



**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ  
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ

Διπλωματική Εργασία :  
**ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΚΩΔΙΚΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΔΙΔΙΑΣΤΑΤΩΝ**  
**ΑΤΡΙΒΩΝ ΠΕΔΙΩΝ ΡΟΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΥΒΡΙΔΙΚΩΝ ΠΛΕΓΜΑΤΩΝ**  
**ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΙΣ ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΕΣ**

του  
**Μιχαήλ Φωταρά**

Επιβλέπων Καθηγητής  
**Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου**

**Φεβρουάριος 2005**

**Εισαγωγή – Σκοπός της εργασίας**

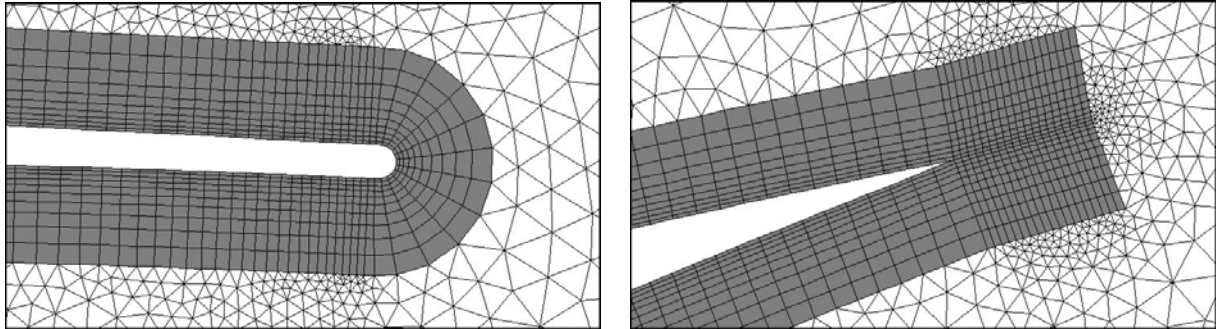
Σκοπός της διπλωματικής εργασίας είναι η θεωρητική θεμελίωση και ο προγραμματισμός ενός επιλύτη διδιάστατων μη-συνεκτικών πεδίων ροής που διακριτοποιούνται με υβριδικά πλέγματα (πλέγματα που συνδυάζουν τριγωνικά και τετραπλευρικά στοιχεία). Η σκοπιμότητα της χρήσης υβριδικών πλεγμάτων πηγάζει από το γεγονός ότι μπορούν να συνδυάζουν τα επιμέρους πλεονεκτήματα των δομημένων και των μη-δομημένων πλεγμάτων. Ως γνωστόν τα μη-δομημένα πλέγματα παρουσιάζουν ευελιξία σε πολύπλοκες γεωμετρίες και επιτρέπουν on-line πύκνωση ή αραιώση του πλέγματος κατά τη λύση. Αντιθέτως τα δομημένα πλέγματα υπερέχουν στην ακρίβεια μοντελοποίησης των συνεκτικών φαινομένων στα οριακά στρώματα (πλεονέκτημα που στην παρούσα υλοποίηση δεν αξιοποιείται, αλλά αναμένεται να αξιοποιηθεί κατά την πιθανή μελλοντική επέκταση της μεθόδου σε συνεκτικά πεδία ροής). Ο επιλύτης και οι λοιποί κώδικες που δημιουργήθηκαν (γεννήτρια υβριδικού πλέγματος, βιβλιοθήκη υπορουτίνων διαχείρισης του εξαγόμενου πλέγματος) βασίστηκαν σε προϋπάρχοντες κώδικες του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών του Ε.Μ.Π. για μη-δομημένα πλέγματα τριγωνικών στοιχείων, οι οποίοι επεκτάθηκαν για την υποστήριξη υβριδικών πλεγμάτων. Οι διακυβερνούσες εξισώσεις Euler διακριτοποιήθηκαν με χρήση ανάντι σχημάτων δευτέρου βαθμού βάσει της μεθόδου πεπερασμένων όγκων εξεφρασμένη για κεντροκομβικές κυψέλες. Το λογισμικό που προέκυψε μέσα από αυτήν την εργασία πιστοποιήθηκε έναντι του προϋπάρχοντος επιλύτη για μη-δομημένα πλέγματα σε διάφορα πεδία ροής. Η σύγκριση με πειραματικά δεδομένα είναι έμμεση, εφόσον ο τελευταίος επιλύτης έχει δοκιμαστεί στο παρελθόν και βρέθηκε να παράγει αποτελέσματα που συμφωνούν με τα αντίστοιχα πειραματικά. Οι δοκιμές επικεντρώνονται σε πεδία ροής πτερυγώσεων στροβιλομηχανών και συμπληρωματικά παρατίθεται μια εφαρμογή πεδίου ροής μεμονωμένης αεροτομής. Προκύπτει συμφωνία αριθμητικών αποτελεσμάτων και βελτίωση της ταχύτητας επίλυσης. Τέλος, αναπτύχθηκε λογισμικό γραφικού περιβάλλοντος για την απεικόνιση των υβριδικών πλεγμάτων, την εμφάνιση των αποτελεσμάτων αλλά και την αυτοματοποίηση της διαδικασίας επίλυσης.

**Γένεση υβριδικών πλεγμάτων**

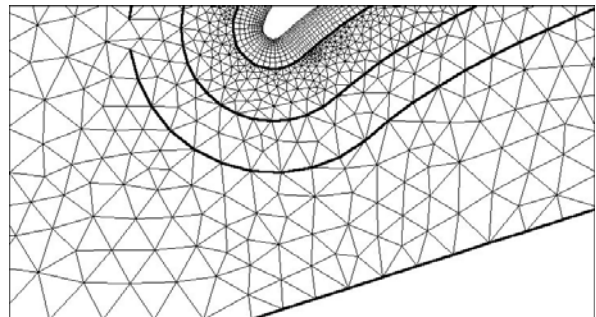
Στη εργασία αυτή η κύρια εφαρμογή των υβριδικών πλεγμάτων είναι σε πεδία ροής πτερυγώσεων στροβιλομηχανών. Η κατασκευή των υβριδικών πλεγμάτων συνίσταται στην κατάλληλη ένωση δομημένων και μη-δομημένων τμημάτων.

Δεδομένου ενός προς μελέτη πτερυγίου στροβιλομηχανής καθοριζόμενου από ένα σύνολο κόμβων που κείνται επί της περιφέρειας του, επιλέγεται η κατασκευή στρωμάτων τετραπλεύρων γύρω από αυτό, με μήκος καθοριζόμενο από την τοπολογία των δοθέντων κόμβων και

με πάχος που αυξάνει με γεωμετρικό ρυθμό καθώς απομακρυνόμαστε από το στερεό όριο. Η μορφή του δομημένου πλέγματος εξαρτάται από το είδος της ακμής εκφυγής. Στην περίπτωση που αυτή είναι καμπυλωτή το πλέγμα είναι ουσιαστικά δομημένο τύπου O ενώ στην αντίθετη περίπτωση το πλέγμα προεκτείνεται πέραν της ακμής και τα στρώματα άνω και κάτω του πτερυγίου εφάπτονται, συνήθως κατά τη διεύθυνση της διχοτόμου της οξείας γωνίας εκφυγής, δίνοντας ουσιαστικά ένα δομημένο πλέγμα τύπου C.



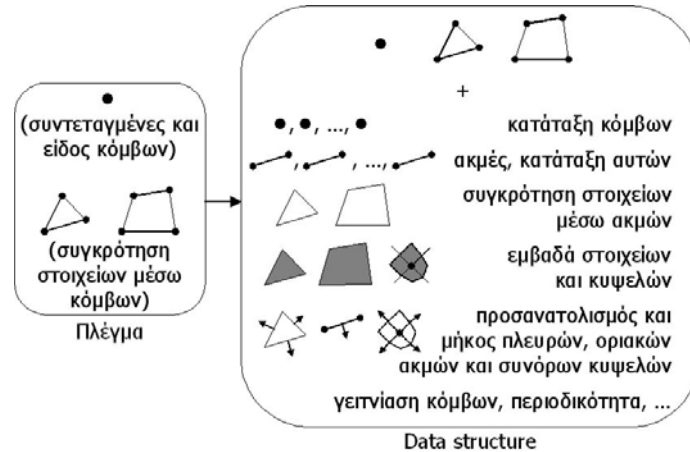
Το πεδίο ροής οριοθετείται από τα όρια εισόδου και εξόδου της ροής και από το άνω και κάτω περιοδικό όριο. Η κατακόρυφη απόσταση των περιοδικών ορίων επιλέγεται ίση με το βήμα της πτερύγωσης στη μέση ακτίνα διατομής. Τα όρια αυτά, εκτός του καθορισμού του πεδίου ροής, χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο της πυκνότητας του μη-δομημένου πλέγματος που θα παρεμβληθεί μεταξύ αυτών και του δομημένου γύρω από το πτερύγιο, με τη μέθοδο του προελαύνοντος μετώπου. Εκτός αυτών, για τον ακριβέστερο έλεγχο της πυκνότητας του μη-δομημένου τμήματος, υπάρχει η δυνατότητα χρήσης καμπύλων που προέρχονται από κάθετη προς τα έξω μετατόπιση του περιγράμματος του δομημένου τμήματος (και κατ' επέκταση της περιφέρειας του πτερυγίου). Η επιλογή του αριθμού και της κατανομής των κόμβων επί των καμπυλών αυτών σε συνδυασμό με αυτήν στα όρια του πεδίου ροής και στο σύνορο μεταξύ του δομημένου και του μη-δομημένου τμήματος του πλέγματος (που πηγάζει από την κατανομή κόμβων επί του πτερυγίου) επιβάλλει το ρυθμό αραίωσης του πλέγματος καθώς απομακρυνόμαστε από την επιφάνεια του πτερυγίου.



### **Βιβλιοθήκη υποπρογραμμάτων διαχείρισης του υβριδικού πλέγματος**

Τα υβριδικά πλέγματα ναί μεν μπορούν να δημιουργηθούν με συνδυαστική χρήση λογισμικού για δομημένα και μη-δομημένα πλέγματα χωρίς να παρουσιάζεται κάποια ιδιαίτερη δυσκολία, αλλά η χρήση τους εισάγει ιδιαιτερότητες που δεν περιορίζονται στην επιλεκτική μεταχείριση των στοιχείων του πλέγματος ανάλογα με το είδος τους – τριγωνικά ή τετραπλευρικά. Αντιθέτως όπου είναι εφικτό επιθυμείται να αποφεύγεται η επιλεκτική μεταχείριση και το πλέγμα να αντιμετωπίζεται ομοιογενώς, τόσο για λόγους ταχύτητας επίλυσης όσο και για λόγους απλοποίησης της διακριτοποίησης που εφαρμόζεται. Η εισαγωγή λοιπόν των υβριδικών πλεγμάτων είναι αλληλένδετη με τη δημιουργία μιας δομής δεδομένων και μηχανισμών διαχείρισης της που να περιγράφει το διακριτοποιημένο πεδίο ροής με έναν συνεχή τρόπο. Η δομή που χρησιμοποιήθηκε στο συνοδευόν λογισμικό αποτελεί επέκταση της δοθείσας που ήταν προορισμένη για μη-δομημένο πλέγμα αποτελούμενο αποκλειστικά από τρίγωνα.

Η γεννήτρια πλέγματος ουσιαστικά παράγει ένα πλήθος κόμβων, το είδος τους και την κατάλληλη συνδεσμολογία τους ανά τρεις για τον ορισμό τριγώνων ή ανά τέσσερις για τον ορισμό τετραπλεύρων. Τα δεδομένα αυτά είναι ορισμένα σαφώς στοιχειο-κεντρικά και δεν επαρκούν για την επίλυση. Παραδείγματος χάρη, αν θέλαμε να σχεδιάσουμε ένα τέτοιο πλέγμα με χρήση μόνο των αποτελεσμάτων της γεννήτριας πλέγματος θα διατρέχαμε κάθε ακμή δύο φορές. Προκύπτει η ανάγκη η δομή δεδομένων μας να περιλαμβάνει επιπλέον πληροφορίες οι οποίες σκιαγραφούνται στο παρακάτω σχήμα:

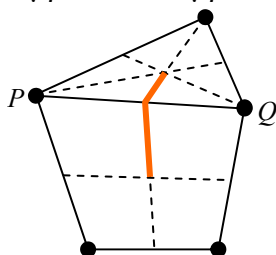
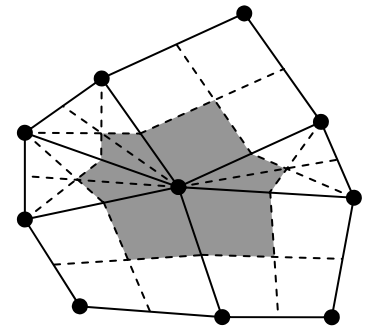


Το μεγαλύτερο μέρος της πολυπλοκότητας που υπεισέρχεται από την εισαγωγή των υβριδικών πλεγμάτων συγκεντρώνεται στην παραπάνω δομή δεδομένων όμως χάρη συντομίας δεν θα επεκταθούμε στις γεωμετρικής φύσεως ιδιαιτερότητες και δυσκολίες που παρουσιάστηκαν κατά την υλοποίηση της.

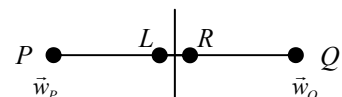
### Διακριτοποίηση των εξισώσεων

Τα κύρια χαρακτηριστικά του προϋπάρχοντος επιλύτη μη-δομημένων πλεγμάτων διατηρήθηκαν κατά την επέκτασή του. Η ολοκλήρωση των εξισώσεων ροής γίνεται λοιπόν με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων για κεντροκομβικές κυψέλες. Χρησιμοποιείται ανάντι διακριτοποίηση βάσει του σχήματος του Roe και αύξηση της ακρίβειας μοντελοποίησης των όρων μεταφοράς με το σχήμα MUSCL και συνάρτηση περιορισμού. Τέλος επιτυγχάνεται σύγκλιση στη μόνιμη κατάσταση μέσω χρονοπροέλασης με τοπικό χρονικό βήμα.

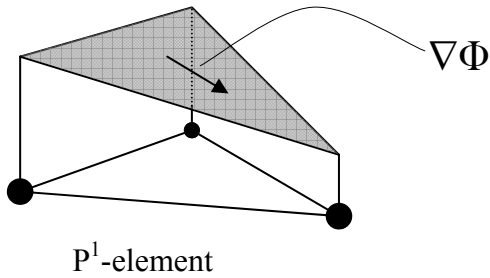
Εντούτοις η εισαγωγή των υβριδικών πλεγμάτων επιφέρει κάποιες αλλαγές. Η υπολογιστική κυψέλη ορίζεται από τα ευθύγραμμα τμήματα που συνδέουν εναλλάξ βαρύκεντρα στοιχείων και μεσόκομβους ακμών που περιβάλλουν τον κόμβο της εκάστοτε κυψέλης, όπως και στα πλέγματα τριγωνικών στοιχείων. Βάσει αυτής της χωρικής διακριτοποίησης, ενώ το εμβαδόν των τριγώνων κατανέμεται ισόποσα κατά 1/3 στις κυψέλες των τριών της κόμβων δεν συμβαίνει το αντίστοιχο στα τετράπλευρα.



Η λύση του προβλήματος ανάγεται στη λύση ενός πλήθους 1Δ προβλημάτων Riemann κατά μήκος των ακμών του πλέγματος. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η ακμή που ορίζεται από τους κόμβους  $P$  και  $Q$ , και το σύνορο επικοινωνίας των αντίστοιχων υπολογιστικών κυψελών. Για την βελτίωση της ακρίβειας της επίλυσης το 1Δ πρόβλημα Riemann επιλύεται μεταξύ των σημείων  $L$  και  $R$  που ορίζονται εκατέρωθεν του συνόρου



και όχι μεταξύ των  $P$  και  $Q$ . Οι τιμές των ροϊκών μεταβλητών στα σημεία αυτά υπολογίζονται με ανάπτυγμα κατά Taylor γύρω από τους κόμβους, επομένως απαιτείται γνώση της κλίσης των ροϊκών μεταβλητών σε κάθε κόμβο.



Ο υπολογισμός της κλίσης αυτής γίνεται στον προϋπάρχοντα επιλύτη με τη θεώρηση των τριγωνικών στοιχείων ως P<sup>1</sup>-elements, βάσει της οποίας η κλίση εντός ενός τριγώνου είναι σταθερή (βλ. δίπλα σχήμα). Δεδομένου ότι κάθε κόμβος περιστοιχίζεται αποκλειστικά από τρίγωνα και εκμεταλλευόμενοι το γεγονός ότι το εμβαδόν κάθε τριγώνου κατανέμεται ισόποσα κατά το 1/3 στις κυψέλες των κόμβων που το ορίζουν, μπορούμε να σταθμίσουμε τις κλίσεις των γειτονικών σε έναν κόμβο στοιχείων και έτσι να υπολογίσουμε την κλίση των μεταβλη-

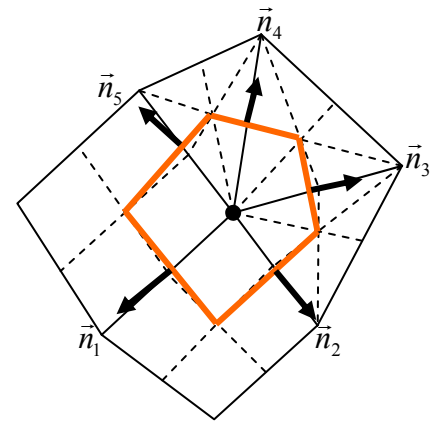
τών στον κόμβο βάσει της σχέσης:  $\nabla\Phi_{node} = \frac{1}{V_{cell}} \sum_i \frac{A_i}{3} \nabla\Phi_i$ .

Κάτι τέτοιο δεν είναι εφαρμόσιμο στα τετράπλευρα, για το λόγο αυτό ο υπολογισμός των κλίσεων τροποποιήθηκε και πλέον γίνεται με εφαρμογή του θεωρήματος Green – Gauss στο σύνορο της υπολογιστικής κυψέλης.

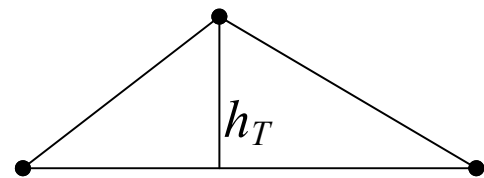
$$\nabla\Phi_{node} = \left( \frac{\partial\Phi}{\partial x}, \frac{\partial\Phi}{\partial y} \right) = \nabla \cdot (\Phi, 0) + \nabla \cdot (0, \Phi) = \nabla \cdot A + \nabla \cdot B$$

$$\iint_{cell} \nabla \cdot A dV = \oint_{border} A \cdot \vec{n}_{out} ds \Leftrightarrow \frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{1}{V_{cell}} \sum_{i=1}^5 n_{ix} \Phi_i$$

$$\iint_{cell} \nabla \cdot B dV = \oint_{border} B \cdot \vec{n}_{out} ds \Leftrightarrow \frac{\partial\Phi}{\partial y} = \frac{1}{V_{cell}} \sum_{i=1}^5 n_{iy} \Phi_i$$



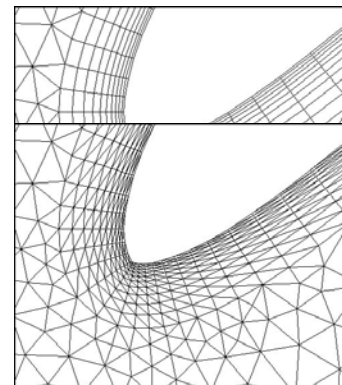
Το χρονικό βήμα υπολογίζεται για κάθε τρίγωνο εφαρμόζοντας τοπικά ένα κριτήριο ευστάθειας (κριτήριο CFL) βάσει της σχέσης  $\Delta t = \frac{CFL}{\min \left\{ \frac{|\vec{v}|_T + c_T}{h_T} \right\}}$  η



οποία περιλαμβάνει τις μέγιστες τιμές ταχύτητας ροής και ήχου στους τρεις κόμβους που ορίζουν το τρίγωνο και το ελάχιστο (δυσμενέστερο) ύψος του τριγώνου.

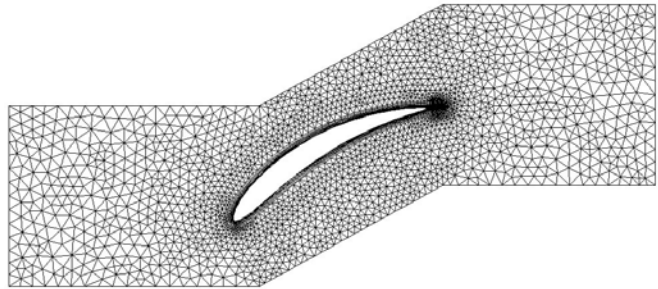
### Εφαρμογές

Έγινε εφαρμογή σε πεδία ροής τριών διαφορετικών πτερυγώσεων στροβιλομηχανών αλλά και μίας περίπτωση μεμονωμένης αεροτομής. Τα αποτελέσματα του επιλύτη υβριδικών πλεγμάτων συγκρίνονται με αυτά του προϋπάρχοντος επιλύτη μη-δομημένων πλεγμάτων του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών. Η σύγκριση με πειραματικά δεδομένα δεν κρίθηκε απαραίτητη αφού ο τελευταίος επιλύτης έχει πιστοποιηθεί στο παρελθόν με χρήση τέτοιων πειραματικών αποτελεσμάτων. Τα πλέγματα επί των οποίων γίνονται οι συγκρίσεις αποτελούν διακριτοποιήσεις πανομοιότυπων πεδίων ροής και κατασκευάστηκαν με τις ίδιες παραμέτρους πλεγματοποίησης ώστε η μόνη



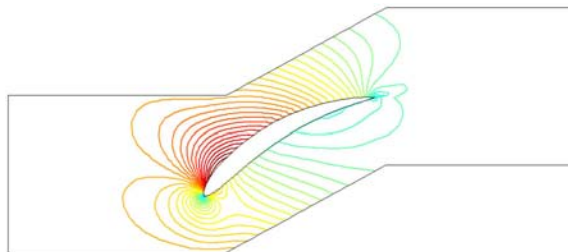
διαφορά μεταξύ τους να εντοπίζεται στα τετράπλευρα των υβριδικών πλεγμάτων τα οποία είναι διχοτομημένα στα αντίστοιχα μη-δομημένα.

Η πρώτη δοκιμή αφορά πεδίο ροής γύρω από πτερόγωση συμπιεστή. Γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων του επιλύτη για υβριδικά πλέγματα που προγραμματίστηκε στα πλαίσια της εργασίας αυτής και του προκατόχου του για μη-δομημένα. Η δοκιμή έγινε για γωνία εισόδου  $\theta_1 = 50^\circ$  και ισεντροπικό αριθμό Mach στην έξοδο  $M_{is} = 0.4$ . Επίσης έγινε χρήση της δυνατότητας των επιλυτών να προσεγγίσουν την επίπτωση της μείωσης διατομής εντός του συμπιεστή (που εν γένει επιδρά στις τρεις διαστάσεις) στο διδιάστατο πεδίο ροής. Ο λόγος διατομών εξόδου προς είσοδο που χρησιμοποιήθηκε είναι 0.91.

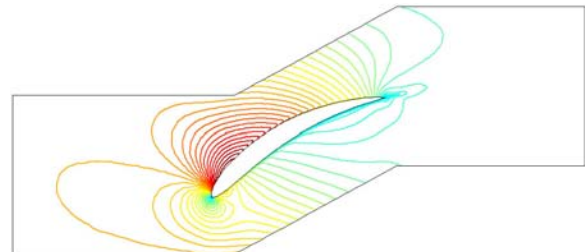


	Μη-δομημένο	Υβριδικό	Διαφορά	%
Στοιχεία	6760	5480	1280	-18.93
Ακμές	10271	8760	1280	-12.46

Οι διαφορές σε πλήθη στοιχείων και ακμών μεταξύ των δύο πλεγμάτων φαίνονται διπλανό πίνακα. Ενδεικτικά ακολουθούν οι ισογραμμές του αριθμού Mach όπως προέκυψαν από τους δύο επιλύτες:

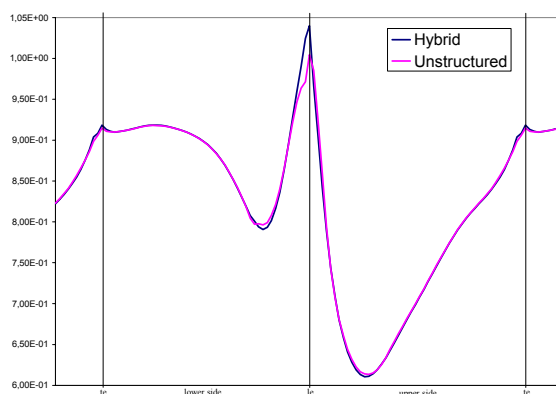


Υβριδικό πλέγμα

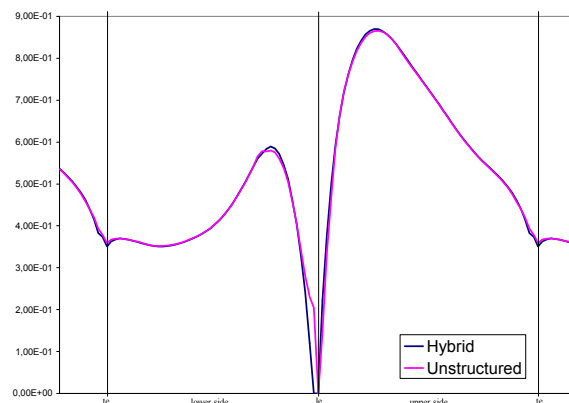


Μη-δομημένο πλέγμα

Ακολουθεί η σύγκριση των κατανομών στατικής πίεσης και ισεντροπικού αριθμού Mach:



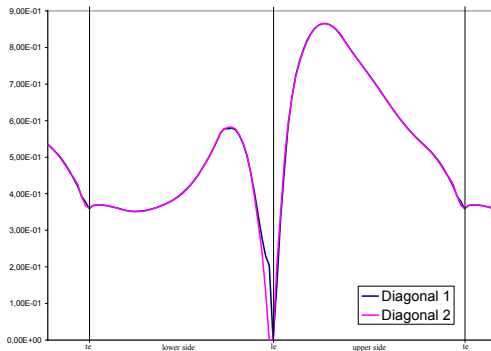
Κατανομή στατικής πίεσης



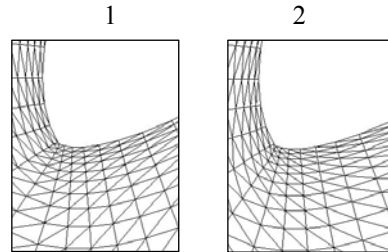
Κατανομή ισεντροπικού αριθμού Mach

Τα αποτελέσματα των δύο επιλύτων συμφωνούν στο μεγαλύτερο μήκος της περιφέρειας της αεροτομής, εντοπίζεται όμως μια μικρή διαφορά στην ακμή πρόσπτωσης. Αυτή οφείλεται στην επιλογή της διαγωνίου που χρησιμοποιείται για την διχοτόμηση των τετραπλεύρων για το σχηματισμό του μη-δομημένου πλέγματος για τη σύγκριση με τον προϋπάρχοντα επιλύτη.

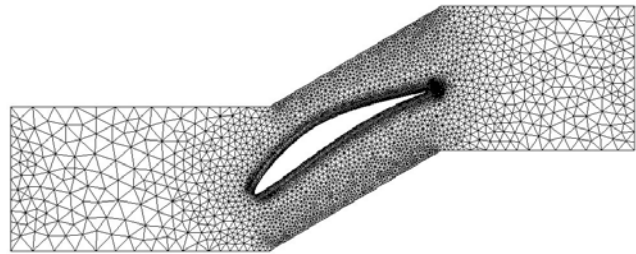
Επιλέγοντας την εναλλακτική διαγώνιο παίρνουμε αποτελέσματα ουσιαστικά ταυτόσημα με αυτά του επιλύτη υβριδικού πλέγματος.



Διαγώνιος



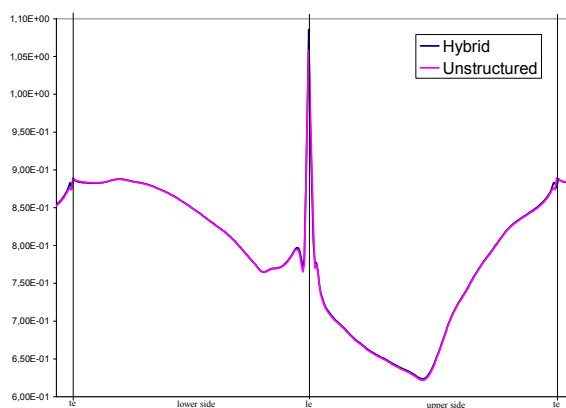
Αντίστοιχη σύγκριση αποτελεσμάτων γίνεται εδώ σε πεδίο ροής περύγωσης ενός δεύτερου συμπιεστή με πυκνότερο πλέγμα αυτή τη φορά. Η δοκιμή έγινε για γωνία εισόδου  $\theta_1 = 47^\circ$ , ισεντροπικό αριθμό Mach στην έξοδο  $M_{is} = 0.45$  και λόγο διατομών εισόδου-εξόδου ίσο με 0.9.



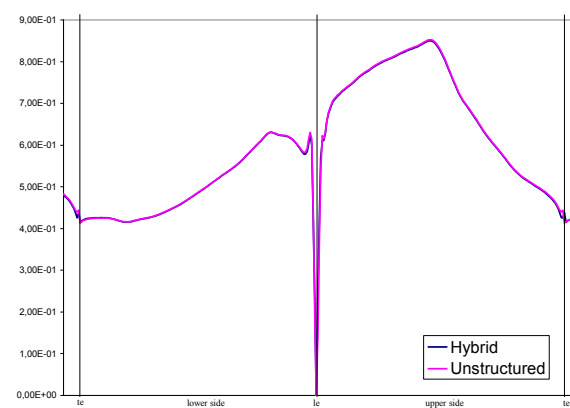
	Μη-δομημένο	Υβριδικό	Διαφορά	%
Στοιχεία	14028	10448	3580	-25.52
Ακμές	21326	17746	3580	-16.79

Οι διαφορές σε πλήθη στοιχείων και ακμών μεταξύ των δύο πλεγμάτων φαίνονται στον διπλανό πίνακα.

Τα αποτελέσματα είναι πρακτικά ταυτόσημα ενώ λόγω της μεγαλύτερης πυκνότητας του πλέγματος σε σχέση με την προηγούμενη εφαρμογή δεν παρατηρείται διαφορά στις κατανομές στην ακμή πρόσπτωσης λόγω επιλογής της διαγωνίου διχοτόμησης:

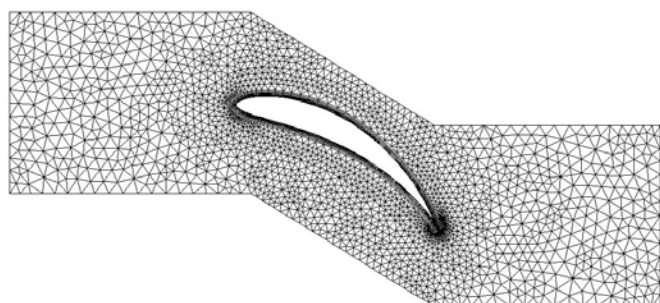


Κατανομή στατικής πίεσης



Κατανομή ισεντροπικού αριθμού Mach

Ακολουθεί η αντίστοιχη σύγκριση αποτελεσμάτων σε πεδίο ροής περύγωσης στροβίλου, με γωνία εισόδου  $\theta_1 = 0^\circ$  και ισεντροπικό αριθμό Mach στην έξοδο  $M_{is} = 0.5$ . Ο λόγος διατομών εισόδου-εξόδου τέθηκε ίσος με 1, δηλαδή εδώ

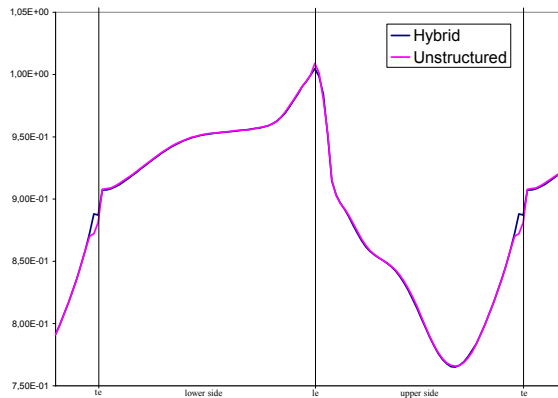


αμελείται η επίδραση της αύξησης της διατομής εντός του στροβίλου.

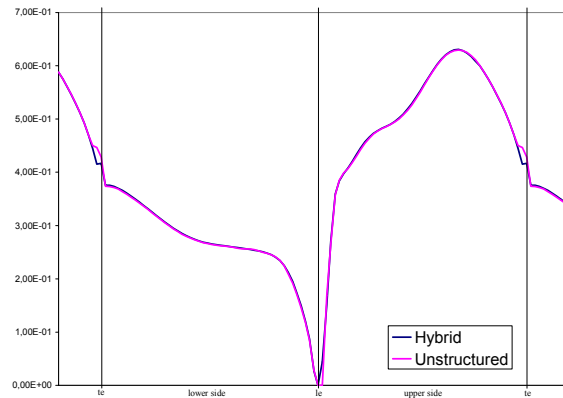
	Μη-δομημένο	Υβριδικό	Διαφορά	%
Στοιχεία	6606	5326	1280	-24.03
Ακμές	10040	8760	1280	-14.61

Οι διαφορές σε πλήθη στοιχείων και ακμών μεταξύ των δύο πλεγμάτων φαίνονται στον διπλανό πίνακα. Και σε αυτήν την περίπτωση τα α-

ποτελέσματα συμφωνούν:

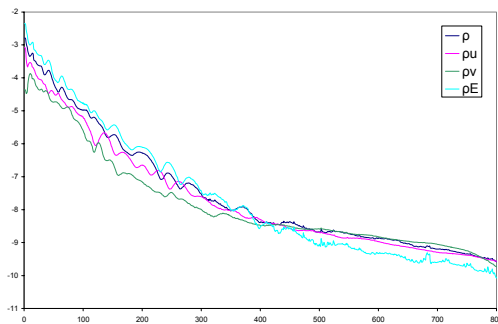


Κατανομή στατικής πίεσης

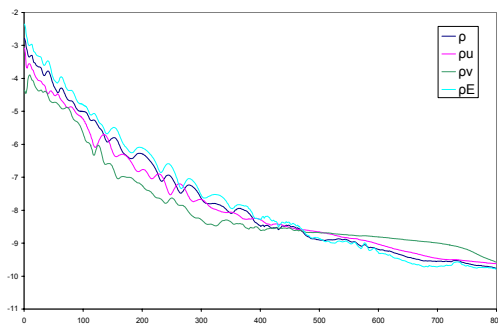


Κατανομή ισηντροπικού αριθμού Mach

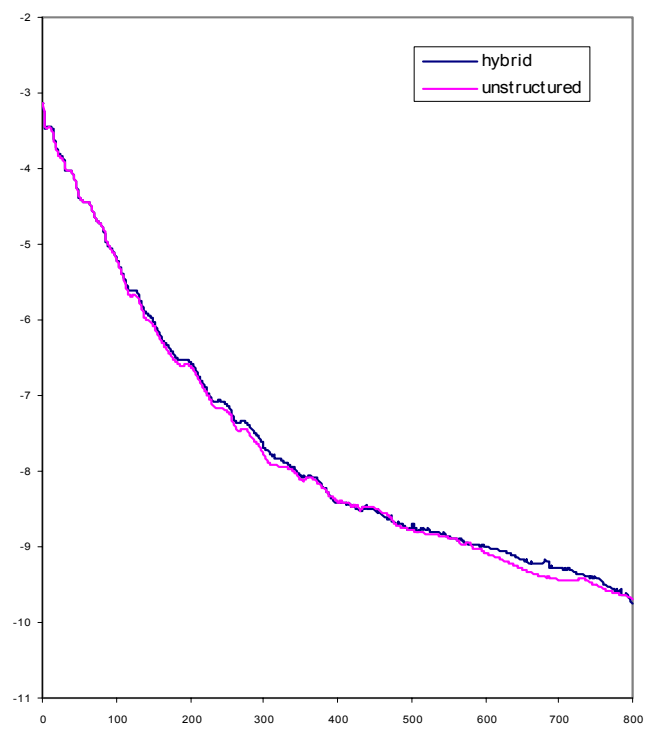
Επιπλέον διερευνήθηκε η σύγκλιση μέσω χάραξης των λογαρίθμων των μέσων όρων των τετραγώνων των residuals σε κάθε επανάληψη. Τα δύο διαγράμματα αριστερά δείχνουν την πτωτική τάση του μεγέθους αυτού για τις τέσσερις συντηρητικές μεταβλητές για τους δύο επιλύτες ενώ δεξιά έχει ληφθεί ο μέσος όρος αυτών:



Επιλύτης υβριδικού πλέγματος



Επιλύτης μη-δομημένου πλέγματος

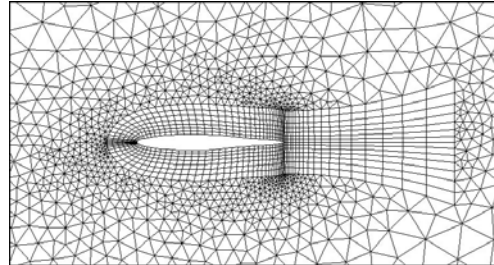
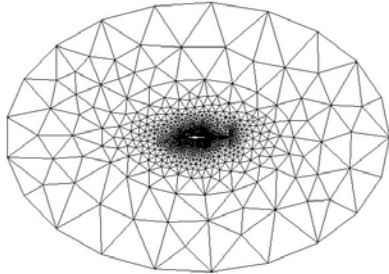


Σύγκριση

Παρατηρείται ότι οι δύο επιλύτες χρειάζονται τον ίδιο αριθμό επαναλήψεων για να συγκλίνουν όμως όπως θα δούμε στη συνέχεια, λόγω της διαφορά στο πλήθος ακμών στα δύο πλέγ-

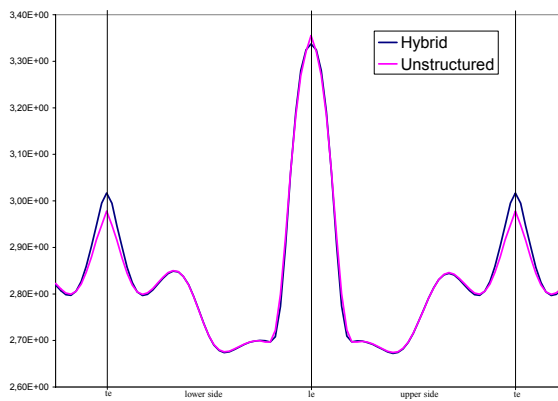
ματα, ο νέος επιλύτης απαιτεί λιγότερο υπολογιστικό χρόνο αφού κάθε επανάληψη ολοκληρώνεται ταχύτερα.

Μια τελευταία δοκιμή έγινε σε πεδίο ροής μεμονωμένης αεροτομής. Στα σχήματα απεικονίζονται το πλέγμα και μια λεπτομέρεια του κοντά στην επιφάνεια της αεροτομής. Η δοκιμή έγινε με τις εξής συνθήκες επικρατούσες στο άπειρο: γωνία του διανύσματος της ταχύτητας  $\theta_{far} = 0^\circ$  και αριθμός Mach  $M = 0.5$ .

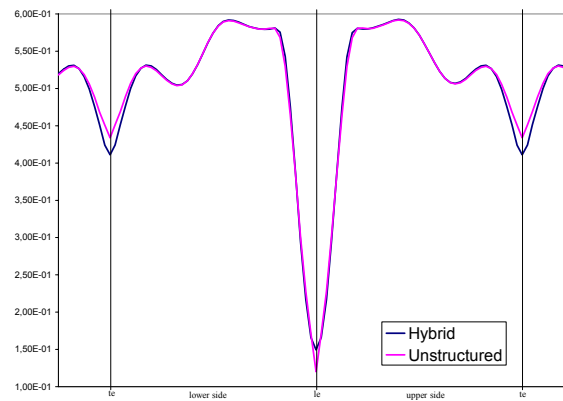


	Μη-δομημένο	Υβριδικό	Διαφορά	%
Στοιχεία	4047	3235	812	-20.06
Ακμές	6121	5309	812	-13.27

Οι διαφορές σε πλήθη στοιχείων και ακμών μεταξύ των δύο πλεγμάτων φαίνονται στον διπλανό πίνακα.



Κατανομή στατικής πίεσης



Κατανομή ισηντροπικού αριθμού Mach

Τα αποτελέσματα εν γένει συμφωνούν, ενώ οι μικρές διαφορές που παρατηρούνται οφείλονται στην επιλογή της διαγωνίου διχοτόμησης σε συνδυασμό με το αραιό του πλέγματος, όπως περιγράφηκε στην πρώτη περίπτωση πτερύγωσης συμπίεστη.

Τέλος παρατίθενται στον ακόλουθο πίνακα οι διαφορές στον χρόνο επίλυσης που σημειώθηκαν στις προηγούμενες εφαρμογές. Παρατηρείται μια συστηματική συσχέτιση του χρονικού οφέλους με την ποσοστιαία διαφορά στο πλήθος των ακμών. Στις δοκιμές που έγιναν σημειώθηκε μείωση του συνολικού χρόνου επίλυσης της τάξης του 10%.

		Μη-δομημένο	Υβριδικό	Διαφορά	%
Συμπίεστης 1	Στοιχεία	6760	5480	1280	-18.9
	Ακμές	10271	8760	1280	-12.5
	CPU time (sec)	28.3580	25.9220	2.4360	-8.6
Συμπίεστης 2	Στοιχεία	14028	10448	3580	-25.5
	Ακμές	21326	17746	3580	-16.8
	CPU time (sec)	65.6451	57.9126	7.7325	-11.8



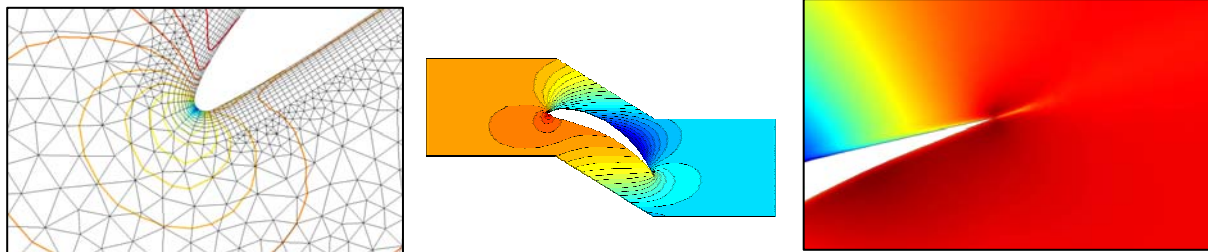
Στρόβι- λος	Στοιχεία	6606	5326	1280	-24.0
	Ακμές	10040	8760	1280	-14.6
	CPU time (sec)	88.6038	80.0424	8.5614	-9.7
Μειωμένη αεροτομή	Στοιχεία	4047	3235	812	-20.1
	Ακμές	6121	5309	812	-13.8
	CPU time (sec)	9.6551	8.5726	1.0825	-11.2

### Γραφικό περιβάλλον απεικόνισης υβριδικών πλεγμάτων και αποτελεσμάτων επίλυσης

Στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας προέκυψε η ανάγκη ανάπτυξης μιας εφαρμογής για την απεικόνιση των υβριδικών πλεγμάτων και των αποτελεσμάτων επίλυσης. Το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών διέθετε ήδη προγράμματα για την υποστήριξη ξεχωριστά δομημένων και μη-δομημένων πλεγμάτων αλλά όχι υβριδικών. Η εφαρμογή αναπτύχθηκε εκ του μηδενός σε γλώσσα C++ και μεταξύ άλλων οι κύριες δυνατότητες του είναι:

- Απεικόνιση διδιάστατων υβριδικών πλεγμάτων – και κατ’ επέκταση διδιάστατων μη-δομημένων πλεγμάτων αποτελούμενων αποκλειστικά από τρίγωνα ή αποκλειστικά από τετράπλευρα (εμπεριέχει δηλαδή και τις δυνατότητες απεικόνισης των δύο ειδών προγραμμάτων που αναφέρθηκαν προηγουμένως)
- Απεικόνιση των αποτελεσμάτων επίλυσης και πλήρης παραμετροποίηση αυτής, όπως εμφάνιση ισογραμμών, contour plots, χάραξη διανυσμάτων, εμφάνιση ή όχι του πλέγματος, προεπισκόπηση εκτύπωσης κ.α.
- Αυτοματοποίηση της διαδικασίας επίλυσης μέσω της κατάστροφης ενός πλάνου σειριακής εκτέλεσης εξωτερικών προγραμμάτων (π.χ. γεννήτρια πλέγματος, επίλυτης). Κατά το πέρας της διαδικασίας αυτής το λογισμικό αναλαμβάνει να τροφοδοτεί τα κατάλληλα αρχεία εισόδου, την είσοδο πληκτρολογίου και τα αρχεία ρυθμίσεων στα διακριτά εξωτερικά προγράμματα που εκτελεί και εμφανίζει τα προεπιλεγμένα από το χρήστη αποτελέσματα όταν αυτά δημιουργηθούν.

Δείγματα των δυνατοτήτων αποτελούν τα διάφορα σχήματα πλεγμάτων και ισογραμμών που προηγήθηκαν, ενώ ακολουθούν κάποια άλλα παραδείγματα:



### Συμπεράσματα

Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας αναπτύχθηκε μια σειρά λογισμικού που στο σύνολο της επιλύει διδιάστατες ατριβείς ροές σε υβριδικά πλέγματα χρησιμοποιώντας ανάντι σχήμα διακριτοποίησης ακρίβειας  $2^{15}$  τάξης των όρων μεταφοράς, σύμφωνα με τη μέθοδο των πεπερασμένων όγκων σε κεντροκομβικές κυψέλες καθώς και λογισμικό γραφικού περιβάλλοντος προς εμφάνιση των πλεγμάτων και των αποτελεσμάτων της επίλυσης της ροής σε αυτά. Τμήματα της συνολικής προγραμματιστικής προσπάθειας (συγκεκριμένα η γεννήτρια του πλέγματος, ο κώδικας διαχείρισης των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του πλέγματος και ο επίλυτης) βασίστηκαν σε προϋπάρχοντες κώδικες του Εργαστηρίου, οι οποίοι επεκτάθηκαν για την υποστήριξη των υβριδικών πλεγμάτων.

Όπως φάνηκε στις δοκιμές που προηγήθηκαν, το λογισμικό που αναπτύχθηκε παρουσίασε ικανοποιητική συμπεριφορά. Συγκεκριμένα τόσο η ακρίβεια των αποτελεσμάτων, όσο και ο αριθμός επαναλήψεων μέχρι την επίτευξη σύγκλισης διατηρήθηκαν στα ίδια επίπεδα ενώ υπήρξε μια σημαντική ελάττωση του χρόνου σύγκλισης που οφείλεται στο μικρότερο αριθμό ακμών και στοιχείων στα υβριδικά πλέγματα.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο κώδικας διαχείρισης των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του πλέγματος για τη δημιουργία της δομής δεδομένων είναι ανεξάρτητος από τον επιλύτη, γεγονός που δίνει τη δυνατότητα χρήσης του για την επέκταση άλλων κωδίκων.

### **Βιβλιογραφικές αναφορές**

- [1] P. L. Roe – Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Schemes – Journal of Computational Physics vol. 43, 1981
- [2] J. L. Steger and R. F. Warming – Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equations with Application to Finite-Difference Methods – Journal of Computational Physics vol. 40, 1981
- [3] van Leer B. – Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme I: The Quest of Monotonicity – Lecture Notes in Physics vol. 18, 1972
- [4] S. S. Rao – The Finite Element Method in Engineering, 2<sup>nd</sup> edition – Pergamon Publishing, 1989
- [5] Barth T. J. – Aspects of Unstructured Grids and Finite-Volume Solvers for the Euler and Navier-Stokes Equations – AGARD Report 787, Special Course on Unstructured Grid Methods for Advection Dominated Flows, 1992
- [6] P. Wesseling – Principles of Computational Fluid Dynamics – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2001
- [7] Γ. Μπεργελές – Υπολογιστική Ρευστομηχανική – Εκδόσεις Συμεών, 1993
- [8] Θ. Ζερβογιάννης – Προγραμματισμός Κώδικα Επίλυσης Αξονοσυμμετρικών Πεδίων Ροής για Δομημένα και Μη-δομημένα Πλέγματα – Διπλωματική εργασία, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Ε.Μ.Π., Τομέας Ρευστών, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, 2004