

ΣΧΟ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Τομέας Ρευστών – Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών

Αλγόριθμος προσαρμογής διδιάστατων υβριδικών πλεγμάτων στην υπό εξέλιξη λύση ενός πεδίου ροής και πιστοποίηση

Διπλωματική Εργασία
Φαίδωνα Ι. Χριστακόπουλου

Επιβλέπων : Κ.Χ. Γιαννάκογλου, Αναπληρωτής Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Οκτώβριος 2007

Αντικείμενο της εργασίας

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύσσεται η θεωρία της προσαρμογής σε διδιάστατα μη – δομημένα πλέγματα τριγωνικών στοιχείων καθώς και η αντίστοιχη θεωρία για υβριδικά πλέγματα, τα οποία αποτελούνται από τριγωνικά και τετράπλευρα στοιχεία. Αρχικά, γίνεται μια σύντομη αναφορά στα είδη των πλεγμάτων που χρησιμοποιούνται σήμερα σε προβλήματα της μηχανικής των ρευστών αλλά και γενικότερα. Στη συνέχεια, γίνεται λεπτομερής καταγραφή του τι είναι η προσαρμογή, ποιοι λόγοι οδήγησαν στη ανάπτυξη θεωριών προσαρμογής, ποιοι είναι οι κανόνες τη διέπουν και ποια είναι τα κριτήρια οδηγούν σε αυτή. Το βασικό τμήμα της εργασίας αυτής ασχολείται με την αλγοριθμική διαδικασία προσαρμογής υβριδικών πλεγμάτων, εξελίσσοντας ουσιαστικά τον αντίστοιχο αλγόριθμο που ήδη χρησιμοποιείται σε πλέγματα που έχουν μόνο τριγωνικά στοιχεία. Γίνεται εφαρμογή του παραπάνω αλγορίθμου σε προβλήματα ροής και σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο ειδών πλεγμάτων μεταξύ τους αλλά και με τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα. Τα προβλήματα που εξετάστηκαν είναι η ροή γύρω από μεμονωμένη αεροτομή για διάφορες συνθήκες εισόδου. Για την γένεση των πλεγμάτων, την επίλυση της ροής και την επεξεργασία και ανακατανομή των σημείων κάθε αεροτομής χρησιμοποιήθηκε λογισμικό του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών του Ε.Μ.Π.. Σε όλες τις περιπτώσεις το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιήθηκε είναι εκείνο των Spalart – Allmaras.

Στόχος της εργασίας

Η κεντρική ιδέα της προσαρμογής είναι να μπορεί ένα πλέγμα να «εντοπίζει» περιοχές, όπου εμφανίζονται φυσικά φαινόμενα (π.χ. θέση εμφάνισης ενός κύματος κρούσης πάνω σε μία αεροτομή) και που άπτονται, επομένως, υψηλού ενδιαφέροντος. Με τον εντοπισμό αυτό, το

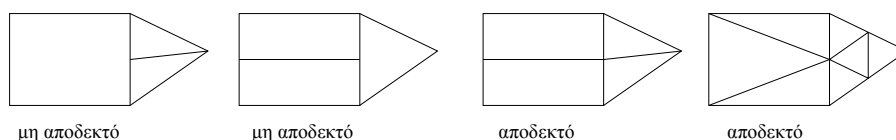
πλέγμα θα πυκνώνει και θα δημιουργούνται περισσότεροι υπολογιστικοί κόμβοι στη δεδομένη περιοχή, με αποτέλεσμα τον υπολογισμό των στοιχείων εκεί με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Με αυτή την ιδέα ασχολήθηκαν και οι ερευνητές του Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του Ε.Μ.Π. αναπτύσσοντας το λογισμικό προσαρμογής μη – δομημένων πλεγμάτων τριγωνικών στοιχείων με επιτυχία. Ακολούθως, η έρευνα συνεχίστηκε για την ανάπτυξη του αντίστοιχου λογισμικού για την προσαρμογή υβριδικών πλεγμάτων, τα οποία αποτελούνται από τριγωνικά και τετράπλευρα στοιχεία, σε μια προσπάθεια διερεύνησης του αν αυτού του είδους τα πλέγματα είναι ικανά να προσεγγίζουν καλύτερα την πραγματική λύση. Το λογισμικό αυτό είναι ακόμη υπό ανάπτυξη και εξέλιξη και, όπως είναι προφανές, απαιτείται να γίνουν εφαρμογές του σε ήδη γνωστά προβλήματα για την απόδειξη της εγκυρότητάς του. Σε αυτό το σημείο εισέρχεται και ο ρόλος της παρούσης εργασίας, ο οποίος είναι η ανάπτυξη της θεωρίας της προσαρμογής διδιάστατων υβριδικών πλεγμάτων και η πιστοποίηση του αντίστοιχου αλγορίθμου.

Συνοπτική περιγραφή της διαδικασίας προσαρμογής υβριδικών πλεγμάτων

Κατά την προσαρμογή των υβριδικών πλεγμάτων, η προσαρμογή σε εκείνο το τμήμα του αρχικού πλέγματος, στο οποίο εντοπίζονται μόνο τριγωνικά στοιχεία, γίνεται σύμφωνα με την ήδη αναπτυχθείσα διαδικασία προσαρμογής μη – δομημένων πλεγμάτων τριγωνικών στοιχείων [2]. Στο τμήμα όπου εντοπίζονται τετράπλευρα στοιχεία, η προσαρμογή πραγματοποιείται με βάση ορισμένους κανόνες.

Η βασική αρχή που ακολουθείται στην παρούσα εργασία περιγράφεται ως εξής : *Κάθε κόμβος μπορεί να είναι μόνο κοινή κορυφή δύο στοιχείων και όχι μεσόκομβος κάποιας πλευράς :*



Βάσει των ανωτέρω κανόνων διατυπώνονται τα βήματα που ακολουθεί ο αλγόριθμος προσαρμογής. Για τα βήματα αυτά δίνεται μια σειρά παραδειγμάτων στη διπλωματική εργασία.

Εφαρμογές

Για την πιστοποίηση του αλγορίθμου προσαρμογής υβριδικών πλεγμάτων έγινε εφαρμογή του σε προβλήματα ροής γύρω από τη μεμονωμένη διηχητική αεροτομή RAE 2822. Για αυτή την αεροτομή είναι γνωστά τα πειραματικά στοιχεία για τις περιπτώσεις R6, R9 και R10 (βλ. [6]). Εν συντομία, αναφέρουμε τις συνθήκες των περιπτώσεων στον ακόλουθο πίνακα :

Περίπτωση	$Mach_{\infty}$	Reynolds	α_{∞}
R6	0.725	6.5×10^6	2.60°
R9	0.730	6.5×10^6	2.80°
R10	0.750	6.2×10^6	2.81°

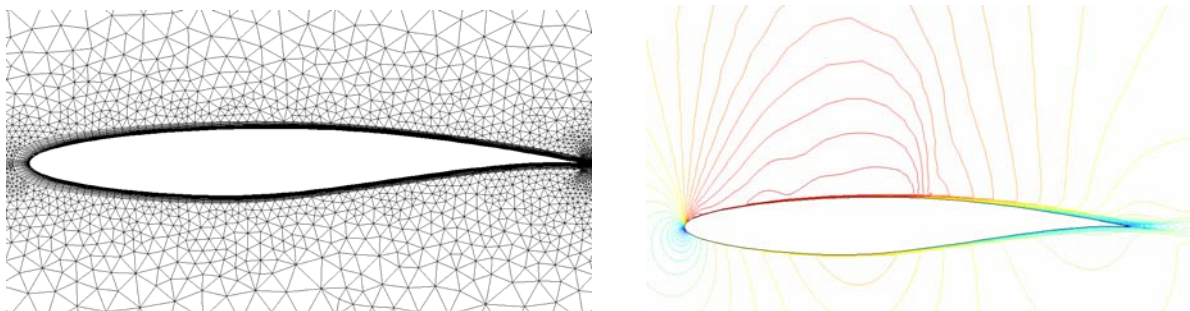
Σε όλες τις περιπτώσεις που θα εξεταστούν, το μοντέλο τύρβης που χρησιμοποιείται είναι εκείνο των Spalart – Allmaras χαμηλών αριθμών Reynolds.

Ακόμη, για την απόδειξη του γεγονότος, ότι τα αποτελέσματα με χρήση προσαρμογής είναι ακριβέστερα από εκείνα χωρίς προσαρμογή, εξετάζονται οι ανωτέρω περιπτώσεις με πλέγματα με προσαρμογή και με πλέγματα χωρίς προσαρμογή και θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα.

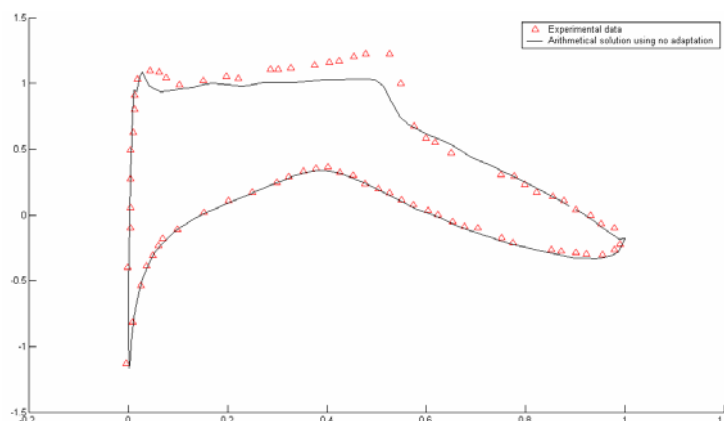
Παράλληλα, επιθυμούμε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα με τη χρήση υβριδικών πλεγμάτων με προσαρμογή με τα αντίστοιχα με χρήση μη – δομημένων πλεγμάτων τριγωνικών στοιχείων, για να διαπιστώσουμε αν το πρώτο είδος πλεγμάτων επιτυγχάνει καλύτερη προσέγγιση της λύσης από το δεύτερο. Για το λόγο αυτό, εξετάζονται οι ίδιες περιπτώσεις ροής γύρω από τη διηχητική αεροτομή RAE 2822 και με τη χρήση μη – δομημένων πλεγμάτων τριγωνικών στοιχείων με προσαρμογή και συγκρίνουμε τα αποτελέσματα με τα αντίστοιχα των υβριδικών πλεγμάτων με προσαρμογή.

- **RAE – R6**

Επίλυση της περίπτωσης R6 με χρήση υβριδικού πλέγματος χωρίς προσαρμογή



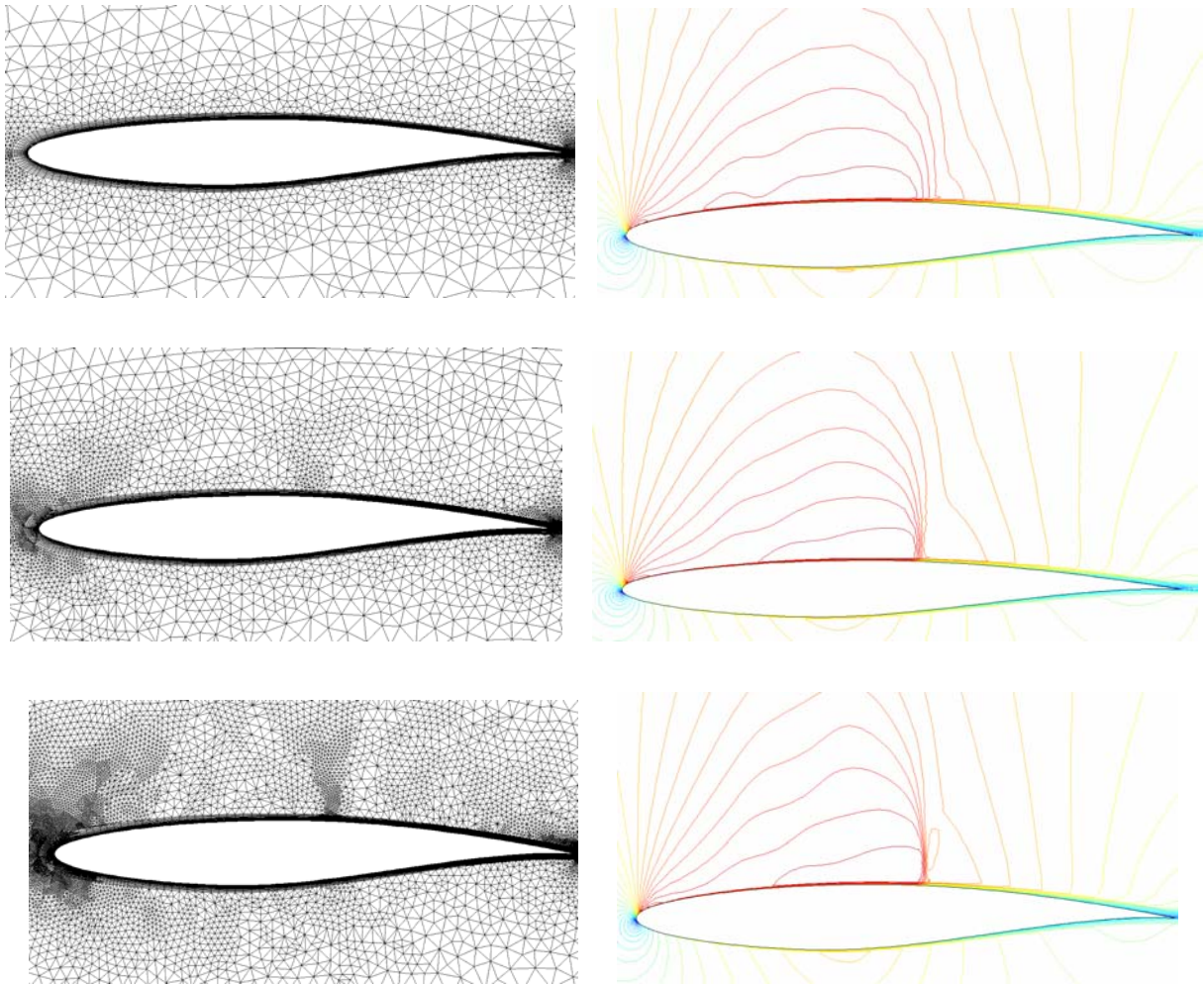
Εικόνα 1: Υβριδικό πλέγμα και αντίστοιχες γραμμές iso - Mach για την επίλυση της περίπτωσης R6 χωρίς προσαρμογή



Εικόνα 2: Κατανομή του $-c_p$ πάνω στην αεροτομή στο τέλος της επίλυσης με χρήση υβριδικού πλέγματος χωρίς προσαρμογή και σύγκρισή της με την αντίστοιχη πειραματική

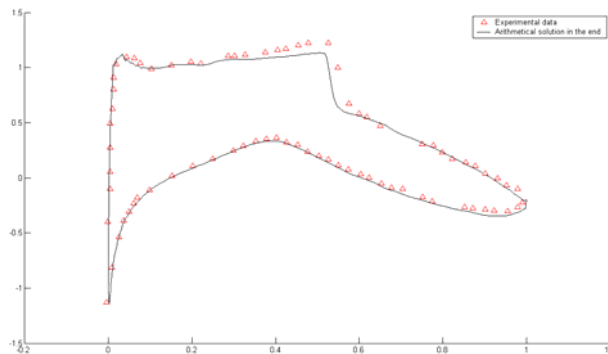
Είναι προφανές, ότι η θέση εμφάνισης του κύματος κρούσης δεν προσεγγίζεται επακριβώς.

Επίλυση της περίπτωσης R6 με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή



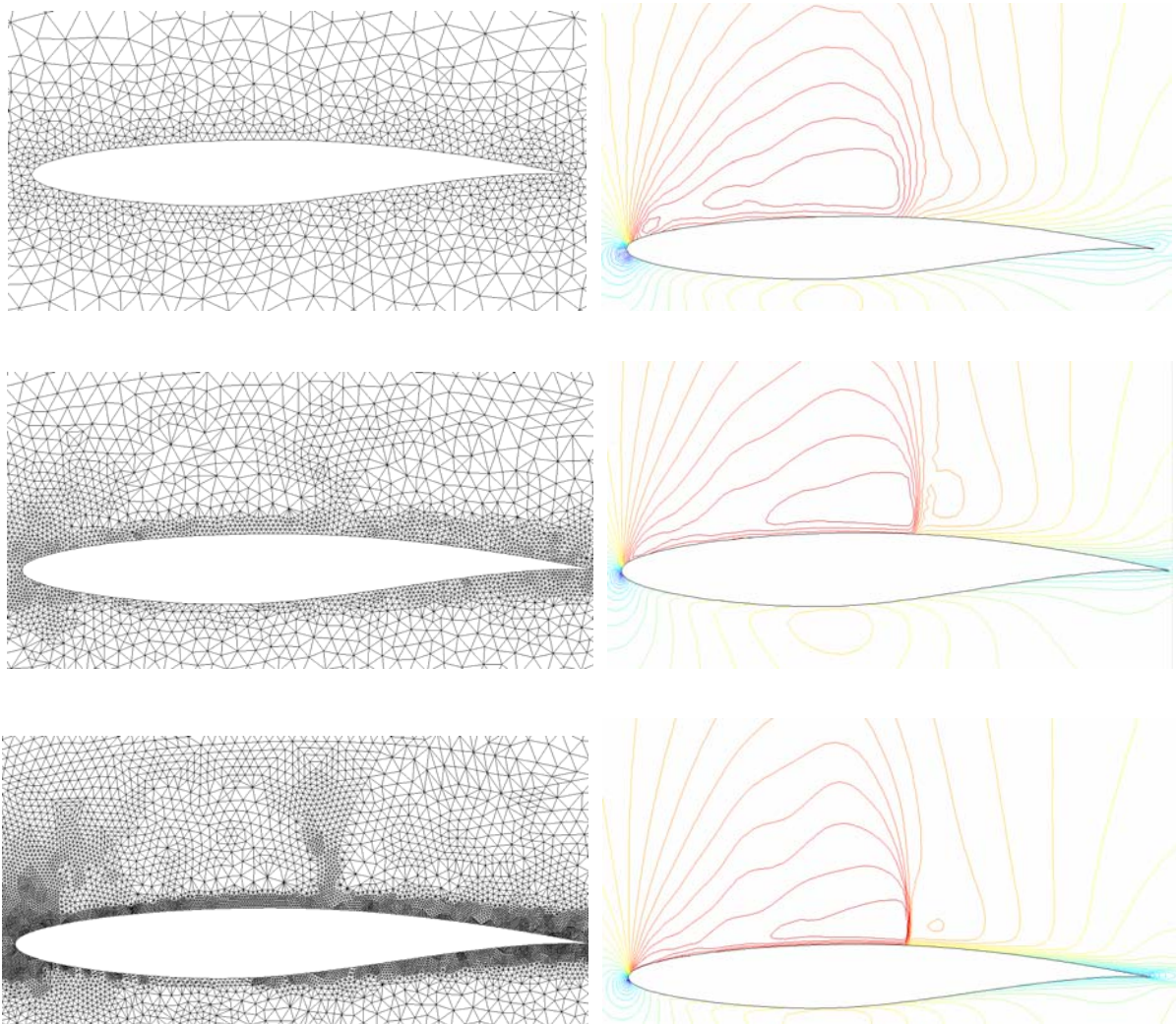
Εικόνα 3: Εξέλιξη του πλέγματος και των γραμμών ισο – Mach με τις προσαρμογές κατά την επίλυση της περίπτωσης R6 με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή

Όπως μπορεί κανείς να παρατηρήσει το πλέγμα πυκνώνει στη θέση εμφάνισης του κύματος κρούσης, στο σημείο πρόσπτωσης, στο σημείο εκφυγής και πάνω στο οριακό στρώμα. Μάλιστα, σε κάθε προσαρμογή, το πλέγμα πυκνώνει ακόμη περισσότερο στις ανωτέρω θέσεις.

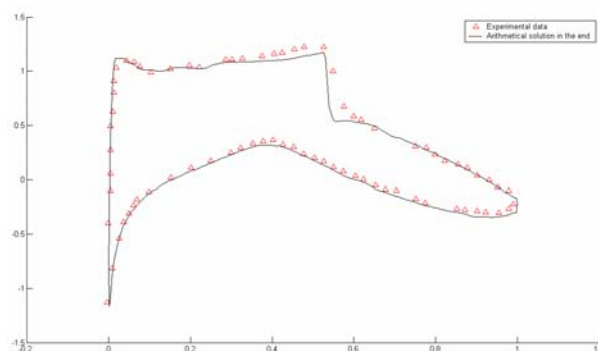


Εικόνα 4: Κατανομή του $-c_p$ πάνω στην αεροτομή κατά την επίλυση της περίπτωσης R6 με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή

Επίλυση της περίπτωσης R6 με χρήση μη – δομημένου πλέγματος τριγωνικών στοιχείων με προσαρμογή

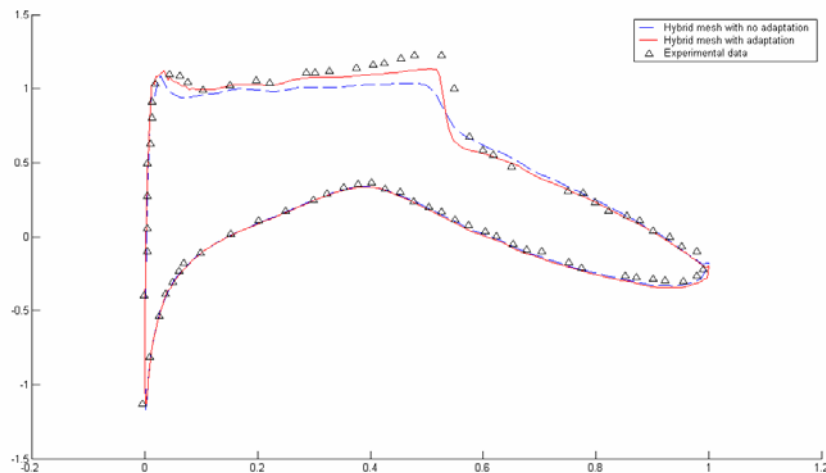


Εικόνα 5: Εξέλιξη του πλέγματος και των γραμμών ισο – Mach με τις προσαρμογές κατά την επίλυση της περίπτωσης R6 με χρήση μη – δομημένου πλέγματος τριγωνικών στοιχείων



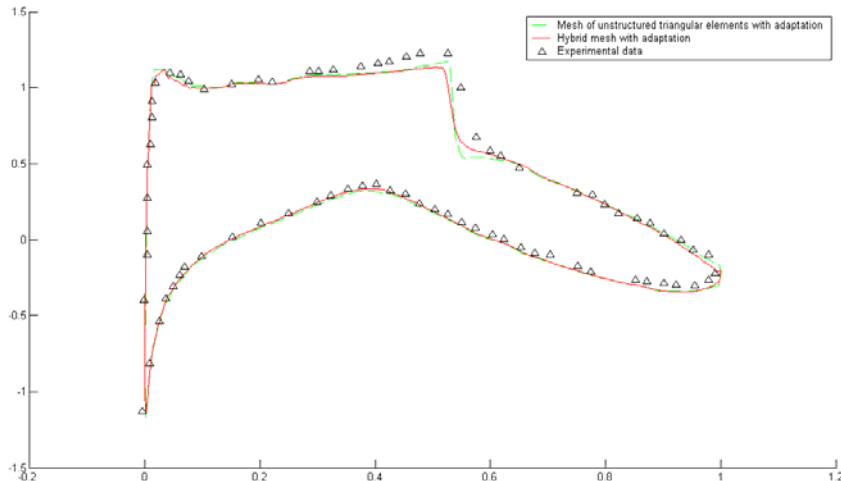
Εικόνα 6: Κατανομή του $-c_p$ κατά την επίλυση της περίπτωσης R6 με χρήση μη – δομημένου πλέγματος τριγωνικών στοιχείων εν συγκρίσει με την πειραματική κατανομή

Συγκρίσεις των αποτελεσμάτων για την περίπτωση R6 – συμπεράσματα



Εικόνα 7: Σύγκριση τελικών κατανομών του $-c_p$ πάνω στη αεροτομή από τη χρήση υβριδικού πλέγματος με και χωρίς προσαρμογή κατά την επίλυση της περίπτωσης R6. Με συνεχή γραμμή φαίνεται η κατανομή με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή, με διακεκομμένη γραμμή η κατανομή για χρήση υβριδικού πλέγματος χωρίς προσαρμογή και με τρίγωνα, τα πειραματικά στοιχεία.

Παρατηρούμε ότι η κατανομή που προέκυψε με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή προσεγγίζει καλύτερα τα πειραματικά δεδομένα (και επομένως την πραγματική λύση) από την αντίστοιχη με χρήση υβριδικού πλέγματος χωρίς προσαρμογή.



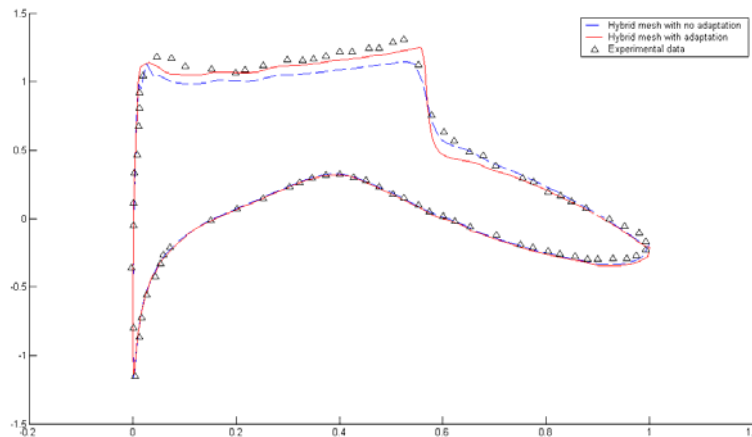
Εικόνα 8: Σύγκριση τελικών κατανομών του $-c_p$ πάνω στη αεροτομή από τη χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή και μη – δομημένου πλέγματος τριγωνικών στοιχείων με προσαρμογή κατά την επίλυση της περίπτωσης R6. Με συνεχή γραμμή φαίνεται η κατανομή με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή, με διακεκομμένη γραμμή η κατανομή για χρήση μη – δομημένου πλέγματος τριγωνικών στοιχείων με προσαρμογή και με τρίγωνα, τα πειραματικά στοιχεία.

Στην τελευταία εικόνα παρατηρούμε, ότι η κατανομή που προέκυψε με τη χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή προσεγγίζει περισσότερο τα πειραματικά δεδομένα (οπότε και την πραγματική λύση) απ' ότι η αντίστοιχη με χρήση μη – δομημένου πλέγματος τριγωνικών στοιχείων.

Έτσι, συμπεραίνουμε, ότι τα αποτελέσματα που προέκυψαν με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή είναι εκείνα που προσεγγίζουν περισσότερο την πραγματική λύση.

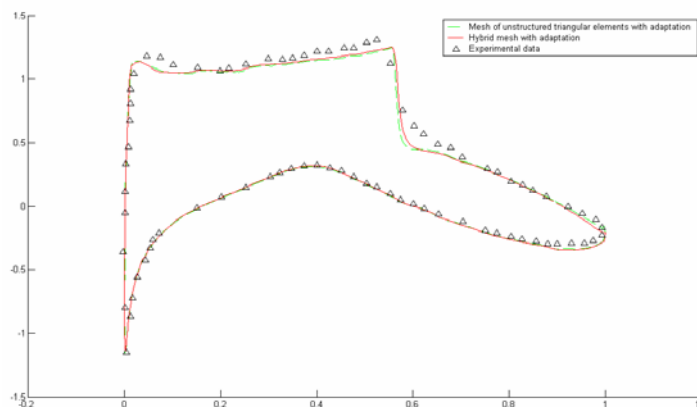
Στη συνέχεια, η διαδικασία που ακολουθήθηκε για τις υπόλοιπες περιπτώσεις είναι παρόμοια και έτσι θα παρουσιάζουμε μόνο τις συγκρίσεις των αποτελεσμάτων. Για περισσότερα παραπέμπουμε στη διπλωματική εργασία.

- **Περίπτωση R9**



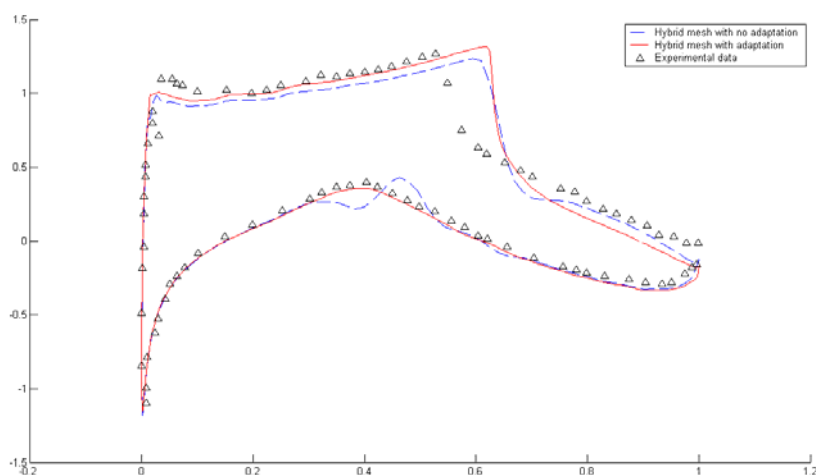
Εικόνα 9: Σύγκριση τελικών κατανομών του $-c_p$ πάνω στη αεροτομή από τη χρήση υβριδικού πλέγματος με και χωρίς προσαρμογή κατά την επίλυση της περίπτωσης R9. Με συνεχή γραμμή φαίνεται η κατανομή με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή, με τελείες η κατανομή για χρήση υβριδικού πλέγματος χωρίς προσαρμογή και με τρίγωνα τα πειραματικά στοιχεία.

Παρατηρούμε, ότι τα αποτελέσματα με χρήση προσαρμογής είναι πιο κοντά στην πραγματική λύση.



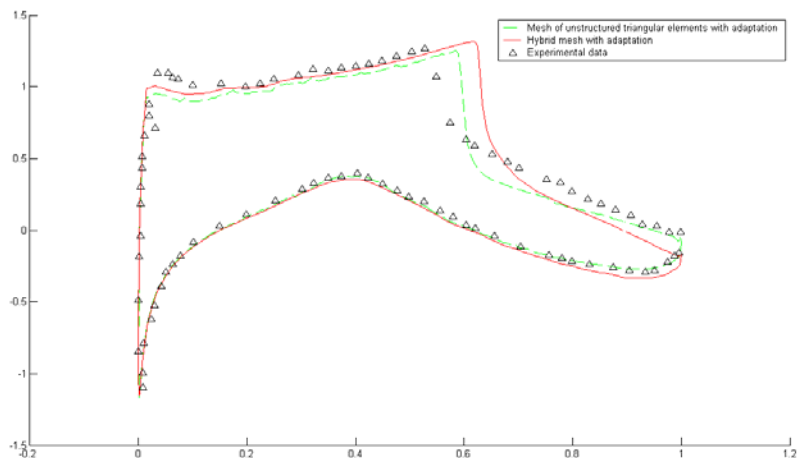
Εικόνα 10: Σύγκριση τελικών κατανομών $-c_p$ πάνω στη αεροτομή από τη χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή και μη – δομημένου πλέγματος τριγωνικών στοιχείων με προσαρμογή κατά την επίλυση της περίπτωσης R9. Με συνεχή γραμμή φαίνεται η κατανομή με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή, με διακεκομμένη γραμμή η κατανομή για χρήση μη – δομημένου πλέγματος τριγωνικών στοιχείων με προσαρμογή και με τρίγωνα, τα πειραματικά στοιχεία.

- **Περίπτωση R10**



Εικόνα 11: Σύγκριση τελικών κατανομών του $-c_p$ πάνω στη αεροτομή από τη χρήση υβριδικού πλέγματος με και χωρίς προσαρμογή κατά την επίλυση της περίπτωσης R10. Με συνεχή γραμμή φαίνεται η κατανομή με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή, με τελείες η κατανομή για χρήση υβριδικού πλέγματος χωρίς προσαρμογή και με τρίγωνα τα πειραματικά στοιχεία.

Παρατηρούμε ότι η κατανομή με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή είναι σαφώς πιο κοντά στα πειραματικά δεδομένα απ’ ότι εκείνη με χρήση υβριδικού πλέγματος χωρίς προσαρμογή.



Εικόνα 12: Σύγκριση τελικών κατανομών του $-c_p$ πάνω στη αεροτομή από τη χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή και μη – δομημένου πλέγματος τριγωνικών στοιχείων με προσαρμογή κατά την επίλυση της περίπτωσης R10. Με συνεχή γραμμή φαίνεται η κατανομή με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή, με διακεκομμένη γραμμή η κατανομή για χρήση μη – δομημένου πλέγματος τριγωνικών στοιχείων με προσαρμογή και με τρίγωνα, τα πειραματικά στοιχεία.

Είναι προφανές ότι και στις δύο περιπτώσεις εντοπίζεται το κύμα κρούσης αλλά όχι η ακριβής θέση του. Επίσης, παρατηρούμε, ότι σε άλλα τμήματα της κατανομής, η κατανομή που προέκυψε με τη χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή προσεγγίζει περισσότερο τα πειραματικά δεδομένα (οπότε και την πραγματική λύση) και σε άλλα αυτό το πραγματοποιεί η κατανομή με χρήση μη – δομημένου πλέγματος τριγωνικών στοιχείων. Κατά κύριο λόγο η

κατανομή που προέκυψε με χρήση υβριδικού πλέγματος με προσαρμογή είναι πιο κοντά στην πραγματική απ' ό τι η αντίστοιχη που προέκυψε με χρήση μη – δομημένων πλεγμάτων τριγωνικών στοιχείων με προσαρμογή.

Ανακεφαλαίωση

Στην παρούσα εργασία έγινε, αρχικά, αναδιατύπωση του αλγορίθμου εμπλουτισμού μη – δομημένων τριγωνικών πλεγμάτων, αλγόριθμο τον οποίο ήδη διαθέτει το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του Ε.Μ.Π.. Παράλληλα, έγινε και επίδειξη εφαρμογής του συγκεκριμένου αλγορίθμου σε μεμονωμένη αεροτομή. Στη συνέχεια, εξελίσσοντας τον προηγούμενο αλγόριθμο, διατυπώθηκε με λεπτομέρεια ο αλγόριθμος προσαρμογής υβριδικών πλεγμάτων. Ο αλγόριθμος αυτός αποτελεί θέμα έρευνας του εργαστηρίου κατά τη δεδομένη χρονική περίοδο με εξέλιξη του αντίστοιχου κώδικα. Στο πλαίσιο της πιστοποίησης αυτών (αλγορίθμου και κώδικα) εισέρχεται ο ρόλος της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Έτσι, έγινε εφαρμογή των ανωτέρω σε διάφορες περιπτώσεις τυρβώδους ροής γύρω από διηχητική αεροτομή. Σε κάθε περίπτωση έγιναν πολλές και διαφορετικές προσπάθειες επίλυσης της ροής, μεταβάλλοντας την κατανομή των σημείων πάνω στο περίγραμμα της αεροτομής, το πλέγμα, τις παραμέτρους προσαρμογής καθώς και τις παραμέτρους του κώδικα επίλυσης. Έτσι, στο τέλος της εργασίας αυτής αποκτήθηκε σημαντική εμπειρία γύρω από τον τρόπο που επηρεάζουν οι παράμετροι αυτοί την επίλυση. Παράλληλα, κατά τη διάρκεια όλων αυτών των «τρεξιμάτων» επίλυσης εντοπίστηκαν και επισημάνθηκαν ορισμένες αδυναμίες του κώδικα αυτού, γεγονός που έδωσε στο εργαστήριο τη δυνατότητα διόρθωσής τους. Από τις παραπάνω προσπάθειες επιλέχθηκαν και παρουσιάστηκαν οι αντιπροσωπευτικότερες. Επίσης, παρουσιάστηκε και η σύγκριση ανάμεσα στα αποτελέσματα αυτών των προσπαθειών με τα αντίστοιχα από χρήση άλλων ειδών πλεγμάτων, απ' όπου καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι η χρήση υβριδικών πλεγμάτων με εμπλουτισμό μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερη προσέγγιση της πραγματικής λύσης. Κλείνοντας να αναφέρουμε ότι, εκτός από τα οφέλη της παρούσης εργασίας για το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, που αφορούν στην πιστοποίηση του ανωτέρω αλγορίθμου και κώδικα, σημαντικά ήταν τα οφέλη και για τον γράφοντα. Έτσι, αποκομίστηκαν σημαντικές γνώσεις πάνω στα υπολογιστικά πλέγματα και την προσαρμογή τους καθώς και εμπειρία πάνω στον τρόπο δράσης κατά τη διερεύνηση υπολογιστικών προβλημάτων.

Βασικές βιβλιογραφικές αναφορές

- [1]. «Μέθοδος και λογισμικό προσαρμογής μη – δομημένων πλεγμάτων τετραεδρικών στοιχείων κατά την επίλυση προβλημάτων ροής», Π.Ι.Κ. Λιακόπουλος, Αθήνα 11 Οκτωβρίου 2001
- [2]. «Γένεση και προσαρμογή αριθμητικών πλεγμάτων», Κ.Χ. Γιαννάκογλου, Διδακτικό σύγγραμμα, Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών, Αθήνα 1999
- [3]. «Hybrid prismatic/tetrahedral grid generation for viscous flows around complex geometries», Kallinderis, Y. Khawaja, A.; McMorris, H. AIAA Journal. Vol. 34, no. 2, Feb. 1996
- [4]. «Hybrid adaptation method and directional viscous multigrid with prismatic-tetrahedral meshes», Parthasarathy, V, Kallinderis, Y, Nakajima, K AIAA-1995-670 Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 33rd, Reno, NV, Jan 9-12, 1995