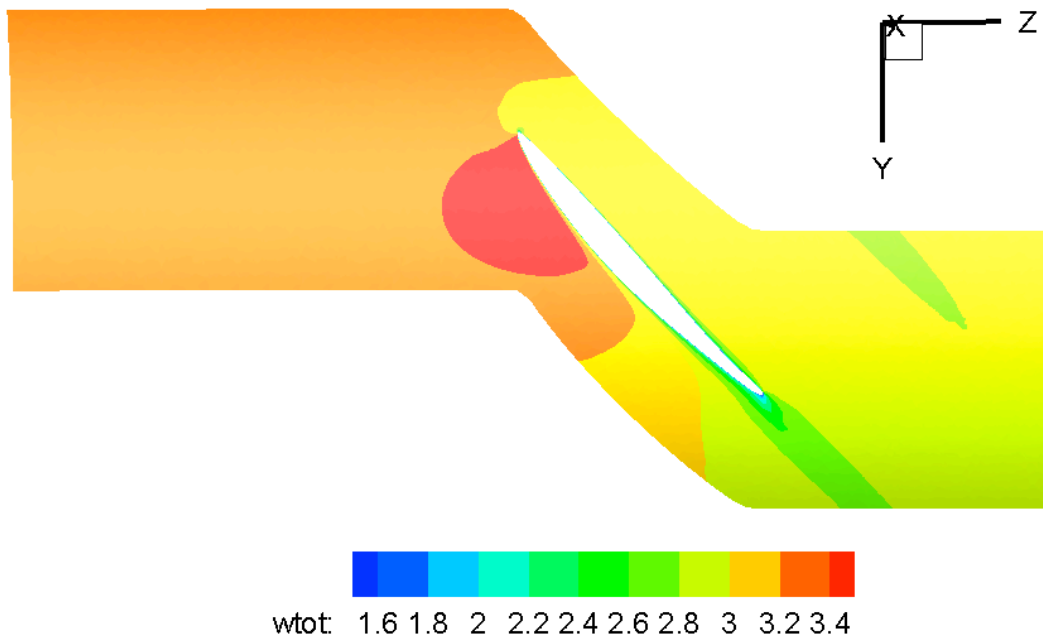


Σχήμα 4.23: Κατανομή αδιάστατης στατικής πίεσης σε τομή στην ακτίνα ακροπτερυγίου του χωρίου ροής.

Στα προηγούμενα σχήματα 4.21, 4.22, 4.23 φαίνεται η αναμενόμενη αύξηση της πίεσης κατάντι του περυγίου μετά την πρόσδοση ενέργειας στον αέρα από την περιστρεφόμενη πτερύγωση.



Σχήμα 4.24: Κατανομή μέτρου αδιάστατης απόλυτης ταχύτητας σε τομή στη μέση ακτίνα.



Σχήμα 4.25: Κατανομή μέτρου αδιάστατης σχετικής ταχύτητας σε τομή στη μέση ακτίνα.

Στα σχήματα 4.24, 4.25 που προηγήθηκαν είναι εμφανής η μείωση του μέτρου τόσο της απόλυτης όσο και της σχετικής ταχύτητας κατάντι του πτερυγίου σε σχέση με την είσοδο της πτερύγωσης.

4.2 Σύγκριση οικείου λογισμικού αξιολόγησης με OpenFOAM

Στην ενότητα αυτή πραγματοποιείται η σύγκριση των αποτελεσμάτων που προκύπτουν από το λογισμικό αξιολόγησης του ΕΘΣ με αυτά του ανοιχτού λογισμικού OpenFOAM. Συγκεκριμένα, αυτά που συγκρίνονται είναι οι μέσες μαζικές τιμές της στατικής πίεσης p και της σχετικής γωνίας β στην έξοδο του χωρίου ροής συναρτήσει της ακτίνας. Οι κατανομές αυτές προκύπτουν αφού πρώτα το χωρίο ροής της εξόδου χωριστεί σε ακτινικές ζώνες σε καθεμία από τις οποίες αντιστοιχεί μια τιμή της ακτίνας, και συγκεκριμένα η μέση ακτίνα κάθε ζώνης. Στη συνέχεια, για κάθε ακτινική ζώνη υπολογίζεται η μαζικά μέση τιμή του εκάστοτε μεγέθους έτσι ώστε να προκύψει η αντίστοιχη κατανομή συναρτήσει της ακτίνας.

Όπως έχει αναφερθεί και στην αρχή του κεφαλαίου, οι βασικές διαφορές των δύο λογισμικών επίλυσης εντοπίζονται στη διαφορετική διατύπωση της μεθόδου των πεπερασμένων όγκων και στη διαφορετική μέθοδο που χρησιμοποιούν στην επίλυση ασυμπίεστων ροών. Το λογισμικό της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ χρησιμοποιεί κεντροκομβική (vertex-centered) διατύπωση πεπερασμένων όγκων (οι μεταβλητές της ροής αποθηκεύονται σε κάθε κόμβο) και τη μέθοδο της ψευδοσυμπιεστότητας (pseudo-compressibility) για την επίλυση της ασυμπίεστης ροής ενώ το OpenFOAM κεντροκυβελική διατύπωση πεπερασμένων όγκων (οι μεταβλητές της ροής αποθηκεύονται στο κέντρο κάθε κελιού) και τον αλγόριθμο SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations), που ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία των μεθόδων διόρθωσης πίεσης (pressure correction methods), για την επίλυση της ασυμπίεστης ροής.

Άξια αναφοράς είναι και η επιτάχυνση που επιτυγχάνεται στην επίλυση των εξισώσεων ροής με τη χρήση του λογισμικού της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ, καθώς το τελευταίο τρέχει σε κάρτες επεξεργαστών γραφικών (graphics processing units-GPUs) ενώ το OpenFOAM τρέχει σε απλούς παράλληλους επεξεργαστές (CPUs). Στην αντιπαράθεση μίας GPU με μία CPU η ταχύτητα επίλυσης μπορεί να είναι ακόμα και 100 φορές μεγαλύτερη (στην εργασία [2] από σύγκριση που πραγματοποιήθηκε φτάνει το 108x). Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας η ταχύτητα επίλυσης της ροής από το οικείο λογισμικό σε μία GPU ήταν περίπου 8 φορές μεγαλύτερη από αυτήν του OpenFOAM σε 8 παράλληλες CPUs.

4.2.1 Κατανομή στατικής πίεσης στην επιφάνεια εξόδου του χωρίου ροής

Η κατανομή της μέσης μαζικής στατικής πίεσης συναρτήσει της ακτίνας $p(r)$ προκύπτει από τις τιμές της στατικής πίεσης στους κόμβους της επιφάνειας εξόδου του χωρίου ροής. Η οριακή συνθήκη για τη στατική πίεση στην έξοδο καθορίζεται με βάση τη θεωρία της ακτινικής ισορροπίας (radial equilibrium). Θεωρώντας ότι η έξοδος βρίσκεται αρκετά κατάντι της περυγώσης και η ομοιομορφία της ροής έχει αποκατασταθεί σε μεγάλο βαθμό, τα συνεκτικά φαινόμενα στις περιοχές μακριά από τα στερεά όρια μπορούν να θεωρηθούν αμελητέα [3] οπότε αντί των εξισώσεων ορμής Navier-Stokes χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις Euler οι οποίες στο κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων διατυπώνονται ως εξής:

$$\text{Ορμή κατά } r: \rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} \quad (4.23)$$

$$\text{Ορμή κατά } \theta: \rho \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (4.24)$$

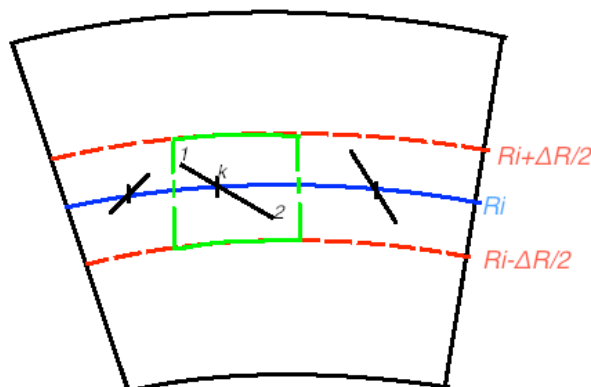
$$\text{Ορμή κατά } z: \rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} \quad (4.25)$$

Κοντά στην έξοδο, η ροή θεωρείται ομοιόμορφη στην περιφερειακή και αξονική κατεύθυνση, δηλαδή ισχύει $\partial/\partial\theta = \partial/\partial z = 0$. Επιπλέον η ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας u_r θεωρείται αμελητέα, δηλαδή $u_r \approx 0$, ενώ μηδενικοί είναι και οι όροι της επιτάχυνσης $\partial u/\partial t$. Τέλος, η πυκνότητα του αέρα είναι ίση με $\rho = 1 \text{ kg/m}^3$. Μετά από αυτές τις παραδοχές οι εξισώσεις των ορμών κατά θ και κατά z μηδενίζονται και στα δύο μέλη και η εξίσωση της ορμής κατά r μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{u_\theta^2}{r} \quad (4.26)$$

και αποτελεί την οριακή συνθήκη βάσει της οποίας καθορίζονται οι τιμές των στατικών πιέσεων στους κόμβους της επιφάνειας εξόδου του χωρίου ροής.

Με γνωστές τις τιμές της στατικής πίεσης στους κόμβους της εξόδου, οι μαζικά μέσες τιμές που αντιστοιχούν σε κάθε ακτινική ζώνη υπολογίζονται ως εξής: Για τη μέση ακτίνα κάθε ακτινικής ζώνης βρίσκονται τα σημεία τομής της με τις πλεγματικές ακμές του επιπέδου εξόδου. Στη συνέχεια, με γραμμική παρεμβολή υπολογίζονται οι τιμές της πίεσης p και της αξονικής ταχύτητας u_z για κάθε σημείο τομής από τις τιμές των δύο κόμβων της ακμής με την οποία τέμνεται, καθώς και το εμβαδό που αντιστοιχεί σε κάθε σημείο τομής. Τα παραπάνω απεικονίζονται στο σχήμα 4.26.



Σχήμα 4.26: Ακτινική ζώνη στην επιφάνεια εξόδου του χωρίου ροής.

Όπως φαίνεται από το σχήμα 4.26, η ακτινική ζώνη με μέση ακτίνα R_i εκτείνεται σε απόσταση ΔR (από $R_i - \Delta R/2$ μέχρι $R_i + \Delta R/2$) όπου ΔR το σταθερό βήμα μεταξύ των ζωνών. Οι τιμές της στατικής πίεσης και της αξονικής ταχύτητας στο σημείο k υπολογίζονται με γραμμική παρεμβολή από τις τιμές των μεγεθών στους κόμβους 1 και 2 ως εξής:

$$p_k = p_1 \frac{(k2)}{(12)} + p_2 \frac{(1k)}{(12)} \quad (4.27)$$

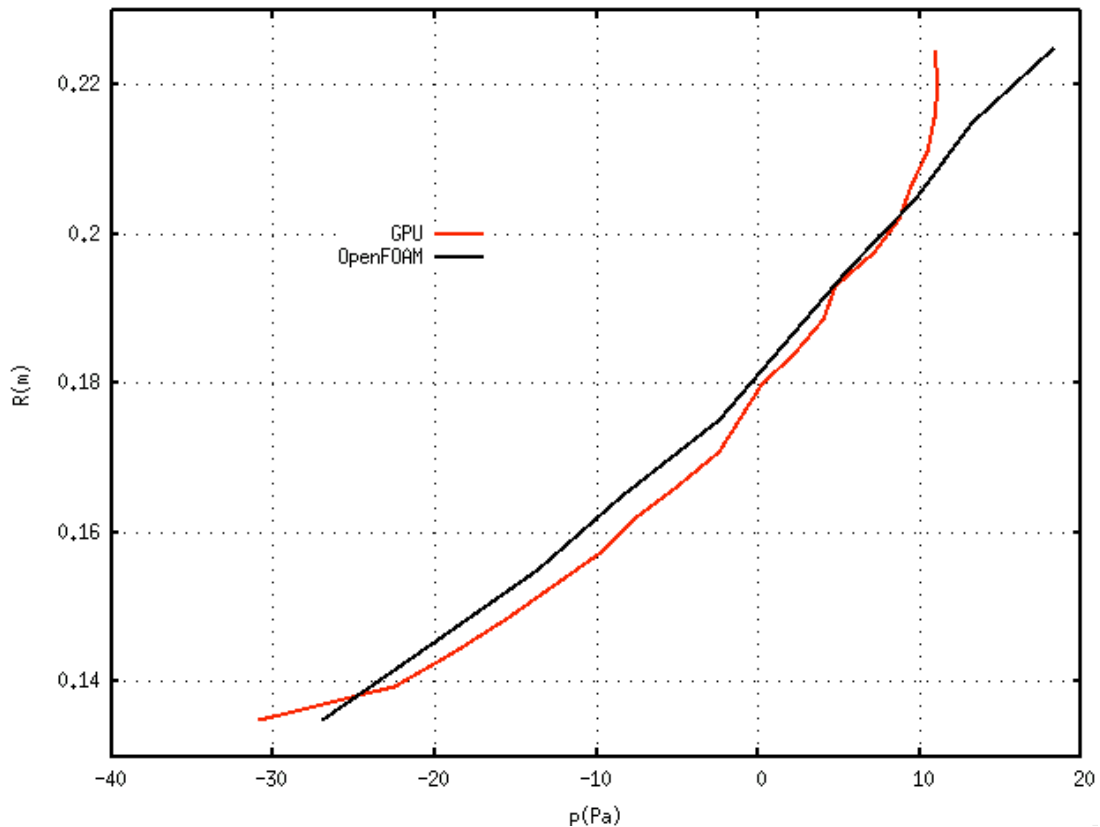
$$u_{z,k} = u_{z,1} \frac{(k2)}{(12)} + u_{z,2} \frac{(1k)}{(12)} \quad (4.28)$$

Το τετράπλευρο που αντιστοιχεί στο εμβαδό A_k του σημείο τομής k (με πράσινο χρώμα στο σχήμα 4.26) το οποίο χρειάζεται για τον υπολογισμό των μέσων μαζικών τιμών κάθε ζώνης καθορίζεται από το εύρος της ακτινικής ζώνης και από τα μέσα των αποστάσεων του σημείου k με τα σημεία τομής (μέσης ακτίνας και πλεγματικών ακμών) που βρίσκονται αριστερά και δεξιά του.

Με βάση τα παραπάνω η μέση μαζική τιμή της πίεσης για κάθε ζώνη υπολογίζεται ως εξής:

$$p(R_i) = \frac{\int_{S_i} p \vec{u} \cdot \vec{n} dS}{\int_{S_i} \vec{u} \cdot \vec{n} dS} = \frac{\sum_{k=1}^{n_i} p_k u_{zk} A_k}{\sum_{k=1}^{n_i} u_{zk} A_k} \quad (4.29)$$

όπου R_i , S_i η μέση ακτίνα και η επιφάνεια κάθε ακτινικής ζώνης αντίστοιχα και n_i ο αριθμός των σημείων τομής της μέσης ακτίνας με τις πλεγματικές ακμές. Ο όρος της αξονικής ταχύτητας u_{zk} προκύπτει από το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u} \cdot \vec{n}$ αφού η κατεύθυνση του κάθετου στην επιφάνεια εξόδου μοναδιαίου διανύσματος \vec{n} ταυτίζεται με την αξονική κατεύθυνση z , ενώ το πρόσημό του είναι θετικό αφού η φορά του είναι αυτή του άξονα z . Η κατανομή της μέσης μαζικής στατικής πίεσης συναρτήσει της ακτίνας στην επιφάνεια εξόδου του χωρίου ροής παρουσιάζεται στο ακόλουθο σχήμα 4.27.



Σχήμα 4.27: Κατανομή μέσης μαζικής στατικής πίεσης στην επιφάνεια εξόδου.

Η διαδικασία που ακολουθείται για την εύρεση της μέσης μαζικής στατικής πίεσης για κάθε ακτινική ζώνη με βάση τα αποτελέσματα του OpenFOAM είναι η ίδια με τη διαφορά ότι, στη σχέση 4.29, χρησιμοποιούνται η στατική πίεση, η αξονική ταχύτητα και το εμβαδό που αντιστοιχούν σε κάθε κελί.

4.2.2 Κατανομή σχετικής γωνίας στην επιφάνεια εξόδου του χωρίου ροής

Για την κατανομή της μέσης μαζικής σχετικής γωνίας $\beta(r)$ στην επιφάνεια εξόδου ακολουθείται η ίδια ακριβώς διαδικασία. Η κατανομή προκύπτει αφού πρώτα βρεθούν οι μέσες μαζικές τιμές της σχετικής περιφερειακής ταχύτητας w_θ και της αξονικής ταχύτητας u_z στις ακτινικές ζώνες και όχι απευθείας από τις τιμές των σχετικών γωνιών στους κόμβους της εξόδου. Υπενθυμίζεται ότι $\beta = \arctan(w_\theta/u_z)$. Επομένως, τελικά προκύπτει:

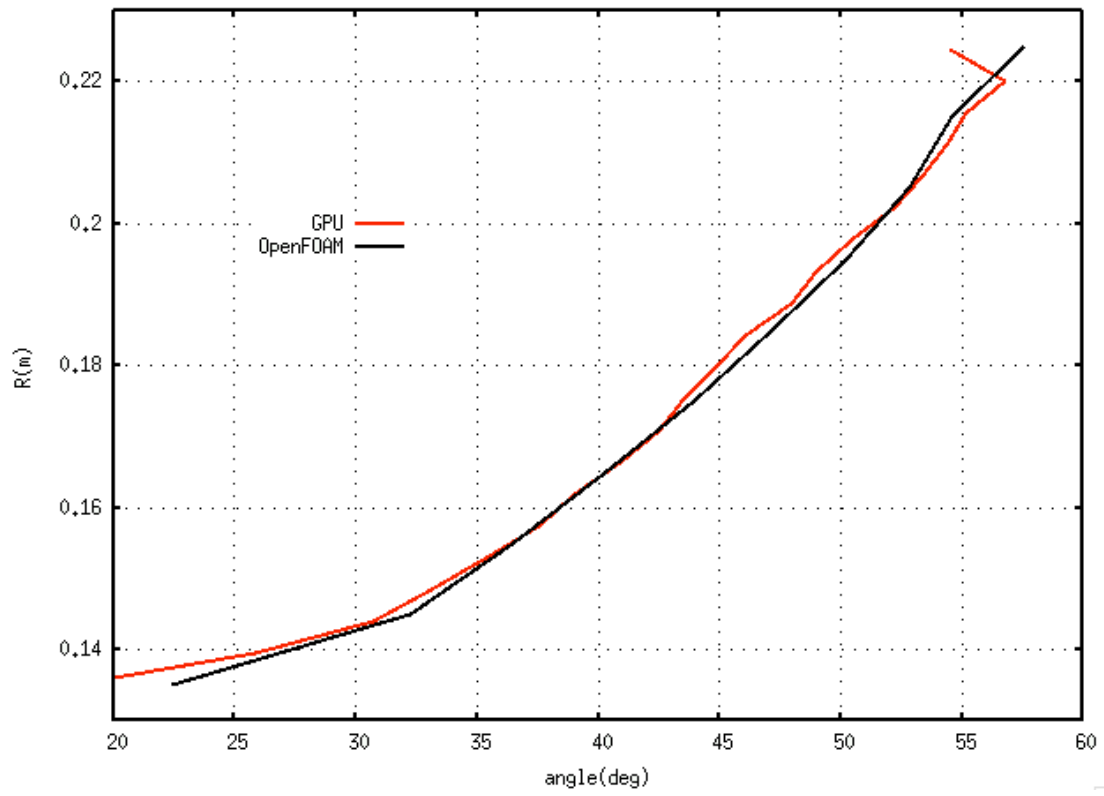
$$\beta(R_i) = \arctan \frac{w_\theta(R_i)}{u_z(R_i)} \quad (4.30)$$

όπου:

$$w_\theta(R_i) = \frac{\sum_{k=1}^{n_i} w_{\theta k} u_{zk} A_k}{\sum_{k=1}^{n_i} u_{zk} A_k} \quad (4.31)$$

$$u_z(R_i) = \frac{\sum_{k=1}^{n_i} u_{zk} u_{zk} A_k}{\sum_{k=1}^{n_i} u_{zk} A_k} \quad (4.32)$$

Στο σχήμα 4.28 παρουσιάζεται η αντίστοιχη κατανομή. Δεδομένων των διαφορών ανάμεσα στο οικείο λογισμικό αξιολόγησης και το OpenFOAM, η συμφωνία που παρατηρείται ανάμεσα στα αποτελέσματα των κατανομών τόσο της πίεσης όσο και της γωνίας κρίνεται αρκετά ικανοποιητική.



Σχήμα 4.28: Κατανομή μέσης μαζικής σχετικής γωνίας στην επιφάνεια εξόδου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΜΟΡΦΗΣ ΚΙΝΗΤΗΣ ΠΤΕΡΥΓΩΣΗΣ ΣΥΜΠΙΕΣΤΗ ΜΕ ΔΙΕΠΙΠΕΔΗ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση με τη μέθοδο της διεπίπεδης παραμετροποίησης εφαρμοσμένης στο πλαίσιο ενός ΕΑ. Εκτός από τη διεπίπεδη βελτιστοποίηση πραγματοποιείται και μία μονοεπίπεδη της οποίας οι ρυθμιστικές παράμετροι είναι ακριβώς ίδιες με αυτές του υψηλού επιπέδου της διεπίπεδης, με σκοπό τη μεταξύ τους σύγκριση. Όπως φαίνεται από τα αποτελέσματα, η βελτιστοποίηση διεπίπεδης παραμετροποίησης υπερτερεί της μονοεπίπεδης. Υπενθυμίζεται ότι η βελτιστοποίηση πραγματοποιείται με το λογισμικό EASY της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ.

5.1 Μετασχηματισμός παραμετροποιήσεων

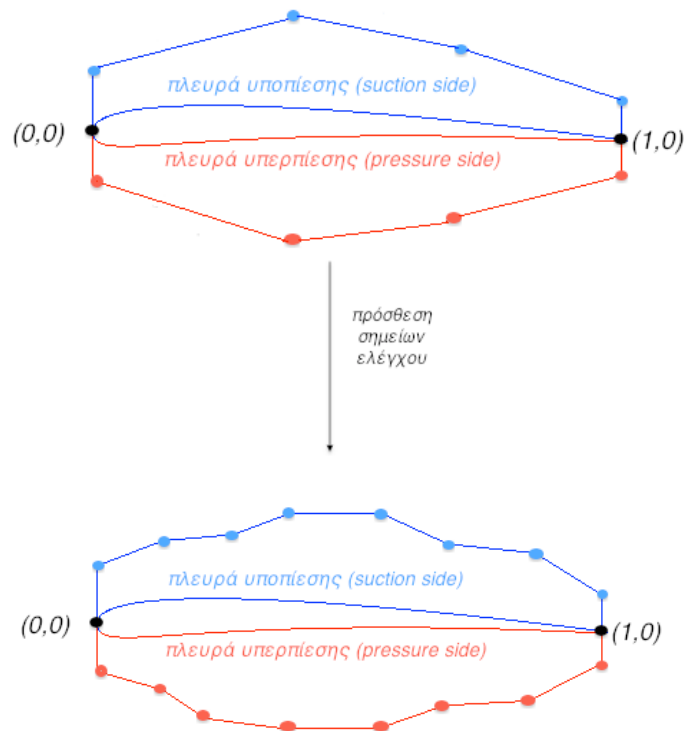
Όπως έχει αναφερθεί στο πρώτο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας, το κέρδος στο σχήμα της διεπίπεδης παραμετροποίησης προέρχεται από την επίλυση ενός απλούστερου, αδρομερούς προβλήματος με λιγότερες μεταβλητές σχεδιασμού ή/και χαλαρωμένους περιορισμούς στο χαμηλό επίπεδο. Εδώ επιλέγεται η παραμετροποίηση των αεροτομών με λιγότερα σημεία ελέγχου στο χαμηλό επίπεδο, διατηρώντας ωστόσο τους ίδιους περιορισμούς με αυτούς του υψηλού επιπέδου.

Απαραίτητη προϋπόθεση για αυτό το διεπίπεδο σχήμα είναι η ύπαρξη μιας τεχνικής που επιτρέπει το μετασχηματισμό των υποψηφίων λύσεων που ανταλλάσσονται μεταξύ των επιπέδων από τη μία παραμετροποίηση στην άλλη. Μεταξύ των δύο επιπέδων επιλέγεται μονόδρομη μετανάστευση των λύσεων από το χαμηλό επίπεδο προς το υψηλό, αφού η κατασκευή μιας ταυτόσημης καμπύλης Bezier είναι δυνατή μόνο με αύξηση των σημείων ελέγχου της. Η αντίστροφη διαδικασία της μείωσης των σημείων ελέγχου κατά κανόνα διαταράσσει τη γεωμετρία της καμπύλης.

Ο αλγόριθμος πρόσθεσης σημείων ελέγχου Bezier (degree elevation) δίνεται από τις ακόλουθες σχέσεις 5.1:

$$\begin{aligned}\vec{R}_0 &= \vec{r}_0 \\ \vec{R}_i &= \frac{i}{N+1} \vec{r}_{i-1} + \left(1 - \frac{i}{N+1}\right) \vec{r}_i, \quad 1 \leq i \leq N \\ \vec{R}_{N+1} &= \vec{r}_N\end{aligned}\tag{5.1}$$

Με $\vec{r} = (x_{old}, y_{old})$ συμβολίζονται τα $N+1$ σημεία ελέγχου της αρχικής καμπύλης και με $\vec{R} = (x_{new}, y_{new})$ τα $N+2$ σημεία ελέγχου της νέας καμπύλης. Για τον μετασχηματισμό της παραμετροποίησης του χαμηλού επιπέδου σε αυτήν του υψηλού αρκεί η εφαρμογή των σχέσεων 5.1 N_1-N_2 φορές, όπου N_1 ο αριθμός των σημείων ελέγχου στο υψηλό επίπεδο και N_2 ο αριθμός των σημείων ελέγχου στο χαμηλό επίπεδο. Στην παρούσα βελτιστοποίηση επιλέγονται 10 σημεία ελέγχου για το υψηλό επίπεδο και 6 σημεία ελέγχου για το χαμηλό επίπεδο επομένως οι σχέσεις 5.1 εφαρμόζονται $10-6=4$ φορές όποτε προκύπτει μετανάστευση υποψήφιων λύσεων. Στο ακόλουθο σχήμα 5.1 απεικονίζονται οι παραμετροποιήσεις του χαμηλού και του υψηλού επιπέδου. Υπενθυμίζεται πως το πρώτο και το τελευταίο σημείο ελέγχου που αντιστοιχούν στις ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής αντίστοιχα παραμένουν σταθερά ενώ για λόγους συνέχειας παραγώγων οι τετμημένες του δεύτερου και του προτελευταίου σημείου συμπίπτουν με αυτές του πρώτου και του τελευταίου αντίστοιχα, δηλαδή με το 0 και το 1.



Σχήμα 5.1: Απεικόνιση παραμετροποιήσεων χαμηλού και υψηλού επιπέδου.

5.2 Συνάρτηση στόχος-περιορισμοί

Στην παρούσα εργασία το λογισμικό βελτιστοποίησης διαχειρίζεται πρόβλημα ενός στόχου. Υπενθυμίζεται η συνάρτηση κόστους F η οποία παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 4 και σχετίζεται με τις μέσες μαζικές απώλειες της σχετικής ολικής πίεσης p_{tR} μεταξύ της εισόδου και της εξόδου του χωρίου ροής σε αδιάστατη μορφή:

$$F = \frac{1}{p_{ref}} \left[\frac{\int_{Sinlet} p_{tR} \vec{u} \cdot \vec{n} dS - \int_{Soutlet} p_{tR} \vec{u} \cdot \vec{n} dS}{\int_{Sinlet} \vec{u} \cdot \vec{n} dS} \right] \quad (5.2)$$

Οι περιορισμοί της βελτιστοποίησης είναι δύο ειδών. Συγκεκριμένα, χωρίζονται σε αυτούς που επιβάλλονται πριν η κάθε υποψήφια λύση αξιολογηθεί από το λογισμικό αξιολόγησης και σε αυτούς που επιβάλλονται μετά την αξιολόγηση.

Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι περιορισμοί που σχετίζονται με το πάχος των αεροτομών κατά τις τρεις βασικές ακτινικές θέσεις (άτρακτος, μέση ακτίνα, ακροπερύγιο). Η προϋπόθεση ώστε μια υποψήφια λύση να αξιολογηθεί είναι η εξής: το πάχος των αεροτομών στις τρεις ακτινικές θέσεις να είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το 85% του πάχους των αντίστοιχων αεροτομών του περυγίου αναφοράς σε 5 θέσεις κατά μήκος της χορδής. Οι 5 θέσεις που επιλέγονται αντιστοιχούν σε ποσοστά 10,20,40,60 και 80% του μήκους της χορδής. Στον πίνακα 5.1 παρουσιάζονται τα πάχη των αεροτομών του περυγίου αναφοράς και οι αντίστοιχοι περιορισμοί.

Θέσεις χορδής %	hub		mid		tip	
	Πάχος αναφοράς (m)	Περιορισμός (m)	Πάχος αναφοράς (m)	Περιορισμός (m)	Πάχος αναφοράς (m)	Περιορισμός (m)
10	0.059	0.050	0.047	0.040	0.036	0.031
20	0.082	0.070	0.066	0.056	0.050	0.042
40	0.099	0.085	0.082	0.069	0.060	0.051
60	0.083	0.070	0.068	0.058	0.051	0.044
80	0.049	0.041	0.039	0.033	0.030	0.026

Πίνακας 5.1: Περιορισμοί πάχους αεροτομών στις τρεις βασικές ακτινικές θέσεις σε πέντε θέσεις κατά μήκος της χορδής.

Ο περιορισμός που επιβάλλεται μετά την αξιολόγηση κάθε υπονήφιας λύσης σχετίζεται με την αύξηση της μέσης μαζικής απόλυτης πίεσης p_t μεταξύ της εισόδου και της εξόδου του χωρίου ροής, (και πάλι σε αδιάστατη μορφή, αδιαστατοποίηση με την πίεση αναφοράς p_{ref}), πάνω από ένα κατώτατο όριο. Η συνάρτηση του περιορισμού C_1 δίνεται ως εξής:

$$C_1 = \frac{1}{p_{ref}} \left[\frac{\int_{S_{outlet}} p_t \vec{u} \cdot \vec{n} dS - \int_{S_{inlet}} p_t \vec{u} \cdot \vec{n} dS}{\int_{S_{inlet}} \vec{u} \cdot \vec{n} dS} \right] \quad (5.3)$$

όπου S_{inlet} , S_{outlet} οι επιφάνειες εισόδου και εξόδου του χωρίου ροής, αντίστοιχα. Επομένως, πρέπει να ισχύει $C_1 \geq C_{thres}$ ώστε η αύξηση της ολικής πίεσης να υπερβαίνει ή στην χειρότερη περίπτωση να φτάνει το όριο C_{thres} .

Ο περιορισμός προκύπτει από την αξιολόγηση της περύγωσης αναφοράς, για την οποία ισχύει $C_1=0.7$. Ο χαλαρωμένος περιορισμός επιλέγεται ίσος με $C_{rel}=0.9 \times C_1=0.63$ ενώ ο περιορισμός του προβλήματος είναι ίσος με $C_{thres}=0.65$. Επομένως, ουσιαστικά πρέπει να ισχύει:

$$C_1 \geq C_{thres} \Rightarrow C_1 \geq 0.65 \quad (5.4)$$

ενώ όταν ισχύει: $C_{rel} \leq C_1 \leq C_{thres} \Rightarrow 0.63 \leq C_1 \leq 0.65$ (5.5)

επιβάλλεται εκθετική ποινή στη συνάρτηση κόστους. Η λύση απορρίπτεται όταν $C_1 < 0.63$.

Επειδή οι περιορισμοί στον EASY διατυπώνονται στη μορφή $C_i \leq C_{thres}$, δηλαδή με βάση ένα ανώτερο όριο, οι σχέσεις 5.4, 5.5 μετασχηματίζονται ως εξής:

$$-C_1 \leq -0.65 \quad (5.6)$$

και η εκθετική ποινή επιβάλλεται όταν ισχύει: $-0.65 \leq -C_1 \leq -0.63$ (5.7)

Η λύση απορρίπτεται όταν $-C_1 > -0.63$.

Βέβαια, πρέπει να αναφερθεί ότι η βέλτιστη λύση και γενικώς οι “καλές” λύσεις ικανοποιούν με ευκολία τον περιορισμό του πραγματικού προβλήματος.

5.3 Ρυθμιστικές παράμετροι βελτιστοποίησης

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται οι σημαντικότερες από τις παραμέτρους των δύο επιπέδων που επιλέγονται για την παρούσα βελτιστοποίηση. Πολλές από τις παραμέτρους επιλέγονται βάσει δοκιμών που έχουν προηγηθεί, καθώς κατά κανόνα στη βελτιστοποίηση με ΕΑ δεν υπάρχει προκαθορισμένος τρόπος αντιμετώπισης των προβλημάτων.

Ελεύθερες μεταβλητές: Στο χαμηλό επίπεδο, η παραμετροποίηση των αεροτομών πραγματοποιείται με 6 σημεία ελέγχου για κάθε πλευρά, όπως φαίνεται και από το προηγούμενο σχήμα 5.1, εκ των οποίων το πρώτο και το τελευταίο που αντιστοιχούν στις ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής αντίστοιχα παραμένουν σταθερά ενώ, για λόγους συνέχειας, οι τετμημένες του δεύτερου και του προτελευταίου σημείου παραμένουν σταθερές. Συνεπώς, σε κάθε πλευρά κάθε αεροτομής αντιστοιχούν 6 ελεύθερες μεταβλητές, δηλαδή 12 για κάθε αεροτομή. Επομένως, εφόσον έχουμε αεροτομές σε τρεις ακτινικές θέσεις, οι ελεύθερες μεταβλητές του χαμηλού επιπέδου είναι 36. Στο υψηλό επίπεδο, όπως φαίνεται από το σχήμα 5.1, η κάθε πλευρά παραμετροποιείται με 10 σημεία ελέγχου. Κατά αντίστοιχο τρόπο με αυτόν του χαμηλού επιπέδου, οι ελεύθερες μεταβλητές για κάθε πλευρά είναι 14, συνεπώς το υψηλό επίπεδο διαχειρίζεται συνολικά $2 \times 14 \times 3 = 84$ ελεύθερες μεταβλητές.

Παράμετροι εξέλιξης: Για τον ΕΑ του χαμηλού επιπέδου επιλέγονται $\mu=8$ γονείς και $\lambda=25$ απόγονοι για τον πληθυσμό κάθε γενιάς, ενώ στο υψηλό επίπεδο επιλέγονται $\mu=6$ γονείς και $\lambda=20$ απόγονοι. Και στα δύο επίπεδα κάθε απόγονος δημιουργείται από $p=3$ γονείς με πιθανότητα επιλογής επιλέκτου ως γονέα 10% και για την επιλογή γονέων πραγματοποιείται πιθανοτικός διαγωνισμός 3 ατόμων με 90% πιθανότητα επιλογής του καλύτερου. Ακόμη, κοινές ρυθμίσεις για τα δύο επίπεδα είναι ο πληθυσμός των επιλέκτων $e=5$, η διασταύρωση δύο σημείων ανά μεταβλητή με πιθανότητα διασταύρωσης $p_c=0.95$, η πιθανότητα μετάλλαξης $p_m=0.02$ καθώς επίσης και η δυαδική Gray κωδικοποίηση των μεταβλητών σχεδιασμού.

Μεταπρότυπα: Όπως έχει αναφερθεί, ως μεταπρότυπα επιλέγονται τα δίκτυα συναρτήσεων ακτινικής βάσης με χρήση συντελεστών σημαντικότητας. Στο χαμηλό επίπεδο, ο αριθμός των δειγμάτων εκπαίδευσης T επιλέγεται δυναμικά με βάση την διαδικασία που έχει περιγραφεί στο πρώτο κεφάλαιο με $T_{\min}=25$ και $T_{\max}=45$ ενώ για κάθε γενιά, μετά την έναρξη του μεταπρότυπου, αξιολογούνται με το ακριβές λογισμικό από 2 έως 8 απόγονοι. Για τα αντίστοιχα μεγέθη στο υψηλό επίπεδο επιλέγεται $T_{\min}=15$ και $T_{\max}=35$, ενώ μετά την έναρξη χρήσης του μεταπρότυπου αξιολογούνται με ακρίβεια από 2 έως 4 απόγονοι. Και στα δύο επίπεδα, για την ενεργοποίηση των μεταπρότυπων απαιτούνται 150 εγγραφές στη βάση δεδομένων από τις οποίες τουλάχιστον 120 δεν πρέπει να αντιστοιχούν σε αποτυχημένες αξιολογήσεις.

Επικοινωνία μεταξύ επιπέδων: Τα δύο επίπεδα επικοινωνούν μεταξύ τους για πρώτη φορά μετά τη δεύτερη γενιά του υψηλού και την τέταρτη του χαμηλού επιπέδου και στη συνέχεια ανταλλάσσουν λύσεις μεταξύ τους (για την ακρίβεια, μόνο λύσεις από το χαμηλό επίπεδο προωθούνται στο υψηλό) κάθε 5 γενιές του υψηλού και κάθε 8 γενιές του χαμηλού επιπέδου. Στην πρώτη μετανάστευση προωθούνται 5 επίλεκτοι από το χαμηλό προς το υψηλό επίπεδο και σε κάθε επόμενη 4. Όλες οι εισερχόμενες λύσεις επαναξιολογούνται με την παραμετροποίηση του υψηλού επιπέδου για την επίτευξη μεγαλύτερης ακρίβειας.

Όρια επιπέδων: Ένα θέμα που προκύπτει όσον αφορά τη διεπίπεδη παραμετροποίηση είναι ο καθορισμός των ορίων των μεταβλητών σχεδιασμού του χαμηλού και του υψηλού επιπέδου. Με τη μετανάστευση των λύσεων από το χαμηλό στο υψηλό επίπεδο, το διάνυσμα σχεδιασμού μετασχηματίζεται με την προσθήκη σημείων ελέγχου, οι συντεταγμένες των οποίων είναι πιθανό να βρίσκονται εκτός των ορίων των αντίστοιχων μεταβλητών του υψηλού επιπέδου. Για την αποφυγή αυτού του φαινομένου, η εύρεση των ορίων των επιπέδων πραγματοποιείται όπως περιγράφεται ακολούθως.

Τα όρια του χαμηλού επιπέδου προκύπτουν ως εξής: αρχικά εξάγονται τα σημεία ελέγχου των αεροτομών του πτερυγίου αναφοράς για την παραμετροποίηση του χαμηλού επιπέδου, στις τρεις βασικές ακτινικές θέσεις. Στη συνέχεια, τα όρια του χαμηλού επιπέδου προκύπτουν βάσει δοκιμών που στηρίζονται σε παραμέτρους όπως είναι π.χ. η τήρηση των περιορισμών πάχους των αεροτομών και η δυνατότητα κατασκευής υπολογιστικού πλέγματος. Ακολούθως, για τα ανώτερα και τα κατώτερα όρια του χαμηλού επιπέδου, εφαρμόζονται οι προηγούμενες σχέσεις 5.1 προσθήκης σημείων ελέγχου, οπότε με αυτόν τον τρόπο προκύπτουν τα ανώτερα και τα κατώτερα όρια του υψηλού επιπέδου, ανάμεσα στα οποία θα βρίσκεται οποιαδήποτε λύση εισέρχεται από το χαμηλό στο υψηλό επίπεδο.

Κριτήρια σύγκλισης: Το κριτήριο τερματισμού του αλγορίθμου ήταν οι 1000 αξιολογήσεις, αριθμός που αναφέρεται συνολικά στις αξιολογήσεις και των δύο επιπέδων. Ένα άλλο κριτήριο τερματισμού που αφορούσε μόνο στο χαμηλό επίπεδο ήταν ο αριθμός των ανεπιτυχών μεταναστεύσεων, όπου μια μετανάστευση θεωρείται ανεπιτυχής όταν όλα τα εισερχόμενα μέλη μετά την επαναξιολόγηση παρουσιάζουν χειρότερες επιδόσεις από το χειρότερο μέλος του τρέχοντος πληθυσμού του επιπέδου προορισμού, με αποτέλεσμα να μην συνεισφέρουν στην εξέλιξη. Στην παρούσα βελτιστοποίηση επιτρέπεται μόνο μία ανεπιτυχής μετανάστευση. Ο λόγος της αυστηρότητας του κριτηρίου είναι ότι και στα δύο επίπεδα το κόστος κάθε αξιολόγησης είναι το ίδιο, δηλαδή εξίσου υψηλό, λόγω του ότι χρησιμοποιούνται ίδιας διάστασης υπολογιστικά πλέγματα. Γίνεται επομένως αντιληπτό πως δεν υπάρχουν πολλά περιθώρια για σπατάλη υπολογιστικών πόρων, δεδομένου και ότι πριν από κάθε μετανάστευση πρέπει να ολοκληρωθεί ένας σημαντικός αριθμός γενεών (8) του χαμηλού επιπέδου.

Οι βασικότερες από τις προαναφερθείσες ρυθμιστικές παραμέτρους της βελτιστοποίησης παρουσιάζονται συγκεντρωτικά στον πίνακα 5.2.

Παράμετρος βελτιστοποίησης	Χαμηλό επίπεδο	Υψηλό επίπεδο
Πληθυσμός γονέων	8	6
Πληθυσμός απογόνων	25	20
Πληθυσμός επιλέκτων	5	5
Αριθμός γονέων απογόνου	3	3
Πιθανότητα διασταύρωσης	0.95	0.95
Πιθανότητα μετάλλαξης	0.02	0.02
Εγγραφές βάσης δεδομένων πριν την έναρξη μεταπροτύπου	150	150
Ελάχιστες μη αποτυχημένες εγγραφές βάσης δεδομένων	120	120
Ακριβείς αξιολογήσεις μετά την ενεργοποίηση του μεταπροτύπου	2-8	2-4
Αριθμός δειγμάτων εκπαίδευσης μεταπροτύπου	25-45	15-35
Πρώτη γενιά επικοινωνίας επιπέδων	4 ⁿ	2 ⁿ
Συχνότητα γενεών επικοινωνίας επιπέδων	8	5
Εισερχόμενοι επίλεκτοι 1 ^{ns} επικοινωνίας	0	5
Εισερχόμενοι επίλεκτοι επόμενων επικοινωνιών	0	4

Πίνακας 5.2: Βασικές παράμετροι διεπίπεδης βελτιστοποίησης.

5.4 Αποτελέσματα και σύγκριση με μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση

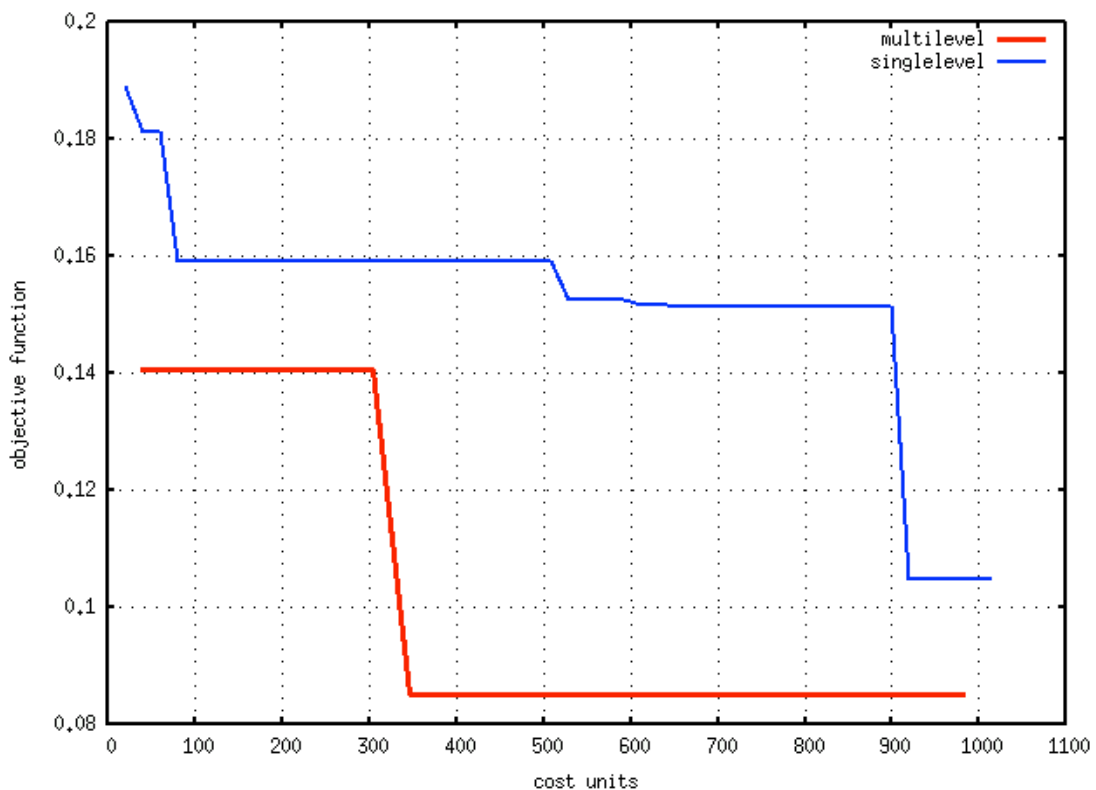
Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της διεπίπεδης βελτιστοποίησης καθώς επίσης και η σύγκριση με το αποτέλεσμα της μονοεπίπεδης. Όπως έχει αναφερθεί, η ρύθμιση των παραμέτρων της μονοεπίπεδης βελτιστοποίησης είναι ακριβώς ίδια με αυτήν του υψηλού επιπέδου της διεπίπεδης.

Στη διεπίπεδη βελτιστοποίηση, τα δύο επίπεδα επικοινωνήσαν μεταξύ τους 7 φορές, με μονόδρομη εισαγωγή λύσεων από το χαμηλό στο υψηλό επίπεδο, με όλες τις μεταναστεύσεις να είναι επιτυχείς, αφού κάθε φορά αντικαταστάθηκε έστω και ένα άτομο από τα χειρότερα του υψηλού επιπέδου. Η πορεία των μεταναστεύσεων καταγράφεται στον πίνακα 5.3.

Αριθμός μετανάστευσης	Εισερχόμενα άτομα στο υψηλό επίπεδο	Αριθμός μελών που αντικαταστάθηκαν
1	5	5
2	4	4
3	4	1
4	4	1
5	4	4
6	4	4
7	4	2

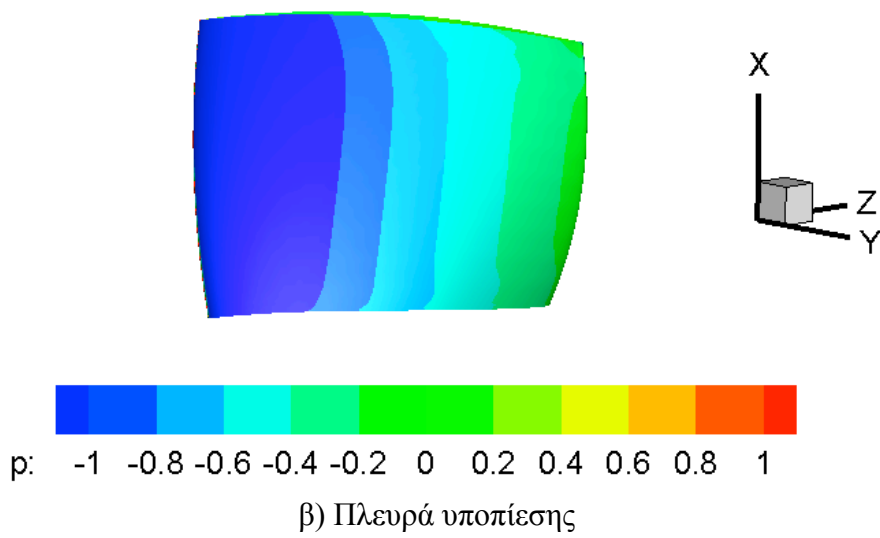
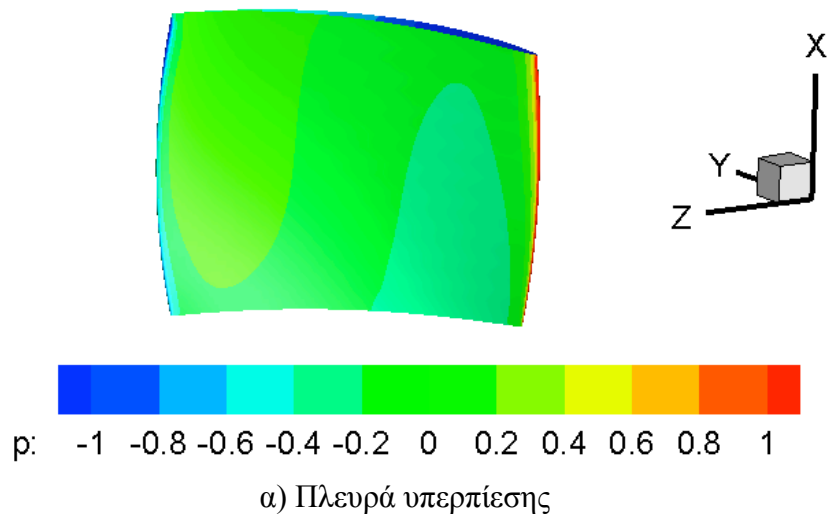
Πίνακας 5.3: Πορεία μεταναστεύσεων διεπίπεδης βελτιστοποίησης.

Μετά από 1000 αξιολογήσεις, η τιμή της συνάρτησης κόστους προκύπτει ίση με $F=0.085$, δηλαδή έχουμε πτώση της τιμής της κατά περίπου 59% σε σχέση με την τιμή $F=0.207$ που προκύπτει από την αξιολόγηση της πτερύγωσης αναφοράς. Για τη μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση προκύπτει $F=0.104$, δηλαδή η αντίστοιχη πτώση της τιμής της F είναι περίπου 50%. Όπως φαίνεται, η διεπίπεδη βελτιστοποίηση υπερτερεί, κάτι που επαληθεύεται και από τις αντίστοιχες τιμές των περιορισμών C_1 που αποτυπώνουν την αύξηση της ολικής πίεσης p_t μεταξύ της εισόδου και της εξόδου του χωρίου ροής και οι οποίες είναι $C_1=0.894$ και $C_1=0.875$ για τη διεπίπεδη και τη μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση αντίστοιχα. Στο σχήμα 5.2 παρουσιάζεται η σύγκλιση των δύο βελτιστοποιήσεων συναρτήσει των μονάδων υπολογιστικού κόστους.

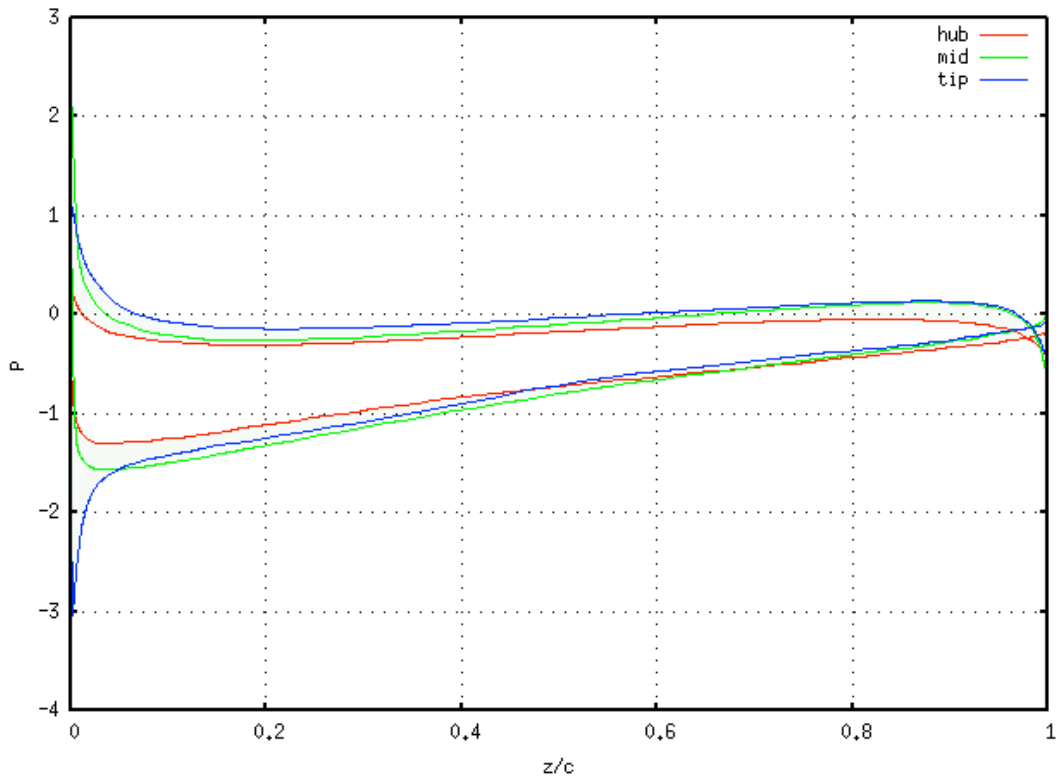


Σχήμα 5.2: Σύγκλιση συναρτήσεων των μονάδων υπολογιστικού κόστους (αξιολογήσεων).

Στα σχήματα 5.3,5.4 παρουσιάζονται η κατανομή της αδιάστατης στατικής πίεσης στις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης του βέλτιστου πτερυγίου και οι κατανομές της αδιάστατης στατικής πίεσης κατά μήκος της αδιάστατης χορδής στις αεροτομές του βέλτιστου πτερυγίου στην ακτίνα ατράκτου, στη μέση ακτίνα και στην ακτίνα ακροπτερυγίου.

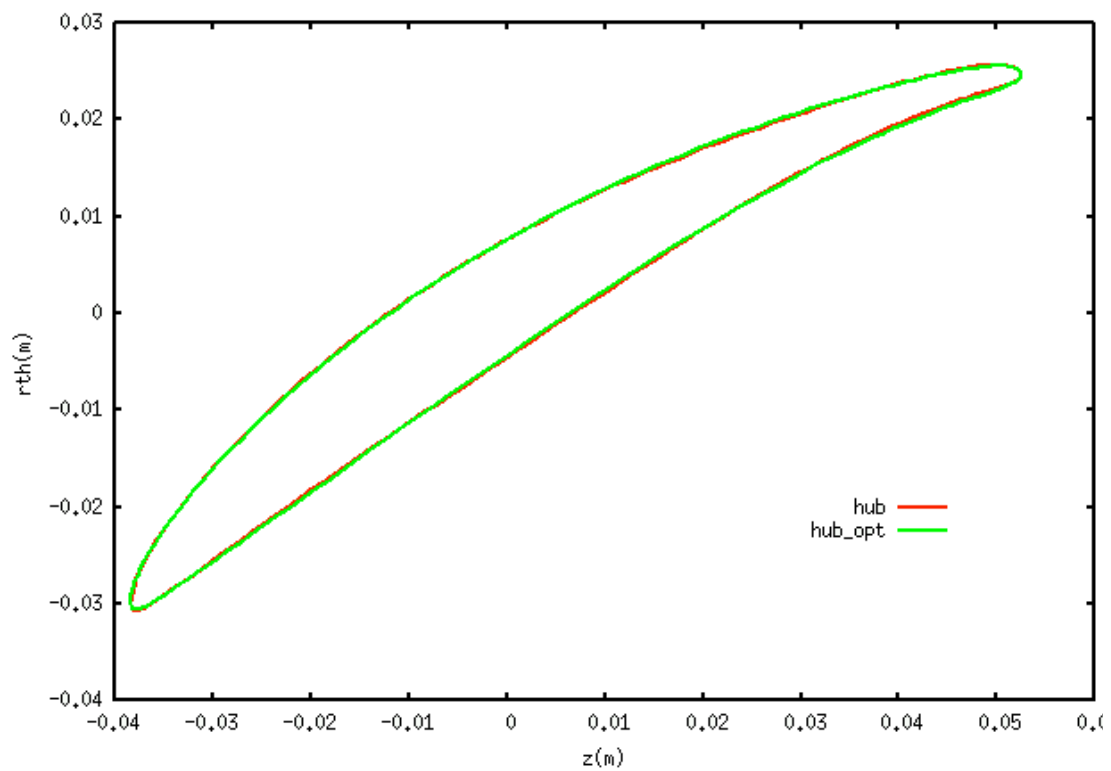


Σχήμα 5.3: Κατανομή αδιάστατης στατικής πίεσης στις πλευρές υπερπίεσης (α) και υποπίεσης (β) του βέλτιστου πτερυγίου.

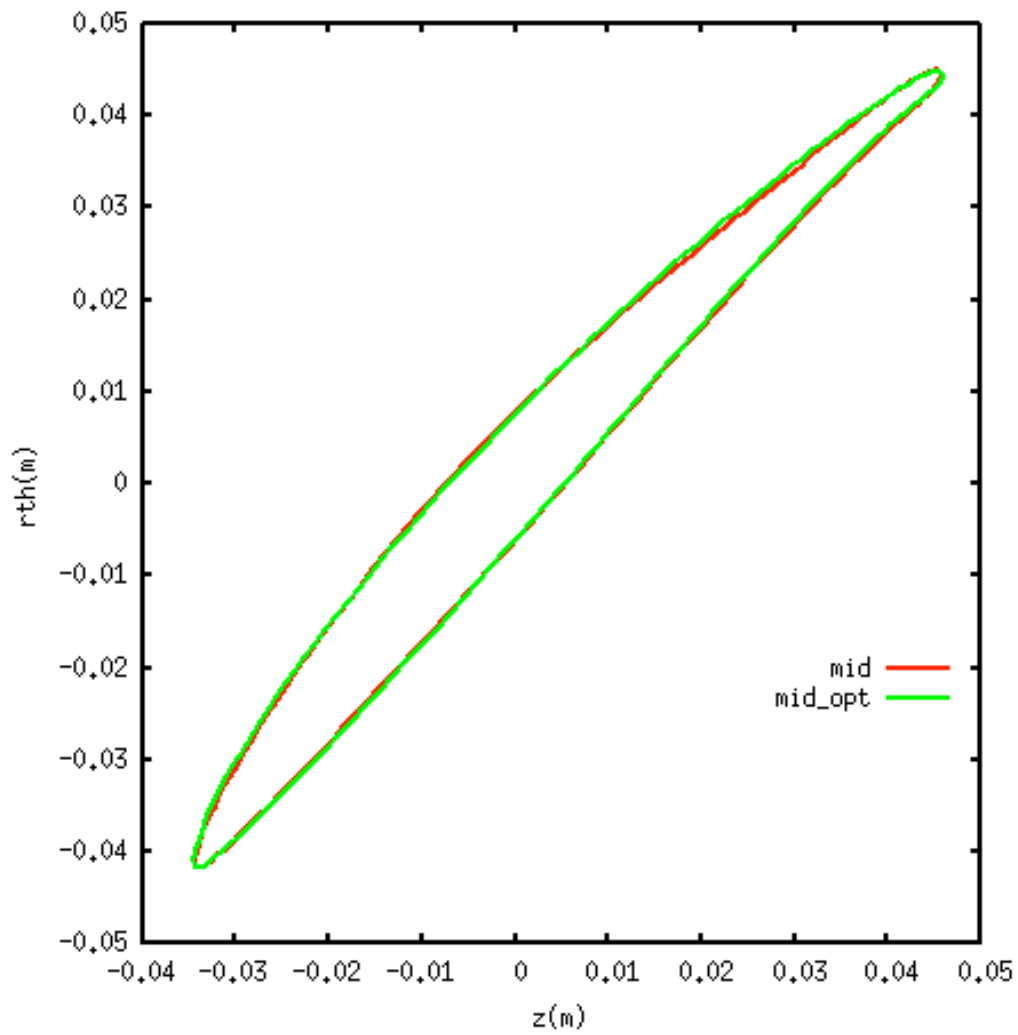


Σχήμα 5.4: Κατανομή αδιάστατης στατικής πίεσης κατά μήκος της αδιάστατης χορδής στις αεροτομές του βέλτιστου πτερυγίου.

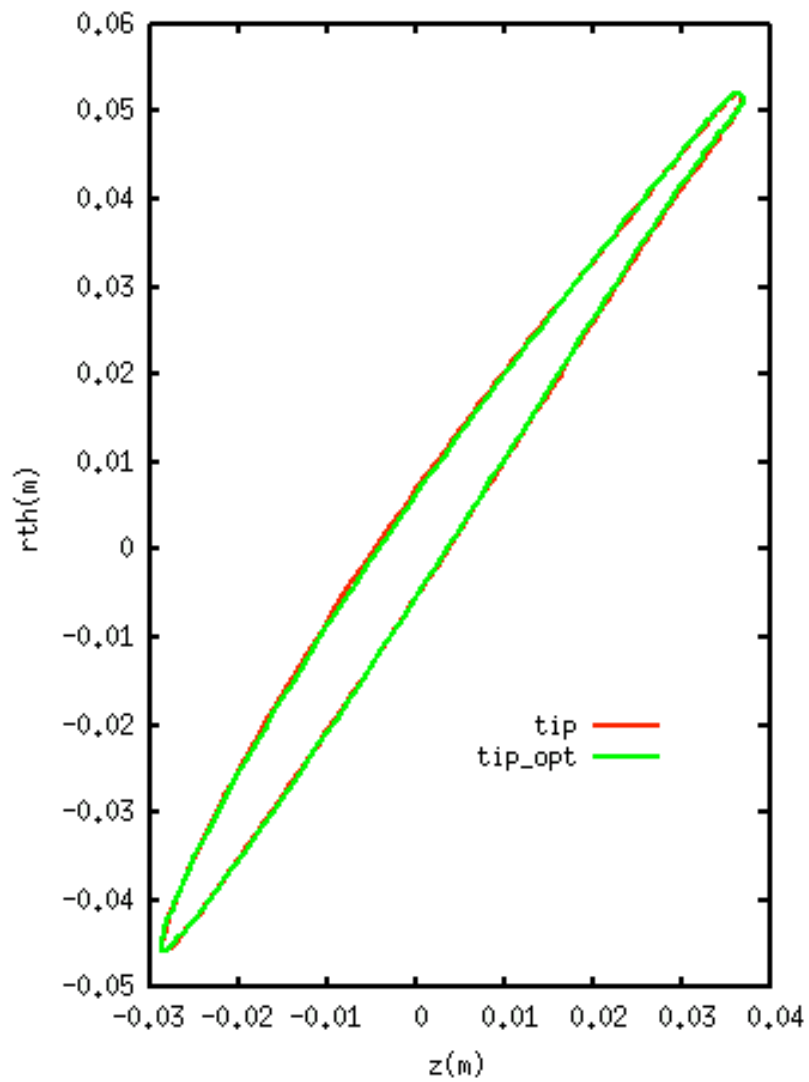
Καταληκτικά, στα σχήματα 5.5, 5.6, 5.7 παρουσιάζονται οι αεροτομές του βέλτιστου πτερυγίου σε σύγκριση με τις αεροτομές του πτερυγίου αναφοράς, από όπου φαίνεται ότι η μεγαλύτερη διαφορά εντοπίζεται στις αεροτομές της μέσης ακτίνας.



Σχήμα 5.5: Αεροτομές βέλτιστου πτερυγίου και πτερυγίου αναφοράς στην ακτίνα ατράκτου.



Σχήμα 5.6: Αεροτομές βέλτιστου πτερυγίου και πτερυγίου αναφοράς στη μέση ακτίνα.



Σχήμα 5.7: Αεροτομές βέλτιστου περυγίου και περυγίου αναφοράς στην ακτίνα ακροπερυγίου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΕΩΝ

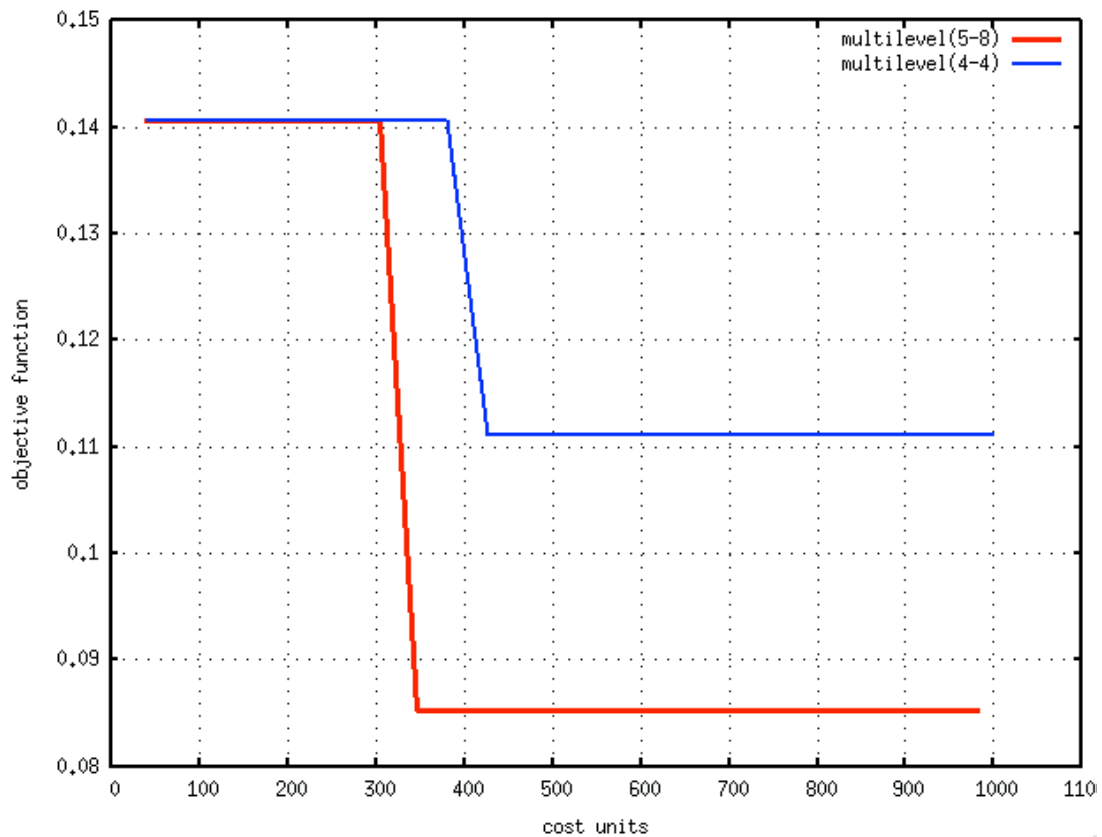
Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η επίδραση που ασκεί στο αποτέλεσμα μιας μονοεπίπεδης βελτιστοποίησης ή μιας βελτιστοποίησης με διεπίπεδη παραμετροποίηση η μεταβολή κάποιων από τις βασικές ρυθμιστικές παραμέτρους. Τονίζεται ότι εξετάζεται η μεταβολή μίας παραμέτρου κάθε φορά σε σχέση με αυτές των βελτιστοποιήσεων, μονοεπίπεδης και διεπίπεδης, που παρουσιάστηκαν στο κεφάλαιο 5 της παρούσας εργασίας.

Για τη μελέτη επιλέγονται τρεις παράμετροι: 1) η συχνότητα επικοινωνίας μεταξύ των επιπέδων στη διεπίπεδη βελτιστοποίηση, 2) το μέγεθος του πληθυσμού των επιλέκτων στα δύο επίπεδα της διεπίπεδης βελτιστοποίησης και 3) ο αριθμός που αντιστοιχεί στη γεννήτρια τυχαίων αριθμών (PRNG) για την αρχικοποίηση της πρώτης γενιάς, για μονοεπίπεδη και διεπίπεδη βελτιστοποίηση. Τονίζεται πως ο αριθμός των βελτιστοποιήσεων που παρουσιάζονται είναι ενδεικτικός και σίγουρα πολύ μικρός για να οδηγήσει σε ασφαλή συμπεράσματα, δεδομένης και της στοχαστικότητας που χαρακτηρίζει τους ΕΑ. Ωστόσο, το μεγάλο χρονικό διάστημα που απαιτείται για την ολοκλήρωση κάθε αεροδυναμικής βελτιστοποίησης αποτελεί αποτρεπτικό παράγοντα για την πραγματοποίηση περισσότερων από αυτές. Για την εξοικονόμηση χρόνου, θα μπορούσε να μελετηθεί ένα μεγαλύτερο δείγμα μαθηματικών συναρτήσεων, ωστόσο κάτι τέτοιο δεν προτιμάται, αφού η φύση των δύο προβλημάτων είναι εντελώς διαφορετική.

6.1 Συχνότητα επικοινωνίας επιπέδων σε διεπίπεδο σχήμα

Όπως έχει αναφερθεί, στην περίπτωση της αεροδυναμικής βελτιστοποίησης επιλέγεται μονόδρομη μετανάστευση των λύσεων από το χαμηλό επίπεδο προς το υψηλό, αφού η κατασκευή μιας ταυτόσημης καμπύλης Bezier είναι δυνατή μόνο με αύξηση των σημείων ελέγχου της. Η αραιή επικοινωνία του χαμηλού με το υψηλό επίπεδο εξυπηρετεί στην καλύτερη ανίχνευση του χώρου σχεδιασμού επιτρέποντας την τροφοδοσία του υψηλού επιπέδου με όσο το δυνατό καλύτερες υποψήφιες λύσεις.

Στο σχήμα Α.1 παρουσιάζεται η σύγκλιση για δύο βελτιστοποιήσεις. Συγκεκριμένα, παρουσιάζεται ξανά αυτή του κεφαλαίου 5, όπου τα δύο επίπεδα επικοινωνούν μεταξύ τους κάθε 5 γενιές του υψηλού και κάθε 8 γενιές του χαμηλού επιπέδου, καθώς και άλλη μία, στην οποία τα δύο επίπεδα επικοινωνούν κάθε 4 γενιές του υψηλού και κάθε 4 γενιές του χαμηλού επιπέδου. Σημειώνεται ότι και στις δύο βελτιστοποιήσεις η πρώτη επικοινωνία πραγματοποιήθηκε κατά τη δεύτερη γενιά του υψηλού και την τέταρτη του χαμηλού επιπέδου.



Σχήμα 6.1: Σύγκλιση των δύο διεπίπεδων βελτιστοποιήσεων με διαφορετική συχνότητα επικοινωνίας επιπέδων για 1000 μονάδες υπολογιστικού κόστους. Στις παρενθέσεις πάνω δεξιά στο σχήμα αναγράφεται η συχνότητα επικοινωνίας (γενιές υψηλού-γενιές χαμηλού επιπέδου) που αντιστοιχεί στην κάθε μία.

Όπως φαίνεται από το σχήμα 6.1, όταν η επικοινωνία πραγματοποιείται κάθε 5 γενιές του υψηλού και 8 γενιές του χαμηλού επιπέδου, όταν δηλαδή είναι αραιότερη και επιτρέπει την καλύτερη εξερεύνηση του χώρου σχεδιασμού, επιτυγχάνεται σημαντικά καλύτερη σύγκλιση. Φυσικά, αυτό δε σημαίνει πως όσο αραιώνει η επικοινωνία με το χαμηλό επίπεδο θα έχουμε και καλύτερη λύση. Σε κάθε περίπτωση, είναι απαραίτητο να υπάρχει κάθε φορά καλή ισορροπία στη συχνότητα επικοινωνίας, η οποία θα εξασφαλίζει τόσο την επαρκή ανίχνευση από το χαμηλό επίπεδο όσο και την επαρκή εκμετάλλευση των λύσεων από το υψηλό. Στον πίνακα 6.1 παρουσιάζεται η βέλτιστη λύση σε σχέση με τη συχνότητα επικοινωνίας για τις δύο βελτιστοποιήσεις.

Συχνότητα επικοινωνίας	Βέλτιστη λύση
4-4	0.111
5-8	0.085

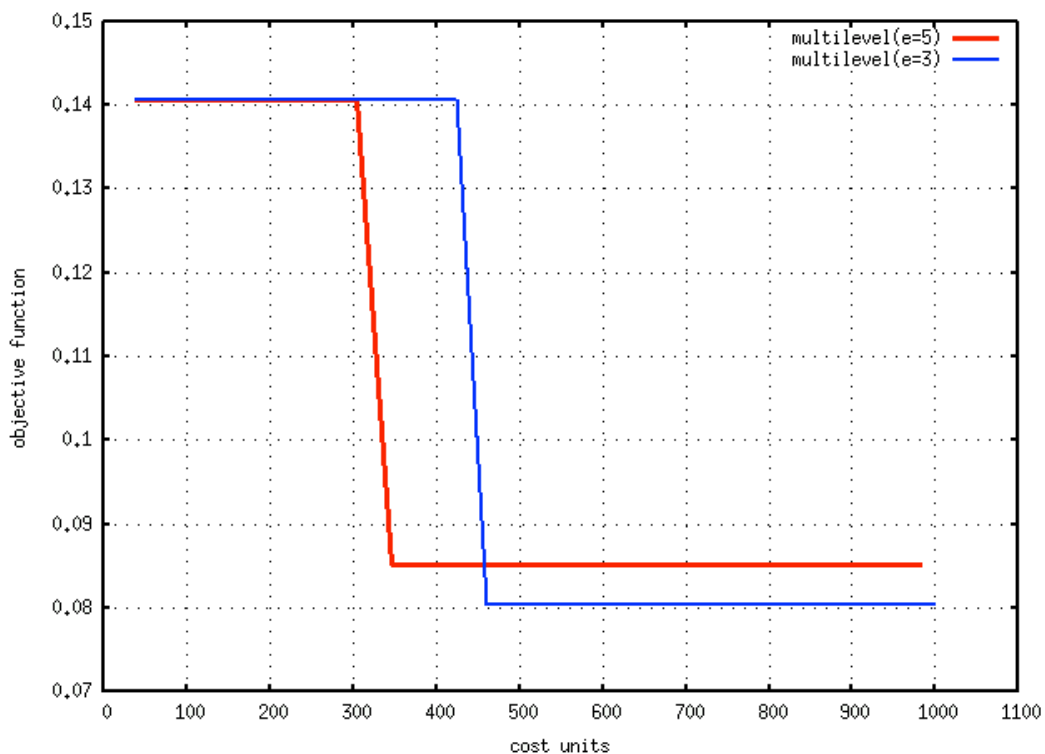
Πίνακας 6.1: Βέλτιστη λύση συναρτήσει της συχνότητας επικοινωνίας, για υπολογιστικό κόστος 1000 μονάδων.

6.2 Πληθυσμοί επιλέκτων στα επίπεδα διεπίπεδης βελτιστοποίησης

Στη βελτιστοποίηση με διεπίπεδη παραμετροποίηση που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 5, είχε επιλεγεί και στα δύο επίπεδα το μέγεθος του πληθυσμού των επιλέκτων να ισούται με $e=5$. Η επιλογή αυτή καθορίζει και τον αριθμό των επιλέκτων που θα εισέρχονται στο υψηλό επίπεδο όποτε προκύπτει μετανάστευση λύσεων προς αυτό από το χαμηλό επίπεδο (υπενθυμίζεται ότι η μετανάστευση είναι μονόδρομη). Με βάση λοιπόν την επιλογή $e=5$ και για τα δύο επίπεδα, επιλέχθηκε να εισέρχονται 5 επίλεκτοι στην πρώτη μετανάστευση και 4 σε κάθε επόμενη.

Στην ενότητα αυτή εξετάζεται η επίδραση που έχει στη διεπίπεδη βελτιστοποίηση η μεταβολή του πληθυσμού των επιλέκτων σε $e=3$ και για τα δύο επίπεδα. Αντίστοιχα με την προηγούμενη περίπτωση, καθορίζεται και ο αριθμός των επιλέκτων που θα εισέρχονται στο υψηλό επίπεδο σε κάθε μετανάστευση, όπου επιλέγεται να εισέρχονται 3 επίλεκτοι στην πρώτη και 2 σε κάθε επόμενη και να αντικαθιστούν τα χειρότερα μέλη του υπάρχοντος πληθυσμού, αν φυσικά επιτυγχάνουν καλύτερη τιμή συνάρτησης κόστους.

Στο σχήμα 6.2 που ακολουθεί παρουσιάζεται η σύγκλιση για τις δύο βελτιστοποιήσεις για 1000 μονάδες υπολογιστικού κόστους, από όπου φαίνεται πως με την επιλογή $e=3$ επιτυγχάνεται ελαφρώς καλύτερη λύση. Συγκεκριμένα, για $e=3$ έχουμε τιμή συνάρτησης κόστους $F=0.080$, ενώ για $e=5$ έχουμε $F=0.085$. Φαίνεται λοιπόν πως ο αλγόριθμος που παρουσίαζε εντονότερο το στοιχείο της επιλεκτικότητας οδηγήθηκε σε χειρότερη λύση, παρόλο που αντικαθισταντο περισσότερα από τα χειρότερα μέλη του πληθυσμού του υψηλού επιπέδου σε κάθε μετανάστευση.

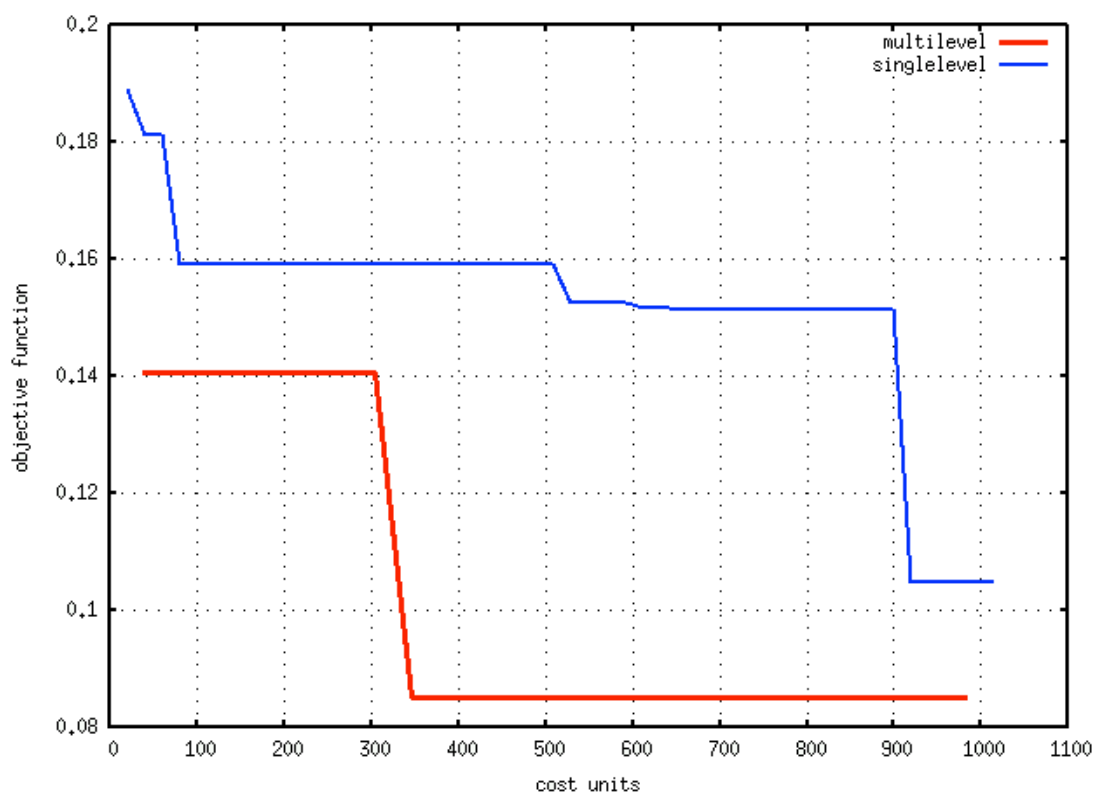


Σχήμα 6.2: Σύγκλιση των δύο διεπίπεδων βελτιστοποιήσεων με διαφορετικό πληθυσμό επιλέκτων για 1000 μονάδες υπολογιστικού κόστους.

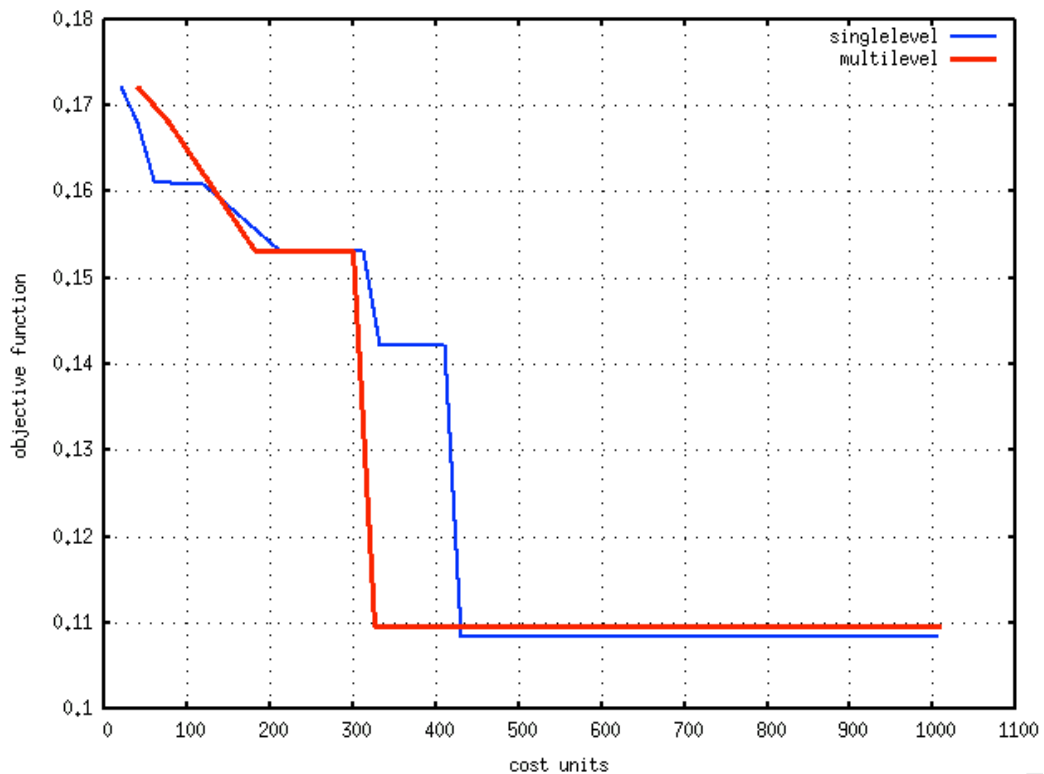
6.3 PRNG σε μονοεπίπεδη και διεπίπεδη βελτιστοποίηση

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται μία μονοεπίπεδη και μία διεπίπεδη βελτιστοποίηση, όπου το μέγεθος που μεταβάλλεται σε σχέση με τις βελτιστοποιήσεις, μονοεπίπεδη και διεπίπεδη, του κεφαλαίου 5 είναι ο αριθμός που αντιστοιχεί στη γεννήτρια τυχαίων αριθμών και βάσει του οποίου αρχικοποιείται η πρώτη γενιά (PRNG-Pseudo-Random Number Generator). Αυτό που εξετάζεται είναι αν και κατά πόσο η βελτιστοποίηση με διεπίπεδη παραμετροποίηση υπερτερεί και πάλι της αντίστοιχης μονοεπίπεδης.

Στα σχήματα 6.3, 6.4 παρουσιάζονται οι συγκλίσεις των βελτιστοποιήσεων για τους δύο αριθμούς PRNG, για 1000 μονάδες υπολογιστικού κόστους.



Σχήμα 6.3: σύγκλιση μονοεπίπεδης και διεπίπεδης βελτιστοποίησης με τη βασική αρχικοποίηση, για 1000 μονάδες υπολογιστικού κόστους.



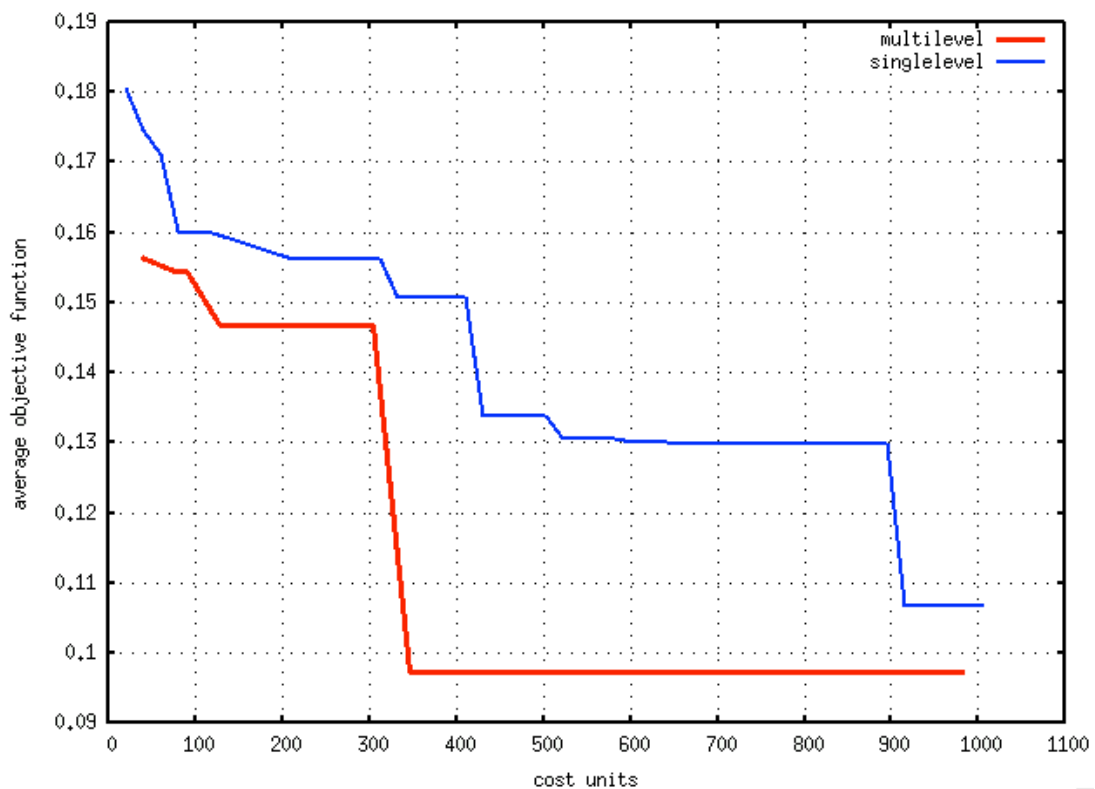
Σχήμα 6.4: σύγκλιση μονοεπίπεδης και διεπίπεδης βελτιστοποίησης με την αρχικοποίηση της παραμετρικής μελέτης, για 1000 μονάδες υπολογιστικού κόστους.

Από τα σχήματα 6.3, 6.4 φαίνεται πως ενώ όσον αφορά τις βασικές βελτιστοποιήσεις η διεπίπεδη υπερτερεί ξεκάθαρα της μονοεπίπεδης, κάτι τέτοιο δε συμβαίνει στην περίπτωση της παραμετρικής μελέτης, κατά την οποία η μονοεπίπεδη βελτιστοποίηση υπερτερεί ελαφρώς της διεπίπεδης. Στον πίνακα 6.2 παρουσιάζεται συγκεντρωτικά η σύγκλιση για τις βελτιστοποιήσεις των σχημάτων 6.3, 6.4.

Αριθμός PRNG	Βέλτιστη λύση μονοεπίπεδης	Βέλτιστη λύση διεπίπεδης
Βασικές βελτιστοποιήσεις	0.104	0.085
Παραμετρική μελέτη	0.108	0.109

Πίνακας 6.2: Σύγκλιση βελτιστοποιήσεων με διαφορετικούς αριθμούς PRNG, για 1000 μονάδες υπολογιστικού κόστους.

Από τα παραπάνω, φαίνεται πως δεν είναι σίγουρο ότι ένα διεπίπεδο σχήμα βελτιστοποίησης θα υπερτερεί κάθε φορά του αντίστοιχου μονοεπίπεδου, καθώς υπεισέρχεται και ο παράγοντας της στοχαστικότητας που χαρακτηρίζει τους ΕΑ. Αυτό που μπορεί να καταγραφεί είναι ότι, στην περίπτωση που επικράτησε η διεπίπεδη βελτιστοποίηση, το έκανε με μεγαλύτερη διαφορά σε σχέση με την περίπτωση που επικράτησε η μονοεπίπεδη, όπου η διαφορά είναι μικρή και η ποιότητα της λύσης ουσιαστικά ίδια. Η τάση επικράτησης της διεπίπεδης βελτιστοποίησης αποτυπώνεται στο σχήμα 6.5, όπου παρουσιάζονται η μέση καμπύλη που προκύπτει από τις δύο μονοεπίπεδες βελτιστοποιήσεις και η αντίστοιχη που προκύπτει από τις δύο διεπίπεδες.



Σχήμα 6.5: Μέσες καμπύλες μονοεπίπεδης και διεπίπεδης βελτιστοποίησης, για 1000 μονάδες υπολογιστικού κόστους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Ανακεφαλαίωση

Στην παρούσα εργασία προγραμματίστηκε λογισμικό για την υποστήριξη διεπίπεδης βελτιστοποίησης μορφής πτερυγίου κινητής πτερύγωσης συμπιεστή με τη χρήση εξελικτικών αλγορίθμων. Για τη βελτιστοποίηση χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό EASY της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ και εφαρμόστηκε η τεχνική της διεπίπεδης παραμετροποίησης.

Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στη διαδικασία που ακολουθείται για την αξιολόγηση κάθε υπονήφιας λύσης που προκύπτει από το λογισμικό βελτιστοποίησης, καθώς για να καταστεί εφικτή χρειάζεται ο προγραμματισμός νέων κωδίκων και η σύνδεσή τους με ήδη υπάρχον λογισμικό, κάτι που αποτελεί σε σημαντικό βαθμό αντικείμενο της εργασίας.

Για τις ανάγκες της βελτιστοποίησης, οι εξισώσεις που διέπουν την ασυμπίεστη ροή επιλύονται σε κάρτες επεξεργαστών γραφικών (GPUs) που προσφέρουν πολύ σημαντικό πλεονέκτημα όσον αφορά την ταχύτητα σε σχέση με την επίλυση σε κεντρικές μονάδες επεξεργασίας (CPUs). Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας, η ταχύτητα επίλυσης της ροής από το οικείο λογισμικό σε μία GPU, για την πτερύγωση αναφοράς, ήταν περίπου 8 φορές μεγαλύτερη από αυτήν του OpenFOAM σε 8 παράλληλες CPUs. Ο χρόνος που απαιτείται για την πραγματοποίηση μιας αξιολόγησης με τη χρήση μιας GPU είναι περίπου 25 λεπτά, ενώ στη βελτιστοποίηση επιτυγχάνεται ακόμα μεγαλύτερο κέρδος, καθώς στο ίδιο χρονικό διάστημα αξιολογούνται παράλληλα τέσσερις υπονήφιες λύσεις με τη χρήση τεσσάρων GPUs. Συνολικά, μία βελτιστοποίηση με υπολογιστικό κόστος 1000 μονάδων όπου χρησιμοποιούνται 4 GPUs διαρκεί περίπου 4.5 ημέρες.

Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν μετά την πραγματοποίηση βελτιστοποιήσεων με την τεχνική της διεπίπεδης παραμετροποίησης, αλλά και μονοεπίπεδων που πραγματοποιούνται με σκοπό τη μεταξύ τους σύγκριση ή τη διερεύνηση στις μεταβολές βασικών ρυθμιστικών παραμέτρων.

Επίσης, παρενθετικά στα παραπάνω, συγκρίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την αξιολόγηση της πτερύγωσης αναφοράς με το λογισμικό της ΜΠΥΡ&Β/ΕΜΠ και το λογισμικό OpenFOAM που χρησιμοποιείται σε άλλη παράλληλα εξελισσόμενη εργασία.

Συμπεράσματα

Τα βασικά συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν με βάση τα αποτελέσματα που προέκυψαν στην παρούσα εργασία είναι τα εξής:

- Όσον αφορά την αξιολόγηση της πτερύγωσης αναφοράς, η σύγκριση που πραγματοποιείται ανάμεσα στο οικείο λογισμικό αξιολόγησης και το λογισμικό OpenFOAM επιβεβαιώνει την ικανοποιητική ομοιότητα των παραγόμενων αποτελεσμάτων, δεδομένων και των διαφορών των δύο λογισμικών. Οι μεγαλύτερες διαφορές εντοπίζονται σε περιοχές κοντά στα στερεά όρια, δηλαδή στην ακτίνα ατράκτου και στην ακτίνα ακροπτερυγίου.
- Η βελτιστοποίηση με την τεχνική της διεπίπεδης παραμετροποίησης φαίνεται να δίνει κατά μέσο όρο καλύτερα αποτελέσματα, συγκρινόμενη με μια αντίστοιχη μονοεπίπεδη, χωρίς αυτό να σημαίνει πως εκ προοιμίου υπερτερεί σε κάθε μεμονωμένη σύγκριση μεταξύ των δύο.
- Η συχνότητα της επικοινωνίας μεταξύ των επιπέδων στη διεπίπεδη βελτιστοποίηση επηρεάζει σημαντικά τη βέλτιστη λύση. Η αραιή επικοινωνία του χαμηλού με το υψηλό επίπεδο στην περίπτωση μονόδρομης μετανάστευσης, όπως είναι αυτή της παρούσας εργασίας, οδήγησε και σε καλύτερη λύση.
- Το μέγεθος του πληθυσμού των επιλέκτων στα δύο επίπεδα της διεπίπεδης βελτιστοποίησης αποτελεί επίσης παράγοντα επηρεασμού της πορείας του αλγορίθμου, σε μικρότερο όμως βαθμό από τη συχνότητα της επικοινωνίας των επιπέδων που αναφέρθηκε προηγουμένως. Ωστόσο, με την τόνωση του στοιχείου της επιλεκτικότητας, ο αλγόριθμος οδηγήθηκε σε ελαφρώς χειρότερη λύση. Φυσικά, αυτό αφορά μόνο τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν εδώ, καθώς για την εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων χρειάζονται πολλές παρόμοιες δοκιμές, οι οποίες ήταν αδύνατο, λόγω του χρόνου που απαιτούν, να πραγματοποιηθούν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας.
- Τέλος, η βελτιστοποίηση με χρήση εξελικτικών αλγορίθμων, συμβάλλει σημαντικά στη μείωση των απωλειών της σχετικής ολικής πίεσης μεταξύ της εισόδου και της εξόδου του χωρίου ροής, αφού για όλες της βελτιστοποιήσεις που πραγματοποιήθηκαν σημειώθηκε πτώση της τιμής της συνάρτησης κόστους σε τιμές που κυμαίνονται περίπου από 46% έως 61% σε σχέση με την τιμή που αντιστοιχεί στην πτερύγωση αναφοράς.

Προσωπική συμβολή-εξέλιξη εργασίας

Για τις ανάγκες της εργασίας οι βασικοί κώδικες που προγραμματίζονται μεταξύ άλλων σε γλώσσα Fortran 77 είναι οι εξής:

- Κώδικας για την παραμετροποίηση των αεροτομών της περύγωσης αναφοράς στις τρεις βασικές ακτινικές θέσεις (άτρακτος, μέση ακτίνα, ακροπερύγιο).
- Κώδικας που υποστηρίζει την αξιολόγηση κάθε υποψήφιας λύσης που προκύπτει από το λογισμικό βελτιστοποίησης.
- Κώδικας για τη δημιουργία αρχείου που χρησιμοποιείται για την κατασκευή του υπολογιστικού πλέγματος.
- Κώδικας για τον μετασχηματισμό της παραμετροποίησης του χαμηλού επιπέδου της διεπίπεδης βελτιστοποίησης σε αυτήν του υψηλού επιπέδου.
- Κώδικας για την εξαγωγή των καμπυλών κατανομής αδιάστατης πίεσης κατά την αδιάστατη χορδή στις αεροτομές των τριών βασικών ακτινικών θέσεων.

Ως μελλοντική εξέλιξη της παρούσας εργασίας προτείνεται η εισαγωγή περισσότερων από μία συναρτήσεων-στόχων ή περισσότερων του ενός περιορισμών, καθώς επίσης και η βελτιστοποίηση μορφής περυγίου κινητής περύγωσης με ακτινικό διάκενο. Ακόμη, θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί βελτιστοποίηση για λειτουργία εκτός του σημείου σχεδιασμού. Τέλος, μπορούν να χρησιμοποιηθούν, είτε ξεχωριστά είτε συνδυαστικά με τη μέθοδο της πολυεπίπεδης παραμετροποίησης, οι τεχνικές της πολυεπίπεδης αξιολόγησης και της πολυεπίπεδης ανίχνευσης.

Βιβλιογραφία

- [1] Καμπόλης, Ι.: *Πολυεπίπεδοι, πολυεπεξεργαστικοί αλγόριθμοι αεροδυναμικής βελτιστοποίησης στις στροβιλομηχανές*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα 2009
- [2] Τσιάκας, Κ.: *Προγραμματισμός λογισμικού για την προσομοίωση 3D ροών σε πτερυγώσεις στροβιλομηχανών μέσω επίλυσης σε επεξεργαστές καρτών γραφικών*. Μεταπτυχιακή εργασία, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ, Αθήνα 2012
- [3] Κουλλαπής, Π.Γ.: *Η συνεχής συζυγής μέθοδος για τον έλεγχο ροής με δέσμες ρευστού-Εφαρμογή σε τριδιάστατη περιστρεφόμενη πτερύγωση συμπιεστή*. Διπλωματική εργασία, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ, Αθήνα 2013
- [4] Γιαννάκογλου, Κ.Χ.: *Μέθοδοι βελτιστοποίησης στην αεροδυναμική*, ΕΜΠ, Αθήνα 2005
- [5] Βλάμης, Π.: *Σχεδιασμός-βελτιστοποίηση μορφών στη μηχανική των ρευστών με εξελικτικούς αλγορίθμους και διεπίπεδα σχήματα-Εφαρμογή σε δρομέα στροβίλου*. Διπλωματική εργασία, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ, Αθήνα 2011
- [6] Καββαδίας, Ι.Σ.: *Προγραμματισμός επιλύτη 3D εξισώσεων ροής ατρίβους ρευστού σε δομημένα πλέγματα, σε κάρτες γραφικών*. Διπλωματική εργασία, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ, Αθήνα 2011
- [7] Ελευθερίου, Γ.Σ.: *Προγραμματισμός παράλληλου επιλύτη εξισώσεων Euler για 3D ροές σε δομημένα πλέγματα σε συστοιχίες καρτών γραφικών*. Διπλωματική εργασία, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ, Αθήνα 2012
- [8] Kampolis,I., Trompoukis,X., Asouti,V., and Giannakoglou,K.: *CFD-based analysis and two-level aerodynamic optimization on graphics processing units*. Computer methods in applied mechanics and engineering,199(9-12):712-722,2010
- [9] Goldberg, D.E.: *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*. Addison-Wesley, 1989
- [10] Davis, L: *Handbook of genetic algorithms*. Van Nostrand Reinhold, New York, 1991
- [11] Michalewicz, Z: *Genetic algorithms + data structures = evolution programs. artificial intelligence*. Berlin, Springer, 1992
- [12] Δολιανίτης, Ι.Κ.: *Βελτιστοποίηση προγράμματος λειτουργίας θερμικών μονάδων ηλεκτροπαραγωγής με χρήση εξελικτικών αλγορίθμων και μιας νέας παραμετροποίησης*. Διπλωματική εργασία, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ, Αθήνα 2011

- [13] Kampolis, I.C and Giannakoglou, K.C.: *A multilevel approach to single and multiobjective aerodynamic optimization*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 2008; 197(33-40):2963-2975
- [14] Kampolis, I.C. and Giannakoglou, K.C.: *Synergetic use of different evaluation, parameterization and search tools within a multilevel optimization platform*. Applied Soft Computing 2011; 11(1):645-651
- [15] Kampolis, I.C., Zymaris, A.S, Asouti, V.G., and Giannakoglou, K.C.: *Multilevel optimization strategies based on metamodel-assisted evolutionary algorithms, for computationally expensive problems*. In *2007 Congress on Evolutionary Computation-CEC 2007*, pages 4116-4123. IEEE Press, 2007, ISBN 978-1-4244-1340-9
- [16] Chorin, A.: *A numerical method for solving incompressible viscous flow problems*. Journal of Computational Physics, 2(1):12-26,1967
- [17] Spalart, P. And Allmaras, S.: *A one-equation turbulence model for aerodynamic flows*. AIAA Paper 1992-439, 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, USA, January 6-9 1992
- [18] Παπαηλιού, Κ.Δ., Μαθιουδάκης, Κ.Μ., Γιαννάκογλου, Κ.Χ.: *Εισαγωγή στις θερμικές στροβιλομηχανές*. Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ, Αθήνα 2000
- [19] Γιαννάκογλου, Κ.Χ, Αναγνωστόπουλος, Ι., Μπεργελές, Γ.: *Αριθμητική Ανάλυση για Μηχανικούς*. ΕΜΠ, Αθήνα 2002
- [20] *NVIDIA CUDA C Programming guide, webpage.*
<http://docs.nvidia.com/cuda/cuda-c-programming-guide/index.html>
- [21] Desideri, J, Janka, A.: *Hierarchical parameterization for multilevel evolutionary shape optimization with application to aerodynamics*, in: G. Bueda, J. Desideri, J. Periaux, M. Schoenauer, G. Winter (Eds.), *International Congress on Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems – EUROGEN 2003*, 2003
- [22] Piegl, L., Tiller, W.: *The NURBS Book (Monographs in Visual Communication)*, Springer-Verlag, Germany, 1997
- [23] Giannakoglou, K, Giotis, A., Karakasis, M. : *Low-cost genetic optimization based on inexact pre-evaluations and the sensitivity analysis of design parameters*. J. Inverse Problems Engrg. 9 (4) (2001) 389-412
- [24] Karakasis, M., Giannakoglou, K: *On the use of metamodel-assisted, multi-objective evolutionary algorithms*. Engrg. Optim. 38 (8) (2005) 941-957

- [25] Duvigneau, R., Chaigne, B., and Desideri, J.A.: *Multi-level parameterization for shape optimization in aerodynamics and electromagnetics using a particle swarm optimization algorithm*. Technical Report RR-6003, INRIA, 2006.
- [26] Karakasis, M., Koubogiannis, D., and Giannakoglou, K.: *Hierarchical distributed evolutionary algorithms in shape optimization*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 53:455-469, 2007
- [27] Kampolis, I.C. and Giannakoglou, K.C.: *Distributed Evolutionary Algorithms with Hierarchical Evaluation*. Engineering Optimization 2009; 41(11): 1037-1049
- [28] Marco, N., Dervieux, A.: *Multilevel parametrization for aerodynamical optimization of 3D shapes*. Finite Elements in Analysis and Design, Volume 26, Issue 4, 15 August 1997, Pages 259-277
- [29] Muyl, F., Dumas, L., and Herbert, V.: *Hybrid method for aerodynamic shape optimization in automotive industry*. Journal of Computers and Fluids, 33(5-6):849–858, 2004.
- [30] Yiu, K.F.C., Liu, Y., and Teo, K.L.: *A hybrid descent method for global optimization*. J. of Global Optimization, 28(2):229–238, 2004, ISSN 0925-5001.
- [31] Poloni, C., Giurgevich, A., Onesti, L. and Pediroda, V.: *Hybridization of a multiobjective genetic algorithm, a neural network and a classical optimizer for a complex design problem in fluid dynamics*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 186(2):403-420,2000
- [32] Eby, D., Averill, R.C., Punch III, W.F. and Goodman, E.D.: *Evaluation of injection island GA performance on flywheel design optimization*. In 3rd Conference on Adaptive Computing in Design and Manufacturing, pages 121–136, Plymouth, UK, 1998. Springer-Verlag.
- [33] Back, T., Hamel, U., Schwefel, H.P.: *Evolutionary Computation: Comments on the History and Current State*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 1, No. 1, April 1997
- [34] *Genetic Algorithm, webpage*. http://en.wikipedia.org/wiki/Genetic_algorithm
- [35] *Evolutionary algorithm, webpage*. http://en.wikipedia.org/wiki/Evolutionary_algorithm

- [36] Asouti, V., Trompoukis, X., Kampolis, I., and Giannakoglou, K.: *Unsteady CFD computations using vertex-centered finite volumes for unstructured grids on Graphics Processing Units*. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 67(2):232-246, May 2011
- [37] Τρομπούκης, Ξ.: *Αριθμητική επίλυση προβλημάτων αεροδυναμικής-αεροελαστικότητας σε επεξεργαστές καρτών γραφικών*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2012.
- [38] Cover, T.M.: *Geometrical and statistical properties of systems of linear inequalities and applications in pattern recognition*. IEEE Transactions on Electronic Computers, 14:326-334, 1965.
- [39] Karki, K. and Patankar, S.: *Pressure based calculation procedure for viscous flows at all speeds in arbitrary configurations*. AIAA Journal, 27(9):1167-1174, 1989
- [40] Χούντα, Π.: *Βελτιστοποίηση με Εξελικτικούς Αλγορίθμους Υποβοηθούμενους από τη Μέθοδο Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες-Εφαρμογές στην Ενέργεια και στις Μεταφορές*. Διπλωματική εργασία, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών ΕΜΠ, Αθήνα 2013
- [41] Papadimitriou, D.I. and Giannakoglou, K.C.: *A continuous adjoint method with objective function derivatives based on boundary integrals for inviscid and viscous flows*. Computers & Fluids 2007; 36(2):325-341
- [42] Papadimitriou, D.I. and Giannakoglou, K.C.: *Total pressure losses minimization in turbomachinery cascades, using a new continuous adjoint formulation*. Proc. IMechE, Part A: Journal of Power and Energy (Special Issue on Turbomachinery) 2007; 221(6):865-872
- [43] Asouti, V.G., Zymaris, A.S., Papadimitriou, D.I. and Giannakoglou, K.C.: *Continuous and discrete adjoint approaches for aerodynamic shape optimization with low Mach number preconditioning*. International Journal for Numerical Methods in Fluids 2008; 57(10):1485-1504
- [44] Papadimitriou, D.I. and Giannakoglou, K.C.: *Aerodynamic shape optimization using first and second order adjoint and direct approaches*. Archives of Computational Methods in Engineering (State of the Art Reviews) 2008; 15(4):447-488
- [45] Haykin, S.: *Neural networks: a comprehensive foundation*. Prentice Hall, New Jersey, USA, 1999

[46] Simpson, T.W., Korte, J.J, Mauery, T.M., Mistree, F: *Kriging models for global approximation in simulation-based multidisciplinary design optimization*. Aiaa Journal-AIAA J, vol. 39, no 12,pp 2233-2241,2001

[47] Cortes, C. and Vapnik, V.: *Support-vector networks*. Machine Learning, 20(3):273-297, 1995