



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Η Μέθοδος της Διαφορικής Εξέλιξης στη Μονοκριτηριακή και Πολυκριτηριακή Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση, σε Πολυεπεξεργαστικό Περιβάλλον

Διπλωματική Εργασία:
Καρβούνη Δημήτρη του Χρήστου

Επιβλέπων: Κ.Χ. Γιαννάκογλου, Αναπ.Καθηγητής ΕΜΠ

Οκτώβριος 2007

1. Εισαγωγή

Η διπλωματική αυτή εργασία επικεντρώνεται στη μέθοδο της Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution – ΔΕ), που αποτελεί μια πληθυσμιακή στοχαστική μέθοδο βελτιστοποίησης. Ξεκινά με τη βιβλιογραφική επισκόπηση των αλγορίθμων ΔΕ και συνεχίζεται με τον προγραμματισμό σε γλώσσα Fortran77 του σχετικού λογισμικού. Η μέθοδος, στη μορφή στην οποία κατέληξε η παρούσα εργασία, έχει αρκετά πρόσθετα στοιχεία συγκριτικά με τους “κλασικούς” αλγόριθμους ΔΕ, επεκτείνεται σε προβλήματα πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης και χρησιμοποιεί πολυεπεξεργασία. Οι νέες ουσιαστικές παρεμβάσεις που έγιναν βασίζονται ουσιαστικά σε μετεμφυτεύσεις στοιχείων του γενικευμένου Εξελικτικού Αλγορίθμου (περιοχή στην οποία το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του Ε.Μ.Π. έχει πολυετή εμπειρία). Με τις νέες τροποποιήσεις η μέθοδος έγινε ακόμα πιο γρήγορη και σταθερή στη συμπεριφορά της. Στα νέα στοιχεία της μεθόδου συγκαταλέγεται μια καινούργια τεχνική αποδοχής των απογόνων και ανανέωσης του πληθυσμού σε προβλήματα πολλών στόχων. Ο κώδικας προγραμματίστηκε για να δουλεύει και σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον, κάνοντας χρήση των βιβλιοθηκών του PVM και της λογικής συντονιστή-εργάτη ώστε να επιτευχθεί ταυτόχρονη αξιολόγηση μελών του πληθυσμού από τους διαθέσιμους επεξεργαστές. Ο κώδικας πιστοποιήθηκε επιτυχώς σε μαθηματικά προβλήματα ενός και περισσότερων στόχων και εφαρμόστηκε με επιτυχία σε πραγματικά προβλήματα αεροδυναμικού σχεδιασμού στις στροβιλομηχανές.

2. Η μέθοδος της Διαφορικής Εξέλιξης

Εισαγωγή στη μέθοδο ΔΕ

Η μέθοδος της Διαφορικής Εξέλιξης (ΔΕ) προτάθηκε το 1995 από τους Storn και Price και πραγματοποιήθηκαν σημαντικότερες βελτιώσεις στη θεωρία της, το 2003. Από τις πρώτες εφαρμογές της επέδειξε καλύτερη συμπεριφορά σε σχέση με τις υπόλοιπες πληθυσμιακές στοχαστικές μεθόδους βελτιστοποίησης, καθότι παρουσίαζε ταχύτερη σύγκλιση και σταθερότητα στη συμπεριφορά της. Η ευκολία στη χρήση της και η ευρεία γκάμα εφαρμογών που μπορούσε να εφαρμοστεί, ανέδειξαν τη μέθοδο ως σημαντικό σύγχρονο εργαλείο βελτιστοποίησης.

Συγκρίνοντας την με τους κλασικούς Εξελικτικούς Αλγόριθμους (Evolutionary Algorithm –EA), μία από τις πιο ευρέως διαδεδομένες πληθυσμιακές μεθόδους βελτιστοποίησης, παρατηρούνται τρεις σημαντικές διαφορές.

- I. Καταρχάς, η ΔΕ χρησιμοποιεί αποκλειστικώς πραγματικές ελεύθερες μεταβλητές που λαμβάνουν τιμές στο χώρο των πραγματικών αριθμών και δε χρησιμοποιεί δυαδική κωδικοποίηση όπως συνηθίζουν οι EA. Με αυτό το τρόπο, οι απαιτήσεις της μεθόδου από το χρήστη όχι μόνο είναι λιγότερες, απλουστεύοντας το έργο του, αλλά η μέθοδος δεν περιορίζεται στην εύρεση της βέλτιστης λύσης από την διακριτοποίηση του χώρου των λύσεων που αναγκαστικά συμβαίνει στις EA.
- II. Στη ΔΕ, η έννοια της γενιάς δεν είναι τόσο σαφώς οριοθετημένη όσο στους EA. Στους κλασικούς EA, από τα μέλη της γενιάς της προηγούμενης γενιάς, σχηματίζεται ο πληθυσμός των απογόνων και εν συνεχεία αξιολογούνται για τη δημιουργία της επόμενης γενιάς. Στη ΔΕ όμως, η αξιολόγηση και η ανανέωση του πληθυσμού πραγματοποιείται με τη δημιουργία κάθε νέου απόγονου, με αποτέλεσμα ο νέος απόγονος να είναι είναι προϊόν του βέλτιστου κάθε φορά πληθυσμού που έχει εντοπίσει η μέθοδος ως εκείνη τη στιγμή.
- III. Τέλος, σημαντικές διαφορές παρουσιάζονται και στον τρόπο δημιουργίας των απογόνων και στο κριτήριο με το οποίο επιλέγονται τα νέα μέλη του πληθυσμού των λύσεων της μεθόδου.

Αλγόριθμος ΔΕ

Η μέθοδος ΔΕ προγραμματίστηκε σε γλώσσα Fortran 77 και το κυρίως σκέλος του αλγορίθμου που χρησιμοποιήθηκε ήταν το εξής:

Έστω NP το μέγεθος του πληθυσμού και $\bar{X}_{i,G}$, με $i=0,1,2,\dots,NP-1$ μία υποψήφια λύση αυτού του πληθυσμού για τη γενιά G. Ο χρήστης ορίζει με βάση τη μορφή του προβλήματος τον αριθμό n των μεταβλητών παραμέτρων, καθώς και το μέγεθος του πληθυσμού.

Για την πρώτη γενιά ($G=0$) επιλέγεται με τυχαίο τρόπο πληθυσμός NP λύσεων, πραγματοποιείται υπολογισμός των τιμών της συνάρτησης κόστους $F(\bar{X}_{i,0})$ για κάθε $i=0,1,\dots, NP-1$ και εντοπίζεται η υποψήφια λύση του πληθυσμού με τη μικρότερη συνάρτηση κόστους.

Από εδώ και πέρα ξεκινά η εξελικτική διαδικασία του αλγόριθμου για κάθε γενιά του πληθυσμού και η οποία με τη σειρά της αποτελείται από μια εσωτερική επαναληπτική διαδικασία που πραγματοποιείται για κάθε μέλος της τρέχουσας γενιάς. Υπενθυμίζοντας ότι το πρόβλημα είναι ενός στόχου, ακολουθείται βήμα προς βήμα η παρακάτω διαδικασία.

Βήμα 1: Τίθεται $G=1$.

Βήμα 2: Τίθεται $i=0$.

Βήμα 3: Με διαδικασία που αναλύεται αναλυτικότερα στη διπλωματική εργασία, παράγεται το “δοκιμαστικό διάνυσμα-γονέας” \bar{V}_i και το οποίο διασταυρώνεται με το διάνυσμα $\bar{X}_{i,G}$ (τονίζεται το γεγονός ότι το διάνυσμα $\bar{X}_{i,G}$ είναι μέλος του πληθυσμού της G γενιάς, ενώ το \bar{V}_i δεν ανήκει στον τρέχοντα πληθυσμό), παράγοντας έτσι την υποψήφια λύση \bar{U}_i .

Βήμα 4: Αξιολογείται η υποψήφια λύση \bar{U}_i με υπολογισμό της τιμής της συνάρτησης κόστους $F(\bar{U}_i)$. Αν $F(\bar{U}_i) < F(\bar{X}_{i,G})$, τότε η υποψήφια λύση \bar{U}_i παίρνει τη θέση της λύσης $X_{i,G}$ στον πληθυσμό, αλλιώς η λύση \bar{U}_i απορρίπτεται και η λύση $\bar{X}_{i,G}$ διατηρεί τη θέση της στον πληθυσμό.

Βήμα 5: Αυξάνεται η τιμή της παραμέτρου i κατά 1 (δηλαδή $i \leftarrow i+1$) και επαναλαμβάνεται η διαδικασία από το βήμα 3 έως το βήμα 5 για όλα τα μέλη του πληθυσμού, δηλαδή μέχρι την τιμή $i=NP$, οπότε και συνεχίζει ο αλγόριθμος εκτελώντας το βήμα 6.

Βήμα 6: Εντοπίζεται η υποψήφια λύση με τη μικρότερη τιμή της συνάρτησης κόστους για το πρόβλημα βελτιστοποίησης και εφαρμόζεται το κριτήριο σύγκλισης. Εάν δε θεωρηθεί ότι η μέθοδος συνέκλινε, συνεχίζει ο αλγόριθμος στην επόμενη γενιά, θέτοντας $G \leftarrow G+1$ και επαναλαμβάνονται τα βήματα 2 έως 6, μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο σύγκλισης της μεθόδου.

Προσθήκες στη Μέθοδο ΔΕ

Με βάση την εμπειρία του Ε.Θ.Σ. από τη χρήση των πληθυσμιακών στοχαστικών μεθόδων -με κύριο εκπρόσωπο των μεθόδων αυτών τους EA- πραγματοποιήθηκαν κάποιες επιπλέον προσθήκες στη μέθοδο της ΔΕ που προγραμματίστηκε. Συγκεκριμένα, εισήχθη ο τελεστής μετάλλαξης και ο τελεστής αντι-επιλεκτικότητας που μείωσαν την πιθανότητα εγκλωβισμού της μεθόδου σε τοπικά ακρότατα. Επιπλέον, για την αποφυγή αξιολόγησης πιθανών λύσεων εις διπλούν, όλες οι αξιολογήσεις αποθηκεύονταν σε μία

κοινή βάση δεδομένων, ενώ ο κώδικας προγραμματίστηκε ώστε να εφαρμόζεται και σε προβλήματα με περιορισμούς.

Επέκταση της μεθόδου ΔΕ σε πολυκριτηριακό περιβάλλον

Το προκύπτον λογισμικό επεκτάθηκε ώστε να εφαρμόζεται και σε προβλήματα πολλών στόχων. Η δομή του κυρίως αλγόριθμου παρέμεινε ίδια, με μόνη διαφορά στο τρόπο ανανέωσης του πληθυσμού, καθώς ο μονοσήμαντος τρόπος σύγκρισης δύο λύσεων στο μονοκριτηριακό περιβάλλον, δε μπορεί να εφαρμοστεί και στο πολυκριτηριακό περιβάλλον.

Ειδικά για την ανανέωση του πληθυσμού, προτάθηκε και προγραμματίστηκε ένα περισσότερο στοχαστικό κριτήριο αποδοχής νέου απογόνου, από αυτά που προτείνονται στη βιβλιογραφία. Με το νέα μέθοδο, έγινε πιο εύκολη η συνεχής ανανέωση του πληθυσμού και του συνόλου των επίλεκτων λύσεων (κύριο χαρακτηριστικό της μεθόδου όπως ειπώθηκε ήδη). Για την ευκολότερη εποπτεία των αποτελεσμάτων, προγραμματίστηκε και ένας τελεστής αραίωσης του συνόλου των επίλεκτων λύσεων, ώστε να ελέγχεται το πλήθος των επίλεκτων λύσεων.

Επέκταση της μεθόδου ΔΕ σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον

Το λογισμικό που δημιουργήθηκε, προγραμματίστηκε έτσι ώστε να μπορεί να εφαρμοστεί και σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον, κάνοντας χρήση των βιβλιοθηκών του PVM. Η παραλληλοποίηση της μεθόδου, έγινε κάνοντας χρήση της λογικής του συντονιστή-εργάτη.

Στο συντονιστή πραγματοποιείται η κυρίως εξελικτική διαδικασία, λαμβάνονται όλες οι αποφάσεις και είναι καθήκον του συντονιστή να αναθέτει στους εργάτες την αξιολόγηση διαφορετικής υποψήφιας λύσης. Από την άλλη, είναι καθήκον του εργάτη ο υπολογισμός της τιμής της συνάρτησης κόστους για κάθε υποψήφια λύση που του ανατίθεται, καθώς και ο έλεγχος των περιορισμών.

Με την παραπάνω διαδικασία, πραγματοποιούνται ταυτόχρονα περισσότερες της μιας αξιολογήσεις και με αυτό το τρόπο, ο χρόνος που απαιτείται για την πραγματοποίηση των απαιτούμενων αξιολογήσεων για τη σύγκλιση της μεθόδου, είναι αισθητά μικρότερος.

3. Πιστοποίηση μεθόδου σε Μαθηματικά Προβλήματα

Το λογισμικό που δημιουργήθηκε, εφαρμόστηκε με επιτυχία σε δύσκολα μαθηματικά προβλήματα πολλών ελεύθερων μεταβλητών, τόσο σε προβλήματα ενός, όσο και περισσότερων στόχων.

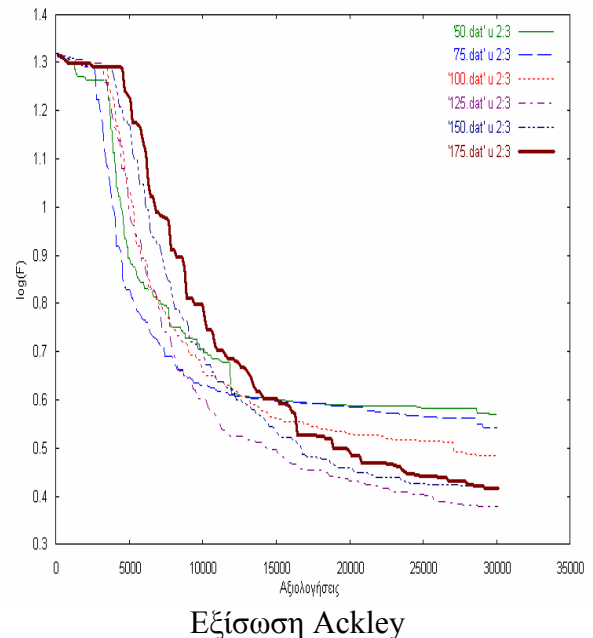
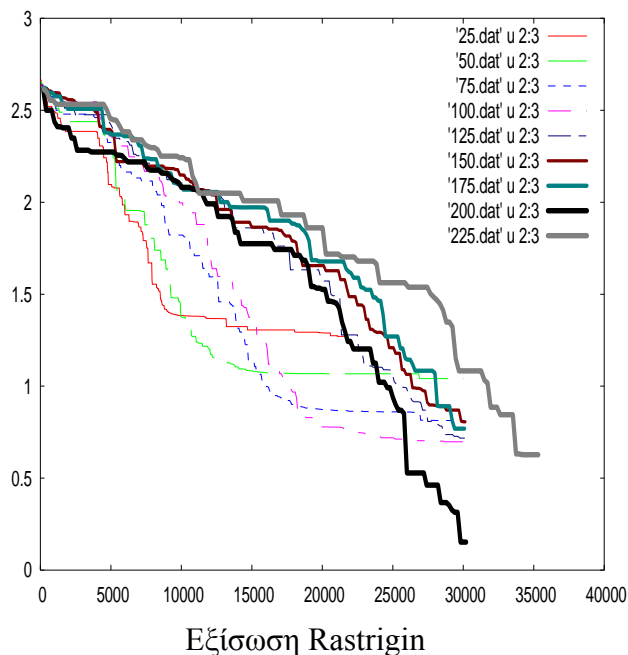
Προβλήματα Ενός Στόχου

Η μέθοδος ΔΕ, εφαρμόστηκε στην επίλυση των εξισώσεων Rastrigin και Ackley. Οι δύο αυτές εξισώσεις, είναι εξισώσεις πολλών μεταβλητών που παρουσιάζουν πολύ μεγάλο πλήθος τοπικών ακροτάτων, κάνοντας τις ιδανικές για την πιστοποίηση στοχαστικών

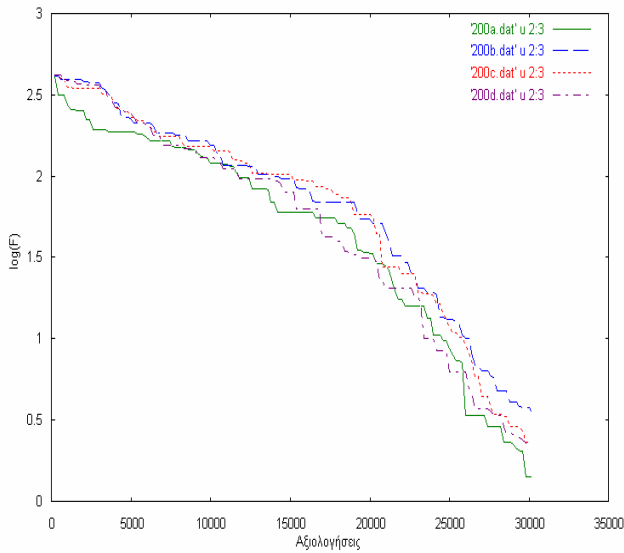
πληθυσμιακών μεθόδων. Οι δύο εξισώσεις αναλύονται διεξοδικότερα στο κείμενο της διπλωματικής εργασίας.

Αποφασίσθηκε η μέθοδος να εφαρμοστεί στις εξισώσεις αυτές, κάνοντας χρήση 30 ελεύθερων μεταβλητών, μεγέθους εξαιρετικά μεγάλου. Η αυξημένη δυσκολία του προβλήματος και ο τάχιστος υπολογισμός των τιμών των δύο αυτών συναρτήσεων, επέτρεψε τη μελέτη της συμπεριφοράς της μεθόδου για 30,000 αξιολογήσεις, παρά το ότι αυτό το νούμερο σπανιότατα εμφανίζεται στις πραγματικές βιομηχανικές εφαρμογές βελτιστοποίησης. Τα όρια των μεταβλητών παρέμειναν ίδια με τα όρια στα οποία συνηθίζεται να εφαρμόζονται αυτές οι εξισώσεις.

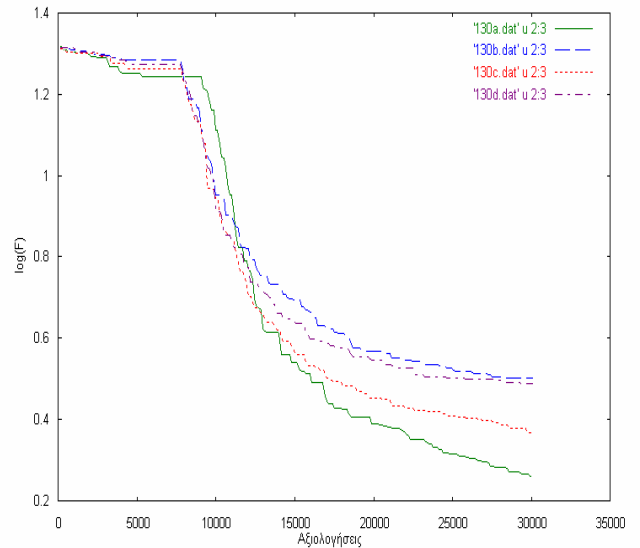
Και για τις δύο εξισώσεις, η ΔΕ εφαρμόστηκε για διάφορα μεγέθη πληθυσμού και για το μέγεθος του πληθυσμού που εμφάνιζε την καλύτερη συμπεριφορά, επαναλήφθηκε η εφαρμογή της, ώστε να γίνει έλεγχος της σταθερότητας της συμπεριφοράς της. Σε όλες τις περιπτώσεις, η ΔΕ επέδειξε αξιοπρόσεκτη συμπεριφορά, καθότι παρουσίασε τάχιστη σύγκλιση και μεγάλη σταθερότητα στη συμπεριφορά της. Στα σχήματα 1 και 2 που ακολουθούν εμφανίζονται συνοπτικά τα αποτελέσματα από αυτές τις εφαρμογές της μεθόδου.



Σχήμα 1: Γραφική παράσταση του δεκαδικού λογαρίθμου της βέλτιστης λύσης των συναρτήσεων Rastrigin και Ackley, που έχει εντοπίσει η ΔΕ, σε συνάρτηση με τον αριθμό των αξιολογήσεων και το μέγεθος του πληθυσμού



Εξίσωση Rastrigin



Εξίσωση Ackley

Σχήμα 2: Γραφική παράσταση του δεκαδικού λογάριθμου της βέλτιστης λύσης στις συναρτήσεις Rastrigin και Ackley, που έχει εντοπίσει η ΔΕ, σε συνάρτηση με τον αριθμό των αξιολογήσεων για τις τέσσερις διαφορετικές εφαρμογές της ΔΕ

Προβλήματα Πολλών Στόχων

Η μέθοδος ΔΕ, εφαρμόστηκε στην επίλυση της οικογένειας εξισώσεων που υπακούουν στην ευρύτερη ονομασία των εξισώσεων ZDT. Πρόκειται για προβλήματα δύο στόχων, που επιτρέπουν τον έλεγχο της συμπεριφοράς της μεθόδου σε πολυκριτηριακό περιβάλλον, για διάφορες δύσκολες περιπτώσεις. Ο τρόπος εφαρμογής των εξισώσεων αυτών είναι προκαθορισμένος από τους δημιουργούς των εξισώσεων και αναλύεται διεξοδικότερα στο κείμενο της διπλωματικής εργασίας.

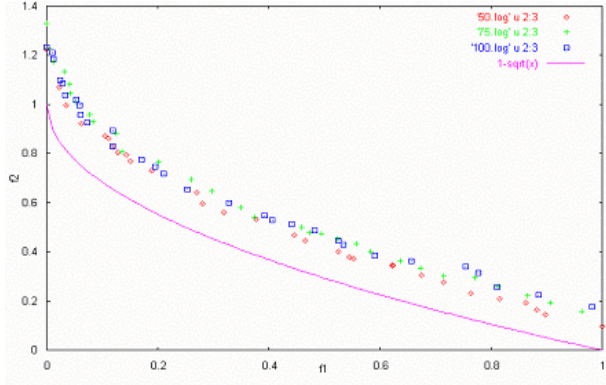
Η μέθοδος ΔΕ εφαρμόστηκε με διάφορες μορφές της και επέδειξε ικανότητα προσέγγισης του θεωρητικού μετώπου των λύσεων Pareto σε όλες τις περιπτώσεις. Στα σχήματα που ακολουθούν, παρουσιάζεται το σύνολο των καλύτερων λύσεων που προέκυψαν με το πέρας 10000 αξιολογήσεων (τυπικό μέγεθος αξιολογήσεων κατά την εφαρμογή της οικογένειας των εξισώσεων ZDT) για τις καλύτερες από τις εφαρμογές που πραγματοποιήθηκαν, σε συνάρτηση με τον πληθυσμό της μεθόδου και με τη συνεχή γραμμή να ταυτίζεται με το μέτωπο των βέλτιστων κατά Pareto λύσεων του κάθε προβλήματος.

4. Εφαρμογή της ΔΕ στο Σχεδιασμό Πτερύγωσης Στροβιλομηχανής

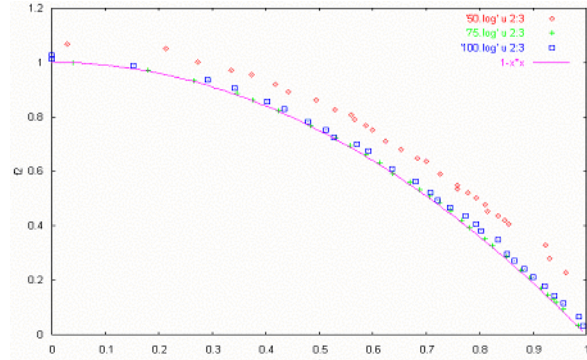
Μετά από την πιστοποίηση της μεθόδου ΔΕ στα μαθηματικά προβλήματα και έχοντας αποκτήσει την απαραίτητη εμπειρία για τη συμπεριφορά της μεθόδου, αποφασίστηκε η εφαρμογή της μεθόδου στο σχεδιασμό της αεροτομής πτερύγωσης στροβιλομηχανής που επιτυγχάνει ελάχιστο συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης ω . Προφανώς, η συνάρτηση κόστους του προβλήματος F ταυτίζεται με το συντελεστή ω . Υπενθυμίζεται ότι ο συντελεστής απωλειών ολικής πίεσης ω ορίζεται:

$$F = \omega = \frac{p_{t2,is} - p_{t2}}{p_{t1} - p_1}$$

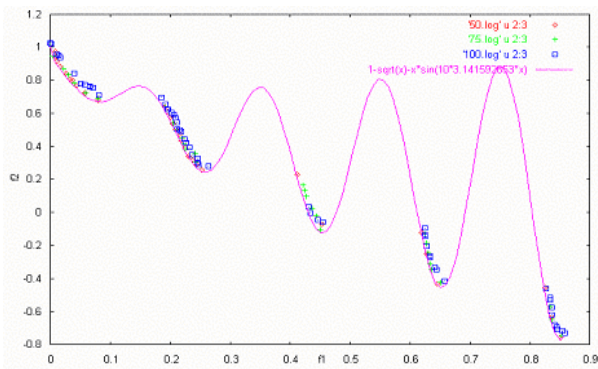
όπου $p_{t2,is}$ είναι η ισεντροπική ολική πίεση στην έξοδο, p_{t2} η ολική πίεση στην έξοδο, p_{t1} η ολική πίεση στην είσοδο και p_1 η στατική πίεση στην είσοδο της περύγωσης.



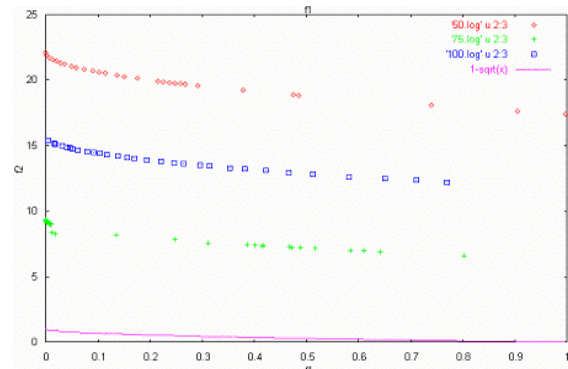
ZDT 1



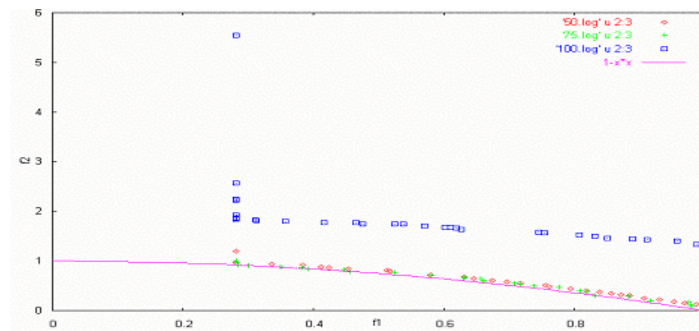
ZDT 2



ZDT 3



ZDT 4



ZDT 6

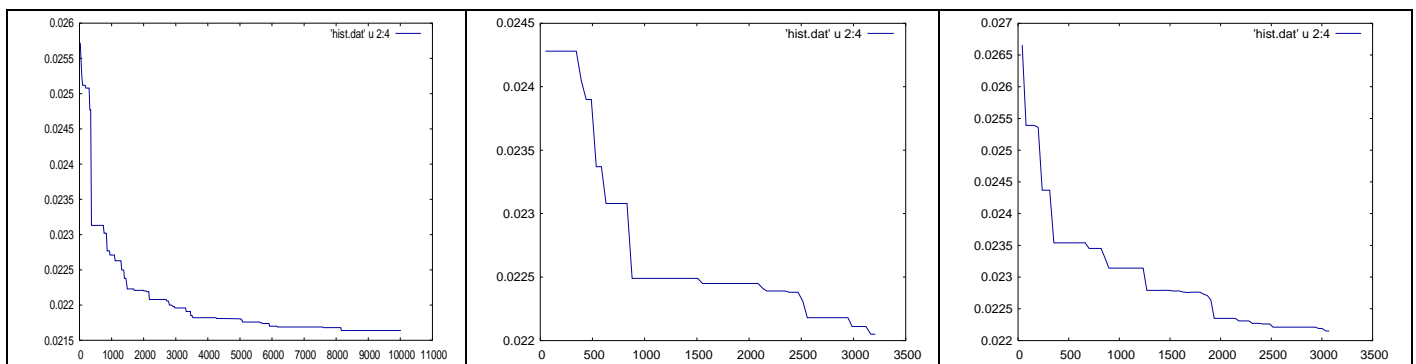
Σχήμα 3: Απεικόνιση στο επίπεδο των στόχων του βέλτιστο κατά Pareto μετώπου (συνεχής γραμμής) και του συνόλου των επίλεκτων που ελήφθησαν για 10000 αξιολογήσεις για τα τρία διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού που χρησιμοποιήθηκαν κατά την επίλυση των ZDT με χρήση του δεύτερου σχήματος ΔΕ

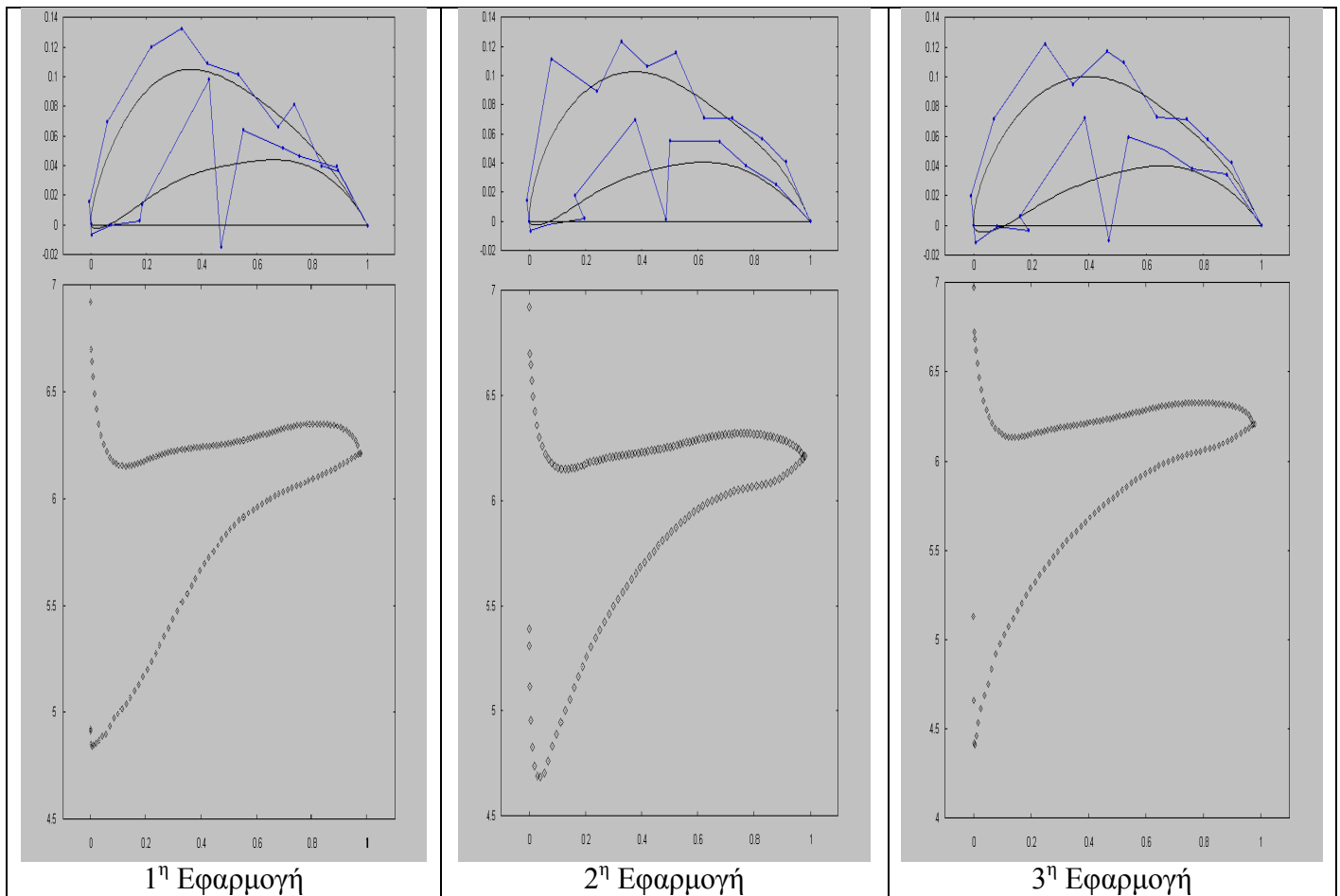
Η επίλυση της ροής γύρω από την αεροτομή έγινε κάνοντας χρήση της ολοκληρωματικής μεθόδου επίλυσης της ροής του καθηγητή Mark Drela, ενώ η παραμετροποίηση της αεροτομής έγινε κάνοντας χρήση δύο καμπυλών Bezier, μιας για την πλευρά υπερπίεσης και μιας για την πλευρά υποπίεσης.

Επιπλέον, θέσαμε στο πρόβλημα που εφαρμόστηκε περιορισμούς ως προς το πάχος της αεροτομής σε συγκεκριμένα μήκη της χορδής της καθώς και για την ελάχιστη στροφή της ροής που θα επιτυγχάνει η προκύπτουσα αεροτομή.

Η πρώτη εφαρμογή τερματίστηκε στις 10000 αξιολογήσεις. Το νούμερο αυτό είναι πολύ μεγάλο για πραγματικές βιομηχανικές εφαρμογές, παρόλα αυτά, επιλέχθηκε για να γίνει επιτρεπτή η μελέτη της μεθόδου σε βάθος γενεών. Στο Σχήμα 4 παρουσιάζεται η γεωμετρία που προέκυψε, η αντίστοιχη κατανομή της πίεσης της και η ταχύτητα σύγκλισης της μεθόδου.

Η μέθοδος εφαρμόστηκε άλλες δύο φορές για μέγιστο αριθμό αξιολογήσεων ίσο με 3,000 αξιολογήσεις αυτή τη φορά. Με βάση τα αποτελέσματα που ελήφθησαν, αποφασίσθηκε επιπρόσθετα, η εισαγωγή ενός ακόμα περιορισμού για το πάχος της αεροτομής στην ακμή εκφυγής, ώστε να μην είναι τόσο λεπτή, όσο προέκυψε κατά την πρώτη εφαρμογή. Μελετώντας τις τρεις εφαρμογές, αξίζει να ειπωθεί, ότι με τη συμπλήρωση των 1000 αξιολογήσεων (που είναι ένα νούμερο που εφαρμόζεται συχνά κατά τη βιομηχανική χρήση) έχει πραγματοποιηθεί ένα σημαντικό ποσοστό της συνολικής πτώσης της τιμής της συνάρτησης κόστους που εμφανίζεται με το πέρας των μεθόδων. Το ποσοστό αυτό είναι της τάξης του 75% σε σχέση με την πτώση της συνάρτησης κόστους για τις 10,000 αξιολογήσεις και της τάξης του 85% σε σχέση με τις 3,000 αξιολογήσεις. Όλα τα αποτελέσματα που ελήφθησαν και από τις τρεις εφαρμογές παρουσιάζονται στο σχήμα 4 που ακολουθεί.





Σχήμα 4: Από πάνω προς τα κάτω: γραφική παράσταση πτώσης συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης σε συνάρτηση με το πλήθος των αξιολογήσεων, γεωμετρία που προέκυψε με το πέρας των αξιολογήσεων και η κατανομή πίεσης που της αντιστοιχεί, για κάθε εφαρμογή της ΔΕ ξεχωριστά

7. Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάστηκε η μέθοδος της Διαφορικής Εξέλιξης, μια πληθυσμιακή στοχαστική μέθοδος που στις έως τώρα εφαρμογές της, είχε παρουσιάσει ενθαρρυντικά αποτελέσματα. Αφού πραγματοποιήθηκε εις βάθος μελέτη και ανάλυση των διαφόρων συνιστωσών της μεθόδου για μονοκριτηριακή βελτιστοποίηση, προγραμματίστηκε σε γλώσσα Fortran77, εισήχθησαν στο προκύπτον λογισμικό οι βελτιώσεις που εντοπίστηκαν στη βιβλιογραφία καθώς και στοιχεία των ΕΑ που θεωρήθηκε ότι θα βελτίωναν τη συμπεριφορά της μεθόδου. Επιπλέον, η μέθοδος επεκτάθηκε για χρήση σε πολυκριτηριακά προβλήματα και πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον. Η συμβατότητα της μεθόδου στη χρήση παράλληλων επεξεργαστικών συστημάτων, έχει επιτευχθεί με χρήση των πρωτοκόλλων του PVM.

Το λογισμικό που δημιουργήθηκε για τις ανάγκες της παρούσας διπλωματικής εργασίας, εφαρμόστηκε σε μαθηματικά προβλήματα ελαχιστοποίησης ενός και περισσότερων στόχων. Τόσο στα μαθηματικά προβλήματα μονοκριτηριακής όσο και πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης, η μέθοδος ΔΕ έδειξε ικανή να εντοπίζει τα τοπικά ακρότατα και να βελτιώνει τις τιμές των συναρτήσεων κόστους του εκάστοτε πληθυσμού. Παράλληλα πραγματοποιήθηκε σύντομη μελέτη της μεταβολής της συμπεριφοράς της μεθόδου συναρτήσεως του μεγέθους του πληθυσμού των γενεών, καθώς και μία συνοπτική παρουσίαση και σύγκριση της συμπεριφοράς δύο διαφορετικών μεθόδων παραγωγής απογόνων στην πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση, που εντοπίστηκαν στη βιβλιογραφία. Να σημειωθεί ότι προτάθηκε και εφαρμόστηκε με επιτυχία μια νέα μέθοδος ανανέωσης των πληθυσμών στα προβλήματα πολλών στόχων.

Τέλος, το προκύπτον λογισμικό χρησιμοποιήθηκε σε πραγματικό αεροδυναμικό πρόβλημα βελτιστοποίησης για το σχεδιασμό πτερυγίου στροβιλομηχανής, που να εμφανίζει ελάχιστο συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης. Η μέθοδος κατάφερε να εντοπίσει στο χώρο των αποδεκτών λύσεων, λύσεις που παρουσιάζουν “βέλτιστη” συμπεριφορά και έδειξε ότι αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο στο σχεδιασμό αεροδυναμικών σωμάτων και συγκεκριμένα πτερυγίων στροβιλομηχανών.