



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ
ΜΟΝΑΔΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ
ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Βελτιστοποίηση με Εξελικτικούς Αλγορίθμους
Υποβοηθούμενους από τη Μέθοδο Ανάλυσης σε Κύριες
Συνιστώσες - Εφαρμογές στην Ενέργεια και στις
Μεταφορές

Διπλωματική Εργασία

Παυλίνα Α. Χούντα

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2013



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ
ΜΟΝΑΔΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ
ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Βελτιστοποίηση με Εξελικτικούς Αλγορίθμους Υποβοηθούμενους από τη Μέθοδο Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες - Εφαρμογές στην Ενέργεια και στις Μεταφορές

Παυλίνα Α. Χούντα

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ
Αθήνα, Ιούλιος 2013

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει στόχο την ανάλυση-διερεύνηση και πιστοποίηση μεθόδων βελτιστοποίησης οι οποίες βασίζονται στους Εξελικτικούς Αλγορίθμους και επιλύουν σύγχρονα προβλήματα της μηχανικής με μειωμένο υπολογιστικό κόστος συγκριτικά με τις συμβατικές μεθόδους βελτιστοποίησης. Η αποτελεσματικότητά τους διερευνάται σε διάφορες εφαρμογές που άπτονται των τομέων της ενέργειας και των μεταφορών.

Η βελτιστοποίηση με Εξελικτικούς Αλγορίθμους (ΕΑ) έχει αναπτυχθεί επαρκώς τα τελευταία χρόνια στη Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης (ΜΠΥΡ&Β) του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών (ΕΘΣ) και συνιστά αξιόπιστη μέθοδο που προσαρμόζεται εύκολα σε κάθε πρόβλημα. Συνδυαζόμενη με το απαραίτητο, κάθε φορά, λογισμικό Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής, παρέχει τη βέλτιστη λύση σε προβλήματα ενός στόχου ή το μέτωπο των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων σε προβλήματα πολλών στόχων. Παρόλα αυτά, είναι γνωστό πως οι ΕΑ απαιτούν μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων υποψήφιων λύσεων για την εύρεση της ή των βέλτιστων λύσεων κάτι που δυσκολεύει τη χρήση τους σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα της βιομηχανίας. Στο παρελθόν, αυτό το μειονέκτημα ξεπεράστηκε, ως ένα βαθμό, με τη χρήση μεταπροτύπων (Metamodel Assisted Evolutionary Algorithms-MAEAs) και, συγκεκριμένα, τεχνητών νευρωνικών δικτύων. Αυτά πραγματοποιούν 'φθηνές' αξιολογήσεις των υποψήφιων λύσεων, μειώνοντας με αυτόν τον τρόπο τις αξιολογήσεις που πραγματοποιούνται από το 'ακριβές' αλλά ακριβό λογισμικό αξιολόγησης. Η πραγματοποίηση ταυτόχρονων αξιολογήσεων των υποψήφιων λύσεων μιας γενιάς των ΕΑ, που υλοποιείται στο παράλληλο υπολογιστικό σύστημα της ΜΠΥΡ&Β, συνέβαλε στη μείωση του χρόνου ολοκλήρωσης της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Παρόλα αυτά, δεδομένου ότι οι απαιτήσεις της βιομηχανίας για όλο και πιο ανταγωνιστικές μεθόδους σχεδιασμού-βελτιστοποίησης αυξάνονται, η περαιτέρω βελτίωση των ήδη υπάρχοντων

καθίσταται απαραίτητη.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, η βελτίωση της απόδοσης των EAs και MAEAs επιτυγχάνεται με τη χρήση της μεθόδου Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες (Principal Component Analysis, PCA) η οποία εφαρμόζεται με δύο διαφορετικούς τρόπους. Ο πρώτος είναι η χρήση της ΑσΚΣ πριν την εφαρμογή των εξελικτικών τελεστών στους EA για τη στροφή του συστήματος συντεταγμένων των μεταβλητών σχεδιασμού ως προς τις κύριες κατευθύνσεις του χώρου σχεδιασμού όπως αυτές προσδιορίζονται από την ΑσΚΣ. Με αυτόν τον τρόπο, προκύπτουν γενιές απογόνων καλύτερης ποιότητας και κατ' επέκταση μειώνεται ο αριθμός των γενιών (και επομένως, των αξιολογήσεων) που απαιτείται για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Ο δεύτερος είναι η χρήση της ΑσΚΣ κατά την εκπαίδευση των μεταπρότυπων, που βελτιώνει την απόδοση της προσεγγιστικής προ-αξιολόγησης μέσω πρόβλεψης ακριβέστερων τιμών της συνάρτησης στόχου από τα μεταπρότυπα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, τα μεταπρότυπα εκπαιδεύονται ως προς τις πιο σημαντικές κατευθύνσεις στο χώρο σχεδιασμού, κάτι που επιτυγχάνεται με αποκοπή των λιγότερο σημαντικών μετασχηματισμένων μεταβλητών σχεδιασμού που εντοπίζονται με τη μέθοδο ΑσΚΣ. Το γεγονός ότι τα μεταπρότυπα εκπαιδεύονται με δείγματα μικρότερης διάστασης σε σχέση με την αρχική έχει ως αποτέλεσμα αφενός την εκπαίδευση των μεταπρότυπων με λιγότερα δείγματα και αφετέρου την έναρξη της ΠΠΑ νωρίτερα συγκριτικά με τη μέθοδο MAEA. Οι παραλλαγές που προκύπτουν από τις δύο προαναφερθείσες χρήσεις της ΑσΚΣ θα συντομογραφούνται ως: EA(PCA), MAEA(PCA) και M(PCA)AEA(PCA).

Τέλος, η διπλωματική εργασία εξετάζει και προτείνει μια παραλλαγή της εφαρμογής της ΑσΚΣ κατά τη διάρκεια εκπαίδευσης των μεταπρότυπων. Σε αυτήν, το μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων διασπάται σε υποπεριοχές και η μέθοδος ΑσΚΣ εφαρμόζεται σε αυτές, αντί σε ολόκληρο το μέτωπο, προκειμένου να επιτευχθεί ακόμα μεγαλύτερη ακρίβεια και να αυξηθεί περαιτέρω το κέρδος χρήσης της ΑσΚΣ στα μεταπρότυπα. Η ιδέα πίσω από αυτή την παραλλαγή είναι η στροφή της υποψήφιας λύσης και των δειγμάτων εκπαίδευσης που αντιστοιχούν σε αυτήν ως προς τις κύριες κατευθύνσεις της περιοχής του μετώπου των μη-κυριαρχούμενων λύσεων στην οποία βρίσκονται πιο κοντά. Πιο συγκεκριμένα, για κάθε υποψήφια λύση υπολογίζεται η απόσταση αυτής από το μέσο άτομο της κάθε υποπεριοχής του μετώπου και, στη συνέχεια, η ΑσΚΣ εφαρμόζεται μόνο στο υπομέτωπο εκείνο που έχει τη μικρότερη απόσταση από την υποψήφια λύση.

Οι προτεινόμενες μέθοδοι συγκρίνονται, είτε ξεχωριστά είτε σε συνδυασμό, με τους συμβατικούς EAs και MAEAs σε μια μαθηματική συνάρτηση και τρία προβλήματα της βιομηχανίας για να αποδειχθεί το κέρδος που προκύπτει από τη χρήση τους. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται: ένας Οργανικός κύκλος Rankine, ένα υπερηχητικό επιβατικό αεροσκάφος και ο δρομέας ενός υδροστροβίλου Francis.



NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF
ATHENS
SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING
FLUIDS DEPARTMENT
LABORATORY OF THERMAL TURBOMACHINES
PARALLEL CFD & OPTIMIZATION UNIT

**Optimization based on Evolutionary Algorithms assisted by the
Principal Component Analysis - Applications in Energy and
Transportation**

Pavlina A. Chounta

Advisor: Kyriakos C. Giannakoglou, Professor NTUA

Athens, July 2013

Abstract

The aim of this diploma thesis is to present optimization methods based on Evolutionary Algorithms (EAs), capable of solving real-world engineering problems with reduced computational cost than the conventional methods. The efficiency of these methods is demonstrated in applications in the energy and transportation sectors.

EA-based optimization has been adequately developed over the last years at the Parallel CFD & Optimization Unit (PCOpt) of the Laboratory of Thermal Turbomachines (LTT) NTUA because it is a reliable method which incorporates any evaluation software such as a CFD code in a straightforward manner. Also, it computes either the optimal solution in single-objective problem or the Pareto optimal solutions in multi-objective problems. However, it is well known that EAs require quite a large number of evaluations of candidate solutions to get the optimal solution(s) which does not allow them to routinely be used in large-scale industrial problems. A way to overcome this, is to use EAs enhanced by artificial neural networks, acting as metamodels (MAEAs). The concept of employing metamodels is the approximation of a solution fitness and, thus, the reduction of the number of evaluations performed by the specific evaluation tool for each EA generation. In addition to that, the parallelization of the optimization procedure with the form of concurrent evaluations of candidate solutions within each generation of EAs which is performed on the multi-processor platform of the PCOpt Unit, contributed on the reduction of the optimization turn-around time. Since the industrial demand for even more competitive design-optimization methods increases, improving the existing ones is absolutely necessary.

In this diploma thesis, the enhancement in the efficiency of EAs and MAEAs is achieved by the use of Principal Component Analysis (PCA) which is implemented in two different ways. The first one implies the use of PCA prior to the application of the evolutionary operators in EAs. The principal directions on the design space,

as computed via PCA in each generation, are used for the appropriate “rotation” of the design variable coordinate system. From this, the newly created offspring are of better quality and this leads to the reduction of the number of generations required to get the optimal solution(s). The second one implies the training of artificial neural networks (acting as metamodels) on patterns of smaller dimension, by properly truncating the less-significant design variables after being rotated with respect to the eigenvectors computed by PCA. Regarding this, the metamodels are trained in the most important directions of the design space. This method aims at obtaining dependable objective function predictions by the online trained metamodels, reducing, thus, the computational cost of the training procedure. The variants of EAs and MAEAs arising from the two aforementioned usages of PCA are: EA(PCA), MAEA(PCA) and M(PCA)AEA(PCA).

Finally, this diploma thesis examines and proposes one variant of the application of the PCA during the metamodels training. In this, the front of non-dominated solutions is divided into sub-fronts and the PCA is applied locally rather than on the whole front. This leads to higher precision and, consequently, the gain from the use of PCA in metamodels can be increased. The idea behind this variant is the rotation of the candidate solution and training patterns with respect to the principal directions computed via PCA in one of the sub-fronts. The choice of which sub-front will be used for the rotation depends on how close the candidate solution is to it. This means that for every candidate solution, the distance between it and the average elite of each sub-front in the design space is computed. Then, the PCA is applied only to the sub-front which is closer to the candidate solution. This is followed by the truncation of a user defined number of the less significant design variables in order for the metamodels to be trained in the most important directions of the design space.

The gain from the use of the proposed methods is shown by applying them, either separately or in combination, in one mathematical test case and three real-world problems, namely: an Organic Rankine Cycle, a Supersonic Business Jet and a Francis turbine runner. Differences in efficiency of the proposed methods with respect to the background methods, such as EAs and MAEAs are presented.

Ευχαριστίες...

Η παρούσα διπλωματική εργασία σηματοδοτεί το τέλος των πενταετών σπουδών μου στη σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών ΕΜΠ. Με την ευκαιρία θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους με βοήθησαν το τελευταίο αυτό εξάμηνο για να φέρω εις πέρας και να ολοκληρώσω τη διπλωματική μου εργασία.

Πρώτα από όλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου, κ.Κ. Χ. Γιαννάκογλου για τη συνεχή βοήθεια και καθοδήγηση που μου προσέφερε, για τις γνώσεις που μου μετέδωσε και για τα ερεθίσματα που μου έδωσε που είχαν ως αποτέλεσμα να ασχοληθώ και να αγαπήσω έναν άγνωστο μέχρι την αρχή της εργασίας αυτής τομέα για μένα, αυτόν της βελτιστοποίησης. Η πόρτα του ήταν πάντα ανοιχτή για μένα για τυχόν απορίες και διευκρινίσεις και οι πάντα εύστοχες παρατηρήσεις του και η παρότρυνση του για συστηματική και στοχευμένη δουλειά με έκαναν καλύτερη.

Επίσης, ευχαριστώ ιδιαίτερα τη Δρ.Βαρβάρα Ασούτη, η βοήθεια της οποίας ήταν καθοριστικής σημασίας για την ολοκλήρωση της διπλωματικής μου εργασίας αλλά και για την υπομονή που επέδειξε όλο αυτό το διάστημα, απαντώντας στις διαρκείς απορίες και ερωτήσεις μου.

Ακόμα, ευχαριστώ πολύ το Δρ.Στέλιο Κυριάκου, για την καθοδήγησή του καθόλη τη διάρκεια της διπλωματικής μου εργασίας και τη συνεχή διάθεσή του για βοήθεια ακόμα και παρά το γεγονός πως βρισκόταν στο εξωτερικό. Οι γνώσεις του πάνω στις υδροδυναμικές μηχανές και στη μέθοδο ΑσκΣ μου φάνηκαν ιδιαίτερα χρήσιμες και με βοήθησαν να κατανοήσω σε βάθος τα δύο αυτά αντικείμενα μελέτης μου.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω και στους διδάκτορες Ξενοφώντα Τρομπούκη και Βαγγέλη Παπουτσή καθώς και στους υποψήφιους διδάκτορες Κώστα Τσιάκα και Γιάννη Καββαδία για την πρόθυμη ανταπόκρισή τους σε κάθε απορία μου και για την άψογη συνεργασία που είχα με όλους.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τους δύο μου γονείς για τη συνεχή υποστήριξη, συμπαράσταση και αγάπη που μου προσφέρουν όλα τα χρόνια των σπουδών μου και στους οποίους χρωστάω μεγάλο μέρος της σημερινής μου επιτυχούς σταδιοδρομίας.

*Αφιερώνω αυτή την εργασία στους
πολυαγαπημένους μου γονείς,
Θανάση και Λένα
και στη μνήμη του παππού μου,
του Παύλου.*

Ακρωνύμια

ΕΜΠ	Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
ΕΘΣ	Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
ΜΠΥΡ&Β	Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης
ΥΡΔ	Υπολογιστική Ρευστοδυναμική
ΕΑ	Εξελικτικός Αλγόριθμος
ΜΑ	Μέγιστη Απόδοση
ΠΠΑ	Προσεγγιστική Προ-Αξιολόγηση
ΔΣΑΒ	Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης
ΑσΚΣ	Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες

Nomenclature

CFD	Computational Fluid Dynamics
NTUA	National Technical University of Athens
PCopt	Parallel CFD & Optimization unit
LTT	Lab of Thermal Turbomachines
EA	Evolutionary Algorithm
IPE	Inexact Pre-Evaluation
PCA	Principal Component Analysis
BE	Best Efficiency
MAEA	Metamodel-Assisted Evolutionary Algorithm
EA(PCA)	EA with PCA-Driven Evolution Operators
MAEA(PCA)	MAEA with PCA-Driven Evolution Operators
M(PCA)AEA(PCA)	MAEA(PCA) with PCA-Driven Metamodels
ORC	Organic Rankine Cycle
SBJ	Supersonic Business Jet
LE	Leading Edge
TE	Trailing Edge

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	i
1 Εισαγωγή	1
1.1 Αντί Προλόγου..	1
1.2 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας	2
1.3 Δομή της Εργασίας	2
2 Βελτιστοποίηση με Χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων	5
2.1 Εισαγωγή στη Βελτιστοποίηση	5
2.2 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι	6
2.2.1 Περιγραφή ενός Εξελικτικού Αλγορίθμου	7
2.2.2 Λογισμικό EASY (Evolutionary Algorithm SYstem)	9
2.2.3 Περιορισμοί στη Βελτιστοποίηση με EA	9
2.3 Βελτιστοποίηση με Χρήση των EA σε Πολυεπεξεργαστικό Περιβάλλον .	10
2.4 EA Υποβοηθούμενοι από Μεταπρότυπα	11
2.4.1 Εισαγωγή στους MAEA	12
2.4.2 MAEA με Προσεγγιστική Προ-αξιολόγηση	12
2.4.3 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα	13
2.5 Προβλήματα Βελτιστοποίησης Πολλών Στόχων-Μέτωπο Pareto	15
2.5.1 Μέτωπο Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων	15
2.6 Μετρικές Ποιότητας του Μετώπου Pareto - Δείκτης Υπερόγκου	17
2.6.1 Εισαγωγή	17
2.6.2 Σχέσεις Κυριαρχίας μεταξύ Μετώπων και Μετρικές Ποιότητας .	17

3	Προβλήματα που Μελετώνται	21
3.1	Βελτιστοποίηση Οργανικού Κύκλου Rankine	21
3.1.1	Περιγραφή της Διάταξης του ORC	22
3.1.2	Περιγραφή του Προβλήματος Βελτιστοποίησης	24
3.2	Προκαταρκτικός Σχεδιασμός ενός Υπερηχητικού Επιβατικού Αεροσκάφους	26
3.2.1	Περιγραφή του Προβλήματος Βελτιστοποίησης	26
3.2.2	Περιγραφή Αλγορίθμου Επίλυσης των Επιδόσεων του Επιβατικού Υπερηχητικού Αεροσκάφους	29
3.3	Βελτιστοποίηση του Δρομέα ενός Υδροστροβίλου Francis	30
3.3.1	Υδροστρόβιλος Francis	30
3.3.2	Διαδικασία Αξιολόγησης	32
3.3.3	Μετρικές Ποιότητας για Δρομείς Υδροστροβίλων	38
3.3.4	Διατύπωση του Προβλήματος Βελτιστοποίησης	41
4	Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες και Χρήση της σε ΕΑ & ΜΑΕΑ	47
4.1	Εισαγωγή	47
4.2	‘Κακώς Τοποθετημένα’ Προβλήματα Βελτιστοποίησης	48
4.2.1	Ανισότροπη και Μη-Διαχωρίσιμη Συνάρτηση Στόχου	48
4.3	Μαθηματικό Μοντέλο της ΑσκΣ	51
4.4	Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες και ΕΑ	52
4.4.1	Η ΑσκΣ στους Εξελικτικούς Τελεστές	53
4.4.2	Η ΑσκΣ στη Διασταύρωση και τη Μετάλλαξη	59
4.4.3	Η Παραλλαγή ΕΑ(PCA)	61
4.5	Μεταπρότυπα Υποβοηθούμενα από ΑσκΣ	65
4.5.1	Οι Μέθοδοι ΜΑΕΑ(PCA), Μ(PCA)ΑΕΑ(PCA)	69
5	Σύγκριση Μεθόδων Βελτιστοποίησης στο Πρόβλημα του Υδροστροβίλου Francis	75
5.1	Σύγκριση των Μεθόδων ΕΑ, ΕΑ(PCA)	75

5.2	Σύγκριση των Μεθόδων MAEA, MAEA(PCA)	77
5.3	Σύγκριση των Μεθόδων EA(PCA), MAEA(PCA)	79
5.4	Σύγκριση των Μεθόδων MAEA(PCA), M(PCA)AEA(PCA)	80
6	Βελτιωμένη Παραλλαγή της Εφαρμογής της ΑσκΣ στα Μεταπρότυπα (M(PCA))	85
6.1	Εισαγωγή	85
6.2	Περιγραφή της Μεθόδου Διάσπασης του Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων	88
6.2.1	Εφαρμογή της Προτεινόμενης Μεθόδου στο Υπερηχητικό Επιβατικό Αεροσκάφος	91
6.2.2	Εφαρμογή της Προτεινόμενης Μεθόδου στο Δρομέα Υδροστροβίλου Francis	97
6.3	Συμπεράσματα	109
6.4	Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης του Δρομέα Υδροστροβίλου Francis	111
6.4.1	Παρουσίαση Αποτελεσμάτων	111
7	Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα	115
7.1	Ανακεφαλαίωση	115
7.2	Συμπεράσματα	116
	Βιβλιογραφία	121

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Αντί Προλόγου..

Η βελτιστοποίηση είναι η διαδικασία μέσω της οποίας κάτι (ένα προϊόν ή μια υπηρεσία) γίνεται καλύτερο. Στόχος της διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι η εύρεση της βέλτιστης λύσης σε ένα πρόβλημα, της λύσης δηλαδή που χαρακτηρίζεται από χαμηλό κόστος και υψηλή λειτουργική αξία. Ο όρος 'βέλτιστη λύση' υποδηλώνει την ύπαρξη και άλλων λύσεων του προς εξέταση προβλήματος που όμως δεν έχουν την ίδια αξία, όπως αυτή ορίζεται από τους στόχους της βελτιστοποίησης. Για την επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης υπάρχουν πολλοί τρόποι και γι' αυτό οι μέθοδοι βελτιστοποίησης είναι πολλές. Η δουλειά του μηχανικού που καλείται να σχεδιάσει βέλτιστα συστήματα είναι, πέρα από την εύρεση της καλύτερης δυνατής λύσης, και η επιλογή της μεθόδου βελτιστοποίησης που αποσκοπεί στην απλοποίηση- επιτάχυνση της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Επομένως, στόχος είναι η εύρεση πραγματικά βέλτιστων λύσεων στον ελάχιστο δυνατό χρόνο.

Μια από τις 'παραδοσιακά' γνωστές μεθόδους βελτιστοποίησης είναι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι που ανήκουν στην κατηγορία των στοχαστικών μεθόδων. Το βασικό πλεονέκτημά τους που τους έκανε ευρέως διαδεδομένους ως μια αξιόπιστη μέθοδο βελτιστοποίησης είναι η προσαρμοστικότητά τους σε οποιοδήποτε πρόβλημα σχεδιασμού αρκεί να υπάρχει συμβατό λογισμικό ΥΡΔ που να μπορεί να επικοινωνεί με τον ΕΑ καθώς και η εύρεση της βέλτιστης ή των βέλτιστων λύσεων σε κάθε περίπτωση, αρκεί ο αλγόριθμος να εκτελέσει μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων. Κάτι τέτοιο όμως, σε πολλές περιπτώσεις μπορεί να αυξήσει αρκετά το υπολογιστικό κόστος της βελτιστοποίησης αν αναλογιστούμε ότι κάθε αξιολόγηση περιλαμβάνει την επίλυση των ροϊκών εξισώσεων, καθιστώντας έτσι ασύμφορη ή και ορισμένες φορές απαγορευτική τη χρήση των ΕΑ στην κλασική τους μορφή. Το συγκεκριμένο μειονέκτημα των ΕΑ αντιμετωπίζεται

μερικώς με την παραλληλοποίησή τους, δηλαδή τη χρήση τους σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον. Παρόλα αυτά, η λύση αυτή μπορεί να μειώσει το συνολικό χρόνο της διαδικασίας βελτιστοποίησης αλλά το συνολικό υπολογιστικό κόστος παραμένει το ίδιο. Γι' αυτό το λόγο κρίθηκε αναγκαία η χρήση των ΕΑ σε κάποιες παραλλαγές της αρχικής τους μορφής έτσι ώστε να προκύπτουν πιο αποτελεσματικές και 'οικονομικές' μέθοδοι βελτιστοποίησης

1.2 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας

Ο σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η παρουσίαση μεθόδων βελτιστοποίησης που συνιστούν παραλλαγές των ΕΑ (στην κλασική τους μορφή) και η ανάδειξη του κέρδους που προκύπτει από τη χρησιμοποίησή τους σε προβλήματα της βιομηχανίας που συνοδεύονται από πολλές μεταβλητές σχεδιασμού και υψηλό υπολογιστικό κόστος. Ένας τρόπος μείωσης αυτού, όπως έχει προταθεί και στο παρελθόν, είναι η χρήση μεταπροτύπων και συγκεκριμένα τεχνητών νευρωνικών δικτύων ([1], [2], [3]) για την πραγματοποίηση προσεγγιστικής προ-αξιολόγησης των υποψήφιων λύσεων με πολύ χαμηλότερο υπολογιστικό κόστος συγκριτικά με το 'ακριβές αλλά ακριβό' λογισμικό αξιολόγησης. Στη συγκεκριμένη εργασία προτείνεται η χρήση της μεθόδου Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες με δυο διαφορετικούς τρόπους: 1) πριν την εφαρμογή των τελεστών εξέλιξης στους ΕΑ [4] και 2) κατά τη διάρκεια εκπαίδευσης των μεταπροτύπων [4]. Από την εφαρμογή της μεθόδου αυτής προκύπτουν 3 διαφορετικές μέθοδοι βελτιστοποίησης (ΕΑ(PCA), ΜΑΕΑ(PCA), Μ(PCA)ΑΕΑ(PCA)) οι οποίες παρουσιάζονται και συγκρίνονται με τις κλασικές μεθόδους ΕΑ και ΜΑΕΑ. Επίσης, παρουσιάζεται και μια παραλλαγή της εφαρμογής της ΑσΚΣ κατά την εκπαίδευση των μεταπροτύπων σύμφωνα με την οποία, αντί οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα να βρίσκονται με βάση ολόκληρο το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων, βρίσκονται τοπικά, σε υποπεριοχές του μετώπου. Στόχος είναι η βελτίωση της ακρίβειας της μεθόδου ΑσΚΣ κατά την εφαρμογή της στην εκπαίδευση των μεταπροτύπων και η αύξηση της αποτελεσματικότητάς της.

Βασικό αντικείμενο βελτιστοποίησης της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας είναι ο δρομέας υδροστροβίλου Francis. Για την καλύτερη κατανόηση της μεθόδου ΑσΚΣ και του πως μπορεί να εφαρμοστεί σε συνδυασμό με τους ΕΑ και τους ΜΑΕΑ παρουσιάζονται και άλλα δύο προβλήματα βελτιστοποίησης και συγκεκριμένα ένα μικρό υπερηχητικό επιβατικό αεροσκάφος [5] και ένας οργανικός κύκλος Rankine [6].

1.3 Δομή της Εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία δομείται ως εξής:

- Στο 2 κεφάλαιο παρουσιάζονται οι γενικές έννοιες περί βελτιστοποίησης με ΕΑ. Πιο συγκεκριμένα, ορίζονται οι ΕΑ, περιγράφεται η διαδικασία βελτιστοποίησης με ΕΑ, αναλύονται οι έννοιες των μεταπροτύπων και της προσεγγιστικής προ-αξιολόγησης καθώς και οι έννοιες των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε προβλήματα πολλών στόχων και οι μετρικές ποιότητας αυτών. Γενικότερα, στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι η κατανόηση από πλευράς του αναγνώστη όλων των εννοιών που πρόκειται να χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια της διπλωματικής εργασίας.
- Στο 3 κεφάλαιο παρουσιάζονται τα τρία προβλήματα βελτιστοποίησης που εξετάζονται στην παρούσα εργασία. Αυτά είναι: ένας οργανικός κύκλος Rankine, ένα μικρό επιβατικό υπερηχητικό αεροσκάφος και ο δρομέας ενός υδροστροβίλου Francis. Στην πρώτη ενότητα παρουσιάζονται βασικές έννοιες για τον θερμοδυναμικό κύκλο ORC και περιγράφονται όλες οι παράμετροι του προβλήματος βελτιστοποίησης. Στη δεύτερη ενότητα γίνεται μια γενική περιγραφή του προβλήματος βελτιστοποίησης καθώς και του αλγορίθμου επίλυσης των επιδόσεων του SBJ. Τέλος, στην τρίτη ενότητα αναλύεται διεξοδικά το πρόβλημα βελτιστοποίησης του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Συγκεκριμένα, αφού παρουσιασθούν κάποια γενικά χαρακτηριστικά των υδροστροβίλων Francis, περιγράφεται η διαδικασία της αξιολόγησης, αναφέρονται οι μετρικές ποιότητας των συγκεκριμένων υδροστροβίλων και παρουσιάζεται η υπό-εξέταση περίπτωση βελτιστοποίησης.
- Στο 4 κεφάλαιο γίνεται αναλυτική παρουσίαση και περιγραφή της μεθόδου ΑσκΣ. Πρώτα από όλα εξηγείται γιατί είναι αναγκαία η χρήση της μεθόδου ΑσκΣ σε 'κακώς τοποθετημένα' προβλήματα και αναλύεται το μαθηματικό μοντέλο που 'κρύβεται' πίσω από αυτήν. Τέλος, παρουσιάζονται οι δύο διαφορετικές πιθανές χρήσεις της μεθόδου ΑσκΣ τόσο στους εξελικτικούς τελεστές των ΕΑ όσο και στην εκπαίδευση των μεταπροτύπων καθώς και οι μέθοδοι βελτιστοποίησης που μπορούν να προκύψουν από αυτές.
- Στο 5 κεφάλαιο συγκρίνονται οι διαφορετικές μέθοδοι βελτιστοποίησης που προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ στους ΕΑ και στους ΜΑΕΑ, στην περίπτωση του δρομέα του υδροστροβίλου Francis.
- Στο 6 κεφάλαιο εισάγεται και εξηγείται η ιδέα κατακερματισμού του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε 3 (ο αριθμός 3 επιλέχθηκε αυθαίρετα και ασφαλώς μπορεί να αλλάξει) επιμέρους τμήματα και η εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ σε όποιο από αυτά βρίσκεται 'πιο κοντά' η υποψηφία λύση. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται για να εκπαιδευτούν τα μεταπρότυπα σε μικρότερο του αρχικού χώρο σχεδιασμού. Για τον έλεγχο αποτελεσματικότητας της προτεινόμενης μεθόδου χρησιμοποιούνται τόσο το πρόβλημα βελτιστοποίησης του υπερηχητικού επιβατικού αεροσκάφους όσο και αυτό του δρομέα υδροστροβίλου Francis. Στο τέλος του κεφαλαίου αυτού, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης του δρομέα του υδροστροβίλου Francis.
- Στο 7 κεφάλαιο γίνεται ανακεφαλαίωση και εξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα.

Κεφάλαιο 2

Βελτιστοποίηση με Χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται οι ΕΑ ως μέθοδος βελτιστοποίησης καθώς και η συνδυασμένη χρήση τους με μεταπρότυπα για την αποτελεσματικότερη εφαρμογή τους σε προβλήματα υψηλού υπολογιστικού κόστους. Επίσης, γίνεται περιγραφή της υλοποίησής τους σε παράλληλο υπολογιστικό περιβάλλον.

2.1 Εισαγωγή στη Βελτιστοποίηση

Η βελτιστοποίηση είναι η επιστήμη που χρησιμοποιεί τις αρχές και τις μεθόδους των εφαρμοσμένων μαθηματικών και εφαρμόζεται σε κλάδους όπως η φυσική, η βιολογία, η μηχανική και τα οικονομικά για την επίλυση ποσοτικών προβλημάτων [7]. Σε ένα τυπικό πρόβλημα βελτιστοποίησης, στόχος είναι η εύρεση των τιμών των παραγόντων που ρυθμίζουν τη συμπεριφορά ενός συστήματος και μεγιστοποιούν την παραγωγικότητα ή ελαχιστοποιούν το κόστος. Τα πιο απλά προβλήματα περιλαμβάνουν μόνο μια μεταβλητή σχεδιασμού ενώ τα πιο σύνθετα και τα πιο συνήθη περισσότερες από μια. Στα μαθηματικά τα προβλήματα βελτιστοποίησης διατυπώνονται είτε ως προβλήματα μεγιστοποίησης είτε ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης που έχει μια ή πολλές μεταβλητές-παραμέτρους [8]. Συνήθως τίθενται και περιορισμοί τους οποίους οι λύσεις οφείλουν να ικανοποιούν (τις περισσότερες φορές έχουν τη μορφή ανισοτήτων).

Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος ελαχιστοποίησης (M) στόχων είναι η εξής:

$$\min f(\vec{x}) = \min[f_1(\vec{x}), \dots, f_M(\vec{x})] \quad (2.1)$$

υπό τους περιορισμούς ανισότητας M_C :

$$c_j(\vec{x}) \leq c_j^{thres}, j = 1, \dots, M_C \quad (2.2)$$

όπου \vec{x} είναι το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού και καθορίζονται ανώτερα, x_{upp}^i και κατώτερα, x_{low}^i όρια κάθε μεταβλητής σχεδιασμού ενώ c_j οι M_C συναρτήσεις περιορισμού.

2.2 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι

Οι EA (Evolutionary Algorithms) ανήκουν στην κατηγορία των στοχαστικών μεθόδων βελτιστοποίησης ([9], [10]) και μιμούνται τη θεωρία εξέλιξης των ειδών του Δαρβίνου [11]. Η χρήση τους ως μεθόδου βελτιστοποίησης είχε προταθεί από το 1960, αλλά άρχισε να εξαπλώνεται από το 1990 λόγω της ύπαρξης μεγάλων και γρήγορων υπολογιστών που μπορούσαν να υποστηρίξουν την εφαρμογή τους. Οι EA έχουν κάποια βασικά πλεονεκτήματα τα οποία οδήγησαν στην ευρεία και γρήγορη επικράτηση τους μεταξύ άλλων μεθόδων βελτιστοποίησης. Πρώτα από όλα, χειρίζονται πληθυσμούς λύσεων σε κάθε γενιά και όχι μεμονωμένες λύσεις. Επιπλέον, δεν εγκλωβίζονται σε τοπικά ακρότατα (εντοπίζουν το καθολικά βέλτιστο) ενώ δεν απαιτούν μαθηματικό υπόβαθρο κάτι που διευκολύνει την εύκολη προσαρμογή τους σε κάθε νέο πρόβλημα. Το μεγαλύτερο όμως πλεονέκτημα τους είναι ότι έχουν άμεση χρήση σε κάθε νέο πρόβλημα χωρίς να απαιτούνται παρεμβάσεις στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Για την πραγματοποίηση της βελτιστοποίησης με χρήση EA απαιτείται λογισμικό που να μπορεί να αξιολογεί την κάθε υποψήφια λύση (οι τιμές των μεταβλητών της οποίας καθορίζονται από το λογισμικό βελτιστοποίησης) αποδίδοντάς της μια τιμή αντίστοιχη της ποιότητάς της. Μειονέκτημα των EA είναι η ανάγκη που υπάρχει συνήθως (και ανάλογα με την πολυπλοκότητα του προβλήματος) να πραγματοποιείται μεγάλος αριθμός αξιολογήσεων για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Αυτό συνεπάγεται υψηλό υπολογιστικό κόστος όταν το λογισμικό αξιολόγησης είναι χρονοβόρο (πχ. κώδικες επίλυσης εξισώσεων Navier-Stokes, Euler). Οι EA αρχικά αναπτύχθηκαν για την επίλυση προβλημάτων ενός στόχου αλλά, πλέον, η χρήση τους είναι πολύ αποτελεσματική (λόγω του ότι πραγματεύονται πληθυσμούς ατόμων) και σε προβλήματα πολλών στόχων.

Οι EA μιμούνται τις διαδικασίες της βιολογικής εξέλιξης με την υλοποίηση της φυσικής επιλογής και της επικράτησης του ισχυρότερου, έτσι ώστε να παρέχουν αποτελεσματικές λύσεις σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Με τον όρο εξέλιξη εννοούμε τη διαδικασία αυτόματης προσαρμογής ενός συστήματος στο περιβάλλον του, δηλαδή στις εξωτερικές συνθήκες που το επηρεάζουν. Η εξέλιξη στο πλαίσιο των EA πραγματοποιείται μέσω εξελικτικών τελεστών όπως η μετάλλαξη, η αναπαραγωγή, η γονιδιακή διασταύρωση και η φυσική επιλογή. Σύμφωνα με τη θεωρία του Δαρβίνου τα άτομα ενός πληθυσμού συναγωνίζονται για την απόκτηση στέγης, τροφής και για την προ-

σέλκυση συντρόφου. Όσο πιο επιτυχημένο είναι ένα άτομο, δηλαδή όσο καλύτερα έχει προσαρμοστεί στο περιβάλλον του τόσες περισσότερες πιθανότητες έχει να διαγωνισθεί και να αναπαραχθεί. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα γονίδια των επιτυχημένων ατόμων να περνούν από γενιά σε γενιά και να μεταφέρονται σε μεγαλύτερο αριθμό απογόνων. Όταν, επομένως, συνδυάζονται γονείς με καλά χαρακτηριστικά προκύπτουν απόγονοι που υπερτερούν έναντι των γονέων. Αυτός είναι ο τρόπος εξέλιξης και προσαρμογής των φυσικών πληθυσμών στο εκάστοτε περιβάλλον.

Η καταλληλότητα των υποψήφιων λύσεων-ατόμων ελέγχεται μέσω κατάλληλης αντικειμενικής συνάρτησης και οι λύσεις που έχουν τις χαμηλότερες ή τις υψηλότερες τιμές (ανάλογα με το αν τα προβλήματα είναι ελαχιστοποίησης ή μεγιστοποίησης) είναι αυτές που τελικά συμμετέχουν στις διαδικασίες εξέλιξης (μετάλλαξη, διασταύρωση, επιλογή γονέων) για τη δημιουργία της επόμενης γενιάς του πληθυσμού. Τα νέα άτομα αντικαθιστούν τα παλιά του πληθυσμού εφόσον η τιμή της καταλληλότητάς τους είναι καλύτερη. Έτσι οι γενιές εξελίσσονται και υπάρχει διατήρηση της κληρονομικότητας από τους ‘καλούς’ γονείς στους απογόνους αλλά και η στοχαστική εμφάνιση νέων χαρακτηριστικών.

2.2.1 Περιγραφή ενός Εξελικτικού Αλγορίθμου

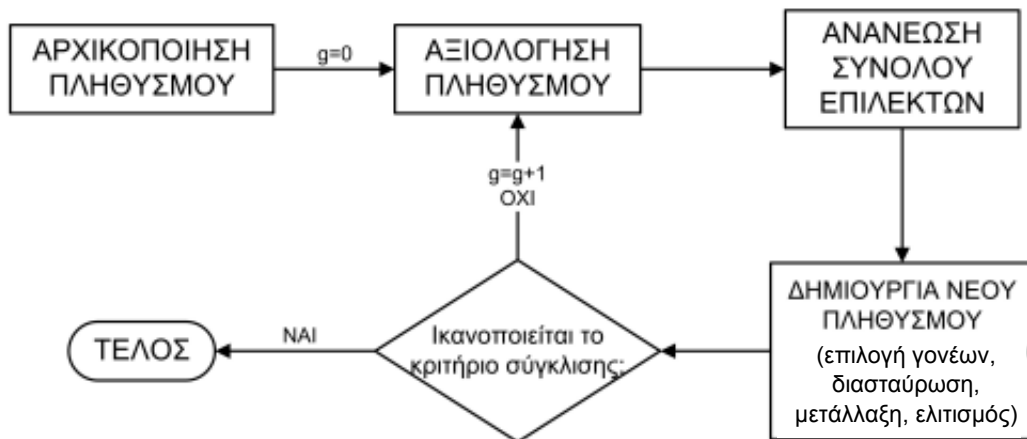
Οι ΕΑ χειρίζονται τρεις πληθυσμούς σε κάθε γενιά (g) [8]:

- τον πληθυσμό των απογόνων της γενιάς (g), P_λ^g
- τον πληθυσμό των γονέων της γενιάς (g), P_μ^g
- τον πληθυσμό των επίλεκτων ή ελίτ της γενιάς, (g) P_e^g

Οι μ γονείς προκύπτουν από τις υποψήφιες λύσεις που διασταυρώνονται για να δώσουν την επόμενη γενιά ενώ οι απόγονοι λ προκύπτουν από τους μ γονείς. Όσο για το σύνολο των επίλεκτων αυτό περιέχει τα καλύτερα άτομα που έχουν προκύψει καθόλη τη διαδικασία της εξέλιξης μέχρι την τρέχουσα γενιά. Η ύπαρξη αυτού του συνόλου πέρα του ότι παρέχει πληροφορία που μπορεί να βοηθήσει στην ενίσχυση των καλών χαρακτηριστικών των μελών της νέας γενιάς που θα προκύψει, περιλαμβάνει και το σύνολο των βέλτιστων λύσεων οποτεδήποτε και να σταματήσει η εξέλιξη [8]. Ακολουθεί ο αλγόριθμος του γενικευμένου ΕΑ [1] (σχήμα 2.1):

- Βήμα 1: (Αρχικοποίηση) Θέτουμε $g=0$ συμβολίζοντας, με αυτόν τον τρόπο, τη μηδενική γενιά. Επομένως $P_\mu^{g-1} = 0$ και $P_e^{g-1} = 0$. Κάθε μέλος του πληθυσμού των απογόνων αρχικοποιείται μέσω μιας γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών PRNG (Pseudo Random Number Generator) η οποία δίνει τυχαίες τιμές στις μεταβλητές σχεδιασμού εντός των ορίων τους. Για την αποφυγή ορισμένου αριθμού επαναλήψεων, ένα μέρος του πληθυσμού P_λ^g μπορεί να δοθεί και από το χρήστη από λύσεις προηγούμενων προβλημάτων βελτιστοποίησης ή με βάση την εμπειρία του.

- Βήμα 2: (Αξιολόγηση) Κάθε μέλος του πληθυσμού P_λ^g αξιολογείται με βάση το λογισμικό αξιολόγησης, υπολογίζεται δηλαδή το διάνυσμα τιμών $\vec{F}(\vec{x}) \in \mathbb{R}^M$, για κάθε $\vec{x} \in P_\lambda^g$.
- Βήμα 3: (Απόδοση βαθμωτού κόστους) Για κάθε $\vec{x} \in P_\lambda^g \cup P_\mu^{g-1}$, υπολογίζεται μια βαθμωτή συνάρτηση κόστους $\vec{\Phi}(\vec{x})$ συναρτήσεως του $\vec{F}(\vec{x})$. Για προβλήματα ενός στόχου η βαθμωτή συνάρτηση κόστους ταυτίζεται με το διάνυσμα τιμών ($\vec{\Phi}(\vec{x}) \equiv \vec{F}(\vec{x})$).
- Βήμα 4: (Ανανέωση επίλεκτων) Τα e^* καλύτερα μέλη του $P_\lambda^g \cup P_\mu^{g-1}$ επιλέγονται ως οι νέοι επίλεκτοι για τον πληθυσμό P_e^g της νέας γενιάς. Αν $e^* > e$, τότε αφαιρούνται οι επιπλέον επίλεκτοι με εφαρμογή ενός τελεστή αραιώσεως.
- Βήμα 5: (Ελιτισμός) Κάποια από τα άτομα του πληθυσμού των επίλεκτων P_e^g αντικαθιστούν τα χειρότερα μέλη του πληθυσμού των απογόνων P_λ^g .
- Βήμα 6: (Επιλογή γονέων) Εφαρμόζεται ο τελεστής επιλογής γονέων για να σχηματιστεί ο νέος πληθυσμός γονέων P_μ^g . Τα νέα μέλη επιλέγονται από το $P_\lambda^g \cup P_\mu^{g-1}$.
- Βήμα 7: (Διασταύρωση και μετάλλαξη) Για τη δημιουργία καθενός από τα λ άτομα της νέας γενιάς επιλέγονται $\rho \geq 2$ γονείς του νεοδημιουργηθέντος συνόλου γονέων. Σε αυτούς εφαρμόζονται τελεστές διασταύρωσης (\mathcal{R}) και μετάλλαξης (\mathcal{M}) για να προκύψει ο πληθυσμός απογόνων της επόμενης γενιάς P_λ^{g+1} . $P_\lambda^{g+1} = \mathcal{M}(\mathcal{R}(P_\mu^g))$.
- Βήμα 8: (Έλεγχος τερματισμού) Ελέγχεται το κριτήριο τερματισμού. Αν η μέθοδος δεν έχει συγκλίνει τότε $g \leftarrow g + 1$ και επιστροφή ξανά στο βήμα 2.



Σχήμα 2.1: Διάγραμμα ροής των φάσεων ενός εξελικτικού αλγορίθμου [12].

2.2.2 Λογισμικό EASY (Evolutionary Algorithm SYstem)

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, η βελτιστοποίηση με χρήση ΕΑ υλοποιήθηκε με τη χρήση του λογισμικού EASY. Το λογισμικό EASY είναι ένα γενικής χρήσης λογισμικό βελτιστοποίησης ([3], [2], [1], [13]) το οποίο έχει αναπτυχθεί και εξελιχθεί από το Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ και μπορεί να επιλύσει προβλήματα βελτιστοποίησης ενός (SOO-Single Objective Optimization) ή πολλών στόχων (MOO-Multiple Objective Optimization) με ή χωρίς περιορισμούς. Το λογισμικό EASY μπορεί να υποστηρίξει τόσο στοχαστικές όσο και αιτιοκρατικές μεθόδους βελτιστοποίησης όπως επίσης και συνδυασμό αυτών. Επίσης, έχει την ικανότητα να χρησιμοποιεί πέρα από το λογισμικό αξιολόγησης και μεταπρότυπα αξιολόγησης (εκπαιδούνται κατά τη διάρκεια της βελτιστοποίησης) που υπολογίζουν προσεγγιστικά τη συνάρτηση κόστους με χαμηλό υπολογιστικό κόστος. Με αυτό τον τρόπο μειώνεται ο αριθμός των αξιολογήσεων που απαιτείται για την εύρεση της βέλτιστης λύσης και κατ'επέκταση μειώνεται το συνολικό υπολογιστικό κόστος της βελτιστοποίησης. Λόγω του ότι, στη συγκεκριμένη εργασία, εξετάζεται η αποτελεσματικότητα της μεθόδου Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες- Principal Component Analysis-PCA (θα αναφερθεί στη συνέχεια) χρησιμοποιείται μια έκδοση του λογισμικού EASY που δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να χρησιμοποιήσει και τη συγκεκριμένη μέθοδο κατά τη βελτιστοποίηση.

2.2.3 Περιορισμοί στη Βελτιστοποίηση με ΕΑ

Σχεδόν όλα τα προβλήματα βελτιστοποίησης που έχει να επιλύσει ένας μηχανικός σήμερα, έχουν περιορισμούς τους οποίους η βέλτιστη λύση πρέπει να σέβεται. Αυτοί χωρίζουν το χώρο σχεδιασμού σε εφικτές και μη-εφικτές περιοχές με τις πρώτες να σέβονται τους περιορισμούς και τις δεύτερες να μην τις ικανοποιούν.

Το λογισμικό EASY χρησιμοποιεί συναρτήσεις ποινής (penalty functions) [14] για να διαχειριστεί τους περιορισμούς των προβλημάτων βελτιστοποίησης. Αυτό το πετυχαίνει προσθέτοντας όρους ποινής, ανάλογους με το μέγεθος της παραβίασης των περιορισμών στη συνάρτηση κόστους μιας υποψήφιας λύσης. Έτσι ορίζεται μια μέγιστη τιμή, d_k ("nominal threshold") για κάθε περιορισμό η οποία είναι επιτρεπτή με βάση το πρόβλημα βελτιστοποίησης. Επίσης, ορίζεται και ένα όριο χαλάρωσης, d_k^* , με $d_k^* > d_k$ γνωστό και ως "relaxed threshold" σε όρους βελτιστοποίησης. Εάν η τιμή που λαμβάνει ένας από τους περιορισμούς για μια υποψήφια λύση, c_k είναι μεγαλύτερη από το όριο χαλάρωσης (δηλαδή $c_k > d_k^*$) τότε η υποψήφια λύση υφίσταται ποινή θανάτου (death penalty), $\Phi = \infty$. Εάν η λύση παραβιάζει κάποιον ή όλους τους περιορισμούς χωρίς όμως να υπερβαίνει την τιμή του ορίου χαλάρωσης ($d_k < c_k < d_k^*$) τότε η συνάρτηση

κόστους της Φ υφίσταται ποινή ως εξής:

$$\Phi(\vec{x}) = \Phi(\vec{x}) + \prod_{k=1}^K \frac{\exp(a_k \frac{c_k(x) - d_k}{d_k^* - d_k})}{1} \quad \begin{array}{l} , c_k(x) > d_k \\ , c_k(x) \leq d_k \end{array} \quad (2.3)$$

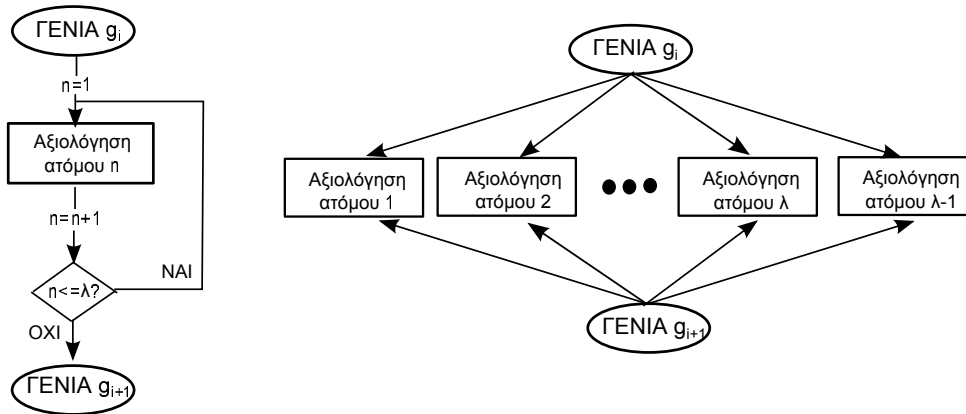
όπου ο συντελεστής a_k ορίζεται από το χρήστη και επηρεάζει το πόσο έντονη θα είναι η ποινή που θα επιβληθεί.

2.3 Βελτιστοποίηση με Χρήση των ΕΑ σε Πολυεπεξεργαστικό Περιβάλλον

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης που καλείται να επιλύσει ένας μηχανικός σήμερα έχουν συνήθως υψηλό υπολογιστικό κόστος. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι απαιτούνται πολλές αξιολογήσεις για να βρεθεί η βέλτιστη λύση. Συνήθως, είναι προβλήματα πολλών μεταβλητών σχεδιασμού με πολλούς περιορισμούς, με αποτέλεσμα η αξιολόγηση κάθε υποψήφιας λύσης να απαιτεί πολλά λεπτά ή και ώρες (αυτό συμβαίνει συνήθως σε προβλήματα επίλυσης ρευστοδυναμικών εξισώσεων). Αυτό με τη σειρά του οδηγεί σε υψηλό υπολογιστικό κόστος και μεγάλο χρόνο βελτιστοποίησης. Το πρόβλημα χρόνου είναι σημαντικό τόσο για τους ερευνητές όσο και για τη βιομηχανία οι οποίοι επιδιώκουν να ολοκληρώσουν τις εργασίες τους όσο το δυνατόν πιο γρήγορα αλλά και αποδοτικά.

Για το λόγο αυτό, μπορεί να πραγματοποιηθεί η διαδικασία της βελτιστοποίησης σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον μέσω παράλληλης επεξεργασίας [15] και όχι σειριακής. Ως σειριακή καλείται η επεξεργασία όπου ένα πρόβλημα χωρίζεται σε τμήματα που επιλύονται σε σειρά, ένα μόνο κάθε χρονική στιγμή. Επειδή αυτή η μέθοδος είναι ατελέσφορη για απαιτητικά προβλήματα βελτιστοποίησης αντικαθίσταται ανάλογα με την κρίση και την επιλογή του χρήστη από την παράλληλη επεξεργασία, όπου βέβαια υπάρχει ο κατάλληλος εξοπλισμός (hardware). Στην παράλληλη επεξεργασία το πρόβλημα τμηματοποιείται και καθένα από τα επιμέρους τμήματα επιλύεται από κάποιον από τους υπάρχοντες επεξεργαστές. Η αξιολόγηση των ατόμων ενός πληθυσμού (μίας γενιάς) στους ΕΑ, με σειριακή και παράλληλη υλοποίηση, φαίνεται παρακάτω στο σχήμα 2.2.

Με τη βοήθεια της παράλληλης επεξεργασίας υπάρχει σημαντικό κέρδος στο χρόνο υλοποίησης της βελτιστοποίησης αλλά το 'υπολογιστικό κόστος' που στον τομέα της βελτιστοποίησης μεταφράζεται σε αριθμό αξιολογήσεων παραμένει το ίδιο. Η παράλληλη υλοποίηση της βελτιστοποίησης με ΕΑ στην δεδομένη διπλωματική εργασία, πραγματοποιήθηκε χάρη στη δυνατότητα του λογισμικού EASY να υποστηρίζει παράλληλες αξιολογήσεις υποψήφιων λύσεων και στην ύπαρξη του παράλληλου υπολογιστικού συστήματος της ΜΠΥΡ&Β/ΕΘΣ του ΕΜΠ.



Σχήμα 2.2: Υλοποίηση της αξιολόγησης των λ ατόμων του πληθυσμού ενός ΕΑ σε σειριακό και παράλληλο υπολογιστικό περιβάλλον.

2.4 ΕΑ Υποβοηθούμενοι από Μεταπρότυπα

Τα λογισμικά αξιολόγησης (όπως για παράδειγμα οι κώδικες υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (CFD) σε τριδιάστατες γεωμετρίες) που χρησιμοποιούνται για να επιλύσουν τα προβλήματα βελτιστοποίησης με ΕΑ και άπτονται της επιστήμης του μηχανικού έχουν μεγάλο υπολογιστικό κόστος όπως προαναφέρθηκε. Η εκτεταμένη χρήση μεταπροτύπων κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της βελτιστοποίησης μειώνει σημαντικά τον αριθμό των 'κλήσεων' του ακριβούς-CFD κώδικα που κάνει τις επακριβείς αξιολογήσεις. Η χρήση μεταπροτύπων σε συνδυασμό με τους ΕΑ ('Εξελικτικοί Αλγόριθμοι Υποβοηθούμενοι με Μεταπρότυπα' - Metamodel Assisted Evolutionary Algorithms - MAEA [16], [17]) μπορεί να συμβάλει στη μείωση τόσο του υπολογιστικού κόστους όσο και του χρόνου ολοκλήρωσης της βελτιστοποίησης.

Βασικό χαρακτηριστικό των μεταπροτύπων είναι ότι πραγματοποιούν μια προσέγγιση της τιμής της υποψήφιας λύσης που θα έδινε το κανονικό λογισμικό αξιολόγησης. Συνήθως χρησιμοποιούνται για να κάνουν μια προσεγγιστική (Inexact Pre-Evaluation) προ-αξιολόγηση των υποψήφιων λύσεων ([18], [19], [20]) σε προκαταρκτικό στάδιο και, στη συνέχεια, ακολουθεί η ακριβής αξιολόγηση των πιο 'υποσχόμενων' από αυτές.

Τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα (artificial neural networks), οι διεργασίες του Gauss (Gaussian processes) και η πολυωνυμική προσέγγιση (polynomial regression) χρησιμοποιούνται συνήθως ως μεταπρότυπα.

2.4.1 Εισαγωγή στους ΜΑΕΑ

Τα μεταπρότυπα για να χρησιμοποιηθούν πρέπει πρώτα να ‘εκπαιδευτούν’ από λύσεις-άτομα που αντλούνται από τη βάση δεδομένων (data base) και τα οποία έχουν προηγουμένως αξιολογηθεί από το ‘ακριβές αλλά ακριβό’ λογισμικό αξιολόγησης. Τα άτομα-δείγματα αυτά είναι γνωστά και ως δείγματα εκπαίδευσης (training patterns). Ο αριθμός τους επιλέγεται κάθε φορά από το χρήστη ανάλογα με το εκάστοτε πρόβλημα και είναι καθοριστικός για την εγκυρότητα της προσεγγιστικής αξιολόγησης. Τα μεταπρότυπα κατατάσσονται ανάλογα με το αν εκπαιδεύονται ταυτόχρονα με τη διαδικασία της βελτιστοποίησης ή ανεξάρτητα-αποσυνδεδεμένα από αυτήν σε: **(α)** μεταπρότυπα συνδεδεμένα με την εξέλιξη (on-line trained metamodels) και **(β)** μεταπρότυπα αποσυνδεδεμένα από την εξέλιξη (off-line trained metamodels) αντίστοιχα.

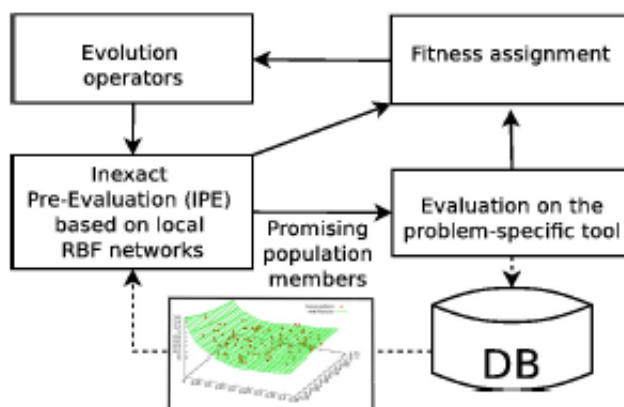
Στην πρώτη περίπτωση τα μεταπρότυπα εκπαιδεύονται διαρκώς με τις νέες ακριβείς αξιολογήσεις στη διάρκεια της εξέλιξης των πληθυσμών, ενώ μπορεί να χρησιμοποιούνται τοπικά (αξιόπιστα σε ορισμένες περιοχές του χώρου σχεδιασμού) και καθολικά μεταπρότυπα (αξιόπιστα σε όλη την περιοχή του χώρου σχεδιασμού). Στην παρούσα εργασία τα μεταπρότυπα που χρησιμοποιούνται είναι συνδεδεμένα με την εξέλιξη και τοπικά [18], δηλαδή εκπαιδεύονται σε ένα μικρό αριθμό των πιο κοντινών, στην υποψήφια, λύσεων που βρίσκονται στη βάση δεδομένων.

2.4.2 ΜΑΕΑ με Προσεγγιστική Προ-αξιολόγηση

Η Προσεγγιστική Προ-Αξιολόγηση - ΠΠΑ (Inexact PreEvaluation - IPE) λειτουργεί ως μια μέθοδος προσεγγιστικής αξιολόγησης όλων των πιθανών λύσεων με χαμηλό υπολογιστικό κόστος [21]. Από αυτές οι καλύτερες λύσεις οδηγούνται για αξιολόγηση στο ακριβές λογισμικό με το υψηλό υπολογιστικό κόστος. Οι φάσεις της ΠΠΑ είναι οι εξής:

- Αρχικά χρησιμοποιείται ο συμβατικός (μ,λ) ΕΑ για να δημιουργηθεί μια επαρκής-minimum βάση δεδομένων (DB) λύσεων που έχουν αξιολογηθεί και με την οποία θα μπορεί να εκπαιδευτεί το μεταπρότυπο. Επομένως, κάποιες από τις πρώτες γενιές του μεταπρότυπου αξιολογούνται με βάση το κανονικό λογισμικό αξιολόγησης και αμέσως μετά ακολουθεί η ΠΠΑ.
- Για κάθε υποψήφια λύση, $\vec{x} \in P^g$, υπολογίζεται μια προσεγγιστική τιμή της συνάρτησης στόχου, $\vec{F}(\vec{x})$ χρησιμοποιώντας ένα τοπικό μεταπρότυπο που εκπαιδεύεται με βάση ένα μικρό πλήθος ήδη αξιολογημένων (από το ακριβές λογισμικό αξιολόγησης) λύσεων που βρίσκονται στη DB.
- Με βάση τις τιμές της συνάρτησης στόχου, $\vec{F}(\vec{x})$ υπολογίζεται η τιμή της βαθμωτής συνάρτησης κόστους Φ για κάθε απόγονο του πληθυσμού.

- Για κάθε $\vec{x} \in P_e^g$ υπολογίζεται η αντικειμενική συνάρτηση με βάση το επακριβές λογισμικό αξιολόγησης και αποθηκεύεται στη DB. Αυτό το στάδιο καθορίζει το υπολογιστικό κόστος κάθε γενιάς.



Σχήμα 2.3: Η κάθε υποψήφια λύση μίας γενιάς του εξελικτικού αλγορίθμου μετά την εφαρμογή των τελεστών εξέλιξης αξιολογείται προσεγγιστικά από on-line trained μεταπρότυπα. Πριν από την αξιολόγηση της υποψήφιας λύσης προηγείται η εκπαίδευση του μεταπρότυπου με δείγματα εκπαίδευσης κοντά στην περιοχή της υποψήφιας λύσης. Μετά την εύρεση της συνάρτησης κόστους τα πιο 'υποσχόμενα' από τα αξιολογημένα (από τα μεταπρότυπα) άτομα της γενιάς αξιολογούνται και από το ακριβές λογισμικό αξιολόγησης ([21], [22], [16]).

2.4.3 Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

Τα μεταπρότυπα που ενδείκνυνται για χρήση στη βελτιστοποίηση με ΠΠΑ είναι τα Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα-ΤΝΔ (Artificial Neural Networks-ANN) γιατί είναι πολύ ευέλικτα στην προσομοίωση σύνθετων, πολυτροπικών συναρτήσεων. Τα ΤΝΔ που χρησιμοποιούνται στην παρούσα διπλωματική εργασία είναι τα Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης (Radial Basis Function Networks-RBFN).

Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης (ΔΣΑΒ) Τα ΔΣΑΒ-(RBF) είναι τεχνητά νευρωνικά δίκτυα που αποτελούνται από τρία διακριτά νευρωνικά επίπεδα (το επίπεδο εισόδου, το κρυφό επίπεδο και το επίπεδο εξόδου). Στο σχήμα 2.4 φαίνονται τα τρία αυτά επίπεδα.

- **Επίπεδο εισόδου** Το επίπεδο εισόδου υποδέχεται το σημείο πρόβλεψης, αντιστοιχίζοντας κάθε συνιστώσα του διανύσματος σχεδιασμού (\vec{x} του χώρου R^N) με ένα νευρώνα του και συνδέει, με αυτόν τον τρόπο, το δίκτυο με το περιβάλλον.
- **Κρυφό επίπεδο** Το κρυφό επίπεδο αποτελείται από K νευρώνες, καθένας από τους οποίους είναι συσχετισμένος με ένα διάνυσμα $\vec{c}^{(k)} \in R^N$ ίδιας διάστασης με το χώρο σχεδιασμού. Τα διανύσματα $\vec{c}^{(k)}$ ονομάζονται κέντρα ακτινικής βάσης.

Κάθε νευρώνας του κρυφού επιπέδου εφαρμόζει έναν μη-γραμμικό μετασχηματισμό G , συναρτήσει της απόστασης του εκάστοτε διανύσματος εισόδου από το κέντρο του και της ακτίνας βάσης r_k ως:

$$h_k = G(\|\vec{x} - \vec{c}^{(k)}\|, r_k) \quad (2.4)$$

- **Επίπεδο εξόδου** Το επίπεδο εξόδου, υλοποιεί έναν γραμμικό μετασχηματισμό αθροίζοντας τις εξόδους του κρυφού επιπέδου σταθμισμένων με τις τιμές των συνοπτικών βαρών w_k . Το αποτέλεσμα είναι η έξοδος του δικτύου $\vec{o} \in R^M$.

$$o^{(m)} = \sum_{k=1}^K w_k h_k = \sum_{k=1}^K w_k G(\|\vec{x} - \vec{c}^{(k)}\|, r_k) \quad (2.5)$$

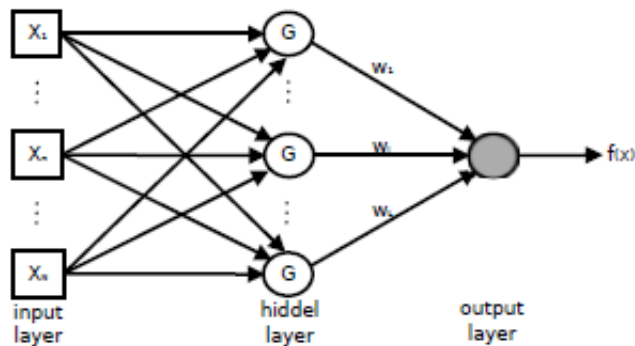
Επομένως, τα σήματα διαδίδονται μέσω του δικτύου από το επίπεδο εισόδου προχωρώντας προς το επίπεδο εξόδου υλοποιώντας έναν γραμμικό μετασχηματισμό στο επίπεδο εξόδου αμέσως μετά από έναν μη-γραμμικό στο κρυφό επίπεδο (εξίσωση 2.6). Ο μετασχηματισμός στο επίπεδο εξόδου εισάγει βάρη w_k που υπολογίζονται κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης του δικτύου σε έναν αριθμό διαθέσιμων δειγμάτων. Για να χρησιμοποιηθεί ένα $\Delta\Sigma\text{AB}$ στους ΜΑΕΑ πρέπει να έχει τόσες εισόδους (input units) όσες και οι μεταβλητές σχεδιασμού (δηλαδή N).

$$G(u, r) = \exp \frac{-u^2}{r^2} \quad (2.6)$$

όπου $u = \|x - c^k\|$ η απόσταση από το αντίστοιχο k -οστό κέντρο.

Ο μη γραμμικός μετασχηματισμός που χρησιμοποιείται στις εξισώσεις 2.4 και 2.5 και ο οποίος μετατρέπει τα σήματα εισόδου σε μια τιμή υπολογίζεται από μια ακτινικής-βάσης συνάρτηση ενεργοποίησης $G : R^N \rightarrow R$ και εφαρμόζεται με βάση την απόσταση της εισόδου \vec{x} από το αντίστοιχο κέντρο $\vec{c}^{(k)}$. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, επιλέγεται ως συνάρτηση βάσης/ενεργοποίησης η συνάρτηση Gauss (εξίσωση 2.6) η οποία παράγει αντιστρέψιμο μητρώο εκπαίδευσης H . Αυτό βοηθά στον υπολογισμό των όρων στάθμισης w_k .

Η ακτίνα r επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό τις ικανότητες πρόβλεψης του νευρωνικού δικτύου. Το επίπεδο εξόδου περιλαμβάνει τόσους κόμβους όσες και οι αναμενόμενες έξοδοι του δικτύου. Επειδή στην εξεταζόμενη περίπτωση η απόκριση του νευρωνικού δικτύου είναι μόνο μια ($m = 1$), η έξοδος είναι σταθμισμένη με τους συντελεστές w_k των σημάτων εξόδου από το κρυφό επίπεδο.



Σχήμα 2.4: ΔΣΑΒ με N εισόδους x και μια έξοδο $f(x)$ [4].

2.5 Προβλήματα Βελτιστοποίησης Πολλών Στόχων-Μέτωπο Pareto

Τα προβλήματα πολλών στόχων (MOO) δεν έχουν μια μόνο λύση αλλά ένα σύνολο βέλτιστων λύσεων που ονομάζεται μέτωπο Pareto. Η υπερ-επιφάνεια στο χώρο της συνάρτησης στόχων, όπου εντοπίζεται το σύνολο των βέλτιστων λύσεων είναι το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Εδώ πρέπει να σημειωθεί επίσης πως στα προβλήματα πολλών στόχων υπάρχει ένα διάνυσμα στόχων σε αντίθεση με τα προβλήματα ενός στόχου που υπάρχει μόνο μια συνάρτηση στόχου η οποία καθορίζει απευθείας και τη βαθμωτή συνάρτηση κόστους (από την οποία εξαρτάται η επιβίωση των υποψήφιων λύσεων από γενιά σε γενιά). Η μετατροπή του διανύσματος στόχων σε μια βαθμωτή συνάρτηση κόστους έτσι ώστε η λύση των MOO προβλημάτων να είναι συμβατή με τη λύση των SOO προβλημάτων στους EA γίνεται, εδώ, με χρήση τεχνικών κατάταξης βασισμένων στην ιδέα της κατά Pareto κυριαρχίας (Pareto dominance). Μερικές από τις τεχνικές που υπάρχουν και βασίζονται στην ιδέα της κατά Pareto κυριαρχίας είναι οι: NSGA, SPEA, SPEA2 κλπ. Στην παρούσα διπλωματική εργασία, γίνεται χρήση της τεχνικής **SPEA2**.

2.5.1 Μέτωπο Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων

Έστω μια δεδομένη λύση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης πολλών στόχων. Κάθε διαφορετική αποδεκτή από τους περιορισμούς λύση με καλύτερη απόδοση ως προς τον ένα στόχο αλλά ίδια απόδοση ως προς τους υπόλοιπους στόχους, συνιστά μια βελτίωση. Όταν δε γίνεται να υπάρξει άλλη βελτίωση, τότε η τελευταία λύση συνιστά το Pareto. Ο υπολογισμός, λοιπόν, όλων των Pareto βέλτιστων λύσεων είναι ο στόχος των προβλημάτων βελτιστοποίησης. Ακολουθούν οι μαθηματικοί ορισμοί των εννοι-

ών που σχετίζονται με τον υπολογισμό των βέλτιστων λύσεων προβλημάτων πολλών μεταβλητών [23].

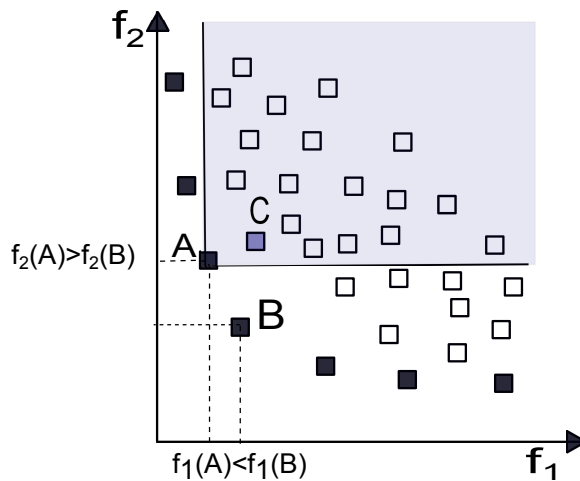
Pareto Κυριαρχία: Σε προβλήματα ελαχιστοποίησης, ένα διάνυσμα στόχων $\vec{f}(\vec{x}_1) = [f_1(\vec{x}_1), \dots, f_M(\vec{x}_1)]$ είναι κατά Pareto κυρίαρχο έναντι ενός άλλου $\vec{f}(\vec{x}_2) = [f_1(\vec{x}_2), \dots, f_M(\vec{x}_2)]$ αν και μόνο αν το διάνυσμα $\vec{f}(\vec{x}_1)$ είναι μερικώς μικρότερο του $\vec{f}(\vec{x}_2)$:

$$\begin{aligned} & \vec{f}(\vec{x}_1) \leq \vec{f}(\vec{x}_2) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & \forall m \in \{1, \dots, M\}, f_m(\vec{x}_1) \leq f_m(\vec{x}_2) \wedge \exists m \in \{1, \dots, M\} : f_m(\vec{x}_1) < f_m(\vec{x}_2) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Βέλτιστη κατά Pareto Λύση (σχήμα 2.5): μια λύση $\vec{x}^* \in \mathbb{R}^N$ (όπου \mathbb{R}^N ο χώρος των μεταβλητών σχεδιασμού) είναι Βέλτιστη κατά Pareto όταν δεν υπάρχει καμία άλλη λύση $\vec{x} \in \mathbb{R}^N$ τέτοια ώστε να ισχύουν ταυτόχρονα οι δύο παρακάτω σχέσεις:

1. $f_m(\vec{x}) \leq f_m(\vec{x}^*)$ για κάθε $m = 1, \dots, M$ και
2. $f_m(\vec{x}) < f_m(\vec{x}^*)$ για μια τουλάχιστον τιμή του m .

Το Μέτωπο Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων ή Μέτωπο Pareto είναι η επιφάνεια στο χώρο των στόχων, που ορίζεται από τις καθολικά Βέλτιστες κατά Pareto λύσεις.



Σχήμα 2.5: Πρόβλημα ελαχιστοποίησης δυο στόχων f_1, f_2 . Με μαύρα τετράγωνα παρουσιάζονται οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις (μέτωπο Pareto) ενώ με “χωρίς γέμισμα” τετράγωνα οι κυριαρχούμενες. Η λύση C δεν ανήκει στο μέτωπο Pareto γιατί κυριαρχείται από τις λύσεις A και B οι οποίες ανήκουν στο μέτωπο. Από αυτές η A υπερτερεί σε σχέση με τη B ως προς το στόχο f_1 , ενώ υστερεί ως προς το στόχο f_2 . Επιπλέον, με γκρι έχει γραμμοσκιαστεί η περιοχή των λύσεων οι οποίες κυριαρχούνται από τη λύση A.

2.6 Μετρικές Ποιότητας του Μετώπου Pareto - Δείκτης Υπερόγκου

2.6.1 Εισαγωγή

Η σύγκριση μεθόδων βελτιστοποίησης οι οποίες θα παρουσιασθούν στη συνέχεια βασίζεται στη σύγκριση των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αυτές παράγουν. Σε προβλήματα ενός στόχου αυτό επιτυγχάνεται με βάση την τιμή της καταλληλότητας της λύσης στην οποία κατέληξε κάθε μέθοδος στον ίδιο αριθμό αξιολογήσεων. Αντιθέτως, σε προβλήματα με παραπάνω από έναν στόχους, η καταλληλότητα μίας λύσης δίνεται από ένα διάνυσμα στόχων. Σε τέτοια προβλήματα η κάθε μέθοδος βελτιστοποίησης που εξετάζεται δίνει ένα σύνολο τέτοιων διανυσμάτων που συνιστούν το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Η σύγκριση των μετώπων που προκύπτουν από τις διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης γίνεται είτε με βάση τη σχέση κυριαρχίας που υπάρχει μεταξύ των μετώπων είτε με μετρικές που ποσοτικοποιούν την ποιότητά τους.

2.6.2 Σχέσεις Κυριαρχίας μεταξύ Μετώπων και Μετρικές Ποιότητας

Οι σχέσεις κυριαρχίας μεταξύ δύο μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων είναι οι εξής τρεις ([24], [23]):

1. **Ασθενής Κυριαρχία:** Ένα μέτωπο A κυριαρχεί ασθενώς (O_W) ενός μετώπου B όταν υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο στο A που δεν υπάρχει στο B ενώ όλα τα υπόλοιπα σημεία του B ή είναι ίσα ή κυριαρχούνται από το A :

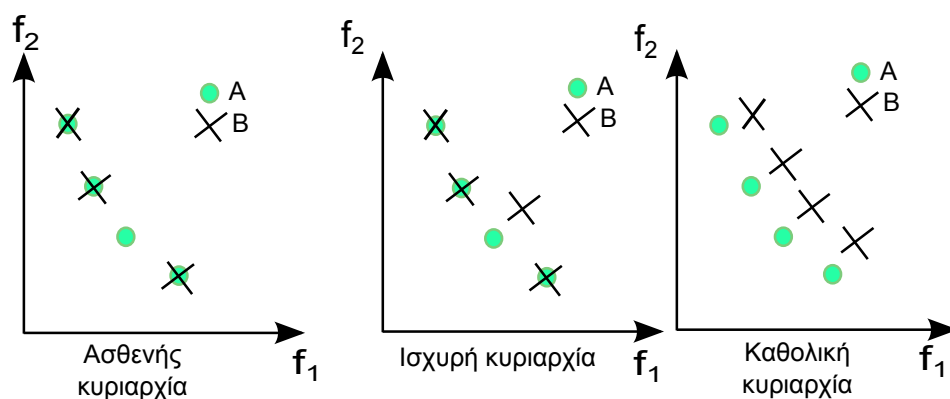
$$A O_W B \Leftrightarrow ND(A \cup B) = A \text{ and } A \neq B \quad (2.8)$$

2. **Ισχυρή Κυριαρχία:** Ένα μέτωπο A κυριαρχεί ισχυρά (O_S) έναντι ενός μετώπου B όταν υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο στο A που κυριαρχεί ενός σημείου στο B ενώ όλα τα υπόλοιπα σημεία του B είναι ίσα ή κυριαρχούνται από το A :

$$A O_S B \Leftrightarrow ND(A \cup B) = A \text{ and } B \setminus ND(A \cup B) \neq \emptyset \quad (2.9)$$

3. **Καθολική Κυριαρχία:** Το μέτωπο A κυριαρχεί καθολικά (O_C) του μετώπου B αν κάθε σημείο του B κυριαρχείται από κάποιο σημείο του A.

$$A O_C B \Leftrightarrow ND(A \cup B) = A \text{ and } B \cap ND(A \cup B) \neq \emptyset \quad (2.10)$$



Σχήμα 2.6: Παρουσίαση των τριών σχέσεων κυριαρχίας μεταξύ ενός μετώπου A και ενός μετώπου B σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης δύο στόχων. Τα τρία σχήματα είναι συμβατά με την περιγραφή που προηγήθηκε.

Επειδή τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων αδυνατούν να ποσοτικοποιήσουν πόσο καλύτερο είναι ένα μέτωπο που κυριαρχεί ενός άλλου, εισάγεται η έννοια των μετρικών ποιότητας.

Οι **Μετρικές** είναι χρήσιμα εργαλεία ανάλυσης και σύγκρισης μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων που πρέπει να χρησιμοποιούνται είτε μεταξύ τους είτε σε συνδυασμό με τη σύγκριση των καθαυτών μετώπων. Το βασικό χαρακτηριστικό το οποίο μετράται από τις μετρικές είναι η απόσταση του μετώπου από το ιδανικό Pareto η οποία επιδιώκεται να είναι η ελάχιστη δυνατή [24]. Μερικές από τις πιο γνωστές μετρικές που χρησιμοποιούνται σήμερα είναι ο Δείκτης Υπερόγκου (S) και ο δείκτης Διασποράς (ESS). Από αυτές, στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιείται και παρουσιάζεται μόνο η πρώτη.

Δείκτης Υπερόγκου (HyperVolume Indicator-HV)

Ο Δείκτης Υπερόγκου είναι η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη μετρική από αυτές που μετρούν την ποιότητα ενός συνόλου λύσεων [25]. Αυτό συμβαίνει γιατί είναι απόλυτα συμβατή με τη σχέση ασθενούς κυριαρχίας. Πρακτικά αυτό σημαίνει πως αν ένα μέτωπο A κυριαρχεί ασθενώς ενός άλλου B, τότε ο HV του A θα είναι μεγαλύτερος του B.

$$A O_W B \Rightarrow HV(A) > HV(B) \quad (2.11)$$

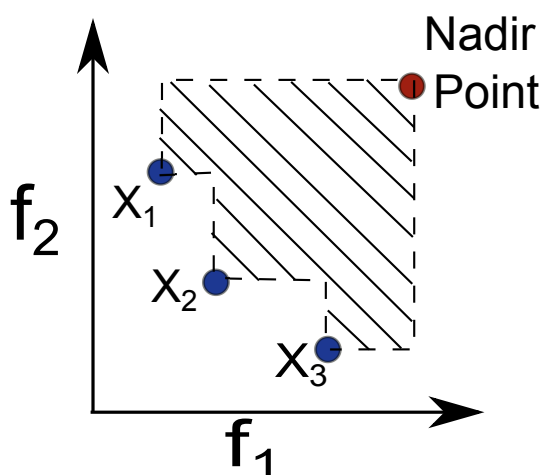
Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης M στόχων ($\vec{f} = (f_1, \dots, f_m, \dots, f_M)$) και N μεταβλητών σχεδιασμού ($\vec{x} = (x_1, \dots, x_n, \dots, x_N)$), ο δείκτης υπερόγκου ενός συνόλου λύσεων $A = (\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_d, \dots, \vec{x}_D)$ ορίζεται ως εξής:

$$HV(A) = \lambda(\{\bigcup h(\vec{x}) | \vec{x} \in A\}) \quad (2.12)$$

όπου:

- $h(\vec{x}) = [y_1, r_1] \times \dots \times [y_d, r_d]$
- $\vec{r} = (r_1, \dots, r_d)$ ένα σημείο αναφοράς (σημείο ναδίρ-nadir point) το οποίο πρέπει να κυριαρχείται από όλα τα σημεία του συνόλου A .
- λ το μέτρο Lebesgue ενός συνόλου.

Ο δείκτης υπερόγκου σε ένα πρόβλημα δύο στόχων υπολογίζει το εμβαδό του χώρου που ορίζεται από το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων και του σημείου αναφοράς που ορίστηκε από πάνω (σχήμα 2.7). Γενικά, η διάσταση του υπερόγκου που μετράται από το συγκεκριμένο δείκτη είναι ίδια με αυτή του χώρου των στόχων.



Σχήμα 2.7: Παράδειγμα υπολογισμού του δείκτη υπερόγκου σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης δύο στόχων για ένα μέτωπο Pareto με τρία σημεία.

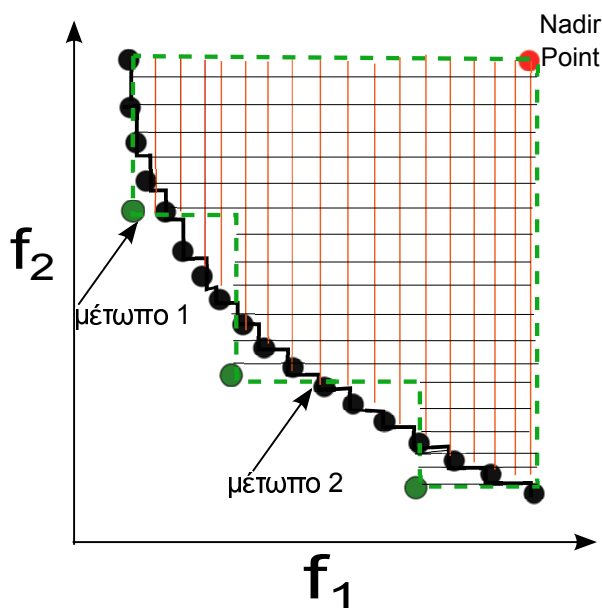
Τα **πλεονεκτήματα** της χρήσης του δείκτη υπερόγκου είναι πολλά και γι' αυτό χρησιμοποιείται ευρέως ως μετρική ποιότητας των μετώπων Pareto. Μερικά από αυτά είναι τα εξής [26]:

1. Το μέγεθος που υπολογίζεται από το δείκτη υπερόγκου και εκφράζει την ποιότητα του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων είναι αδιάστατο.
2. Η ποιότητα του μετώπου γίνεται άμεσα αντιληπτή παρατηρώντας το διάγραμμα που προκύπτει από το δείκτη υπερόγκου συναρτήσει του αριθμού των αξιολογήσεων.

3. Είναι συμβατός ως προς τις σχέσεις κυριαρχίας των μετώπων και η τιμή του διαφοροποιείται ανάλογα με το βαθμό της κυριαρχίας μεταξύ αυτών.

Παρόλα αυτά έχει και κάποια **μειονεκτήματα** που πρέπει ο κάθε χρήστης να λαμβάνει υπόψη του προκειμένου να κάνει σωστή χρήση του. Μερικά από αυτά είναι τα εξής:

1. Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης δύο στόχων ο δείκτης υπερόγκου παριστά δύο πληροφορίες με μια ποσότητα. Επομένως, δεν παρέχει όλη την πληροφορία που υπάρχει στο μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων του οποίου την ποιότητα μετρά.
2. Επιπλέον, μπορεί ένα μέτωπο Pareto (πχ. μέτωπο 1 στο σχήμα 2.8) να είναι καλύτερο ως προς την έννοια της κυριαρχίας των ατόμων του, από ένα άλλο (πχ. μέτωπο 2 στο σχήμα 2.8) αλλά μπορεί να είναι πιο αραιό (να συνίσταται δηλαδή από πολύ λιγότερα άτομα). Σε μια τέτοια περίπτωση δεν είναι ξεκάθαρο ποιο από τα εμβαδά που ορίζεται από το δείκτη υπερόγκου είναι μεγαλύτερο. Για παράδειγμα στο σχήμα 2.8 δεν είναι εμφανές αν το εμβαδόν (μετώπου 1) που ορίζεται από τη διακεκομμένη γραμμή και είναι γραμμοσκιασμένο με παράλληλες γραμμές ή το εμβαδόν (μετώπου 2) που ορίζεται από τη συνεχή γραμμή και είναι γραμμοσκιασμένο με κάθετες γραμμές είναι μεγαλύτερο.



Σχήμα 2.8: Παράδειγμα υπολογισμού του δείκτη υπερόγκου σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης δύο στόχων για δύο διαφορετικά μετώπα: ένα πιο αραιό που κυριαρχείται-μέτωπο 1 και ένα πυκνό που κυριαρχείται-μέτωπο 2.

Σε κάθε περίπτωση που επιδιώκεται η σύγκριση διαφορετικών μεθόδων βελτιστοποίησης με χρήση του δείκτη υπερόγκου, αυτός πρέπει να συνοδεύεται και από το τελικό μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της κάθε μεθόδου για να ερμηνεύονται με ακρίβεια τα αποτελέσματα και να εξαγονται σαφή συμπεράσματα.

Κεφάλαιο 3

Προβλήματα που Μελετώνται

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα τρία προβλήματα βελτιστοποίησης που επιλέχθηκαν στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία για να εφαρμοστούν και να συγκριθούν με βάση αυτά, οι διάφορες μέθοδοι βελτιστοποίησης που εξετάζονται. Τα τρία αυτά προβλήματα είναι, με τη σειρά που παρουσιάζονται στη συνέχεια του συγκεκριμένου κεφαλαίου, ένας Οργανικός Κύκλος Rankine, ένα Υπερηχητικό Επιβατικό Αεροσκάφος και ο Δρομέας ενός Υδροστροβίλου Francis και άπτονται του τομέα της ενέργειας, της αεροδυναμικής και της υδροδυναμικής αντίστοιχα. Τα δύο πρώτα χρησιμοποιούνται αρχικά στο κεφάλαιο 4 για την καλύτερη κατανόηση της μεθόδου ΑσκΣ. Το πρόβλημα του υδροστροβίλου Francis χρησιμοποιείται στο κεφάλαιο 5 για την σύγκριση των μεθόδων βελτιστοποίησης που προκύπτουν από την εφαρμογή της ΑσκΣ τόσο στους εξελικτικούς τελεστές των ΕΑ όσο και στα μεταπρότυπα σε σχέση με τις 'κλασικές' μεθόδους βελτιστοποίησης, ΕΑ και ΜΑΕΑ. Τέλος, τόσο το πρόβλημα του υπερηχητικού επιβατικού αεροσκάφους όσο και του υδροστροβίλου Francis χρησιμοποιούνται στο κεφάλαιο 6 για να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου βελτιστοποίησης.

3.1 Βελτιστοποίηση Οργανικού Κύκλου Rankine

Ο Οργανικός κύκλος Rankine (Organic Rankine Cycle-ORC) είναι ένας θερμοδυναμικός κύκλος ο οποίος παράγει ηλεκτρική ενέργεια χρησιμοποιώντας θερμότητα η οποία παράγεται από κάποια ανανεώσιμη πηγή ενέργειας (πχ. ηλιακή ενέργεια, γεωθερμία κλπ). Εδώ, η πηγή ενέργειας η οποία χρησιμοποιείται από τον ORC είναι

η **γεωθερμία** [6]. Ο ORC είναι ένας δυαδικός κύκλος, χαρακτηριστικό του οποίου είναι ότι αξιοποιεί ρευστά χαμηλής και μέσης ενθαλπίας. Η διαφορά μιας μονάδας δυαδικού κύκλου από τις υπόλοιπες (σύστημα ξηρού ατμού, σύστημα εκτόνωσης διφασικού ρευστού) είναι ότι το γεωθερμικό ρευστό δεν έρχεται σε απευθείας επαφή με το στρόβιλο. Αυτό χρησιμοποιείται για να μεταφέρει μέρος της θερμότητας του σε ένα άλλο κύκλωμα ρευστού μέσω ενός ατμοποιητή (εναλλάκτη θερμότητας). Το ρευστό αυτού του κυκλώματος (εργαζόμενο μέσο) μπορεί να είναι κάποιο ψυκτικό υγρό, το οποίο έχει χαμηλό σημείο ζέσης και υψηλή τάση ατμών σε χαμηλή θερμοκρασία, για να ατμοποιείται σε χαμηλότερες θερμοκρασίες από το νερό. Ως ψυκτικά μέσα μπορούν να χρησιμοποιηθούν το *R134a* και το *R410a*. Στον εξεταζόμενο ORC χρησιμοποιείται το **R134a**. Ο ατμός του εργαζόμενου μέσου που παράγεται κινεί το στρόβιλο και στη συνέχεια φύχεται και συμπυκνώνεται μέσω ενός δεύτερου εναλλάκτη θερμότητας (συμπυκνωτή) και οδηγείται, εκ νέου, στον αρχικό εναλλάκτη θερμότητας. Ο όρος δυαδικός που χαρακτηρίζει τον κύκλο Rankine υποδηλώνει την ύπαρξη δύο διαφορετικών κυκλωμάτων, το ένα εκ' των οποίων είναι υπεύθυνο για την παραγωγή της ηλεκτρικής ενέργειας. Ο οργανικός κύκλος Rankine που εξετάζεται αποτελείται από δύο κυκλώματα αυτό του θερμού νερού και αυτό του εργαζόμενου μέσου (ψυκτικού υγρού).

3.1.1 Περιγραφή της Διάταξης του ORC

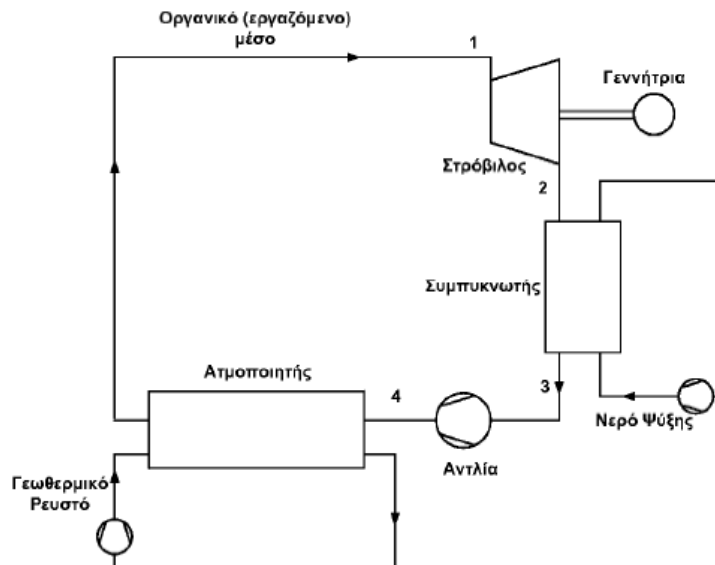
Στη συνέχεια, περιγράφεται η διαδρομή που ακολουθεί το εργαζόμενο μέσο εκτελώντας το θερμοδυναμικό οργανικό κύκλο Rankine [6]. Το εργαζόμενο μέσο εισέρχεται στο στρόβιλο σε κατάσταση υπέρθερμου ατμού (1) και τον αναγκάζει να περιστραφεί. Ο στρόβιλος με τη σειρά του είναι συζευγμένος με τη γεννήτρια η οποία και παράγει την ηλεκτρική ενέργεια. Το ψυκτικό μέσο κατάστασης 2, χαμηλής πίεσης και θερμοκρασίας εισέρχεται στο συμπυκνωτή (condenser) για να αποβάλει θερμότητα και έρχεται στην κατάσταση 3 όντας υπόψυκτο ρευστό, χαμηλής πίεσης και θερμοκρασίας. Ακολουθεί η αντλία η οποία αυξάνει την πίεση του ρευστού (κατάσταση 4). Αυτό συμβαίνει γιατί σύμφωνα με τον κύκλο Rankine η πρόσδοση θερμότητας στο εργαζόμενο μέσο γίνεται σε υψηλή πίεση. Στη συνέχεια, το υψηλής πίεσης ρευστό εισέρχεται στον ατμοποιητή σε αντιρροή με το θερμό νερό. Με αυτόν τον τρόπο, μέρος της θερμότητας του νερού, υψηλού ενεργειακού περιεχομένου μεταφέρεται στο εργαζόμενο μέσο, το οποίο μετατρέπεται έτσι σε ατμό (καθώς αυξάνεται η ενθαλπία του). Η όλη διάταξη του θερμοδυναμικού κύκλου παρουσιάζεται στο σχήμα 3.1.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, μελετάται ο υποκρίσιμος οργανικός κύκλος, δηλαδή ο κύκλος ο οποίος δεν υπερβαίνει το κρίσιμο σημείο του θερμοδυναμικού διαγράμματος του εργαζόμενου μέσου (σχήμα 3.2). Στο σχήμα 3.2 φαίνονται επίσης οι 4 θερμοδυναμικές μεταβολές που πραγματοποιούνται κατά τη διάρκεια του θερμοδυναμικού οργανικού κύκλου Rankine. Αυτές είναι:

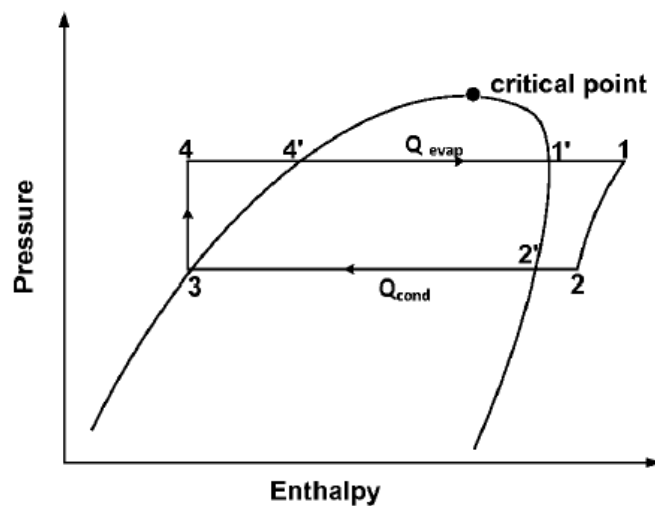
1. Η μεταβολή 1-2 που αντιπροσωπεύει την εκτόνωση του εργαζόμενου μέσου στο

στρόβιλο.

2. Η μεταβολή 2-3 που αντιπροσωπεύει τη συμπύκνωση στο συμπυκνωτή.
3. Η μεταβολή 3-4 που δείχνει την αύξηση πίεσης στην αντλία.
4. Η μεταβολή 4-1 που δείχνει την ατμοποίηση στον ατμοποιητή.



Σχήμα 3.1: Σχηματικό διάγραμμα του διαδικαστικού κύκλου χρησιμοποιώντας γεωθερμικό πεδίο χαμηλής ενθαλπίας [6].



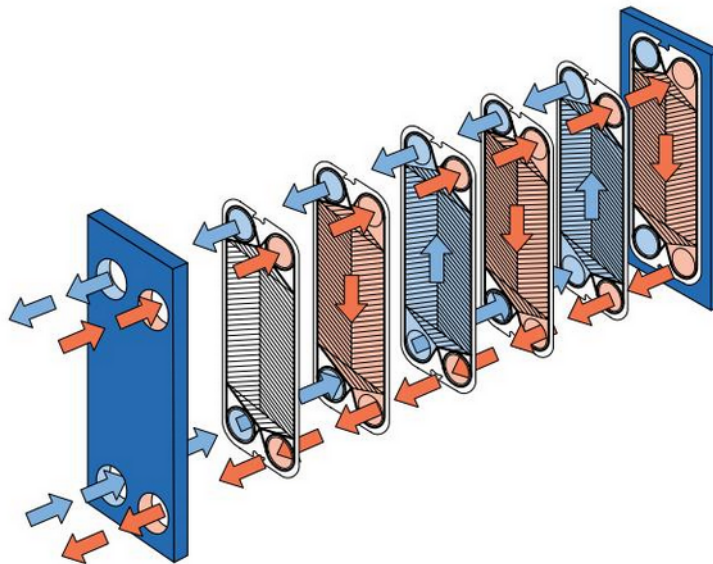
Σχήμα 3.2: Θερμοδυναμική απεικόνιση ενός υποκρίσιμου οργανικού κύκλου Rankine σε άξονες πίεσης-ενθαλπίας ($p - h$) [6].

3.1.2 Περιγραφή του Προβλήματος Βελτιστοποίησης

Το παρόν πρόβλημα βελτιστοποίησης αφορά τη μονάδα ενός δυαδικού κύκλου με γεωθερμικό ρευστό (σταθερής) θερμοκρασίας 65°C [6]. Το οργανικό μέσο που εξετάζεται είναι το ψυκτικό υγρό $R134a$ και οι εναλλάκτες θερμότητας (τόσο ο ατμοποιητής όσο και ο συμπυκνωτής) είναι πλακοειδείς. Επειδή το εξεταζόμενο σύστημα είναι χαμηλής ενθαλπίας η διαθέσιμη θερμοκρασιακή διαφορά στον ατμοποιητή είναι χαμηλή και επομένως απαιτούνται μεγάλες επιφάνειες εναλλακτών θερμότητας για την παραγωγή του ίδιου ποσού ηλεκτρικής ενέργειας σε σχέση με ένα σύστημα μέσης ενθαλπίας. Μεγάλες επιφάνειες εναλλακτών συνεπάγονται υψηλό κατασκευαστικό κόστος πράγμα που αυξάνει και το συνολικό κόστος της εγκατάστασης. Επομένως, το πρόβλημα βελτιστοποίησης έχει δύο στόχους:

1. Την ελαχιστοποίηση της συνολικής επιφάνειας των εναλλακτών θερμότητας, A_T .
2. Τη μεγιστοποίηση του συνολικού βαθμού απόδοσης του κύκλου, η_{cycle} .

Οι πλακοειδείς εναλλάκτες θερμότητας στον ατμοποιητή προτιμώνται έναντι των εναλλακτών κελύφους-αυλών λόγω της ύπαρξης αλάτων στο γεωθερμικό ρευστό, τα οποία επικάθονται στις επιφάνειες των εναλλακτών. Η απομάκρυνσή τους επιτυγχάνεται πιο εύκολα από τις πλάκες των πλακοειδών εναλλακτών (σχήμα 3.3) καθώς μπορούν να αποσυναρμολογηθούν και να καθαριστούν εύκολα.



Σχήμα 3.3: Σχηματικό διάγραμμα πλακοειδή εναλλάκτη θερμότητας στο οποίο φαίνεται η διάταξη των πλακών του καθώς και τα κανάλια στα οποία ρέουν το ψυχρό (μπλε) και το θερμό (κόκκινο) ρεύμα ([27]).

Οι μεταβλητές σχεδιασμού είναι 6 και παρουσιάζονται στον πίνακα 3.1 μαζί με τις μέγιστες και τις ελάχιστες τιμές τους και τη σημασία τους.

Συμβολισμός	Ελάχιστη Τιμή	Μέγιστη Τιμή	Μεταβλητή Σχεδιασμού
p_2	900 kPa	3059 kPa	Πίεση του εργαζόμενου μέσου στην έξοδο του στροβίλου
\dot{m}_{wf}	40 $\frac{kg}{s}$	90 $\frac{kg}{s}$	Παροχή μάζας του εργαζόμενου μέσου
\dot{m}_{gw}	5 $\frac{kg}{s}$	30 $\frac{kg}{s}$	Παροχή μάζας του γεωθερμικού ρευστού
$T_1 - T_4$	10 K	30 K	Θερμοκρασιακή διαφορά εισόδου-εξόδου του εργαζόμενου μέσου στον ατμοποιητή
$T_2 - T_3$	7.5 K	12.5 K	Θερμοκρασιακή διαφορά εισόδου-εξόδου του εργαζόμενου μέσου στο συμπυκνωτή
T_3	288 K	300 K	Θερμοκρασία του εργαζόμενου μέσου στην έξοδο του συμπυκνωτή

Πίνακας 3.1: Μεταβλητές σχεδιασμού του υπό μελέτης ORC.

Το πρόβλημα έχει έναν **περιορισμό** που αφορά την παραγόμενη ηλεκτρική ενέργεια. Πιο συγκεκριμένα, η σχεδιαζόμενη μονάδα ORC είναι επιθυμητό να αποδίδει ηλεκτρική ενέργεια $200kW_e$. Ο περιορισμός που τίθεται είναι ο εξής:

$$170kW_e \leq P_{elec} \leq 230kW_e \quad (3.1)$$

Εδώ να σημειωθεί πως χρησιμοποιείται ένας τέτοιος περιορισμός με μεγάλα όρια διότι ένας περιορισμός ισότητας ή ακόμα και ένα περιορισμός ανισότητας με στενά όρια (λ.χ. $199kW_e \leq P_{elec} \leq 201kW_e$) σε συνδυασμό με ένα 'λογικό' αριθμό επίλεκτων, δυσκολεύει τη δημιουργία μετώπου βέλτιστων λύσεων, καθώς οι υποψήφιες λύσεις αποτυγχάνουν να ικανοποιήσουν έναν τέτοιο περιορισμό.

Τέλος, **τα βήματα του αλγορίθμου αξιολόγησης** κάθε υποψήφιας λύσης κατά τη βελτιστοποίηση μέσω ΕΑ είναι τα εξής:

- Εισαγωγή των μεταβλητών σχεδιασμού και των σταθερών μεγεθών του προβλήματος.
- Υπολογισμός των θερμοδυναμικών μεγεθών του κύκλου.
- Υπολογισμός του ολικού συντελεστή μεταφοράς θερμότητας των εναλλακτών.
- Υπολογισμός τιμών των συναρτήσεων-στόχων.
- Διαστασιολόγηση των εναλλακτών θερμότητας.

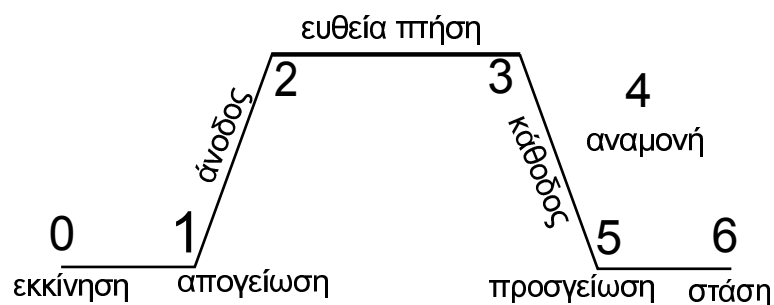
3.2 Προκαταρκτικός Σχεδιασμός ενός Υπερηχητικού Επιβατικού Αεροσκάφους

Η βελτιστοποίηση του επιβατικού υπερηχητικού αεροσκάφους (Supersonic Business Jet-SBJ) είναι ένα ρεαλιστικό πρόβλημα με αποδεκτό υπολογιστικό κόστος ανά αξιολόγηση που άπτεται πολλών επιστημονικών κλάδων όπως η αεροδυναμική ανάλυση, η ανάλυση βάρους, συστήματος πρόωσης κλπ. Σε καθεμιά από αυτές χρησιμοποιούνται εμπειρικά μοντέλα υπολογισμού. Για παράδειγμα, οι υπολογισμοί των αεροδυναμικών μεγεθών (συντελεστές άνωσης και οπισθέλκουσας) προέρχονται από εμπειρικές σχέσεις αντί της επίλυσης εξισώσεων ροής γύρω από το αεροσκάφος.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση η αξιολόγηση κάθε υποψήφιας λύσης βασίζεται σε έναν αλγόριθμο ανάλυσης των επιδόσεων του αεροσκάφους, με βάση τον οποίο διαστασιοποιείται το αεροσκάφος και υπολογίζονται οι επιδόσεις του (οι οποίες αποτελούν στόχους ή περιορισμούς του προβλήματος) [5].

3.2.1 Περιγραφή του Προβλήματος Βελτιστοποίησης

Το συγκεκριμένο υπερηχητικό αεροσκάφος (SBJ) έχει δυνατότητα μεταφοράς 12 επιβατών και χαρακτηρίζεται ως “μικρό” λόγω τόσο του βάρους του όσο και των γεωμετρικών του χαρακτηριστικών [5]. Στόχος είναι να έχει μεγάλη εμβέλεια για να μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε υπερατλαντικές πτήσεις. Αυτό βέβαια είναι αντικρουόμενο με την επιδίωξη για μικρό βάρος γιατί, για να μπορεί να ανταπεξέλθει σε μεγάλες αποστάσεις, πρέπει να έχει μεγαλύτερη ποσότητα καυσίμου και, επομένως, το συνολικό του βάρος θα αυξάνεται. Η αποστολή του αεροσκάφους είναι τυπική και περιλαμβάνει την απογείωση, την ευθεία οριζόντια πτήση, την κάθοδο, την πιθανή αναμονή και την προσγείωση (σχήμα 3.4). Τέλος, έχει σχεδιαστεί στο πρότυπο του Concorde και, γι’ αυτό το λόγο, έχει μόνο κάθετο ουραίο πτερύγιο και όχι οριζόντιο (σχήμα 3.5).



Σχήμα 3.4: Αποστολή αεροσκάφους.

Οι μεταβλητές σχεδιασμού του συγκεκριμένου προβλήματος βελτιστοποίησης είναι 13 και αφορούν τα στοιχεία της πτήσης, την ποσότητα καυσίμου και γεωμετρικά χαρακτηριστικά της πτέρυγας και του ουραίου πτερυγίου (Οι μεταβλητές μαζί με τα όρια τους παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.2). Πιο συγκεκριμένα:

- Για την ευθεία πτήση(cr):
 1. Αριθμός Mach - M_{cr}
 2. Το υψόμετρο πτήσης - z_{cr}
- Για την πτέρυγα(w):
 1. Η επιφάνειά της σε κάτοψη - S_w
 2. Η γωνία οπισθόκλισης στην ακμή προσβολής - Λ_{LE_w}
 3. Η γωνία οπισθόκλισης στην ακμή εκφυγής - Λ_{TE_w}
 4. Η εκλέπτυνση - λ_w
 5. Ο λόγος μεγίστου πάχους προς χορδή - $(t/c)_w$
- Για το κάθετο ουραίο πτερύγιο(u)
 1. Η γωνία οπισθόκλισης στην ακμή προσβολής - Λ_{LE_u}
 2. Η γωνία οπισθόκλισης στην ακμή εκφυγής - Λ_{TE_u}
 3. Η εκλέπτυνση - λ_u
 4. Ο λόγος μεγίστου πάχους προς χορδή - $(t/c)_u$
- Για το καύσιμο(fuel)
 1. Το συνολικό βάρος - W_{fuel}
- Για το συνολικό βάρος του αεροσκάφους
 1. Ο λόγος του βάρους προσγείωσης προς το βάρος απογείωσης - LW/TOW

Οι **στόχοι** του προβλήματος είναι δύο:

1. Μεγιστοποίηση της εμβέλειας (R) και
2. Ελαχιστοποίηση του βάρους απογείωσης (TOW)

Μιας και το λογισμικό EASY χειρίζεται προβλήματα ελαχιστοποίησης στόχων και ο πρώτος στόχος στο συγκεκριμένο πρόβλημα αφορά τη μεγιστοποίηση της εμβέλειας (R), τον χειριζόμαστε ως στόχο ελαχιστοποίησης της αρνητικής τιμής της εμβέλειας ($-R$) ή του αντιστρόφου της τιμής της εμβέλειας ($\frac{1}{R}$).

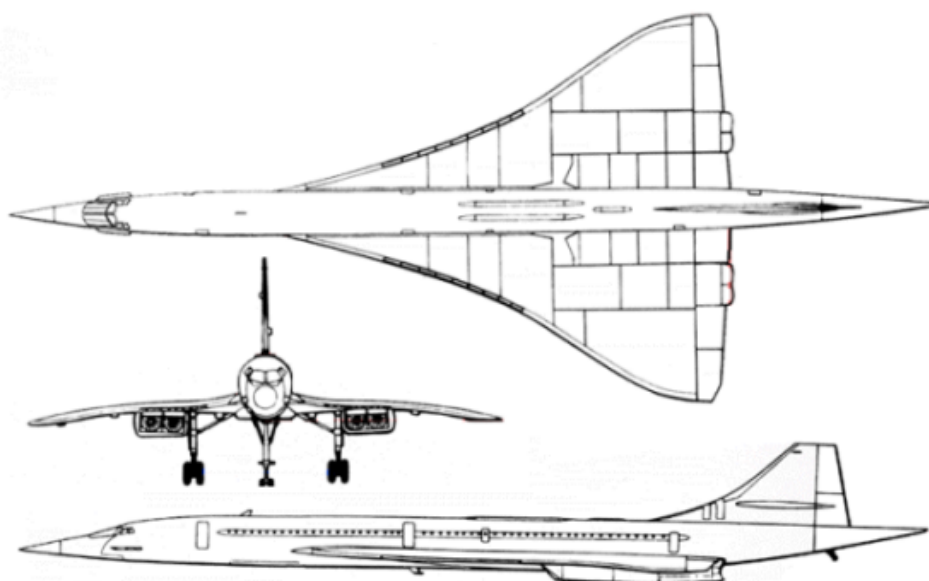
Οι **περιορισμοί** που επιβάλλονται, σχετίζονται με το μέγιστο μήκος προσγείωσης και τη μέγιστη ταχύτητα προσέγγισης ώστε το αεροσκάφος να μπορεί να προσεγγίζει όσο το δυνατόν περισσότερα αεροδρόμια. Πιο συγκεκριμένα:

$$1. BFL \leq 2000m$$

$$2. V_{appr} \leq 72 \frac{m}{sec}$$

Μεταβλητή	Ελάχιστη Τιμή	Μέγιστη Τιμή	Μονάδες
M_{cr}	1.6	2	-
z_{cr}	13000	18000	m
S_w	100	200	m^2
Λ_{LE_w}	45	70	($^\circ$)
Λ_{TE_w}	-5	15	($^\circ$)
λ_w	0.05	0.5	-
$(t/c)_w$	0.04	0.06	-
Λ_{LE_u}	45	70	($^\circ$)
Λ_{TE_u}	-5	15	($^\circ$)
λ_u	0.05	0.5	-
$(t/c)_u$	0.06	0.08	-
W_{fuel}	15000	30000	kg
LW/TOW	0.8	0.95	-

Πίνακας 3.2: Όρια των μεταβλητών σχεδιασμού του επιβατικού υπερηχητικού αεροσκάφους SBJ.



Σχήμα 3.5: Το σχέδιο του Concorde ([28]).

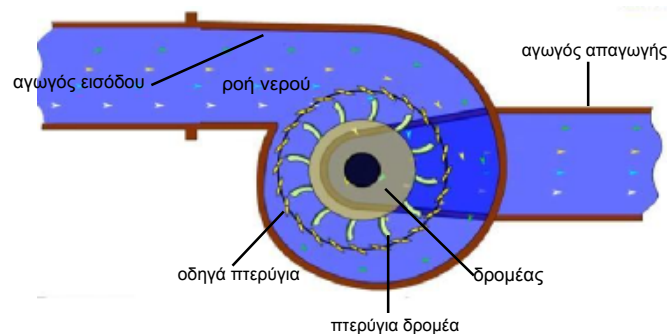
3.2.2 Περιγραφή Αλγορίθμου Επίλυσης των Επιδόσεων του Επιβατικού Υπερηχητικού Αεροσκάφους

Ο αλγόριθμος υπολογισμού των επιδόσεων ενός αεροσκάφους αποτελείται από 8 βήματα, εκ των οποίων τα 5 είναι μέρος μιας επαναληπτικής διαδικασίας [5]:

- Υπολογισμός των χαρακτηριστικών της ατμόσφαιρας (δηλαδή πυκνότητα και θερμοκρασία) για το συγκεκριμένο ύψος πτήσης.
- Υπολογισμός των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της ατράκτου, της πτέρυγας και του κάθετου ουραίου πτερυγίου με βάση τις καθορισμένες γεωμετρικές ποσότητες.
- Υπολογισμός του συνολικού βάρους του αεροσκάφους και της ώσης μέσω επαναληπτικής διαδικασίας μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη ισότητας της άνωσης με το βάρος και της οπισθέλκουσας με την ώση κατά την ευθεία πτήση του αεροσκάφους. Τα 5 βήματα που γίνονται επαναληπτικά είναι τα εξής:
 1. Αρχικοποίηση της ώσης στο επίπεδο της θάλασσας.
 2. Μέσω εμπειρικών σχέσεων και με βάση τις συνθήκες και το υψόμετρο πτήσης αλλά και την ώση στο επίπεδο της θάλασσας υπολογίζεται η ώση του κινητήρα και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά αυτού και των κελυφών (δηλαδή διάμετρος και μήκος).
 3. Γίνεται υπόθεση του συνολικού βάρους απογείωσης του αεροσκάφους συναρτήσει του οποίου υπολογίζονται τα βάρη των επιμέρους τμημάτων του.
 4. Αθροίζονται τα βάρη αυτά για να δώσουν το συνολικό βάρος απογείωσης και γίνεται μια **εσωτερική επαναληπτική διαδικασία** που περιλαμβάνει διόρθωση της τιμής του βάρους μέχρι τη σύγκλιση της.
 5. Με δεδομένα όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αεροπλάνου και το συνολικό βάρος του υπολογίζονται τα αεροδυναμικά μεγέθη. Πιο συγκεκριμένα, υπολογίζεται η άνωση (ίση με το συνολικό βάρος στην ευθεία πτήση) και ο συντελεστής άνωσης κατά την ευθεία πτήση. Στη συνέχεια, υπολογίζεται ο συντελεστής οπισθέλκουσας και η οπισθέλκουσα. Από τη συνθήκη απαίτησης ισότητας της οπισθέλκουσας με την ώση, υπολογίζεται η ώση (δηλαδή λαμβάνει μια νέα τιμή). Με αυτόν τον τρόπο, με βάση την ώση του αεροσκάφους προκύπτει νέα τιμή και για την ώση στο επίπεδο της θάλασσας. Τα παραπάνω βήματα γίνονται επαναληπτικά μέχρι η διαδικασία να συγκλίνει και να προκύψουν οι τελικές τιμές για την ώση και όλα τα χαρακτηριστικά του αεροσκάφους.
- Τέλος, υπολογίζονται οι επιδόσεις του αεροπλάνου, δηλαδή το μήκος απογείωσής του, η εμβέλεια και η ταχύτητα προσέγγισης.

3.3 Βελτιστοποίηση του Δρομέα ενός Υδροστροβίλου Francis

Το συγκεκριμένο πρόβλημα βελτιστοποίησης στόχο έχει τη δημιουργία ενός 'βέλτιστου' δρομέα υδροστροβίλου Francis με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Ο υδροστροβίλος αυτός θα εγκατασταθεί σε ένα καινούργιο υδροηλεκτρικό έργο. Για να μειωθεί όσο γίνεται το κόστος κατασκευής πρέπει ο δρομέας του υδροστροβίλου να έχει μικρή πιθανότητα εμφάνισης σπηλαίωσης (όπως θα εξηγηθεί προς το τέλος του συγκεκριμένου κεφαλαίου), πράγμα που θα βοηθήσει στο να τοποθετηθεί ο στροβίλος σε μικρότερο βάθος από την επιφάνεια του κάτω ταμιευτήρα και επομένως η εκσκαφή που θα πραγματοποιηθεί να είναι μικρότερη (έργο πολιτικού μηχανικού). Εδώ πρέπει να σημειωθεί πως ο δρομέας που θα βελτιστοποιηθεί πρέπει να σέβεται τόσο τις συνθήκες εισόδου της ροής όσο και εξόδου καθότι ακολουθεί ο αγωγός απαγωγής ο οποίος λειτουργεί για συγκεκριμένη κατανομή ταχυτήτων. Στο σχήμα 3.6 φαίνεται η πλάγια όψη ενός υδροστροβίλου Francis.



Σχήμα 3.6: Πλάγια όψη ενός δρομέα Francis με όλα τα επιμέρους τμήματά του ([29]).

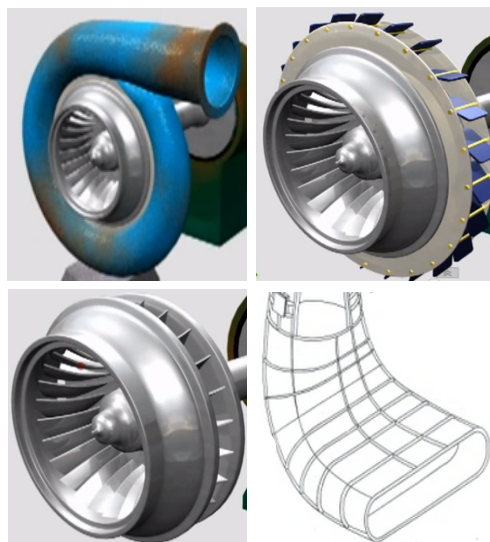
Ακολουθεί μια γενική περιγραφή για τα γεωμετρικά και λειτουργικά χαρακτηριστικά των υδροστροβίλων Francis ([30], [31]).

3.3.1 Υδροστροβίλος Francis

Ο στροβίλος Francis είναι ένας τύπος υδροστροβίλου που αναπτύχθηκε από τον James B. Francis. Είναι ένας εσωτερικής ροής στροβίλος αντίδρασης (βαθμός αντίδρασης διάφορος του μηδενός) που λειτουργεί για μέσες τιμές της υδραυλικής πτώσης, $H = 10 - 600m$. Η ταχύτητα περιστροφής του δρομέα του κυμαίνεται από 83-1000rpm ενώ η ισχύς της ηλεκτρικής γεννήτριας μπορεί να είναι από 70 έως 750 MW. Ο αγωγός εισόδου (penstock) μπορεί να έχει διάμετρο από 1 έως 10m. Ο άξονας τους είναι σχεδόν πάντα τοποθετημένος κατακόρυφα έτσι ώστε το νερό να διαφεύγει πιο εύκολα λόγω της βαρύτητας. Είναι είτε ακτινικής είτε μικτής ροής και χρησιμοποιείται για την

παραγωγή υδροηλεκτρικής ενέργειας. Ο στρόβιλος Francis αποτελείται από τέσσερα μέρη:

- **Τμήμα εισόδου (Spiral casing) και Σταθερά πτερύγια (Stay vanes).** Το τμήμα εισόδου έχει τη μορφή σπειροειδούς κελύφους και συμβάλει στην ομοιόμορφη τροφοδοσία και λειτουργία του δρομέα. Το σπειροειδές κέλυφος συνδέεται στη διατομή εισόδου του κυκλικής διατομής αγωγού εισόδου (σχήμα 3.7).
- **Οδηγά ή Ρυθμιστικά πτερύγια (Guide vanes or Wicket gates)** Η κύρια λειτουργία των οδηγών πτερυγίων είναι να μετατρέπουν την ενέργεια της πίεσης του ρευστού σε ενέργεια ορμής. Επίσης, χρησιμεύουν στο να κατευθύνουν τη ροή στα πτερύγια του δρομέα (σχήμα 3.7).
- **Δρομέας (Runner)** Ο περιστρεφόμενος δρομέας αποτελεί το τμήμα του υδροστρόβιλου που μετατρέπει την ενέργεια του υγρού σε μηχανική ενέργεια. Τα πτερύγια του δρομέα (runner blades) εκτείνονται μεταξύ της πλήμνης (hub) και της στεφάνης (shroud) στην οποία και είναι πακτωμένα. Μεγάλη προσοχή απαιτούν οι γωνίες στην είσοδο και στην έξοδο των πτερυγίων καθώς επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας (σχήμα 3.7).
- **Αγωγός απαγωγής (Draft tube)** Σκοπός του αγωγού απαγωγής είναι η οδήγηση του υγρού στον κάτω ταμιευτήρα με παράλληλη επιβράδυνσή του, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί η απώλεια της κινητικής ενέργειας του υγρού κατά την έξοδο του (σχήμα 3.7).



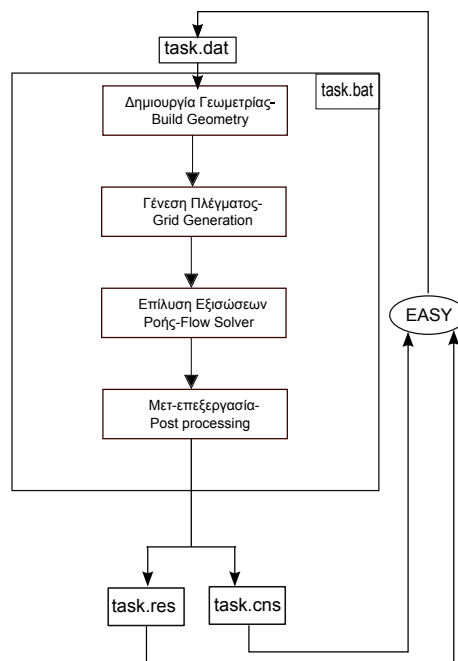
Σχήμα 3.7: Τριδιάστατη παρουσίαση των επιμέρους τμημάτων του υδροστρόβιλου Francis ([32]). Πάνω αριστερά: σπειροειδές κέλυφος, πάνω δεξιά: οδηγά πτερύγια, κάτω αριστερά: δρομέας, κάτω δεξιά: αγωγός απαγωγής.

3.3.2 Διαδικασία Αξιολόγησης

Πριν την περιγραφή του εξεταζόμενου προβλήματος βελτιστοποίησης θα γίνει μια αναφορά στην διαδικασία αξιολόγησης η οποία ακολουθείται καθώς και στις μετρικές ποιότητας (quality metrics) που χρησιμοποιούνται στους δρομείς των υδροστροβίλων [4]. Πιο συγκεκριμένα, το λογισμικό βελτιστοποίησης EASY ‘γεννά’ υποψηφίες λύσεις οι οποίες αξιολογούνται από το λογισμικό αξιολόγησης. Αυτό αποδίδει μια τιμή για καθένα από τους στόχους και περιορισμούς της βελτιστοποίησης στην κάθε υποψήφια λύση. Η διαδικασία αξιολόγησης καθορίζεται από τρία μέρη:

- Το εργαλείο παραμετροποίησης (parameterization tool) με τη βοήθεια του οποίου σχηματίζονται τα τριδιάστατα πτερύγια του στροβίλου.
- Το εργαλείο δημιουργίας πλέγματος (grid generation tool) στη γεωμετρία η οποία διαμορφώνεται από το εργαλείο παραμετροποίησης.
- Το λογισμικό υπολογιστικής ρευστοδυναμικής (CFD software). Εδώ, οι εξισώσεις ροής που επιλύονται είναι οι τριδιάστατες (3D) Euler.

Η περιγραφείσα διαδικασία φαίνεται στο σχήμα 3.8:



Σχήμα 3.8: Η διαδικασία αξιολόγησης της κάθε υποψήφιας λύσης όπως αυτή γράφεται στο αρχείο ‘task.dat’ (περιέχει τιμές για όλες τις μεταβλητές σχεδιασμού) που προκύπτει από τον EASY. Το αρχείο αυτό είναι η είσοδος μιας σειράς από κώδικες οι οποίοι καλούνται από το αρχείο ‘task.bat’ του EASY και δημιουργούν τα αρχεία ‘task.cns’ και ‘task.res’ που περιλαμβάνουν τις τιμές των περιορισμών και των συναρτήσεων-στόχων αντίστοιχα, τα οποία τροφοδοτούνται ως είσοδοι στον EASY για να προκύψει η νέα γενιά.

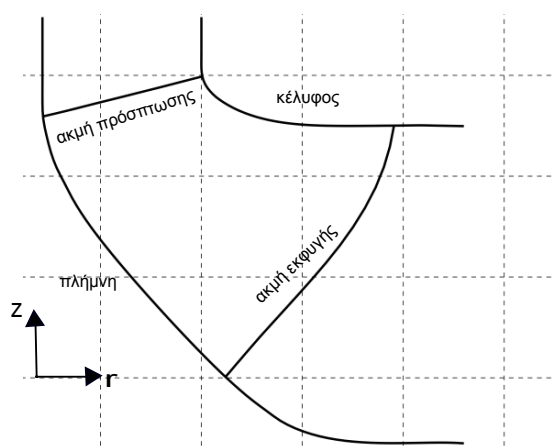
Μετά τη διαδικασία αξιολόγησης, ακολουθεί η μετ-επεξεργασία (Post-processing). Αυτή χρησιμοποιείται για να υπολογίσει τις μετρικές ποιότητας που σχετίζονται με την απόδοση (fitness) κάθε υποψήφιας λύσης.

Παραμετροποίηση Πτερύγωσης

Η τριδιάστατη γεωμετρία των πτερυγίων του δρομέα στροβίλου αξονικής ή μικτής ροής προκύπτει από τη διαδικασία της παραμετροποίησης ([12], [33], [4], [34]) και εκφράζεται μέσω κάποιων από τις μεταβλητές σχεδιασμού οι οποίες υπεισέρχονται στη διαδικασία της βελτιστοποίησης. Η παραμετροποίηση της γεωμετρίας γίνεται με καμπύλες Bezier, οι οποίες είναι παραμετρικές καμπύλες που η μορφή τους καθορίζεται από σημεία ελέγχου. Ο αριθμός αυτών των σημείων ορίζεται κάθε φορά κατ' επιλογή του χρήστη. Η παραμετροποίηση πραγματοποιείται στα εξής 4 στάδια:

- Πρώτο και κύριο στάδιο είναι η παραμετροποίηση της μεσημβρινής μέσης επιφάνειας (mean-camber surface) του πτερυγίου.
- Ακολουθεί η τοποθέτηση της μέσης επιφάνειας στον τριδιάστατο χώρο (στρεβλότητα πτερυγίου).
- Γίνεται η διαμόρφωση της κυρτότητας του πτερυγίου.
- Τέλος, προσαρμόζεται η κατανομή του πάχους κατά μήκος της ακτίνας της μέσης επιφάνειας.

Παραμετροποίηση μεσημβρινής επιφάνειας Η μεσημβρινή προβολή της μέσης επιφάνειας του πτερυγίου ορίζεται από 4 καμπύλες, την πλήμνη (hub), το κέλυφος (shroud), την ακμή πρόσπτωσης (Leading Edge-LE) και την ακμή εκφυγής (Trailing Edge-TE) (σχήμα 3.9).

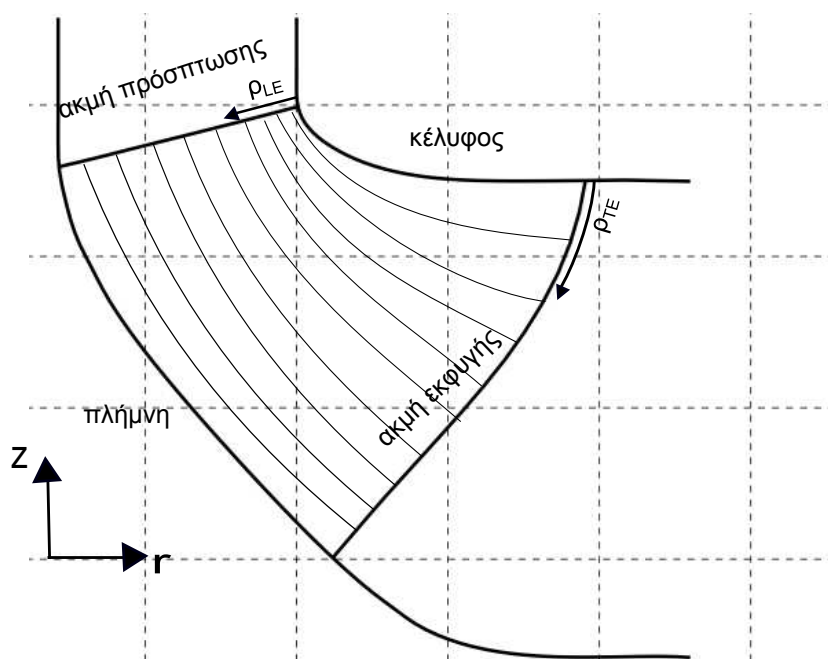


Σχήμα 3.9: Μεσημβρινή προβολή της μέσης επιφάνειας πτερυγίου όπως αυτή ορίζεται από τις γενέτριες της πλήμνης και του κελύφους και τις ακμές πρόσπτωσης και εκφυγής.

Για να δημιουργηθεί το τριδιάστατο σχήμα της μέσης επιφάνειας του πτερυγίου πρέπει να ορισθούν ορισμένες παράμετροι και συγκεκριμένα οι $\rho, \theta, \beta, \zeta$.

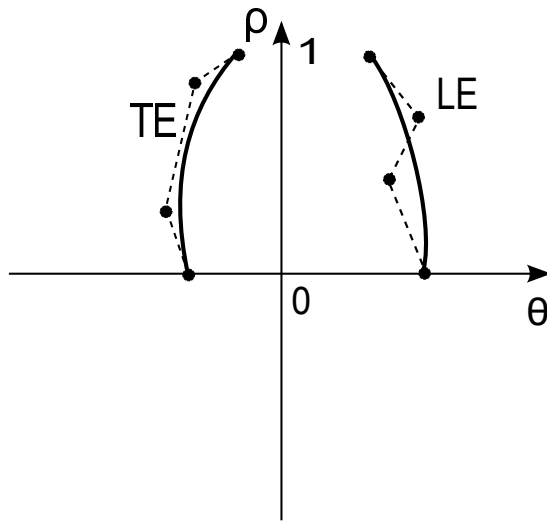
Κανονικοποιημένη μεσημβρινή προβολή του μήκους τόξου της ακμής:

Το ρ είναι μια βοηθητική παράμετρος η οποία ορίζεται τόσο για την ακμή πρόσπτωσης (LE) όσο και για την ακμή εκφυγής (TE) και παριστάνει όλα τα σημεία που ανήκουν πάνω στην καθεμιά λαμβάνοντας τιμές από 0 στο κέλυφος (shroud) ως 1 στην πλήμνη (hub). Επομένως, $\rho \in [0, 1]$. Στο σχήμα 3.10 παρουσιάζονται ένα σύνολο διδιάστατων iso-span γραμμών κατανομής από το κέλυφος ως την πλήμνη καθώς και η παράμετρος ρ .



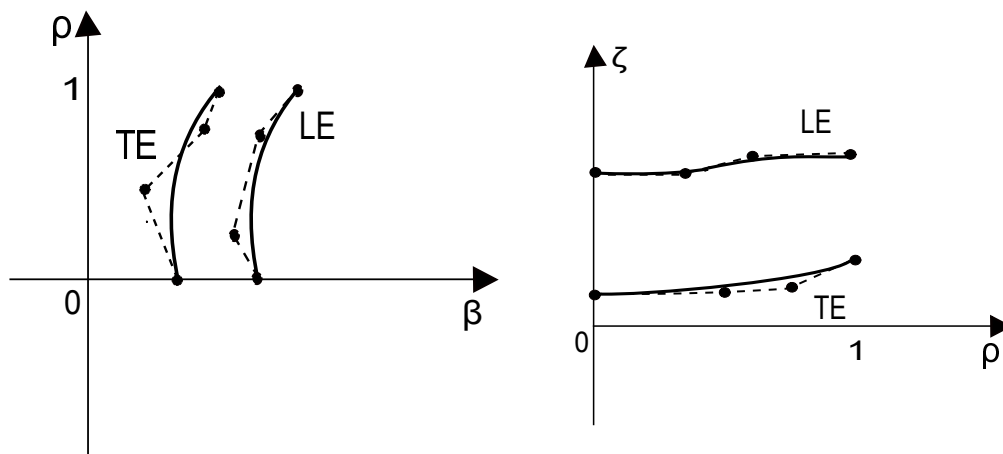
Σχήμα 3.10: Αναπαράσταση της κανονικοποιημένης παραμέτρου ρ , που δηλώνει το μήκος τόξου από το κέλυφος μέχρι ένα σημείο πάνω στην καμπύλη που παριστά, τόσο την ακμή πρόσπτωσης όσο και την ακμή εκφυγής.

Στρεβλότητα πτερυγίου: Η γωνιακή θέση των ακμών πρόσπτωσης και εκφυγής ορίζεται από τη γωνία θ η οποία εκφράζει τη θέση κάθε σημείου των δύο ακμών ως προς τον άξονα της πλήμνης ([12], [33], [4]). Η κατανομή της γωνίας θ ακτινικά στο πτερύγιο μεταφράζεται σε κατανομή της γωνίας για όλες τις τιμές της παραμέτρου $\rho \in [0, 1]$ και δίνεται με μια καμπύλη Bezier ξεχωριστά για την ακμή πρόσπτωσης και εκφυγής (σχήμα 3.11). Οι κατανομές $\theta(\rho)$ για τις δύο ακμές σε συνδυασμό με τις τιμές z, r των μεσημβρινών προβολών τους ορίζουν το περίγραμμα της μεσημβρινής μέσης επιφάνειας.



Σχήμα 3.11: Κατανομή της γωνίας $\theta(\rho)$ στην ακμή πρόσπτωσης (LE) και στην ακμή εκφυγής (TE).

Διαμόρφωση κυρτότητας: Η κυρτότητα του πτερυγίου καθορίζεται από τις γωνίες β και ζ που κατανέμονται στο κανονικοποιημένο μήκος του πτερυγίου ρ ([12], [33], [4]). Η γωνία β εκφράζει τη γωνία μετάλλου μεταξύ της τοπικής εφαπτομένης στη μέση επιφάνεια του πτερυγίου και της εφαπτομένης στον κύκλο κέντρου z . Η κατανομή της γωνίας $\beta(\rho)$ δίνει τις γωνίες μετάλλου της ακμής πρόσπτωσης και της ακμής εκφυγής. Παραμετροποιείται με ταυτόσημο τρόπο όπως και η γωνία θ για $\rho \in [0, 1]$ (σχήμα 3.12).

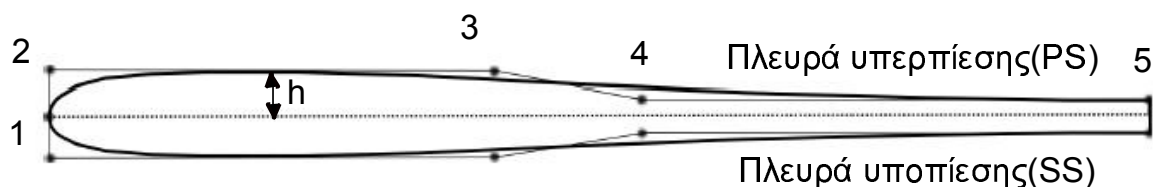


Σχήμα 3.12: Κατανομή της γωνίας μετάλλου $\beta(\rho)$ (αριστερά) και της γωνίας $\zeta(\rho)$ (δεξιά) στην ακμή πρόσπτωσης (LE) και στην ακμή εκφυγής (TE).

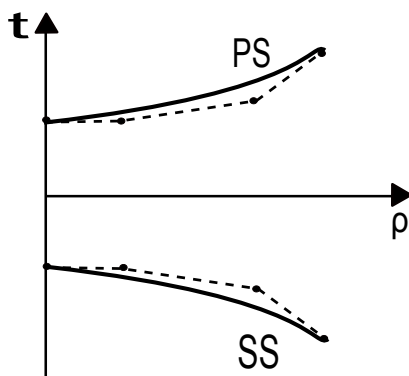
Η γωνία ζ μπορεί να θεωρηθεί ως η γωνία που ελέγχει την καμπυλότητα της μέσης επιφάνειας καθώς καθορίζει πόσο επηρεάζουν οι γωνίες β των ακμών πρόσπτωσης και εκφυγής τις γωνίες στο εσωτερικό της μέσης επιφάνειας, εκφράζει δηλαδή τη βαρύτητα των γωνιών των ακμών πρόσπτωσης και εκφυγής. Η κατανομή της γωνίας $\zeta(\rho)$ (σχήμα 3.12) γίνεται με καμπύλες Bezier με τον ίδιο τρόπο όπως και στις προαναφερθείσες

γωνίες β και θ .

Κατανομή πάχους: Τελικό στάδιο της παραμετροποίησης του πτερυγίου είναι η προσαρμογή μιας κατανομής πάχους (thickness distribution) κατά μήκος της χορδής του απείρως λεπτού πτερυγίου που έχει προκύψει έως τώρα από την τριδιάστατη κυρτή μορφή της μέσης επιφάνειάς του [4]. Τα προφίλ των αεροτομών (σχήμα 3.13) ορίζονται από ένα καθορισμένο από το χρήστη αριθμό σημείων ελέγχου (καμπύλες Bezier) και το απόλυτο πάχος από δύο κατανομές πάχους, μια για την πλευρά υπερπίεσης (pressure side-PS) και μια για την πλευρά υποπίεσης (suction side-SS). Τα προφίλ των αεροτομών διαμορφώνονται υπό τέτοια κλίμακα ώστε το μέγιστο πάχος τους να είναι ίδιο με το αυτό που προκύπτει από τη δεδομένη κατανομή του πάχους $t(\rho)$ (σχήμα 3.14). Τέλος, οι υπό κλίμακα αεροτομές τοποθετούνται πάνω στη μέση επιφάνεια του πτερυγίου για να διαμορφωθεί το τριδιάστατο πτερύγιο.



Σχήμα 3.13: Η κατανομή πάχους με Bezier σημεία ελέγχου σε μια κατανομή του πτερυγίου για την πλευρά υπερπίεσης και την πλευρά υποπίεσης.

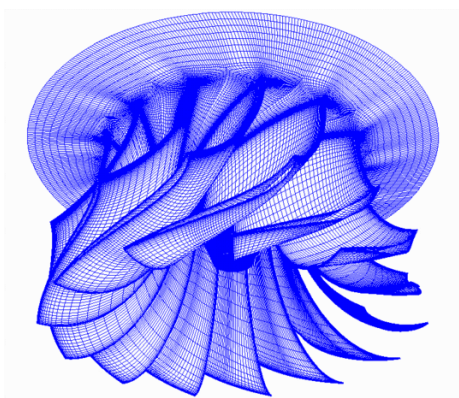


Σχήμα 3.14: Η κατανομή του πάχους $t(\rho)$.

Γένεση Πλέγματος

Για να επιλυθούν αριθμητικά οι εξισώσεις ροής για σώμα συγκεκριμένης γεωμετρίας που βρίσκεται εντός του πεδίου ροής, είναι απαραίτητη η γένεση πλέγματος γύρω από το σώμα αυτό [33]. Το πλέγμα που κατασκευάζεται μπορεί να είναι είτε δομημένο, είτε μη-δομημένο, μεταβλητής πυκνώσης και πλήθους κόμβων σε κάθε σημείο του, ανάλογα με τις συνθήκες που επικρατούν σε κάθε θέση. Το πως διαμορφώνεται κάθε φορά εξαρτάται από τις απαιτήσεις της εκάστοτε προσομοίωσης της ροής. Πιο συγκεκριμένα,

κοντά στο στερεό όριο του σώματος εντός του επιλυόμενου πεδίου της ροής το πλέγμα επιλέγεται να είναι πιο πυκνό λόγω των έντονων διακυμάνσεων των μεγεθών του πεδίου σε εκείνο το σημείο. Το ίδιο συμβαίνει (πιο πυκνό πλέγμα) και σε σημεία όπου αλλάζει 'απότομα' η γεωμετρία του σώματος όπως για παράδειγμα σε γωνίες όπου είναι απαραίτητο οι αριθμητικοί υπολογισμοί να γίνονται με μεγάλη ακρίβεια. Αντιθέτως, το πλέγμα αραιώνει όσο αυξάνεται η απόσταση από το στερεό σύνορο λόγω του ότι η ροή δεν μεταβάλλεται πολύ. Το πλέγμα που δημιουργείται εδώ είναι δομημένο (structured) και αφορά στα πτερύγια του δρομέα του υδροστροβίλου (runner blade).



Σχήμα 3.15: Επιφανειακό πλέγμα για τα πτερύγια του δρομέα υδροστροβίλου Francis [35].

Επιλύτης της Ροής

Η ανάλυση του υδροστροβίλου γίνεται για ασυμπίεστο, μη-συνεκτικό ρευστό και οι εξισώσεις ροής που επιλύονται είναι οι τριδιάστατες (3D) Euler. Ο κώδικας που τις επιλύει είναι ένας κώδικας Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής (CFD). Οι εξισώσεις Euler έχουν ένα τεχνητό όρο συμπίεστότητας και γράφονται ως εξής:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \nabla \cdot F \quad (3.2)$$

όπου,

$$Q = \begin{pmatrix} p \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}, F_i = \begin{pmatrix} \beta^2 u_i \\ \beta^2 u_1 u_i + p \delta_1^i \\ \beta^2 u_2 u_i + p \delta_2^i \\ \beta^2 u_3 u_i + p \delta_3^i \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

όπου β είναι ο όρος τεχνητής συμπίεστότητας [36] και δ_j^i το σύμβολο του Kronecker.

3.3.3 Μετρικές Ποιότητας για Δρομείς Υδροστροβίλων

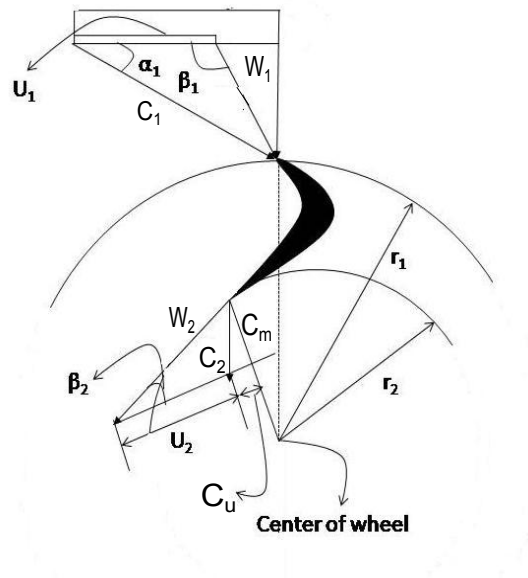
Ως «μετρικές ποιότητας» καλούνται τα διάφορα χαρακτηριστικά που χρησιμοποιούνται για να ποσοτικοποιήσουν την ποιότητα κάθε υποψήφιας λύσης που προκύπτει από τον ΕΑ. Οι μετρικές μπορεί να ταυτίζονται με κάποιον από τους στόχους της βελτιστοποίησης ή μέρος αυτού ή και να αποτελούν κάποιον από τους περιορισμούς του προβλήματος [4]. Δύο από τις μετρικές ποιότητας για τους υδροστροβίλους οι οποίες υπεισέρχονται και ως στόχοι στο παρόν πρόβλημα της βελτιστοποίησης είναι:

- Μετρική σπηλαίωσης που εκφράζει την «απόσταση» του σημείου λειτουργίας από την κατάσταση στην οποία εμφανίζεται το φαινόμενο της σπηλαίωσης.
- Μετρική καλής συνεργασίας με τον αγωγό απαγωγής (draft tube) που εκφράζει την απόκλιση που έχει η κατανομή της περιφερειακής C_u και της μεσημβρινής C_m συνιστώσας της ταχύτητας στην είσοδο του αγωγού απαγωγής από αυτές που θέτει ο σχεδιαστής. Προφανώς, επιδιώκεται όσο το δυνατόν μικρότερη απόκλιση (ελαχιστοποίηση).

Κατανομή της Ταχύτητας στην Έξοδο

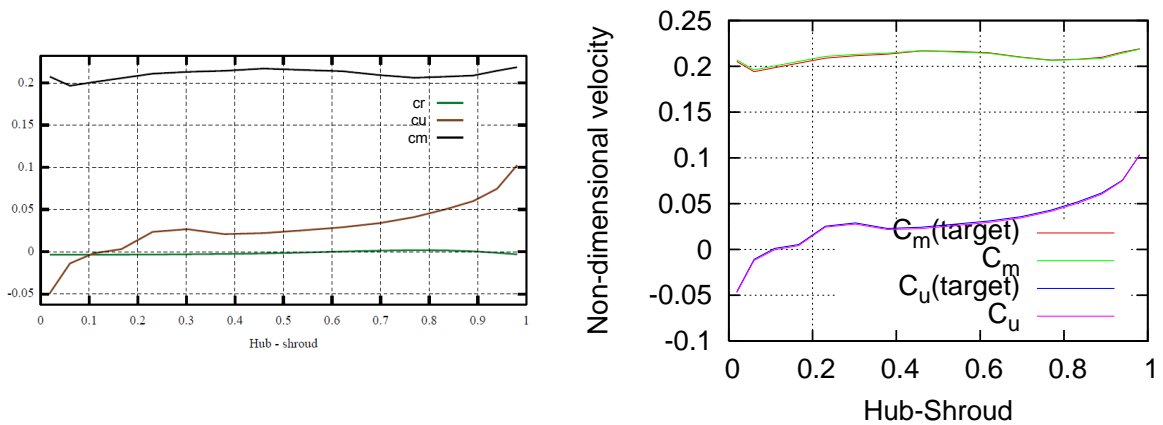
Έχοντας ένα δεδομένο αγωγό εξόδου, ο δρομέας του στροβίλου πρέπει να έχει μια τέτοια κατανομή ταχύτητας που να ταιριάζει με αυτήν που έχει θέσει ο κατασκευαστής του αγωγού απαγωγής. Αυτό προϋποθέτει την ύπαρξη μιας δεδομένης κατανομής της ταχύτητας εξόδου που είναι και η επιθυμητή (στόχος) για να λειτουργήσει σωστά ο στροβίλος με τον αγωγό απαγωγής. Επομένως, η μετρική που συνδέεται με την κατανομή της ταχύτητας στην έξοδο εκφράζει την απόκλιση από την επιδιωκόμενη. Ο αγωγός εξόδου έχει δεδομένη παροχή μάζας (mass-flow) και δεδομένη συστροφή (swirl). Η συνιστώσα της απόλυτης ταχύτητας εξόδου \vec{c}_2 που συνδέεται με την παροχή Q είναι η μεσημβρινή \vec{c}_m και αυτή που συνδέεται με την συστροφή είναι η περιφερειακή \vec{c}_u . Η τρίτη συνιστώσα της \vec{c}_2 είναι η ακτινική συνιστώσα, \vec{c}_r η οποία, όμως, δεδομένου ότι η ροή του στροβίλου Francis είναι αξονική στην έξοδο έχει πολύ μικρή τιμή και γι' αυτό το λόγο δεν λαμβάνεται υπόψη στους στόχους. Ακολουθεί το σχήμα 3.16 με τα τρίγωνα ταχυτήτων στην είσοδο και στην έξοδο του πτερυγίου δρομέα υδροστροβίλου Francis (ακτινικής ροής).

Οι επιθυμητές συνθήκες στη διατομή εξόδου είναι κατά το δυνατό σταθερή κατανομή της συνιστώσας \vec{c}_m η οποία σχετίζεται με το μέγεθος της παροχής. Αυτό συμβαίνει γιατί η παροχή επιδιώκεται να εξέρχεται όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφα από το δρομέα του υδροστροβίλου και, επομένως, να εισέρχεται ομοιόμορφα στον αγωγό απαγωγής που έπεται. Όσον αφορά τη συστροφή δηλαδή τη συνιστώσα της ταχύτητας \vec{c}_u η κατανομή της πρέπει να είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση. Οι κατανομές $C_m = \frac{c_m}{\sqrt{2gH}}$ και $C_u = \frac{c_u}{\sqrt{2gH}}$ πρέπει να είναι σχεδόν ταυτόσημες με αυτές που ορίζει η καλή λειτουργία του ήδη υπάρχοντος αγωγού απαγωγής (Ένα παράδειγμα αυτών των κατανομών για



Σχήμα 3.16: Τρίγωνα ταχυτήτων στην είσοδο και έξοδο πτερυγίου δρομέα υδροστρόβιλου Francis. Στο τρίγωνο ταχυτήτων εξόδου η απόλυτη ταχύτητα εξόδου, \vec{c}_2 αναλύεται στην μεσημβρινή, \vec{c}_m και την περιφερειακή της συνιστώσα, \vec{c}_u . ([30]).

ένα στρόβιλο Francis στο κανονικό σημείο λειτουργίας του φαίνεται στο σχήμα 3.17). Η απόκλιση (deviation) των επιθυμητών και των πραγματικών κατανομών ταχύτητας συνιστά τη μετρική των ταχυτήτων εξόδου (outlet velocity quality).



Σχήμα 3.17: Η κατανομή της μεσημβρινής, της περιφερειακής και της ακτινικής (σχεδόν 0) στην έξοδο του δρομέα (αριστερά). Οι κατανομές των ταχυτήτων στην έξοδο και οι κατανομές-στόχοι που ορίζει ο αγωγός απαγωγής (δεξιά).

Μετρική της Σπηλαιώσης

Σπηλαιώση είναι το φαινόμενο κατά το οποίο δημιουργούνται φυσαλίδες ατμού σε ένα ρέον υγρό όταν η πίεση σε ένα σημείο του πέσει κάτω από την πίεση ατμοποίησης του. Είναι παράγοντας φθοράς για τους υδροστροβίλους και επιδιώκεται πάντα η ελαχιστοποίησή της κατά το σχεδιασμό τους. Οι πιο επικίνδυνες περιοχές για τη δημιουργία σπηλαιώσης είναι εκεί όπου η μέση στατική πίεση είναι χαμηλή και η ταχύτητα της ροής λαμβάνει υψηλότερες τιμές. Σε περιπτώσεις συστηματικής εμφάνισης του φαινομένου της σπηλαιώσης αναπτύσσονται έντονες κρουστικές υπερπίεσεις που καταπονούν το υλικό της περιρρεόμενης επιφάνειας και τελικά οδηγούν σε αστοχία του πτερυγίου ([33], [31]).

Για τις υδροστροβίλους η τάση της ροής να σπηλαιώνει χαρακτηρίζεται από το συντελεστή σπηλαιώσης (σ) του Thomas [37], όπου:

$$\sigma = \frac{p_{t,exit} - p_u}{\rho_L g H} \quad (3.4)$$

όπου:

- $p_{t,exit}$ η ολική πίεση στην έξοδο του στροβίλου
- p_u η πίεση ατμοποίησης του υγρού
- ρ_L η πυκνότητα του υγρού
- H το υδραυλικό ύψος του υδροστροβίλου
- g η επιτάχυνση της βαρύτητας

Για να μην εμφανίζεται σπηλαιώση σε κανένα σημείο του πεδίου της ροής πρέπει:

$$\sigma > \sigma_i \quad (3.5)$$

όπου:

$$\sigma_i = \frac{p_{t,exit} - p_{min}}{\rho_L g H} \quad (3.6)$$

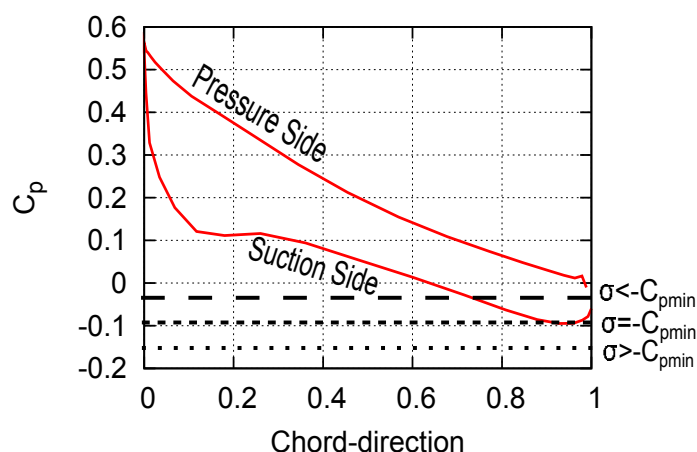
Επειδή ο συντελεστής πίεσης ορίζεται ως εξής:

$$C_p = \frac{p - p_{t,exit}}{\rho_L g H} \quad (3.7)$$

συμπεραίνουμε ότι όταν η πίεση είναι $p = p_{min}$ (ελάχιστη πίεση), έχουμε $C_p = C_{pmin}$ και επομένως:

$$\sigma_i = -C_{pmin} \quad (3.8)$$

Έτσι, το φαινόμενο της σπηλαίωσης αρχίζει να παρατηρείται οριακά σε ένα σημείο του πτερυγίου που βρίσκεται σε συγκεκριμένο ύψος και μήκος χορδής όπου έχει το μικρότερο συντελεστή πίεσης C_{pmin} (αυτό ανήκει στην πλευρά υποπίεσης-Suction Side). Για ακόμα μικρότερες τιμές του συντελεστή πίεσης το φαινόμενο της σπηλαίωσης παρατηρείται πιο συστηματικά και γι' αυτό το λόγο επιλέγεται συνήθως όσο το δυνατόν μεγαλύτερη τιμή του συντελεστή πίεσης ώστε το πτερύγιο να είναι ασφαλές από την ανάπτυξη σπηλαίωσης. Μάλιστα η τιμή που επιλέγεται, συνήθως, για την παράμετρο της σπηλαίωσης σ είναι μεγαλύτερη από την οριακή ελάχιστη τιμή του συντελεστή πίεσης $-C_{pmin}$ (σχήμα 3.18) που έχει προκύψει από το σχεδιασμό των κατανομών κατά μήκος της χορδής, σε όλα τα ύψη του πτερυγίου από την πλήμνη (hub) μέχρι το κέλυφος (shroud). Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται μεγαλύτερο περιθώριο ασφάλειας από τη σπηλαίωση.



Σχήμα 3.18: Κατανομή συντελεστή πίεσης C_p στο μέσο (mid-span) του πτερυγίου.

3.3.4 Διατύπωση του Προβλήματος Βελτιστοποίησης

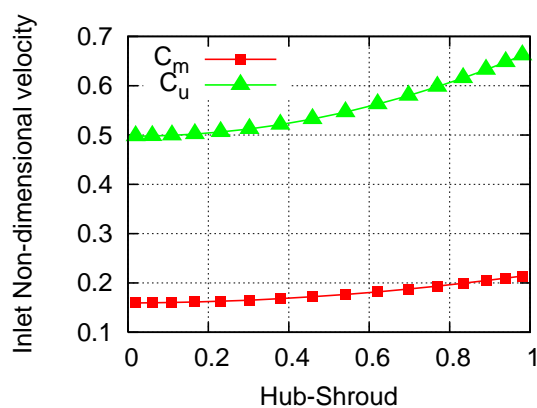
Στην συγκεκριμένη υποενότητα παρουσιάζονται τόσο τα γεωμετρικά και λειτουργικά χαρακτηριστικά του υπό μελέτη υδροστροβίλου Francis όσο και όλες οι παράμετροι του προβλήματος της βελτιστοποίησης, όπως οι μεταβλητές σχεδιασμού, οι στόχοι και οι περιορισμοί.

Δεδομένα Γεωμετρικά και Λειτουργικά Χαρακτηριστικά του προς Βελτιστοποίηση Υδροστροβίλου Francis

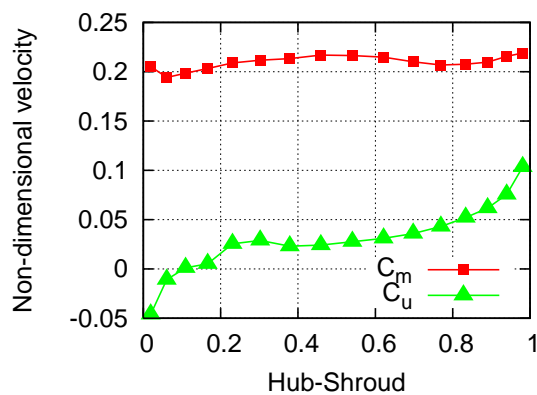
Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του προς βελτιστοποίηση δρομέα είναι τα εξής:

- Το μεσημβρινό περίγραμμα (meridional contour) του στροβίλου που μελετάται φαίνεται στο σχήμα 3.9.

- Ο αριθμός των πτερυγίων του δρομέα είναι $Z = 13$.
- Η γωνία εισόδου της ροής είναι $\alpha = 18.2^\circ$.
- Το σημείο λειτουργίας στο οποίο λειτουργεί ο στρόβιλος ‘επιβάλλει’ υδραυλικό ύψος $H = 37.7m$.
- Η εξωτερική ακτίνα του δρομέα είναι $R_2 = 0.175m$ ($D_2 = 350mm$).
- Η γωνιακή ταχύτητα του δρομέα είναι $\omega = 112.138rpm$.
- Η πίεση στην έξοδο του δρομέα είναι $P = 1.1bar = 110.000Pa$.
- Η πυκνότητα του νερού είναι $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$.
- Οι κατανομές των συνιστωσών ταχυτήτων c_u (περιφερειακής) και c_m (μεσημβρινής) στην είσοδο του δρομέα είναι δεδομένες. Αυτές παρουσιάζονται αδιάστατες στο σχήμα 3.19 για $\rho \in (0, 1)$ (δηλαδή από την πλήμνη ως το κέλυφος). Να σημειωθεί εδώ πως από την ταχύτητα c_m προκύπτει και η παροχή μάζας.



Σχήμα 3.19: Κατανομές των αδιάστατων ταχυτήτων c_u , c_m στην είσοδο του δρομέα.



Σχήμα 3.20: Κατανομές-στόχοι της ταχύτητας εξόδου του νερού από το δρομέα.

- Οι κατανομές των συνιστωσών ταχυτήτων c_u (περιφερειακής) και c_m (μεσημβρινής) της απόλυτης ταχύτητας εξόδου c_2 όπως αυτά καθορίζονται από την καλή λειτουργία του ήδη υπάρχοντος αγωγού απαγωγής (draft tube) φαίνονται στο σχήμα 3.20.

Μεταβλητές σχεδιασμού

Το διάλυμα σχεδιασμού αποτελείται από 35 μεταβλητές σχεδιασμού και είναι σύμφωνες με την παραμετροποίηση που περιγράφηκε στην υποενότητα 3.3.2. Αυτές είναι οι:

Αριθμός Μεταβλητών Σχεδιασμού	Παραμετροποίηση
5	Κατανομή της γωνίας β στην ακμή πρόσπτωσης (β_{LE})
5	Κατανομή της γωνίας β στην ακμή εκφυγής (β_{TE})
4	Κατανομή της γωνίας ζ στην ακμή πρόσπτωσης (ζ_{LE})
4	Κατανομή της γωνίας ζ στην ακμή εκφυγής (ζ_{TE})
4	Κατανομή του πάχους στην πλευρά υπερπίεσης (PS)
4	Κατανομή του πάχους στην πλευρά υποπίεσης (SS)
4	Κατανομή της γωνίας θ στην ακμή πρόσπτωσης (θ_{LE})
5	Κατανομή της γωνίας θ στην ακμή εκφυγής (θ_{TE})
35	Μεταβλητές σχεδιασμού συνολικά

Πίνακας 3.3: Μεταβλητές σχεδιασμού του υπό μελέτης δρομέα, υδροστροβίλου Francis.

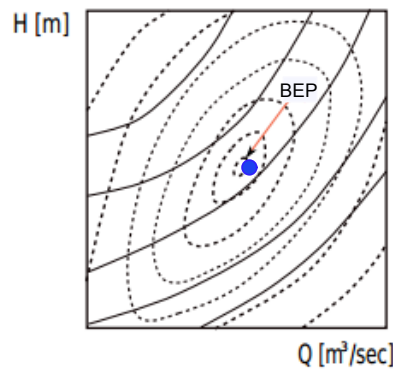
Στο πρόβλημα βελτιστοποίησης η μεσημβρινή τομή (meridional contour) θεωρείται δεδομένη και επομένως τα σημεία ελέγχου των καμπυλών Bezier που ορίζουν την προβολή της ακμής πρόσπτωσης (LE) και της ακμής εκφυγής (TE) στο μεσημβρινό επίπεδο καθώς και αυτά που ορίζουν τις γενέτιρες της πλήμνης (hub) και της στεφάνης (shroud) στο ίδιο επίπεδο είναι σταθερά. Επίσης, σταθερά είναι και τα προφίλ των αεροτομών για την πλευρά υπερπίεσης (PS) και την πλευρά υποπίεσης (SS). Όσο για τις κατανομές των γωνιών β, θ, ζ αλλά και τις κατανομές πάχους στις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης αυτές παραμετροποιούνται με 4 ή 5 σημεία ελέγχου. Το κάθε σημείο ελέγχου ορίζεται από δύο συντεταγμένες (x, y) όπου $x = \rho$ και $y = \beta(\rho)$, $y = \zeta(\rho)$, $y = \theta(\rho)$, $y = t_{LE}(\rho)$, $y = t_{TE}(\rho)$. Από αυτά, η συντεταγμένη x δηλαδή η παράμετρος ρ όπως ορίστηκε στην υποενότητα 3.3.2 είναι σταθερή για όλα τα σημεία ελέγχου.

Στόχοι και Περιορισμοί

Οι στόχοι του προβλήματος βελτιστοποίησης είναι δύο και ταυτίζονται με τις μετρικές που περιγράφηκαν στην υποενότητα 3.3.3. Ο πρώτος στόχος αντιστοιχεί στην μετρική M_1 και είναι η κατανομή ταχυτήτων στην έξοδο του δρομέα ενώ ο δεύτερος

στόχος αντιστοιχεί στη μετρική M_2 δηλαδή τη μετρική της σπηλαίωσης. Επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση και των δύο τόσο της σπηλαίωσης, όσο και της απόκλισης της κατανομής ταχυτήτων εξόδου από αυτήν που έχει ορίσει ο σχεδιαστής με βάση τον αγωγό απαγωγής. Το σημείο λειτουργίας το οποίο εξετάζεται είναι ένα και είναι αυτό της βέλτιστης λειτουργίας (best efficiency point-BEP) του δρομέα (σημεία σχήμα 3.21). Επομένως, και οι δύο στόχοι υπολογίζονται για ένα σημείο λειτουργίας:

$$f_1 = M_1, f_2 = M_2 \quad (3.9)$$



Σχήμα 3.21: Σύνθεση διαγράμματος χαρακτηριστικών καμπύλων λειτουργίας υδροστροβίλου και διαγράμματος εγκατάστασης, για σταθερή ταχύτητα λειτουργίας ω [12]. Στο διάγραμμα φαίνεται και το σημείο μέγιστου βαθμού απόδοσης (BEP) το οποίο και εξετάζεται στο παρόν πρόβλημα. Με συνεχείς γραμμές σχεδιάζονται οι καμπύλες διαφορετικού ανοίγματος σταθερών πτερυγίων ενώ με διακεκομμένες οι ισοσταθμικές καμπύλες. Το (BEP) ανήκει στην ισοσταθμική καμπύλη που αντιστοιχεί στο μέγιστο βαθμό απόδοσης, n_{max} .

Η σπηλαίωση ως στόχος: Στη συγκεκριμένη περίπτωση βελτιστοποίησης του δρομέα του υδροστροβίλου Francis η σπηλαίωση είναι ένας από τους δύο στόχους βελτιστοποίησης. Όπως προαναφέρθηκε στην υποενότητα 3.22 είναι παράγοντας φθοράς για τους υδροστροβίλους και γι' αυτό το λόγο πρέπει να αποφεύγεται. Θα μπορούσε, επομένως, να είναι ένας από τους περιορισμούς του προβλήματος βελτιστοποίησης. Παρόλα αυτά εδώ χρησιμοποιείται ως στόχος γιατί όσο πιο μεγάλη είναι η πίεση εξόδου του δρομέα ενός υδροστροβίλου, τόσο πιο ασφαλές είναι το περιθώριο από την εμφάνιση σπηλαίωσης (εξίσωση 3.10). Ένας τρόπος αύξησης της πίεσης εξόδου $p_{t,exit}$ είναι η τοποθέτηση του υδροστροβίλου σε μεγαλύτερο βάθος από την επιφάνεια του κάτω ταμιευτήρα. Κάτι τέτοιο όμως αυξάνει το κόστος της εγκατάστασης. Γι' αυτό το λόγο η σπηλαίωση συνιστά στόχο του προβλήματος βελτιστοποίησης και όχι περιορισμό. Ακολουθεί ένα απλό υπολογιστικό παράδειγμα απόδειξης των παραπάνω.

$$\sigma = \frac{p_{t,exit} - p_u}{\rho_L g H} \quad (3.10)$$

όπου p_u η πίεση ατμοποίησης του νερού.

Για να μην εμφανίζεται σπηλαίωση σε κάποιο σημείο του πεδίου ροής πρέπει $\sigma > \sigma_i$, όπου [37]:

$$\sigma_i = \frac{p_{t,exit} - p_{min}}{\rho_L g H} \quad (3.11)$$

ενώ, p_{min} η πίεση όπου $C_p = C_{pmin}$

Εξετάζονται δυο περιπτώσεις:

1. Η πρώτη ταυτίζεται με τις συνθήκες λειτουργίας του προς βελτιστοποίηση υδροστροβίλου Francis. Πιο συγκεκριμένα:

- $H = 40m$
- $\rho_L = 1000 \frac{kg}{m^3}$
- $p_{t,exit} = 1,1bar$
- $p_u = 0.01782bar$
- $p_{min} = 0.7076bar$

Από τις σχέσεις 3.10, 3.11 προκύπτει ότι:

- $\sigma = 0.2758$
- $\sigma_i = 0.1$

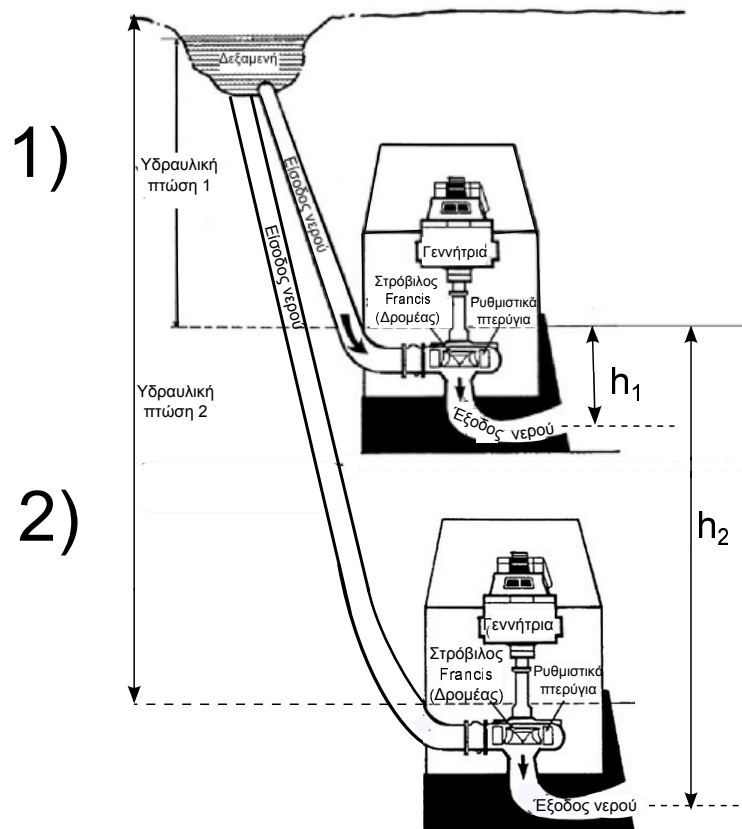
2. Στη δεύτερη αλλάζει η πίεση εξόδου και η ελάχιστη πίεση λόγω τοποθέτησης του υδροστροβίλου σε μεγαλύτερο, κατά 10m, βάθος (σχήμα 3.22):

- $H = 40m$
- $\rho_L = 1000 \frac{kg}{m^3}$
- $p_{t,exit} = 2,1bar$
- $p_u = 0.01782bar$
- $p_{min} = 1.7076bar$

Από τις σχέσεις 3.10, 3.11 προκύπτει ότι:

- $\sigma = 0.5306$
- $\sigma_i = 0.1$

Και στις δυο παραπάνω περιπτώσεις $\sigma > \sigma_i$ αλλά, στη δεύτερη, το περιθώριο ασφαλείας από την εμφάνιση της σπηλαίωσης είναι ακόμα μεγαλύτερο.



Σχήμα 3.22: Σχηματική απεικόνιση τοποθέτησης του υδροστροβίλου σε δύο διαφορετικά βάθη που απέχουν μεταξύ τους $10m$ ($h_2 - h_1 = 10m$). Στην περίπτωση 2 ο υδροστροβίλος είναι πιο ασφαλής ως προς την εμφάνιση του φαινομένου της σπηλαίωσης αλλά το κόστος λειτουργίας της εγκατάστασης είναι μεγαλύτερο.

Οι **περιορισμοί** του προβλήματος που εξετάζεται αφορούν το υδραυλικό ύψος H . Πιο συγκεκριμένα, αυτοί τίθενται για να διασφαλίσουν ότι ο στροβίλος θα λειτουργεί στο επιθυμητό σημείο και εκφράζονται ορίζοντας μια μέγιστη απόσταση από αυτό. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα η παροχή μάζας (massflow) ρυθμίζεται από τις οριακές συνθήκες που τίθενται στην είσοδο του δρομέα ενώ το υδραυλικό ύψος ελέγχεται με βάση τον περιορισμό:

$$\Delta H = \frac{H_{computed} - H_{desirable}}{H_{desirable}} < \alpha \quad (3.12)$$

όπου $H_{desirable}$ είναι το ύψος του επιθυμητού σημείου λειτουργίας του στροβίλου και α είναι μια σταθερή ποσότητα που στη συγκεκριμένη περίπτωση για το βέλτιστο σημείο λειτουργίας επιλέγεται ίση με 2.7%. Άρα:

$$|\Delta H| < 2.7\% \quad (3.13)$$

Κεφάλαιο 4

Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες και Χρήση της σε ΕΑ & ΜΑΕΑ

4.1 Εισαγωγή

Οι ΕΑ και οι ΜΑΕΑ (στους οποίους πραγματοποιείται προσεγγιστική αξιολόγηση μέσω μεταπροτύπων) όταν καλούνται να διαχειριστούν ‘κακώς-τοποθετημένα’ (ill-posed) προβλήματα ([38], [39]) τα οποία πολλές φορές έχουν και μεγάλο αριθμό μεταβλητών σχεδιασμού N υφίστανται μείωση της αποτελεσματικότητάς τους. Αυτό συνεπάγεται μεγαλύτερο αριθμό αξιολογήσεων (από το πραγματικό μοντέλο αξιολόγησης) για την εύρεση της βέλτιστης λύσης, πράγμα που με τη σειρά του αυξάνει τόσο το υπολογιστικό κόστος της βελτιστοποίησης όσο και το χρόνο περάτωσής της. Τα ‘κακώς τοποθετημένα’ προβλήματα συνήθως εμπερικλείουν τον όρο της αλληλεπίδρασης μεταξύ των μεταβλητών σχεδιασμού (μη-διαχωρίσιμη συνάρτηση στόχου και εξάρτηση μεταξύ των μεταβλητών), κάτι που επιδεινώνει περαιτέρω το ρυθμό σύγκλισης των ΕΑ και των ΜΑΕΑ ([39], [40]).

Τη λύση έρχεται να δώσει μια μαθηματική μέθοδος, γνωστή και ως Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες (PCA-Principal Component Analysis). Πρόκειται για μια μέθοδο μετατροπής ενός συνόλου δεδομένων που αποτελείται από πολλές συσχετιζόμενες μεταξύ τους μεταβλητές σε ένα νέο σύνολο μεταβλητών, ασυσχέτιστων μεταξύ τους, που προκύπτουν ως γραμμικοί συνδυασμοί των αρχικών μεταβλητών. Αυτές είναι οι λεγόμενες κύριες συνιστώσες (Principal Components). Οι πρώτες συνιστώσες είναι έτσι δομημένες ώστε να συγκεντρώνουν το μεγαλύτερο μέρος της διακύμανσης (variance) που υπήρχε στο αρχικό σύνολο δεδομένων. Επομένως, σκοπός αυτής της μεθόδου είναι να αναπαριστά ‘οικονομικότερα’ και πιο χαρακτηριστικά την περιεχόμενη πληροφορία

μέσω των κύριων συνιστωσών που δημιουργεί και να μην λαμβάνει υπόψη τυχόν περιττές πληροφορίες. Σε συγκεκριμένες περιπτώσεις είναι πιθανή η αποκοπή κάποιων από τις καινούργιες μεταβλητές που προκύπτουν μετά την εφαρμογή της ΑσκΣ και οι οποίες περιέχουν τυχόν ‘ασήμαντες’ πληροφορίες σε σχέση με τις υπόλοιπες. Τότε το νέο σύνολο που προκύπτει διατηρεί κατά το δυνατόν περισσότερο τη διακύμανση που παρατηρούνταν στο παλιό, έχοντας όμως λιγότερες μεταβλητές σχεδιασμού. Γεωμετρικά η διαδικασία αυτή συνιστά μια προβολή των δεδομένων από την αρχικά πολυδιάστατη αναπαράσταση τους σε ένα νέο χώρο αριθμητικά λιγότερων και ανεξάρτητων αξόνων. Πραγματοποιείται, δηλαδή, μια περιστροφή των δεδομένων κατά τους άξονες που αποτελούν τις διευθύνσεις με τη μεγαλύτερη διασπορά-διακύμανση δεδομένων.

Η ΑσκΣ εφαρμόζεται στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία τόσο στους εξελικτικούς τελεστές των ΕΑ όσο και στην εκπαίδευση των μεταπροτύπων στους ΜΑΕΑ με δείγματα εκπαίδευσης μειωμένης διάστασης σε σχέση με την αρχική.

4.2 ‘Κακώς Τοποθετημένα’ Προβλήματα Βελτιστοποίησης

Ο μεγάλος αριθμός μεταβλητών σχεδιασμού N και η ύπαρξη ‘κακώς τοποθετημένων’ προβλημάτων είναι όπως προαναφέρθηκε οι δυο βασικότεροι λόγοι αύξησης του αριθμού ‘κλήσεων’ του λογισμικού αξιολόγησης που απαιτείται από τους ΕΑ ή τους ΜΑΕΑ για την εύρεση της βέλτιστης λύσης [4].

Ο μεγάλος αριθμός N στους ΕΑ σε περίπτωση ‘καλών τοποθετούμενων’ προβλημάτων συνεπάγεται υπολογιστικό κόστος που αυξάνεται γραμμικά με το N . Στους ΜΑΕΑ ο μεγάλος αριθμός N έχει επίδραση και στην εκπαίδευση των μεταπροτύπων καθώς αυξάνει τόσο το χρόνο πραγματοποίησής της όσο και το σφάλμα πρόβλεψης των μεταπροτύπων. Σε περίπτωση ύπαρξης ‘κακώς τοποθετούμενων’ προβλημάτων βελτιστοποίησης που έχουν και μεγάλο αριθμό μεταβλητών σχεδιασμού το κόστος επίλυσης τους αυξάνεται υπεργραμμικά (superlinearly). Τέτοιου είδους προβλήματα ‘υποφέρουν’ από την ‘κατάρρα της μεγάλης διάστασης’ (‘curse of dimensionality’).

‘Κακώς τοποθετημένα’ προβλήματα είναι αυτά των οποίων η συνάρτηση στόχου (objective function), $f(\vec{x})$ είναι **ανισότροπη και μη-διαχωρίσιμη**.

4.2.1 Ανισότροπη και Μη-Διαχωρίσιμη Συνάρτηση Στόχου

Μια συνάρτηση στόχου $f(\vec{x})$, $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N)$ είναι **ανισότροπη** αν επηρεάζεται διαφορετικά από τις ίδιες αλλαγές των διαφορετικών συνιστωσών του διανύσματος \vec{x} [4]. Επειδή η διπλωματική εργασία πραγματεύεται στοχαστικές μεθόδους βελτιστοποίησης,

η ανισοτροπία της f μετράται από τη διακύμανση της παραγώγου της f ως προς κάθε μεταβλητή σχεδιασμού x_i ($\frac{\partial f}{\partial x_i}$) κοντά στη βέλτιστη λύση. Γενικά οι ΕΑ μπορούν να διαχειριστούν ανισότροπες αντικειμενικές συναρτήσεις χωρίς να επηρεάζεται αρνητικά η απόδοσή τους. Αν, παρόλα αυτά, η συνάρτηση στόχου είναι μη-διαχωρίσιμη (non-seperable) τότε μειώνεται η απόδοση τόσο των ΕΑ όσο και των ΜΑΕΑ.

Επειδή η ανισοτροπία της f οδηγεί στην ύπαρξη περισσότερο ή λιγότερο σημαντικών μεταβλητών σχεδιασμού (ή σε περίπτωση μη-διαχωρίσιμης f σε περισσότερο ή λιγότερο σημαντικών διευθύνσεων στο χώρο σχεδιασμού) υπάρχει η δυνατότητα μείωσης της διάστασης N μέσω αποκοπής κάποιων λιγότερων σημαντικών μεταβλητών κατά τη διάρκεια εκπαίδευσης του μεταπροτύπου με απώτερο σκοπό την αύξηση της ικανότητας πρόβλεψής του. Αυτό, στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία, επιτυγχάνεται με χρήση της μεθόδου ΑσΚΣ η οποία περιγράφεται στη συνέχεια.

Η διαχωρισιμότητα μίας συνάρτησης στόχου $f : \vec{x} \in f(\vec{x})$ ορίζεται ξεχωριστά για κάθε μεταβλητή $x_i \in \vec{x}$. Μια συνάρτηση στόχου ορίζεται ως **διαχωρίσιμη** όσον αφορά στη μεταβλητή x_i αν η βέλτιστη τιμή της x_i δεν εξαρτάται από την τιμή οποιασδήποτε από τις υπόλοιπες μεταβλητές σχεδιασμού. Η f είναι διαχωρίσιμη αν και μόνο αν είναι διαχωρίσιμη από όλες τις συνιστώσες του διανύσματος \vec{x} .

Έστω, για παράδειγμα, η μαθηματική συνάρτηση $f(\vec{x})$ η οποία παριστάνει ένα ελλειψοειδές στον πολυδιάστατο χώρο.

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N a^{\frac{i-1}{N-1}} x_i^2 \quad (4.1)$$

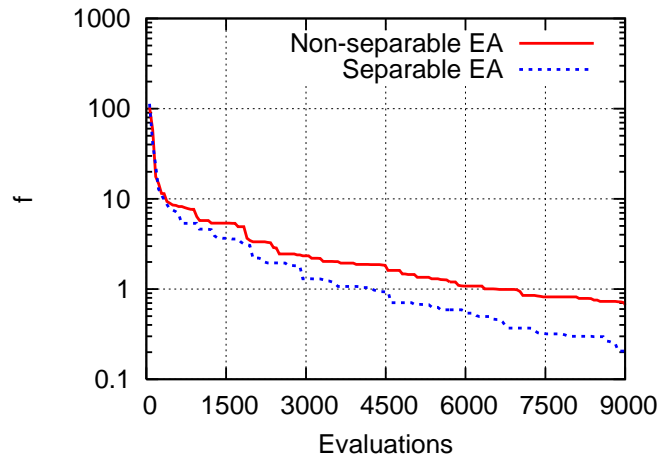
Η συγκεκριμένη είναι μη-διαχωρίσιμη και η ποσότητα a καθορίζει την ανισοτροπία της. Πιο συγκεκριμένα, μεγάλες ποσότητες του a οδηγούν σε περισσότερο ανισότροπες συναρτήσεις. Ταυτόχρονα εξετάζεται και η μη-διαχωρίσιμη συνάρτηση του ελλειψοειδούς η μορφή της οποίας είναι η:

$$f(\vec{y}) = \sum_{i=1}^N a^{\frac{i-1}{N-1}} y_i^2 \quad (4.2)$$

Όπου το y προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του x με ένα κατάλληλο $N \times N$ ορθογωνικό μητρώο στροφής B , δηλαδή:

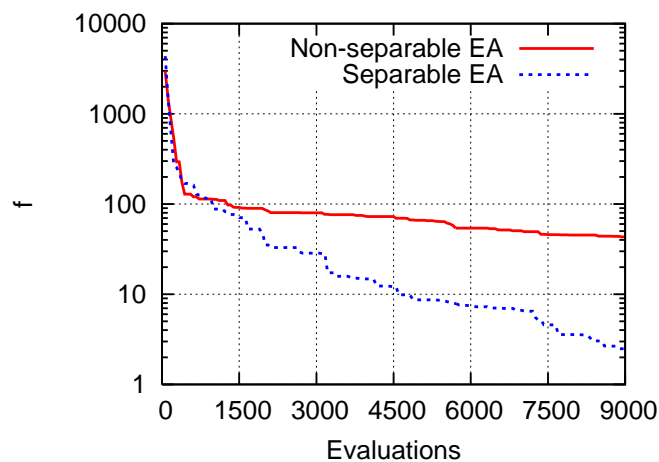
$$\vec{y} = B \vec{x} \quad (4.3)$$

Αν $a = 100$ και $N = 30$ τόσο για τη διαχωρίσιμη ('καλώς τοποθετημένη') συνάρτηση στόχου f όσο και για τη μη-διαχωρίσιμη ('κακώς τοποθετημένη') f οι ΕΑ για 9000 αξιολογήσεις και 10 διαφορετικές τιμές της γεννήτριας τυχαίων αριθμών (10 διαφορετικά τρεξίματα) δίνουν τα αποτελέσματα του σχήματος 4.1:



Σχήμα 4.1: Ελλειψοειδές, διάστασης $N = 30$ και $a = 100$. Η ανισότροπη και μη-διαχωρίσιμη συνάρτηση προκαλεί μείωση της αποτελεσματικότητας των EA.

Αν, για τον ίδιο αριθμό μεταβλητών σχεδιασμού, αυξηθεί το a , $a = 10000$ και επομένως αυξηθεί η ανισοτροπία της συνάρτησης κόστους οι EA για 9000 αξιολογήσεις και 10 διαφορετικές τιμές της γεννήτριας τυχαίων αριθμών (10 διαφορετικά τρεξίματα) δίνουν τα αποτελέσματα του σχήματος 4.2:



Σχήμα 4.2: Ελλειψοειδές, διάστασης $N = 30$ και $a = 10000$. Η αύξηση του a προκαλεί περαιτέρω μείωση της αποτελεσματικότητας των EA.

Ένα συμπέρασμα που μπορεί να προκύψει παρατηρώντας και συγκρίνοντας τα σχήματα 4.1 και 4.2 είναι ότι η αύξηση της τιμής του a οδηγεί σε αύξηση της διαφοράς αποτελεσματικότητας των EA στην περίπτωση της διαχωρίσιμης και της μη-διαχωρίσιμης συνάρτησης κόστους (η μη-διαχωρίσιμη είναι πάντα χειρότερη από τη διαχωρίσιμη). Επομένως, ο βαθμός χειροτέρευσης της επίδοσης των EA είναι ανάλογος της διαχωρισιμότητας μίας συνάρτησης και της ανισοτροπίας της (στην εξεταζόμενη περίπτωση εκφράζεται μέσω του συντελεστή a). Η βελτιστοποίηση προβλημάτων με διαχωρίσιμη συ-

νάρτηση κόστους επιλύεται πιο γρήγορα από τους ΕΑ σε σχέση με τις μη-διαχωρίσιμες και ανισότροπες.

Σε περίπτωση ‘κακώς τοποθετημένων’ ΜΟΟ προβλημάτων η βαθμωτή συνάρτηση κόστους Φ είναι μη-διαχωρίσιμη και πολύ ανισότροπη [4]. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι αναζητείται ένα μέτωπο Pareto των βέλτιστων μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Επειδή οι τιμές της Φ που αποδίδονται στα άτομα του πληθυσμού εξαρτώνται από την Pareto κυριαρχία, τα άτομα του τρέχοντος μετώπου των μη-κυριαρχούμενων λύσεων έχουν $\Phi = 0$ (ή πολύ μικρές τιμές συγκριτικά με τα άτομα του πληθυσμού τα οποία κυριαρχούνται από κάποια άλλα). Επομένως, κάποιες από τις διευθύνσεις στο χώρο σχεδιασμού έχουν πολύ μικρή επίδραση (διευθύνσεις κατά μήκος του μετώπου Pareto) στην Φ και κάποιες άλλες έχουν μεγάλη επίδραση (αυτές που είναι κάθετες στο μέτωπο Pareto και οι οποίες είναι κατά κόρον υπεύθυνες για την ανισοτροπία της βαθμωτής συνάρτησης κόστους).

4.3 Μαθηματικό Μοντέλο της ΑσκΣ

Έστω X ένα διάνυσμα διάστασης m [41]. Υποθέτουμε πως το X έχει μηδενική μέση τιμή. Έστω q ένα μοναδιαίο διάνυσμα επίσης διάστασης m πάνω στο οποίο προβάλλεται το διάνυσμα X . Η προβολή είναι το εσωτερικό γινόμενο των X και q . Πιο συγκεκριμένα:

$$A = X^T q = q^T X \quad (4.4)$$

$$q q^T = 1 \quad (4.5)$$

Η διακύμανση του A είναι:

$$\sigma^2 = E(A^2) = E(AA^T) = E[(q^T X)(q^T X)^T] = E[(q^T X)(X^T q)] = q^T E(XX^T)q \quad (4.6)$$

Άρα:

$$\sigma^2 = q^T R q \quad (4.7)$$

όπου R : το (m,m) μητρώο συνδιακύμανσης του X (το οποίο είναι συμμετρικό). Μετά από πράξεις προκύπτει ότι $Rq = lq$. Οι $l_1, l_2, l_3, \dots, l_m$ είναι οι ιδιοτιμές του R και τα $q_1, q_2, q_3, \dots, q_m$ τα ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν σε αυτές αντίστοιχα. Έτσι:

$$Rq_i = l_i q_i, i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (4.8)$$

Για τις ιδιοτιμές ισχύει ότι: $l_1 > l_2 > l_3 > \dots > l_m$, δηλαδή $l_1 = l_{max}$. Έστω πίνακας $Q(m, m)$ που περιλαμβάνει τα ιδιοδιανύσματα $q_1, q_2, q_3, \dots, q_m$ σε στήλες και διαγώνιος πίνακας Λ με τις ιδιοτιμές του R . Έτσι: $RQ = QL$ ή $R = QLQ^T$. Επομένως:

- Υπολογισμός του μητρώου R .
- Εύρεση ιδιοδιανύσματος (eigenvectors) και ιδιοτιμών (eigenvalues).
- Με βάση τις ιδιοτιμές εκτιμάται η αντιπροσωπευτικότητα των ιδιοδιανυσμάτων ως προς όλο το δείγμα.
- Κατασκευάζεται το χαρακτηριστικό διάνυσμα (feature matrix) που περιέχει τα σημαντικότερα από αυτά.
- Τέλος, γίνεται η προβολή των αρχικών δεδομένων στο νέο χώρο που ορίζεται από τα επιλεγμένα ιδιοδιανύσματα και έτσι προκύπτει το μητρώο αποτελεσμάτων (scores matrix).

4.4 Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες και ΕΑ

Σε προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών μεταβλητών σχεδιασμού και ‘κακώς τοποθετημένα’ αναζητείται η κατάλληλη μετατροπή του αρχικού σετ δεδομένων από $\vec{x} \rightarrow \vec{x}^*$ ώστε να προκύψουν προβλήματα των οποίων η συνάρτηση κόστους θα έχει πιο βελτιωμένες ιδιότητες διαχωρισμού (separability properties). Για να προκύψουν τα \vec{x}^* πρέπει να πολλαπλασιαστεί το αρχικό σετ δεδομένων \vec{x} με ένα ορθογωνικό μητρώο U ($UU^T = I$). Έτσι $\vec{x}^* = U\vec{x}$. Το μητρώο πολλαπλασιασμού-μετασχηματισμού U προκύπτει από τα τοπολογικά χαρακτηριστικά του τρέχοντος συνόλου των επίλεκτων (elite set). Πιο συγκεκριμένα, με βάση τη μέθοδο PCA ([41], [42]) η οποία εφαρμόζεται στα άτομα του συνόλου των επίλεκτων κάθε γενιάς (g), προκύπτει το μητρώο U το οποίο περιλαμβάνει τις βασικές κατευθύνσεις (Principal Directions-PD) με βάση τις οποίες θα στραφούν (πολλαπλασιαστούν) τα αρχικά \vec{x} και θα προκύψουν οι κύριες συνιστώσες (Principal Components). Εδώ, πρέπει να σημειωθεί πως επιλέγεται το σύνολο των επίλεκτων (elite set) της κάθε γενιάς για την εφαρμογή της μεθόδου PCA και όχι τα άτομα του μετώπου Pareto. Η επιλογή όμως του τρέχοντος συνόλου των επίλεκτων δεν είναι τυχαία καθώς αυτό τείνει προς το μέτωπο Pareto όσο εξελίσσεται η βελτιστοποίηση. Τα στάδια για τον υπολογισμό των κύριων διευθύνσεων (PDs) με βάση την ΑσΚΣ είναι τα εξής:

- Γίνεται μετατροπή του τρέχοντος συνόλου επίλεκτων σε ένα κανονικοποιημένο σετ δεδομένων X με μέση τιμή μηδέν ($\mu = 0$) και διακύμανση ίση με ένα ($\sigma = 1$).
- Υπολογίζεται το εμπειρικό μητρώο συνδιακύμανσης (covariance matrix) P ([42], [43], [44], [45]) σύμφωνα με τον τύπο:

$$P = \frac{1}{e} X X^T \quad (4.9)$$

όπου e είναι ο αριθμός των επίλεκτων του τρέχοντος σετ, X είναι το μητρώο όπου

έχει ως γραμμές τα άτομα του συνόλου των επίλεκτων (elite) και ως στήλες τις μεταβλητές σχεδιασμού και X^T ο ανάστροφός του.

- Το μητρώο P γράφεται ως:

$$P = U\Lambda U^T \quad (4.10)$$

με τη βοήθεια του φασματικού θεωρήματος ιδιοανάλυσης (spectral decomposition theorem). Το μητρώο Λ είναι διαγώνιο και περιλαμβάνει τις ιδιοτιμές του μητρώου P ($\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$) ενώ το μητρώο U είναι $N \times N$ και περιέχει τα ιδιοδιανύσματα του μητρώου P (ένα ιδιοδιάνυσμα ανά στήλη) που αποτελούν και τις βασικές ιδιοκατευθύνσεις (PDs).

Η ΑσΚΣ εφαρμόζεται στους ΕΑ στην παρούσα διπλωματική εργασία με **δύο τρόπους**. Πρώτον, πριν τους **τελεστές εξέλιξης**, οι οποίοι εφαρμόζονται στον μετασχηματισμένο χώρο σχεδιασμού όπως αυτός ορίζεται από τα ιδιοδιανύσματα που υπολογίζονται με βάση την ΑσΚΣ και τα οποία εκφράζουν τις κύριες κατευθύνσεις του χώρου σχεδιασμού. Δεύτερον, **στους ΜΑΕΑ**, όπου η εκπαίδευση των μεταπροτύπων πραγματοποιείται με δείγματα εκπαίδευσης μικρότερης (από την αρχική) διάστασης.

4.4.1 Η ΑσΚΣ στους Εξελικτικούς Τελεστές

Σε προβλήματα βελτιστοποίησης μέσω ΕΑ η εφαρμογή της μεθόδου ΑσΚΣ πριν την εφαρμογή των τελεστών εξέλιξης (μετάλλαξη, διασταύρωση κλπ) συμβάλλει στην μείωση του υπολογιστικού κόστους παρέχοντας τα ίδια ή και καλύτερα αποτελέσματα σε σχέση με τους ΕΑ ([4], [44]). Πιο συγκεκριμένα, με τη βοήθεια της ΑσΚΣ υπολογίζονται οι διευθύνσεις εκείνες με βάση τις οποίες αν στραφούν οι μεταβλητές σχεδιασμού θα προκύψουν νέες μεταβλητές οι οποίες θα οδηγήσουν σε προβλήματα βελτιστοποίησης με διαχωρίσιμη συνάρτηση στόχου. Έτσι οι εξελικτικοί τελεστές εφαρμόζονται σε άτομα του πληθυσμού τα οποία είναι στραμμένα ως προς τους καινούργιους άξονες που ορίζονται από τις κύριες διευθύνσεις. Στο τέλος αυτής της φάσης, οι δημιουργηθέντες απόγονοι στρέφονται ξανά ως προς τους πραγματικούς άξονες του χώρου σχεδιασμού (design space), πραγματοποιείται δηλαδή η αντίστροφη διαδικασία. Η στροφή των αξόνων του χώρου σχεδιασμού λαμβάνει χώρα ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την εφαρμογή των εξελικτικών τελεστών. Έστω για παράδειγμα, ένα πρόβλημα με τρεις μεταβλητές σχεδιασμού. Έστω επίσης ότι ο πληθυσμός των απογόνων μιας γενιάς αποτελείται από 2 άτομα (Οι αριθμοί που χρησιμοποιούνται είναι ενδεικτικοί για λόγους παρουσίασης των μαθηματικών πράξεων). Με βάση τη διαδικασία που περιγράφηκε πιο πάνω και έχοντας το τρέχον σύνολο των επίλεκτων (elite set) της γενιάς υπολογίζεται ο πίνακας P και ο πίνακας U που έχει τα ιδιοδιανύσματα του P . Για να βρεθούν τα νέα άτομα που προκύπτουν ύστερα από την εφαρμογή της ΑσΚΣ γίνεται ένας πολλαπλασιασμός του πίνακα U με τον πίνακα που περιέχει τους απογόνους (offspring), δηλαδή μια περιστροφή (rotation) των απογόνων ως προς τους άξονες που ορίζονται από τα

ευρεθέντα ιδιοδιανύσματα. Πιο συγκεκριμένα:

$$x_{jm}^* = \sum_{k=1}^3 U_{jk}(x_{km} - \mu_X) \quad (4.11)$$

όπου: $j = 1, 3$, $m = 1, 2$

Δηλαδή:

$$\begin{bmatrix} x_{11}^* & x_{12}^* \\ x_{21}^* & x_{22}^* \\ x_{31}^* & x_{32}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} - \mu_X & x_{12} - \mu_X \\ x_{21} - \mu_X & x_{22} - \mu_X \\ x_{31} - \mu_X & x_{32} - \mu_X \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Επομένως:

$$x_{11}^* = U_{11}(x_{11} - \mu_X) + U_{12}(x_{21} - \mu_X) + U_{13}(x_{31} - \mu_X) \quad (4.13)$$

$$x_{12}^* = U_{11}(x_{12} - \mu_X) + U_{12}(x_{22} - \mu_X) + U_{13}(x_{32} - \mu_X) \quad (4.14)$$

$$x_{21}^* = U_{21}(x_{11} - \mu_X) + U_{22}(x_{21} - \mu_X) + U_{23}(x_{31} - \mu_X) \quad (4.15)$$

$$x_{22}^* = U_{21}(x_{12} - \mu_X) + U_{22}(x_{22} - \mu_X) + U_{23}(x_{32} - \mu_X) \quad (4.16)$$

$$x_{31}^* = U_{31}(x_{11} - \mu_X) + U_{32}(x_{21} - \mu_X) + U_{33}(x_{31} - \mu_X) \quad (4.17)$$

$$x_{32}^* = U_{31}(x_{12} - \mu_X) + U_{32}(x_{22} - \mu_X) + U_{33}(x_{32} - \mu_X) \quad (4.18)$$

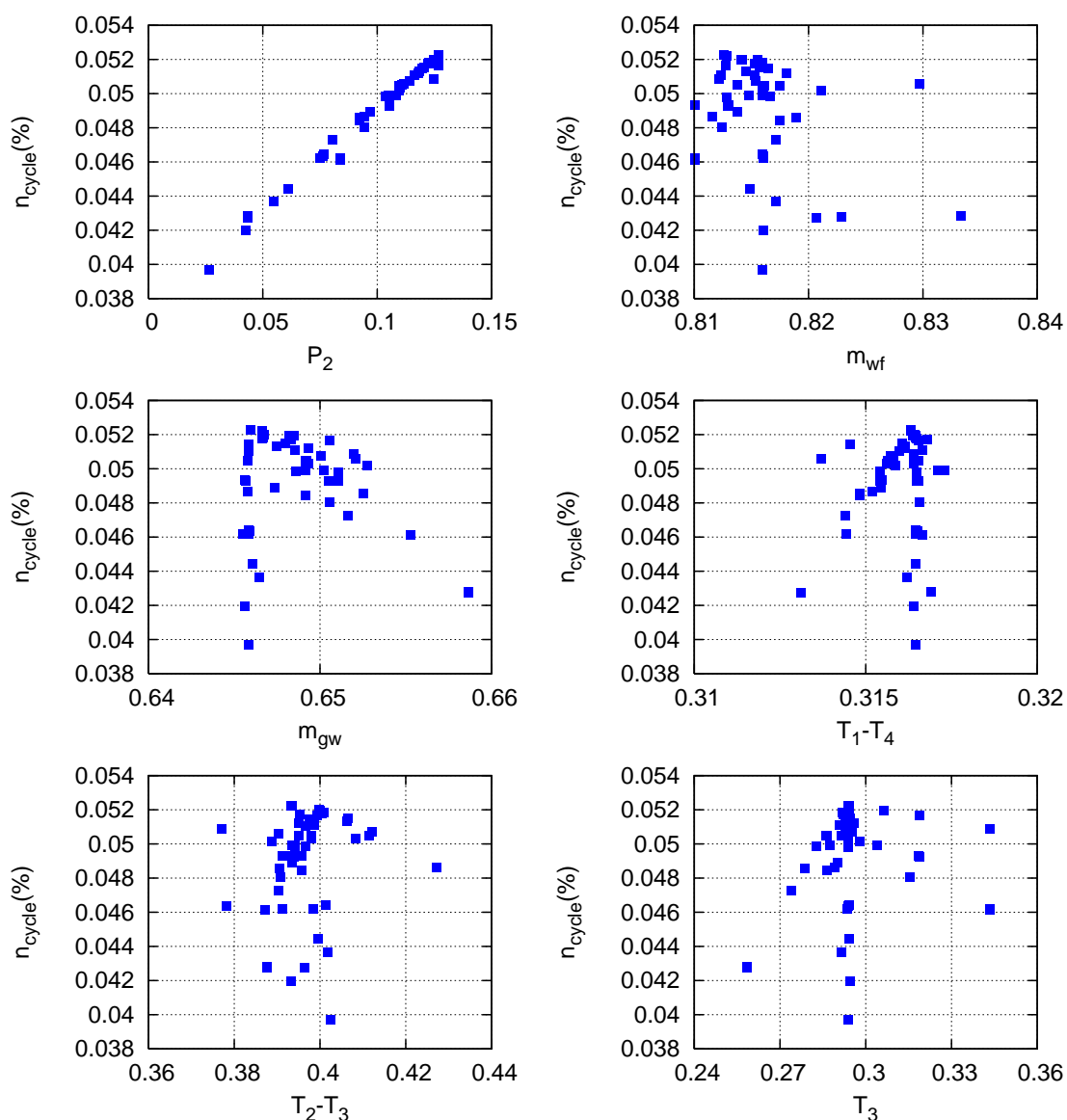
Από τα παραπάνω είναι εμφανές πως οι νέες μεταβλητές προκύπτουν ως γραμμικοί συνδυασμοί των πραγματικών μεταβλητών σχεδιασμού, η καθεμιά από τις οποίες έχει διαφορετική διακύμανση ανάλογα με την ιδιοτιμή στην οποία αντιστοιχεί το ιδιοδιάνυσμα με το οποίο έχει πολλαπλασιαστεί. Εδώ πρέπει να σημειωθεί πως πριν τον πολλαπλασιασμό των μεταβλητών σχεδιασμού με τα ιδιοδιανύσματα αφαιρείται η μέση τιμή τους, μ_X . Μετά την εφαρμογή των τελεστών εξέλιξης γίνεται η αντίστροφη μετατροπή, δηλαδή γίνεται επιστροφή στο χώρο σχεδιασμού (design space). Η πράξη που ακολουθείται είναι η παρακάτω:

$$x_{jm} = \sum_{k=1}^3 U_{jk}^{-1}(x_{km}^* + \mu_X) \quad (4.19)$$

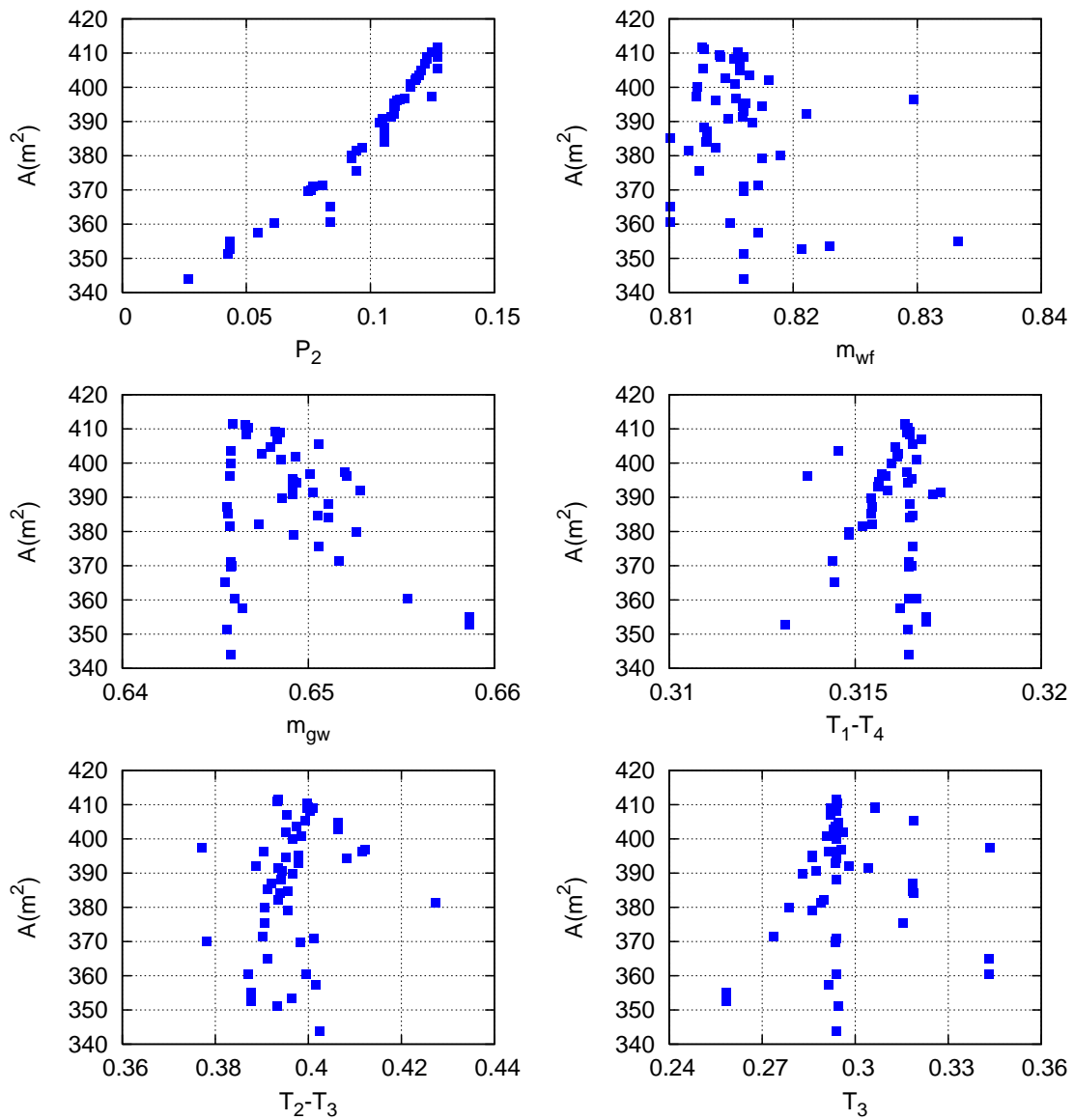
Η πραγματοποίηση αυτής της πράξης απαιτεί πολύ χαμηλό υπολογιστικό κόστος καθώς ο πίνακας U είναι ορθογώνιος και επομένως: $U^{-1} = U^T$.

Ακολουθεί **ένα παράδειγμα** παρουσίασης του πως οι καινούργιες μεταβλητές που προκύπτουν μετά την εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ διατηρούν την διακύμανση του συνόλου των πραγματικών μεταβλητών ανάλογα με την ιδιοτιμή που αντιστοιχεί σε αυτές. Πιο συγκεκριμένα στην περίπτωση του οργανικού κύκλου Rankine με τις 6 μεταβλητές σχεδιασμού και τους δύο στόχους επιλέγεται το σύνολο των επίλεκτων μίας από τις 123 γενιές (συγκεκριμένα, της 60^{ης}) που προέκυψαν ύστερα από 10000 αξιολογήσεις. Ύστερα από υπολογισμό των ιδιοδιανυσμάτων και των ιδιοτιμών με βάση τη μέθοδο ΑσκΣ, στρέφονται οι επίλεκτοι ως προς τους άξονες που ορίζουν τα υπολογισθέντα

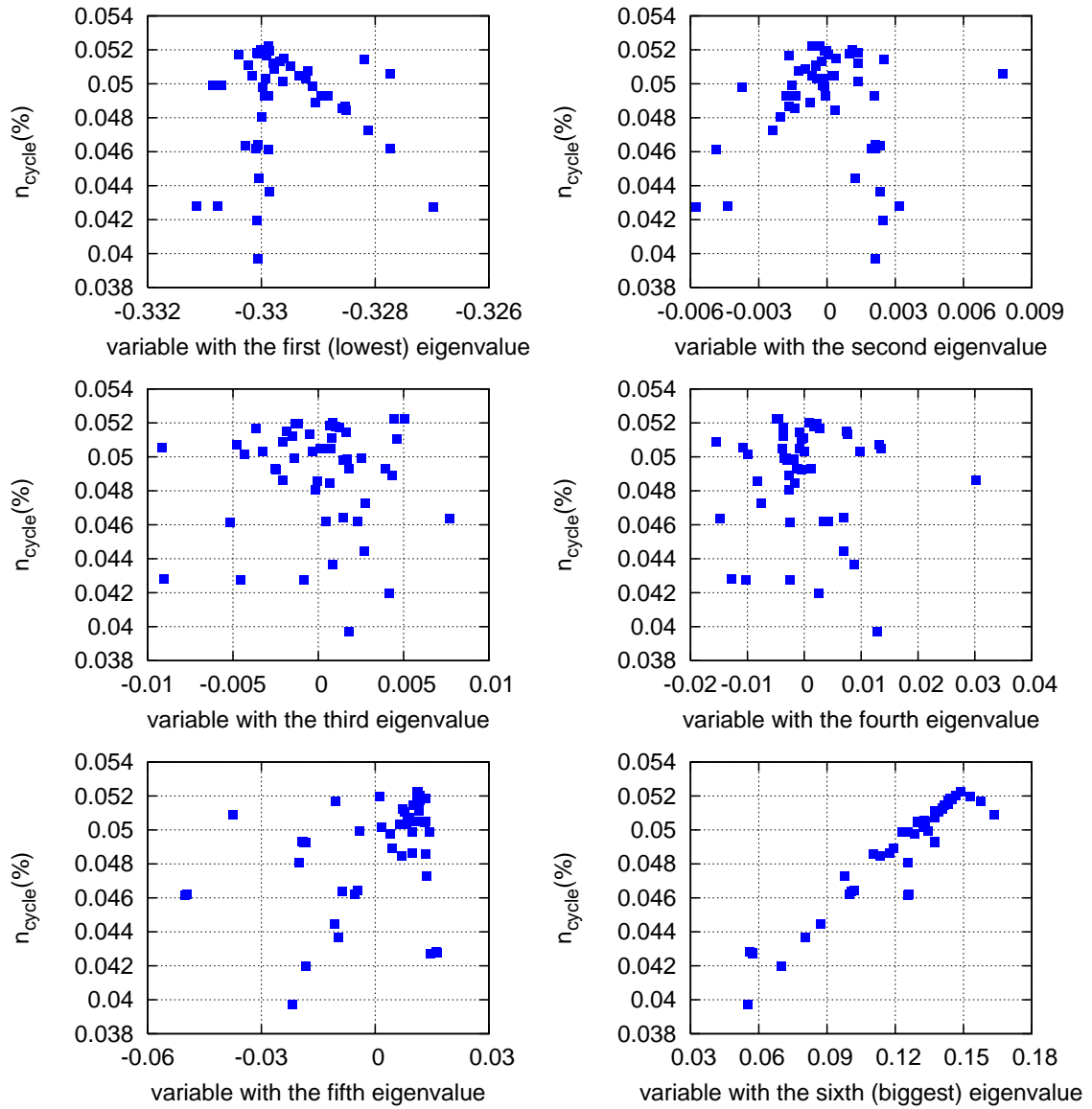
ιδιοδιανύσματα. Προκύπτουν έτσι νέες μεταβλητές οι οποίες στο συγκεκριμένο παράδειγμα αναφέρονται ως $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6$ με e_1 τη μεταβλητή που αντιστοιχεί στη μικρότερη ιδιοτιμή και e_6 τη μεταβλητή που αντιστοιχεί στη μεγαλύτερη ιδιοτιμή. Παρουσιάζονται στα σχήματα 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 οι δύο στόχοι του προβλήματος συναρτήσει των αρχικών μεταβλητών και αυτών που προκύπτουν ύστερα από την εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ. Το σύνολο των επίλεκτων επιλέγεται ως ένα υποσύνολο του πληθυσμού των απογόνων στο οποίο εφαρμόζεται η ΑσκΣ (κανονικά) πριν τους τελεστές εξέλιξης.



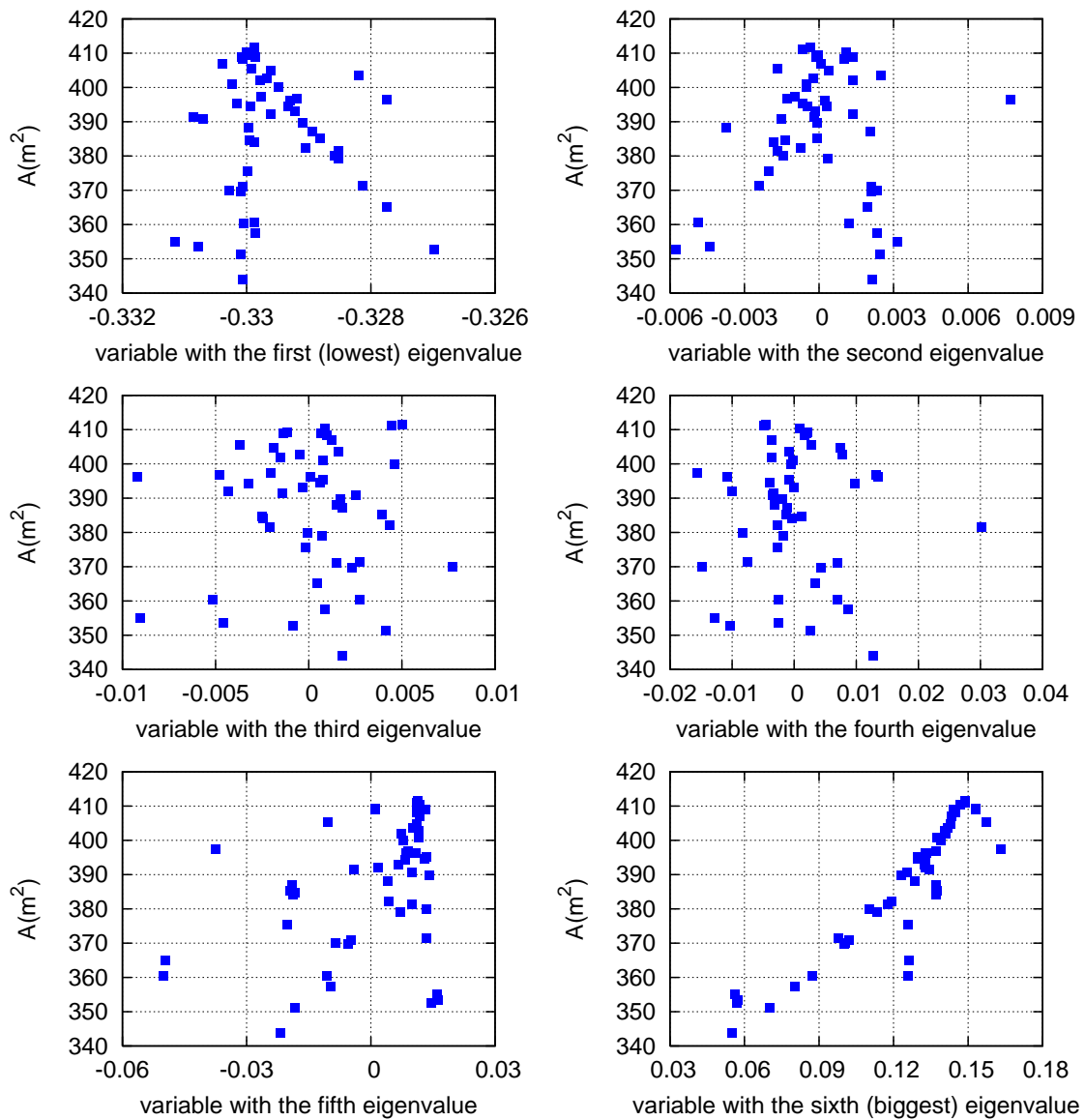
Σχήμα 4.3: Επίλεκτοι (elites) για όλες τις μεταβλητές σχεδιασμού συναρτήσει του πρώτου στόχου.



Σχήμα 4.4: Επίλεκτοι (elites) για όλες τις μεταβλητές σχεδιασμού συναρτήσει του δεύτερου στόχου.



Σχήμα 4.5: Στραμμένοι επίλεκτοι (Rotated elites) για όλες τις μεταβλητές σχεδιασμού συναρτήσεως του πρώτου στόχου.



Σχήμα 4.6: Στραμμένοι επίλεκτοι (Rotated elites) για όλες τις μεταβλητές σχεδιασμού συναρτήσεως του δεύτερου στόχου.

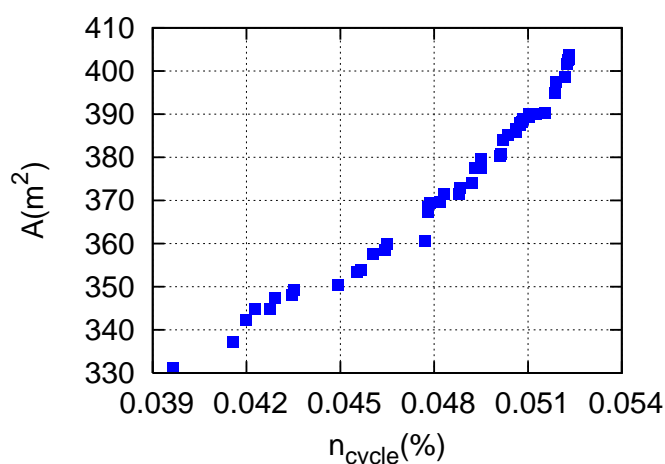
Συγκρίνοντας τα παραπάνω σχήματα, προκύπτει ότι μετά την στροφή των επίλεκτων ως προς τους άξονες που ορίζονται από τα ιδιοδιανύσματα της μεθόδου ΑσΚΣ, η διασπορά τους όσον αφορά τον οριζόντιο άξονα (τον άξονα των μεταβλητών) αυξάνεται όσο αυξάνονται και οι τιμές των ιδιοτιμών. Δηλαδή, για την μεταβλητή e_1 που αντιστοιχεί στην πιο μικρή ιδιοτιμή ‘οι επίλεκτοι’ είναι διασκορπισμένοι κατά 0.004 στον άξονα των μεταβλητών ενώ για τη μεταβλητή e_6 που αντιστοιχεί στη μεγάλη ιδιοτιμή ‘οι επίλεκτοι’ είναι διασκορπισμένοι κατά 0.11, δηλαδή δύο τάξεις μεγέθους περισσότερο από ότι η e_1 . Η διασπορά των επίλεκτων ως προς τον οριζόντιο άξονα στον μετασχηματισμένο χώρο σχεδιασμού αυξάνεται με την αύξηση της ιδιοτιμής. Στον πραγματικό χώρο σχεδιασμού, όπως φαίνεται, ‘οι επίλεκτοι’ είναι τυχαίως διασκορπισμένοι ως προς τον

οριζόντιο άξονα. Επομένως, όπως προαναφέρθηκε μετά την εφαρμογή της ΑσκΣ οι κύριες συνιστώσες (νέες μεταβλητές) που αντιστοιχούν σε μεγάλες ιδιοτιμές συγκεντρώνουν μεγαλύτερο μέρος της διακύμανσης του πληθυσμού σε σχέση με τις αρχικές μεταβλητές.

4.4.2 Η ΑσκΣ στη Διασταύρωση και τη Μετάλλαξη

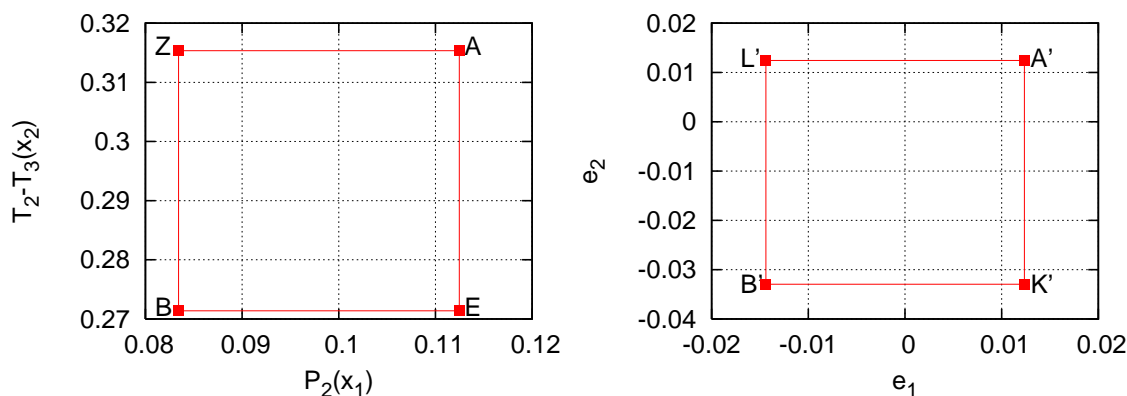
Έχοντας πλέον μετατρέψει τις μεταβλητές σχεδιασμού στις κύριες συνιστώσες ακολουθεί η διασταύρωση και η μετάλλαξη. Η εφαρμογή του τελεστή **διασταύρωσης** στον μετασχηματισμένο χώρο σχεδιασμού αλλάζει την πιθανότητα διανομής των γενοτύπων των απογόνων. Αυτό σημαίνει πως για δοσμένα γενότυπα γονέων, οι απόγονοι μπορούν να δημιουργηθούν με διαφορετικές πιθανότητες. Αυτό αυξάνει και την πιθανότητα οι απόγονοι που προκύπτουν από τη διασταύρωση να πλησιάζουν τους ελίτ ([4], [45]) όσον αφορά τους στόχους.

Για παράδειγμα, έστω στην περίπτωση του ORC που εξετάζεται στην παρούσα διπλωματική εργασία από τις έξι μεταβλητές σχεδιασμού, κρατάμε σταθερές τις τιμές των 4 και αφήνουμε να μεταβάλλονται οι τιμές των 2 που επηρεάζουν περισσότερο την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Επομένως, το 6D πρόβλημα μετατρέπεται σε 2D. Οι δύο μεταβλητές σχεδιασμού είναι η P_2 (πίεση του εργαζόμενου μέσου στην έξοδο του στροβίλου) και η $T_2 - T_3$ (διαφορά πίεσης εισόδου-εξόδου του εργαζόμενου μέσου στο συμπυκνωτή). Πραγματοποιείται η βελτιστοποίηση με ΕΑ για 10000 αξιολογήσεις. Επιλέγεται τυχαία μια γενιά (60) το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της οποίας φαίνεται στο σχήμα 4.7.



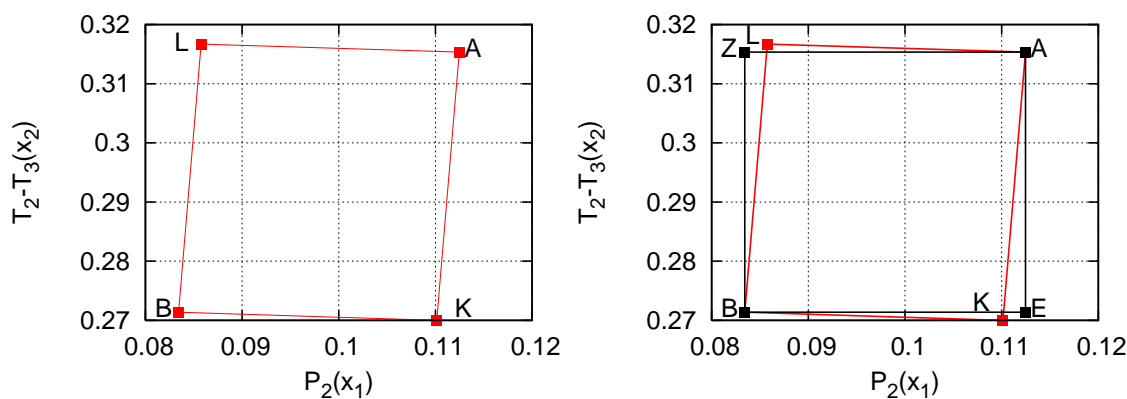
Σχήμα 4.7: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της 60^{ης} γενιάς στο πρόβλημα ORC για δύο μεταβλητές σχεδιασμού.

Από τον πληθυσμό των 90 απογόνων αυτής της γενιάς επιλέγονται τυχαία 2 (A και B στο σχήμα 4.8). Με βάση τη διαδικασία εύρεσης των ιδιοδιανυσμάτων που περιγράφηκε παραπάνω, υπολογίζονται οι βασικές ιδιο-κατευθύνσεις (μητρώο U) και στρέφονται οι δύο απόγονοι ως προς αυτές (A' και B' στο σχήμα 4.8).



Σχήμα 4.8: Οι 2 απόγονοι A και B της γενιάς 60 και τα σημεία Z, E ορίζουν στον πραγματικό χώρο σχεδιασμού (x_1, x_2) ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Αντίστοιχα, οι απόγονοι A' και B' και τα σημεία K', L' ορίζουν ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο στο μετασχηματισμένο χώρο σχεδιασμού (e_1, e_2) .

Στη συνέχεια, πολλαπλασιάζοντας τα σημεία A', B', K', L' με το αντίστροφο μητρώο του U (U^{-1}) γίνεται η επαναφορά στον πραγματικό χώρο σχεδιασμού και προκύπτουν τα σημεία A, B, K, L (σχήμα 4.9).



Σχήμα 4.9: Οι απόγονοι A, B μαζί με τα σημεία K, L ορίζουν στον πραγματικό χώρο σχεδιασμού ένα στραμμένο, ως προς το αρχικό (αυτό που ορίζεται από τα A, B, Z, E), παραλληλόγραμμο.

Στο παραλληλόγραμμο που ορίζεται από τα σημεία A, B, K, L είναι πιο πιθανό και πιο χρήσιμο να προκύψουν οι νέοι απόγονοι, κάποιιοι από τους οποίους θα αποτελέσουν το σύνολο των επίλεκτων (elite) της επόμενης γενιάς γιατί προσομοιάζει καλύτερα τη μορφή του μετώπου των μη-κυριαρχούμενων λύσεων.

Όσον αφορά την **μετάλλαξη**, η πιθανότητα μετάλλαξης κάθε κύριας συνιστώσας (Principal Component) αλλάζει δυναμικά ανάλογα με τη σημασία καθεμιάς από αυτές ([4], [45]), δηλαδή ανάλογα με τη διακύμανση (variance) του πληθυσμού των ελίτ που αντιστοιχεί σε αυτήν. Αν V_i η διακύμανση του συνόλου των επίλεκτων (elite set) της i -οστής συνιστώσας η πιθανότητα μετάλλαξης την οποία θα υποστούν υπολογίζεται ως εξής:

$$p_m^i = 0.1p_m + \frac{0.9p_m N}{D_V} \left(1 - \frac{V_i - V_{min}}{V_{max} - V_{min}}\right) \quad (4.20)$$

όπου p_m είναι η πιθανότητα μετάλλαξης που ορίζεται από το χρήστη, $V_{min} = \min\{V_1, \dots, V_N\}$, $V_{max} = \max\{V_1, \dots, V_N\}$ και

$$D_V = \sum_{i=1}^N \left(1 - \frac{V_i - V_{min}}{V_{max} - V_{min}}\right) \quad (4.21)$$

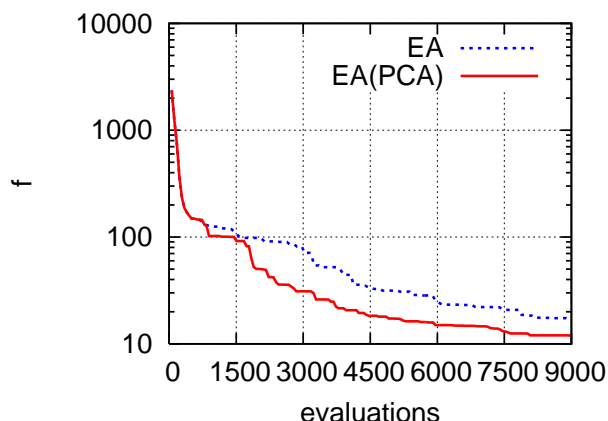
Πρακτικά, οι κύριες διευθύνσεις (PDs) που αντιστοιχούν σε μεγαλύτερες ιδιοτιμές έχουν μικρότερη πιθανότητα μετάλλαξης από τις κύριες διευθύνσεις που αντιστοιχούν σε μικρότερες ιδιοτιμές.

4.4.3 Η Παραλλαγή ΕΑ(PCA)

Από εδώ και στο εξής, στην παρούσα διπλωματική εργασία, ως ΕΑ θα αναφέρεται η βελτιστοποίηση που γίνεται με ΕΑ οι οποίοι έχουν τους συμβατικούς τελεστές εξέλιξης και ως ΕΑ(PCA) ([4], [44], [45]) η βελτιστοποίηση που πραγματοποιείται με ΕΑ, των οποίων οι τελεστές εξέλιξης ‘καθοδηγούνται’ από τη μέθοδο ΑσκΣ (PCA).

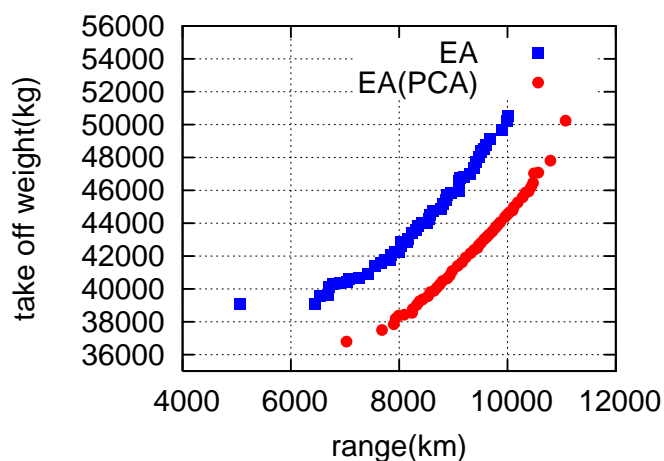
Για την παρουσίαση του κέρδους που προκύπτει από τη χρήση της μεθόδου ΕΑ(PCA) σε σχέση με τους ΕΑ χρησιμοποιείται η μαθηματική συνάρτηση του ελλειψοειδούς (εξίσωση 4.2) αλλά και τα προβλήματα βελτιστοποίησης ενός μικρού επιβατικού υπερηχητικού αεροσκάφους (ενότητα 3.2) και ενός Οργανικού κύκλου Rankine (ενότητα 3.1).

Το **ελλειψοειδές** αποτελεί ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης ενός στόχου με 30 μεταβλητές σχεδιασμού (30 διαστάσεις στο χώρο) και συντελεστή $a = 10000$. Επιλέχθηκε η μη-διαχωρίσιμη μορφή του και πραγματοποιήθηκαν 9000 αξιολογήσεις με ΕΑ και με ΕΑ(PCA). Τα αποτελέσματα του σχήματος 4.10 συνιστούν το μέσο όρο 10 τρεξιμάτων (δηλαδή 10 διαφορετικών τιμών της γεννήτριας τυχαίων αριθμών).

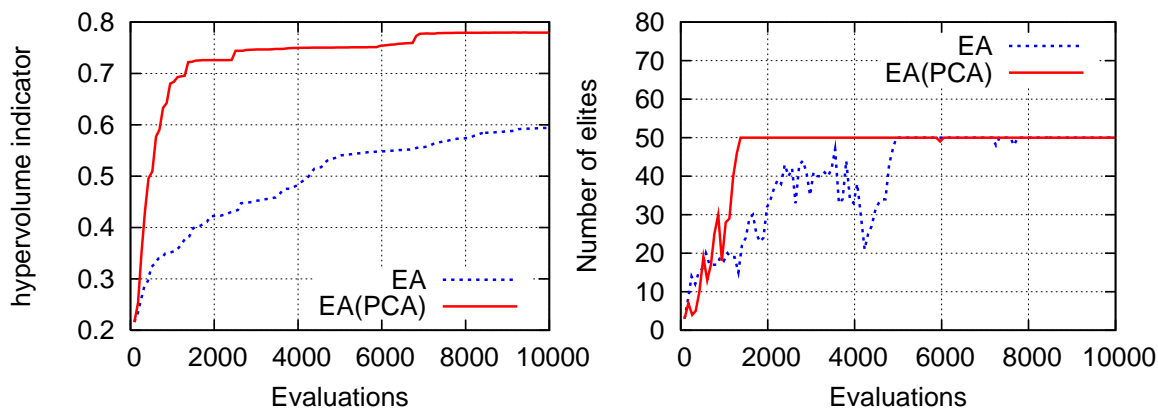


Σχήμα 4.10: 30-διάστατο, μη διαχωρίσιμο ελλειψοειδές με $a = 10000$. Η μέση σύγκλιση που προκύπτει χρησιμοποιώντας EA και EA(PCA). Η χρήση της μεθόδου ΑσκΣ στους τελεστές εξέλιξης αποδίδει σημαντικά καλύτερα συγκριτικά με τους συμβατικούς εξελικτικούς τελεστές.

Όσον αφορά το **επιβατικό υπερηχητικό αεροσκάφος** η σύγκριση της μεθόδου EA και EA(PCA) έγινε ύστερα από 10000 αξιολογήσεις και το κέρδος της δεύτερης ως προς την πρώτη είναι εμφανές τόσο από το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς όσο και από το δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε (σχήματα 4.11, 4.12). Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό του δείκτη υπερόγκου είναι το $(-2300km, 55000kg)$. Το αρνητικό πρόσημο της απόστασης οφείλεται στο γεγονός ότι ο στόχος που αντιστοιχεί σε αυτήν είναι μια συνάρτηση που επιδιώκεται να μεγιστοποιηθεί.

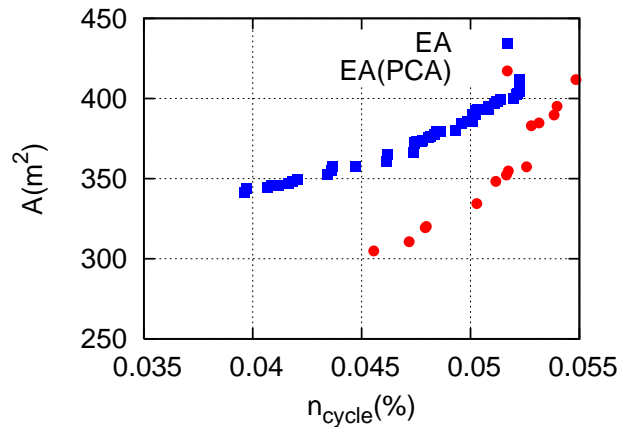


Σχήμα 4.11: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς για τη μέθοδο EA και τη μέθοδο EA(PCA). Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο EA(PCA) κυριαρχεί καθολικά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο EA.

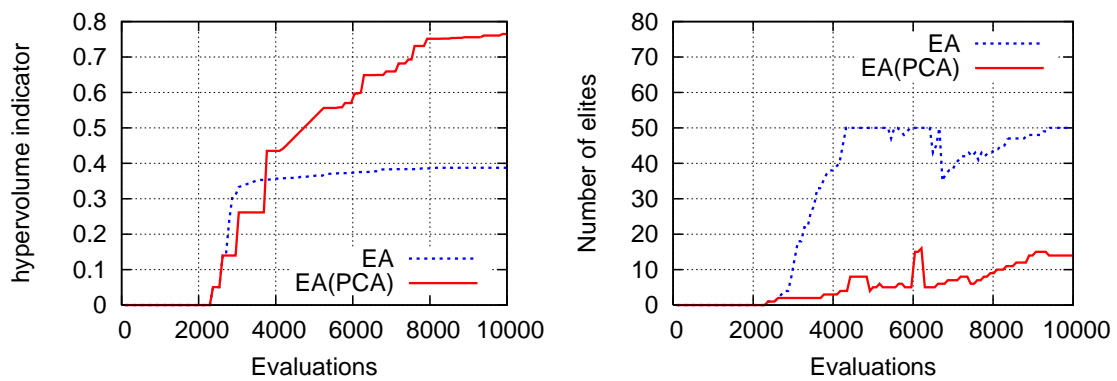


Σχήμα 4.12: Αριστερά η ένδειξη του δείκτη υπερόγκου για τη μέθοδο EA και EA(PCA) για 10000 αξιολογήσεις. Είναι εμφανής και εδώ η υπεροχή της μεθόδου EA(PCA) σε σχέση με τη μέθοδο EA. Δεξιά, το σχήμα παριστάνει τον αριθμό των επίλεκτων ανά αξιολόγηση. Για τις πρώτες 5000 αξιολογήσεις ο αριθμός των επίλεκτων που αντιστοιχεί στην EA(PCA) είναι λίγο μικρότερος από τον αριθμό των επίλεκτων της EA, ενώ από τις 5000 μέχρι τις 10000 αξιολογήσεις και για τις δύο, ο αριθμός των επίλεκτων είναι 50. Αυτό δείχνει ότι τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων και των δύο είναι αρκετά πυκνά και, επομένως, ο δείκτης υπερόγκου είναι αρκετά αξιόπιστη μετρική ποιότητας.

Όσον αφορά τον **οργανικό κύκλο Rankine** η σύγκριση της μεθόδου EA και EA(PCA) έγινε ύστερα από 10000 αξιολογήσεις και το κέρδος της δεύτερης ως προς την πρώτη είναι εμφανές τόσο από το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς όσο και από το δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε (σχήματα 4.13, 4.14). Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό του δείκτη υπερόγκου είναι το $(-0.039, 421m^2)$. Ο λόγος ύπαρξης του αρνητικού πρόσημου είναι ο ίδιος με παραπάνω. Εδώ πρέπει να σημειωθεί πως ο αριθμός των επίλεκτων που προκύπτουν από τη βελτιστοποίηση με τη μέθοδο EA(PCA) είναι αρκετά μικρότερος από τον αντίστοιχο της μεθόδου EA, και επομένως το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων είναι αρκετά πιο αραιό. Βέβαια, κάτι τέτοιο δε παύει να αποδεικνύει ότι τόσο όσον αφορά το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς όσο και όσον αφορά το δείκτη υπερόγκου η μέθοδος EA(PCA) υπερέχει, κατά πολύ, της EA.



Σχήμα 4.13: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς για τη μέθοδο EA και τη μέθοδο EA(PCA). Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο EA(PCA) κυριαρχεί καθολικά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο EA.



Σχήμα 4.14: Αριστερά η ένδειξη του δείκτη υπερόγκου για τη μέθοδο EA και EA(PCA) για 10000 αξιολογήσεις. Είναι εμφανής και εδώ η υπεροχή της μεθόδου EA(PCA) σε σχέση με τη μέθοδο EA. Δεξιά το σχήμα παριστάνει τον αριθμό των επίλεκτων ανά αξιολόγηση.

Επομένως, η εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ στους εξελικτικούς τελεστές βελτιώνει την απόδοση των ΕΑ συγκριτικά με τους συμβατικούς τελεστές εξέλιξης. Αυτό δείχθηκε παραπάνω σε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις: μια μαθηματική, μια ενεργειακή και μια που άπτεται του τομέα της αεροναυπηγικής.

4.5 Μεταπρότυπα Υποβοηθούμενα από ΑσκΣ

Η ΑσκΣ πέρα από τους τελεστές εξέλιξης στους ΕΑ μπορεί να εφαρμοστεί και σε συνδυασμό με τα μεταπρότυπα. Η χρήση των μεταπροτύπων στους ΜΑΕΑς σε προβλήματα πολλών μεταβλητών σχεδιασμού συνδέεται με το πρόβλημα ‘της κατάρτας της μεγάλης διάστασης’ (curse of dimensionality). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ανάγκη χρήσης περισσότερων δειγμάτων εκπαίδευσης (training patterns), πράγμα που αυξάνει το υπολογιστικό κόστος. Επίσης, το γεγονός ότι χρειάζονται περισσότερα δείγματα εκπαίδευσης (training patterns) συνεπάγεται την ανάγκη ύπαρξης περισσότερων ήδη αξιολογημένων λύσεων στη Βάση Δεδομένων (Data Base), γεγονός που καθυστερεί την έναρξη της Προσεγγιστικής Προαξιολόγησης (ΙΡΕ) και κατ’ επέκταση αυξάνει το συνολικό χρόνο της βελτιστοποίησης. Προτείνεται, επομένως, η χρήση της ΑσκΣ και στα μεταπρότυπα. Σύμφωνα με αυτή, τα μεταπρότυπα εκπαιδεύονται με μειωμένο αριθμό εισόδων (input sensory nodes) και τα απαιτούμενα δείγματα εκπαίδευσης (training patterns) είναι πλέον λιγότερα ([4], [45]). Τα ιδιοδιανύσματα που υπολογίζονται από την ΑσκΣ συνδέονται με τη διακύμανση της συνάρτησης στόχου. Αν το σύνολο των επίλεκτων (elite set) είναι εκφρασμένο στο σύστημα συντεταγμένων που ορίζεται από τις Κύριες Διευθύνσεις (PDs), στο διάγραμμα της συνάρτησης στόχου συναρτήσει της πρώτης κύριας συνιστώσας (αυτής με τη μεγαλύτερη διακύμανση) όλα τα μέλη του συνόλου των επίλεκτων είναι αρκετά διασκορπισμένα. Αντιθέτως, στο διάγραμμα της συνάρτησης στόχου συναρτήσει της τελευταίας συνιστώσας (αυτής με τη μικρότερη διακύμανση) τα μέλη του συνόλου των επίλεκτων δεν είναι καθόλου διασκορπισμένα. Η εφαρμογή της ΑσκΣ πριν την εκπαίδευση των μεταπροτύπων και, συγκεκριμένα, των τεχνητών νευρωνικών δικτύων (RBF) βασίζεται στο παραπάνω και αποκόπτει ένα προεπιλεγμένο από το χρήστη αριθμό μονάδων εισόδου (RBF sensory units) και, συγκεκριμένα, εκείνων που συνδέονται με τις διευθύνσεις με τις μεγαλύτερες διακυμάνσεις στο χώρο σχεδιασμού. Αυτό έχει ως άμεσο αποτέλεσμα τα τεχνητά νευρωνικά δίκτυα που χρησιμοποιούνται ως μεταπρότυπα να εκπαιδεύονται με δεδομένα μικρότερων διαστάσεων. Η αποκοπή γίνεται κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης των τεχνητών νευρωνικών δικτύων ως εξής:

- Γίνεται η περιστροφή των δειγμάτων εκπαίδευσης (training patterns) ως προς τα ευρεθέντα ιδιοδιανύσματα και
- Αποκόπτονται για το κάθε δείγμα εκπαίδευσης οι μονάδες εισόδου που αντιστοιχούν στις μεγαλύτερες ιδιοτιμές.

Ακολουθεί ένα πολύ απλό παράδειγμα για την καλύτερη κατανόηση του πως λειτουργεί η ΑσκΣ στους ΜΑΕΑ. Ως συνάρτηση στόχου επιλέγεται η συνάρτηση $f = (x + y)^2$. Τα δείγματα εκπαίδευσης λαμβάνονται σε ένα πλέγμα με $11 \times 11 = 121$ κόμβους και σημεία $x \in [-5, 5]$, $y \in [-5, 5]$ με βήμα 1. Οι μεταβλητές σχεδιασμού επομένως είναι 2, οι x , y και ο στόχος 1 και ταυτίζεται με την τιμή της f για κάθε ζεύγος τιμών (x, y) . Το σύνολο των επίλεκτων (elite set) με βάση το οποίο βρίσκονται οι ιδιοτιμές (μέτρα

σημαντικότητας των κύριων συνιστωσών) και τα ιδιοδιανύσματα είναι τα εξής:

$$X_e = \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ 0 & 0 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

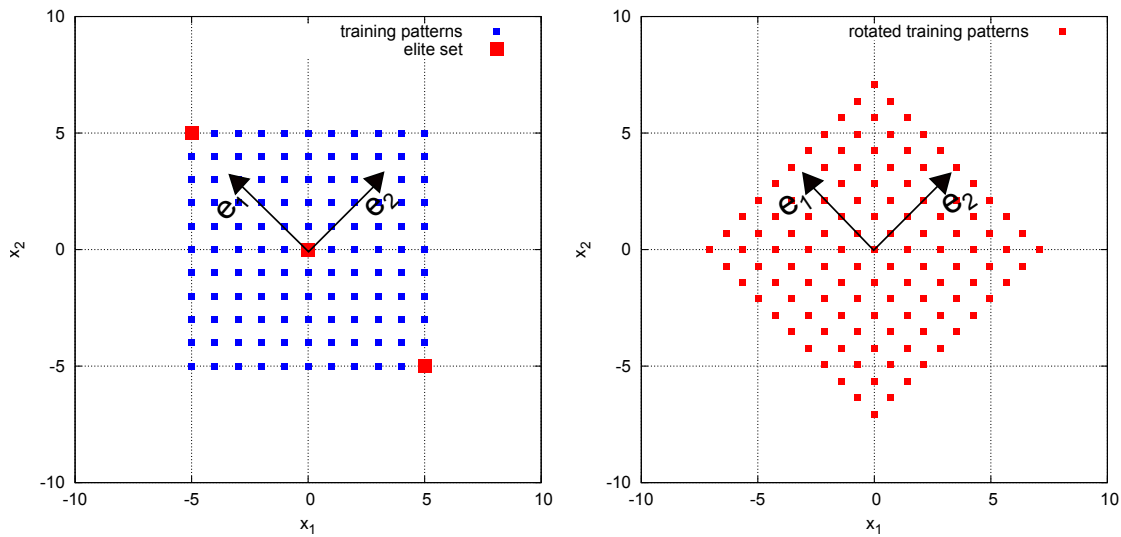
Με βάση την παραπάνω διαδικασία εύρεσης ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων προκύπτουν τα εξής:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & \\ & 33.333 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

και

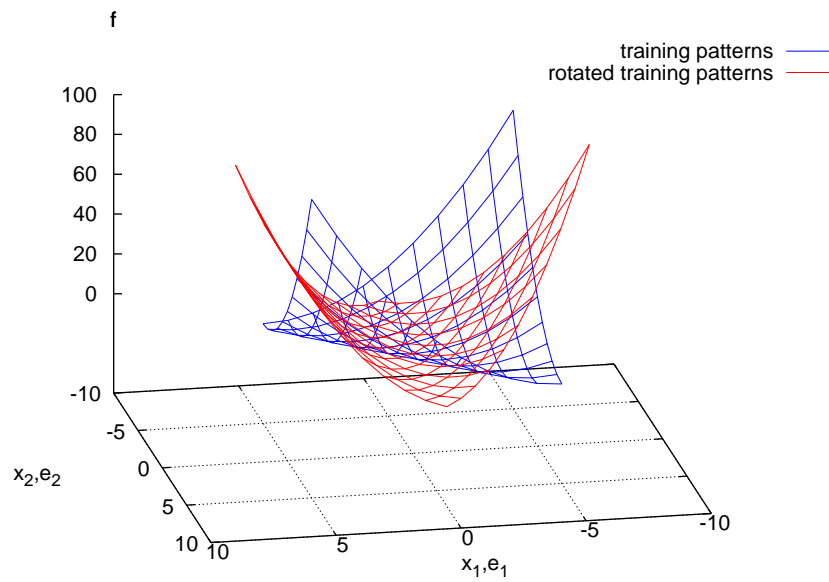
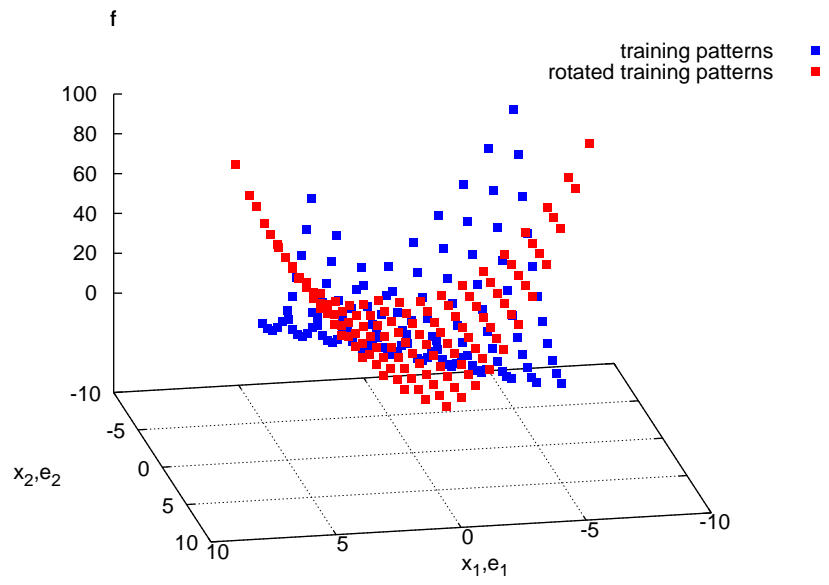
$$U = \begin{bmatrix} 0.7071 & 0.7071 \\ -0.7071 & 0.7071 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Στη συνέχεια παρουσιάζονται στο σχήμα 4.15 τα δείγματα εκπαίδευσης (training patterns) στον πραγματικό και το μετασχηματισμένο (rotated) χώρο σχεδιασμού (design space) καθώς και τα ιδιοδιανύσματα e_1 , e_2 που προκύπτουν από την ιδιοανάλυση.



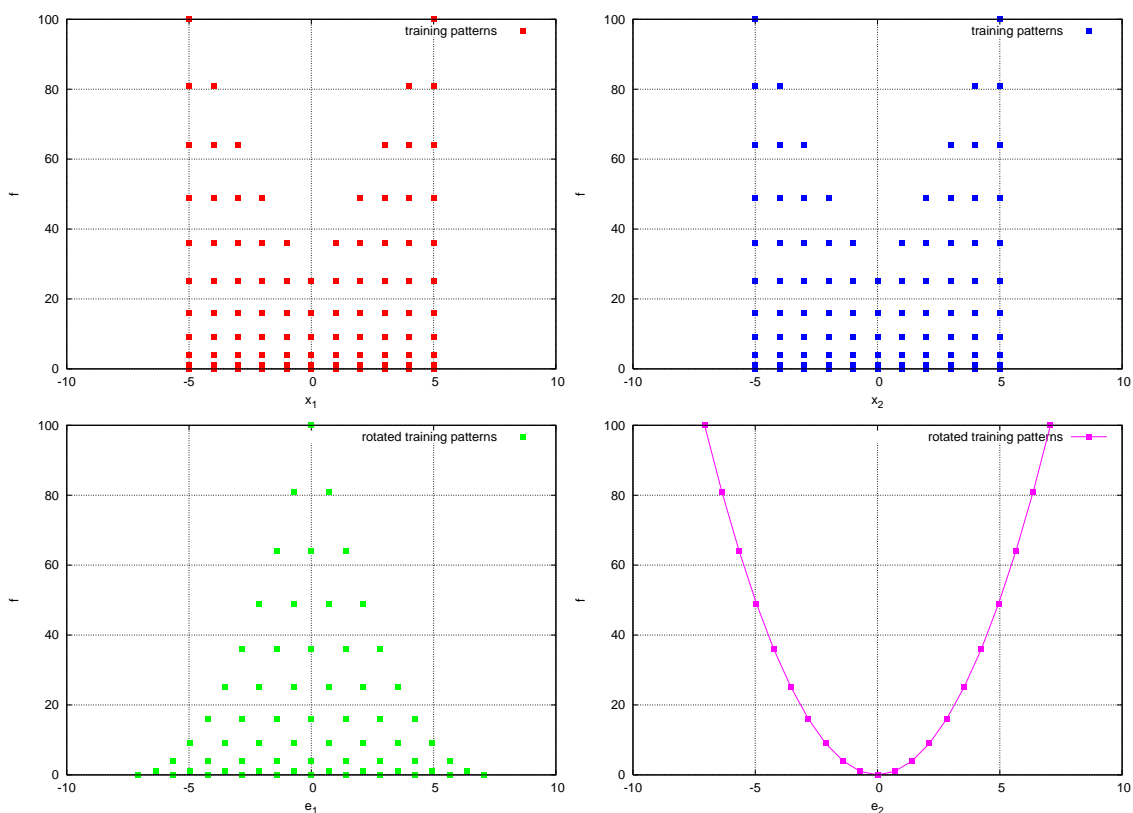
Σχήμα 4.15: Σύνολο επίλεκτων (elite set) και δείγματα εκπαίδευσης (training patterns) στο πραγματικό και στο μετασχηματισμένο χώρο σχεδιασμού.

Η συνάρτηση στόχου για τα δείγματα εκπαίδευσης στον πραγματικό και στο μετασχηματισμένο τριδιάστατο χώρο σχεδιασμού φαίνεται στο σχήμα 4.16.



Σχήμα 4.16: f συναρτήσει των δειγμάτων εκπαίδευσης στον τρισδιάστατο πραγματικό και μετασχηματισμένο χώρο σχεδιασμού.

Σε προβλήματα πολλών μεταβλητών σχεδιασμού οι οποίες καθιστούν δύσκολη και μερικές φορές πιο ανακριβή την εκπαίδευση των μεταπρότυπων είναι επιθυμητή η αποκοπή κάποιων από αυτές και συγκεκριμένα αυτών που μετά τη στροφή τους ως προς τα ιδιοδιανύσματα της μεθόδου ΑσκΣ αντιστοιχούν στις μεγαλύτερες ιδιοτιμές. Ο αριθμός των εισόδων με τις οποίες θα εκπαιδευτούν τα μεταπρότυπα καθορίζονται από το χρήστη ανάλογα με τη φύση του εκάστοτε προβλήματος. Το συγκεκριμένο πρόβλημα που εξετάζεται λόγω της απλότητας του δε χρειάζεται αποκοπή μεταβλητών. Παρόλα αυτά εδώ γίνεται, και αποκόπτεται η μια από τις δύο μεταβλητές για να γίνει κατανοητό το όφελος χρήσης της ΑσκΣ στα μεταπρότυπα. Στη συνέχεια, στο σχήμα 4.17 παρουσιάζονται τα δείγματα εκπαίδευσης στα επίπεδα $[x_1, f]$, $[x_2, f]$, $[e_1, f]$, $[e_2, f]$.



Σχήμα 4.17: Τα δείγματα εκπαίδευσης στα επίπεδα $[x_1, f]$ (πάνω αριστερά), $[x_2, f]$ (πάνω δεξιά), $[e_1, f]$ (κάτω αριστερά), $[e_2, f]$ (κάτω δεξιά).

Είναι εμφανές στο σχήμα 4.17 ότι το νευρωνικό δίκτυο μιας εξόδου μπορεί να εκπαιδευτεί μόνο στο επίπεδο $[e_2, f]$, όπου e_2 αντιστοιχεί στο ιδιοδιάνυσμα με τη μικρή ιδιοτιμή. Η πρόβλεψη του τεχνητού νευρωνικού δικτύου με βάση τη μεταβλητή e_2 ως μόνη είσοδο φαίνεται με συνεχή γραμμή. Αντιθέτως, το νευρωνικό δίκτυο είναι αδύνατο να εκπαιδευτεί στα υπόλοιπα επίπεδα λόγω της μεγάλης διασποράς των δειγμάτων εκπαίδευσης.

4.5.1 Οι Μέθοδοι ΜΑΕΑ(PCA), M(PCA)ΑΕΑ(PCA)

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω η μέθοδος ΑσΚΣ μπορεί να εφαρμοστεί και σε συνδυασμό με τα μεταπρότυπα. Αυτό μπορεί να γίνει με δύο τρόπους:

- ΕΑ με εφαρμογή της μεθόδου ΑσΚΣ στους εξελικτικούς τελεστές και προσεγγιστική προαξιολόγηση με ΔΣΑΒ (μεταπρότυπα) ([4], [44])
- ΕΑ με εφαρμογή της μεθόδου ΑσΚΣ στους εξελικτικούς τελεστές και προσεγγιστική προαξιολόγηση με ΔΣΑΒ (μεταπρότυπα) υποβοηθούμενα από τη μέθοδο ΑσΚΣ ([4], [45])

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, η πρώτη μέθοδος από εδώ και στο εξής θα καλείται ως ΜΑΕΑ(PCA) και η δεύτερη ως M(PCA)ΑΕΑ(PCA) ([4], [45]). Αυτές στη συγκεκριμένη υποενοότητα θα συγκριθούν με τη βελτιστοποίηση με συμβατικούς ΕΑ υποβοηθούμενους από ΔΣΑΒ (μέθοδος ΜΑΕΑ).

Σύμβαση: Από εδώ και στο εξής για λόγους συντομίας θα χρησιμοποιούνται οι συντομογραφίες του πίνακα 4.1 για να περιγράψουν τις παραμέτρους των ΔΣΑΒ στις διάφορες συγκρίσεις που θα ακολουθήσουν.

Συντομογραφία	Ερμηνεία
minDBentries	Ο αριθμός των μη-αποτυχημένων ατόμων (not-failed) που πρέπει να αποθηκευτούν στη βάση δεδομένων (DB) για να ξεκινήσει η προσεγγιστική προαξιολόγηση.
exactevals	Ο ελάχιστος και ο μέγιστος αριθμός των καλύτερων ατόμων (όπως αυτά προκύπτουν από την αξιολόγησή τους από τα μεταπρότυπα) που θα αξιολογηθούν από το 'ακριβές αλλά ακριβό' λογισμικό αξιολόγησης σε κάθε γενιά.
training patterns	Ο ελάχιστος και ο μέγιστος αριθμός των δειγμάτων που χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση κάθε μεταπρότυπου.
PCA reduced dimensionality	Ο αριθμός των σημαντικότερων κατευθύνσεων στο χώρο σχεδιασμού όπως αυτές προκύπτουν από τη μέθοδο ΑσΚΣ με βάση τις οποίες εκπαιδεύονται τα ΔΣΑΒ.

Πίνακας 4.1: Συντομογραφία που θα χρησιμοποιηθεί στην παρούσα διπλωματική εργασία για να περιγράψει τις παραμέτρους των ΔΣΑΒ.

Εξετάζονται και στη συγκεκριμένη υποενότητα τρεις περιπτώσεις. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζεται η εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης της μαθηματικής συνάρτησης του ελλειψοειδούς και τα προβλήματα βελτιστοποίησης δύο στόχων: αυτό του υπερηχητικού επιβατικού αεροσκάφους (SBJ) και αυτό του οργανικού κύκλου Rankine (ORC).

Όσον αφορά το **ελλειψοειδές** εξετάζεται η μη-διαχωρίσιμη μορφή του στον 30-διάστατο χώρο (30D) για $a = 10000$ (εξίσωση 4.2). Η ΑσΚΣ στους ΕΑ στις μεθόδους MAEA(PCA), M(PCA)AEA(PCA) ξεκινά από τη δεύτερη γενιά. Για τις παραμέτρους των ΔΣΑΒ (που χρησιμοποιούνται ως μεταπρότυπα) ισχύουν τα εξής:

- Για τις μεθόδους MAEA και MAEA(PCA):

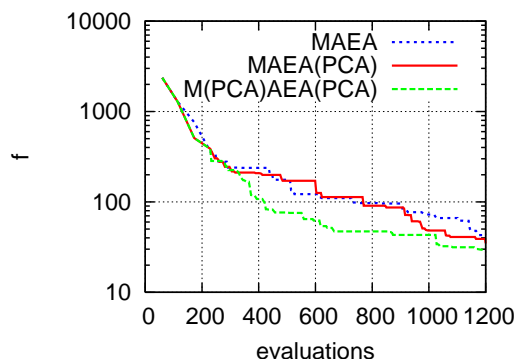
Παράμετρος	Αριθμός
minDBentries	200
exactevals	4-8
training patterns	25-40

Πίνακας 4.2: Παράμετροι των ΔΣΑΒ για τις μεθόδους MAEA και MAEA(PCA).

- Για τη μέθοδο M(PCA)AEA(PCA):

Παράμετρος	Αριθμός
minDBentries	100
exactevals	4-8
training patterns	5-8
PCA reduced dimensionality	10

Πίνακας 4.3: Παράμετροι των ΔΣΑΒ για τη μέθοδο M(PCA)AEA(PCA). Τα ΔΣΑΒ εκπαιδεύονται με δείγματα μειωμένης διάστασης, κατά 20 μεταβλητές σχεδιασμού σε σχέση με την αρχική.



Σχήμα 4.18: 30-διάστατο, μη διαχωρίσιμο ελλειψοειδές με $a = 10000$. Η μέση σύγκλιση που προκύπτει χρησιμοποιώντας MAEA, MAEA(PCA) και M(PCA)AEA(PCA).

Τα αποτελέσματα του σχήματος 4.18 συνιστούν το μέσο όρο 10 τρεξιμάτων (δηλαδή 10 διαφορετικών τιμών της γεννήτριας τυχαίων αριθμών) και προέκυψαν μετά από 1200 αξιολογήσεις. Είναι φανερό πως η χρήση της μεθόδου ΑσκΣ στους τελεστές εξέλιξης των ΕΑ σε συνδυασμό με τα μεταπρότυπα βελτιώνει την απόδοση των συμβατικών ΕΑ, υποβοηθούμενων από μεταπρότυπα. Όταν η ΑσκΣ εφαρμόζεται τόσο στους τελεστές εξέλιξης των ΕΑ όσο και στους ΜΑΕΑ, μειώνοντας τη διάσταση του χώρου στον οποίο εκπαιδεύονται τα μεταπρότυπα το αποτέλεσμα είναι ακόμα καλύτερο.

Όσον αφορά το **επιβατικό υπερηχητικό αεροσκάφος** η σύγκριση των υπό-εξεταζόμενων μεθόδων έγινε ύστερα από 10000 αξιολογήσεις. Στα σχήματα 4.19 και 4.20 φαίνονται το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς και ο δείκτης υπερόγκου που υπολογίστηκε αντίστοιχα. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό του δείκτη υπερόγκου είναι το $(-2300km, 55000kg)$. Η εξήγηση ύπαρξης του αρνητικού πρόσημου είναι ίδια με αυτή που προαναφέρθηκε στην υποε-νότητα 4.4.3. Η ΑσκΣ στους ΕΑ στις μεθόδους ΜΑΕΑ(PCA), M(PCA)ΑΕΑ(PCA) ξεκινά από τη δεύτερη γενιά. Για τις παραμέτρους των ΔΣΑΒ (που χρησιμοποιούνται ως μεταπρότυπα) ισχύουν τα εξής:

- Για τις μεθόδους ΜΑΕΑ και ΜΑΕΑ(PCA):

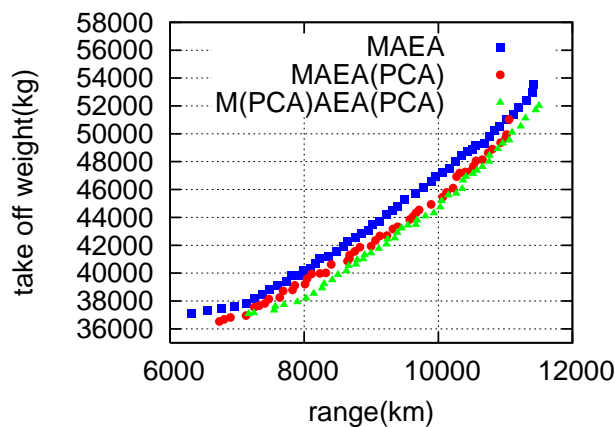
Παράμετρος	Αριθμός
minDBentries	300
exactevals	5-10
training patterns	15-30

Πίνακας 4.4: Παράμετροι των ΔΣΑΒ για τις μεθόδους ΜΑΕΑ και ΜΑΕΑ(PCA).

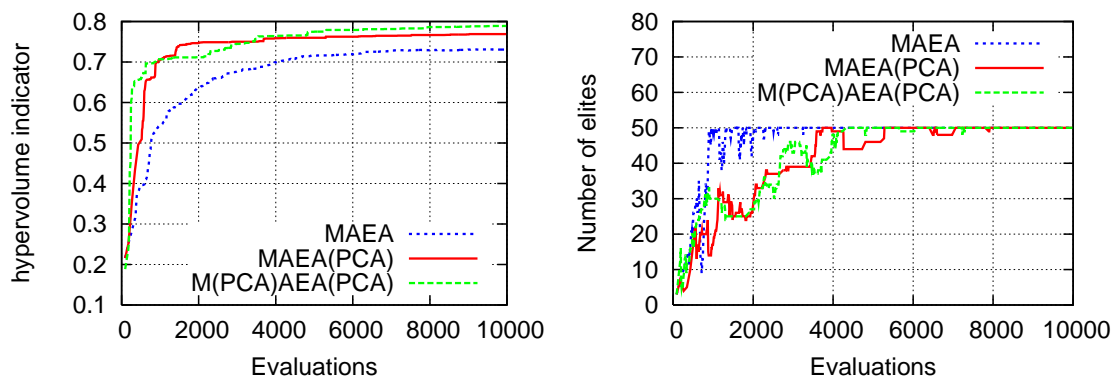
- Για τη μέθοδο M(PCA)ΑΕΑ(PCA):

Παράμετρος	Αριθμός
minDBentries	50
exactevals	5-10
training patterns	7-15
PCA reduced dimensionality	6

Πίνακας 4.5: Παράμετροι των ΔΣΑΒ για τη μέθοδο M(PCA)ΑΕΑ(PCA). Τα ΔΣΑΒ εκπαιδεύονται με δείγματα μειωμένης διάστασης, κατά 7 μεταβλητές σχεδιασμού σε σχέση με την αρχική.



Σχήμα 4.19: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς για τη μέθοδο MAEA, MAEA(PCA) και M(PCA)AEA(PCA). Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο MAEA(PCA) κυριαρχεί καθολικά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο MAEA. Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο M(PCA)AEA(PCA) κυριαρχεί ισοχικά του μετώπου των μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο MAEA(PCA).



Σχήμα 4.20: Αριστερά η ένδειξη του δείκτη υπερόγκου για τη μέθοδο MAEA, MAEA(PCA) και M(PCA)AEA(PCA) για 10000 αξιολογήσεις. Η μέθοδος MAEA(PCA) υπερέρχει της μεθόδου MAEA, ενώ η μέθοδος M(PCA)AEA(PCA) υπερέρχει οριακά της μεθόδου MAEA(PCA). Δεξιά το σχήμα παριστάνει τον αριθμό των επίλεκτων ανά αξιολόγηση. Για τις πρώτες 4000 αξιολογήσεις ο αριθμός των επίλεκτων που αντιστοιχεί στις MAEA(PCA), M(PCA)AEA(PCA) είναι λίγο μικρότερος από τον αριθμό των επίλεκτων της MAEA, ενώ από τις 4000 μέχρι τις 10000 αξιολογήσεις ο αριθμός των επίλεκτων και για τις τρεις είναι περίπου ίσος με 50. Αυτό δείχνει ότι τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων και των τριών είναι αρκετά πυκνά και επομένως ο δείκτης υπερόγκου είναι αρκετά αξιόπιστη μετρική ποιότητας.

Τέλος, στον **οργανικό κύκλο Rankine** η σύγκριση των υπό-εξεταζόμενων μεθόδων έγινε ύστερα από 10000 αξιολογήσεις. Στα σχήματα 4.21 και 4.22 φαίνονται το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς και ο δείκτης υπερόγκου που υπολογίστηκε αντίστοιχα. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό του δείκτη υπερόγκου είναι το $(-0.0427, 720m^2)$. Η ΑσΚΣ στους ΕΑ στις μεθόδους MAEA(PCA), M(PCA)AEA(PCA) ξεκινά από τη δεύτερη γενιά όπως και στις προηγούμενες δύο περιπτώσεις. Για τις παραμέτρους των ΔΣΑΒ (που χρησιμοποιούνται ως μεταπρότυπα) ισχύουν τα εξής:

- Για τις μεθόδους MAEA και MAEA(PCA):

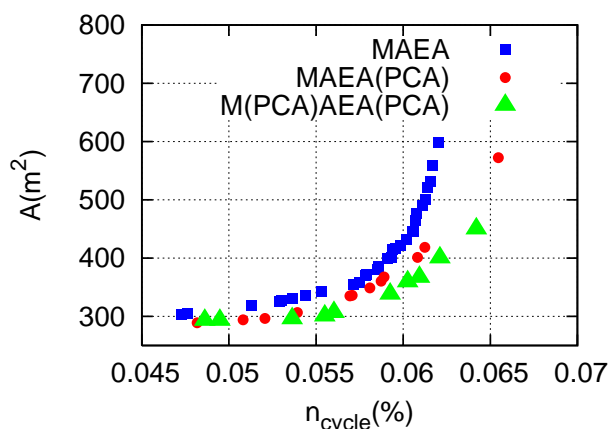
Παράμετρος	Αριθμός
minDBentries	300
exactevals	5-10
training patterns	25-40

Πίνακας 4.6: Παράμετροι των ΔΣΑΒ για τις μεθόδους MAEA και MAEA(PCA).

- Για τη μέθοδο M(PCA)AEA(PCA):

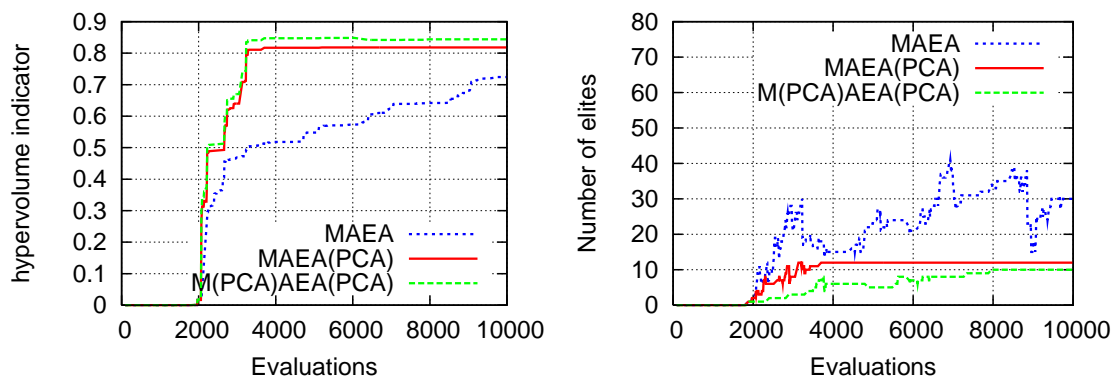
Παράμετρος	Αριθμός
minDBentries	100
exactevals	5-10
training patterns	7-15
PCA reduced dimensionality	3

Πίνακας 4.7: Παράμετροι των ΔΣΑΒ για τη μέθοδο M(PCA)AEA(PCA). Τα ΔΣΑΒ εκπαιδεύονται με δείγματα μειωμένης διάστασης, κατά 3 μεταβλητές σχεδιασμού σε σχέση με την αρχική.



Σχήμα 4.21: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς για τη μέθοδο MAEA, MAEA(PCA) και M(PCA)AEA(PCA).

Στο σχήμα 4.21 φαίνεται πως το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο MAEA(PCA) κυριαρχεί καθολικά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο MAEA. Επίσης, το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο M(PCA)AEA(PCA) κυριαρχεί ισχυρά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο MAEA(PCA).



Σχήμα 4.22: Αριστερά η ένδειξη του δείκτη υπερόγκου για τη μέθοδο MAEA, MAEA(PCA) και M(PCA)AEA(PCA) για 10000 αξιολογήσεις. Η μέθοδος MAEA(PCA) υπερέρχει της μεθόδου MAEA, ενώ η μέθοδος M(PCA)AEA(PCA) υπερέρχει οριακά της μεθόδου MAEA(PCA). Δεξιά το σχήμα παριστάνει τον αριθμό των επίλεκτων ανά αξιολόγηση. Ο αριθμός των επίλεκτων ανά αξιολόγηση των μεθόδων MAEA(PCA), M(PCA)AEA(PCA) είναι αρκετά μικρότερος της MAEA. Επομένως, το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων των δύο πρώτων είναι αρκετά πιο αραιό. Παρόλα αυτά, ο αριθμός του συνόλου των επίλεκτων (γύρω στους 10) στις MAEA(PCA), M(PCA)AEA(PCA) είναι αρκετά ικανοποιητικός για την εύρεση του δείκτη υπερόγκου και τη χρήση του ως μια αξιόπιστη μετρική ποιότητας των μετώπων.

Επομένως, μπορεί κανείς να συμπεράνει από την εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ στα μεταπρότυπα με βάση και τις τρεις περιπτώσεις που παρουσιάστηκαν ότι βελτιώνει την επίδοσή τους. Πιο συγκεκριμένα, η ΑσκΣ στους εξελικτικούς τελεστές των ΕΑ βελτιώνει την αποτελεσματικότητα των μεταπρότυπων και, έτσι, η μέθοδος MAEA(PCA) είναι καλύτερη από τη μέθοδο MAEA. Όταν εφαρμόζεται η ΑσκΣ και στα μεταπρότυπα, αποκόπτοντας κάποιες από τις μονάδες εισόδου τους, τότε τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι ακόμα καλύτερα. Πέραν του ότι η μέθοδος M(PCA)AEA(PCA) υπερτερεί έστω και οριακά της MAEA(PCA) υπάρχει μεγάλο κέρδος όσον αφορά το χρόνο της βελτιστοποίησης. Αυτό συμβαίνει γιατί όταν μειώνεται η διάσταση του χώρου σχεδιασμού στον οποίο εκπαιδεύονται τα μεταπρότυπα, απαιτείται και μικρότερος αριθμός δειγμάτων για την εκπαίδευσή τους και, επομένως, αυτή πραγματοποιείται γρηγορότερα. Άρα με αυτό τον τρόπο επιταχύνεται και ολόκληρη η διαδικασία της βελτιστοποίησης. Το ότι η μέθοδος M(PCA)AEA(PCA), εδώ, υπερτερεί οριακά της MAEA(PCA) οφείλεται πιθανότατα στο γεγονός ότι οι μεταβλητές σχεδιασμού των συγκεκριμένων προβλημάτων δεν είναι τόσο πολλές ώστε η αποκοπή κάποιων από αυτές κατά την εκπαίδευση των μεταπρότυπων να αυξήσει τη διαφορά αποτελεσματικότητας της M(PCA)AEA(PCA) σε σχέση με την MAEA(PCA).

Κεφάλαιο 5

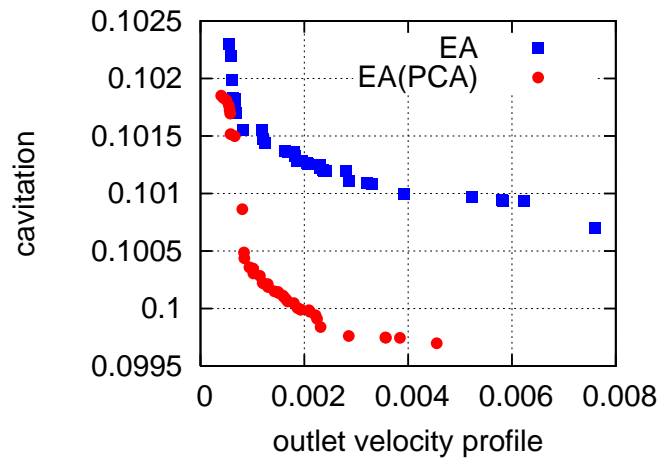
Σύγκριση Μεθόδων

Βελτιστοποίησης στο Πρόβλημα του Υδροστροβίλου Francis

Για τη βελτιστοποίηση του δρομέα του υδροστροβίλου Francis χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό EASY και πιο συγκεκριμένα η έκδοση εκείνη που υποστηρίζει την εφαρμογή της μεθόδου ΑσΚΣ τόσο στους εξελικτικούς τελεστές όσο και στα μεταπρότυπα [4]. Στόχος είναι η σύγκριση των μεθόδων EA, EA(PCA), MAEA, MAEA(PCA), M(PCA)AEA(PCA) σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης πολλών μεταβλητών σχεδιασμού με υψηλό υπολογιστικό κόστος ανά αξιολόγηση. Εφαρμόζοντας τις παραπάνω μεθόδους σε ένα τέτοιο πρόβλημα της βιομηχανίας, όπου επιδιώκεται τόσο η ελαχιστοποίηση του υπολογιστικού κόστους όσο και του χρόνου βελτιστοποίησης, μπορούν να εξαχθούν πιο ασφαλή συμπεράσματα για την αποτελεσματικότητα αυτών.

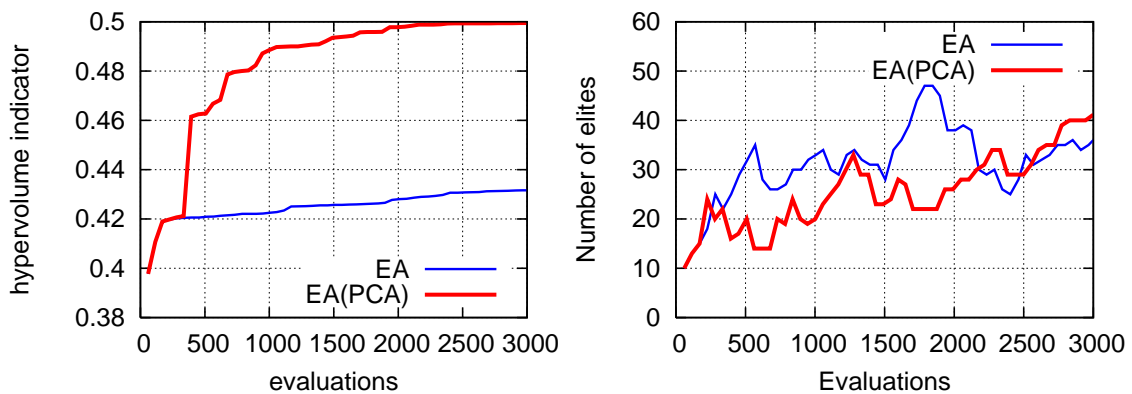
5.1 Σύγκριση των Μεθόδων EA, EA(PCA)

Η σύγκριση των δύο αυτών μεθόδων έγινε για 3000 αξιολογήσεις από το πραγματικό λογισμικό αξιολόγησης (CFD). Ο πληθυσμός των γονέων που επιλέχθηκε είναι $\mu = 20$ και των απογόνων $\lambda = 60$. Η εφαρμογή της ΑσΚΣ στους εξελικτικούς τελεστές ξεκινά από την τρίτη γενιά, δηλαδή ύστερα από $2 \times 60 = 120$ αξιολογήσεις από τον κώδικα υπολογιστικής ρευστοδυναμικής. Στο σχήμα 5.1 φαίνονται τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς για τη μέθοδο EA και EA(PCA) αντίστοιχα.



Σχήμα 5.1: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Σύγκριση των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς όπως υπολογίστηκαν από τη EA και την EA(PCA) για 3000 αξιολογήσεις.

Στη συνέχεια (σχήμα 5.2) παρουσιάζεται και ο δείκτης υπερόγκου (παράγραφος 2.6.2) για τη σύγκριση των δύο μεθόδων καθόλη τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης (3000 αξιολογήσεις).



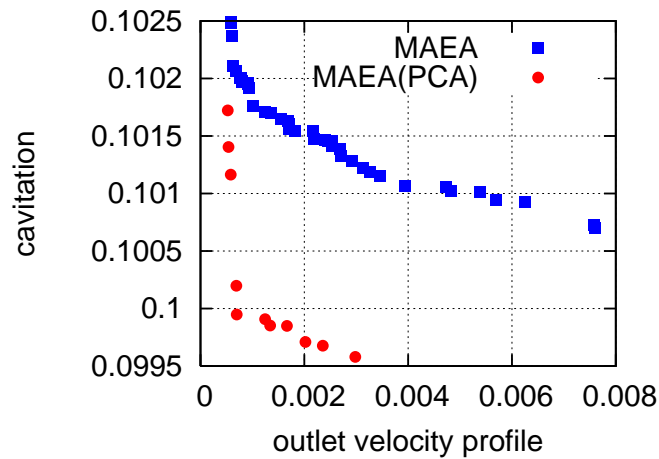
Σχήμα 5.2: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Αριστερά παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε για την EA, EA(PCA) για 3000 αξιολογήσεις. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό αυτού είναι το (0.008, 0.11). Για τις πρώτες 120 αξιολογήσεις (δηλαδή πριν την εφαρμογή της ΑσΚΣ στους εξελικτικούς τελεστές) οι καμπύλες που αντιστοιχούν στις δύο μεθόδους ταυτίζονται. Δεξιά φαίνεται ο αριθμός των ατόμων που απαρτίζουν το σύνολο των επίλεκτων (elite set) σε κάθε αξιολόγηση.

Λαμβάνοντας υπόψη τα αποτελέσματα όπως αυτά αποτυπώνονται στα σχήματα 5.1, 5.2 είναι εμφανές ότι τα άτομα του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς της μεθόδου EA(PCA) κυριαρχούν καθολικά των ατόμων του αντίστοιχου μετώπου της μεθόδου EA. Μάλιστα, ο δείκτης υπερόγκου δείχνει ότι η μέθοδος EA(PCA) υπερισχύει συνολικά της μεθόδου EA καθώς 'βρίσκει' καλύτερα μέτωπα

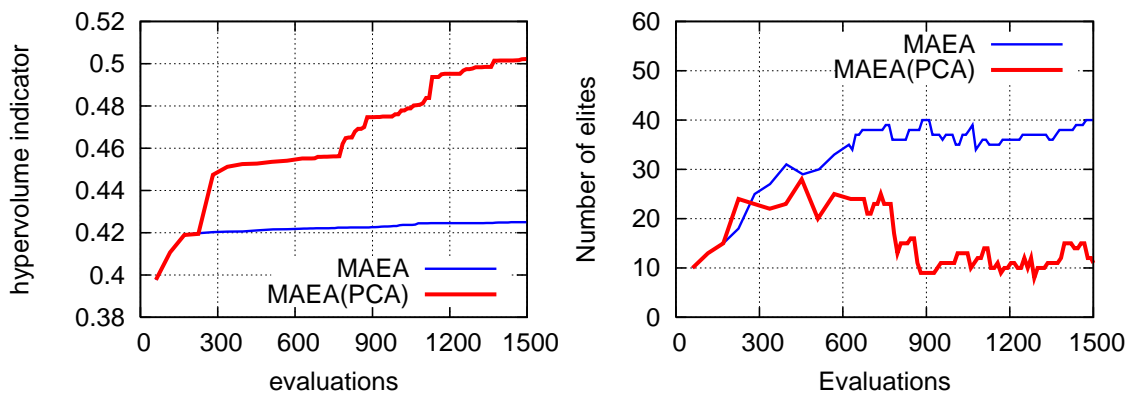
μη-κυριαρχούμενων λύσεων καθόλη τη διάρκεια της βελτιστοποίησης. Η υπεροχή της EA(PCA) σε σχέση με την EA αποδεικνύεται και από το γεγονός πως το μέτωπο που η EA βρίσκει ως βέλτιστο στις 3000 αξιολογήσεις, η EA(PCA) το βρίσκει περίπου στις 400. Τέλος, ο αριθμός των επίλεκτων που προκύπτουν ανά γενιά στη μέθοδο EA(PCA) είναι λίγο μικρότερος από τον αντίστοιχο της μεθόδου EA, αλλά είναι ικανοποιητικός (από 20-40) για να παράγει αρκετά πυκνά και επομένως αξιόπιστα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων.

5.2 Σύγκριση των Μεθόδων MAEA, MAEA(PCA)

Η επόμενη σύγκριση γίνεται εισάγοντας στη διαδικασία της βελτιστοποίησης και την προσεγγιστική προαξιολόγηση μέσω μεταπρότυπων. Στην περίπτωση αυτή, όπως και σε όλη την παρούσα διπλωματική εργασία ως μεταπρότυπα χρησιμοποιούνται **τοπικά Δίκτυα Συναρτήσεων Ακτινικής Βάσης (Radial Basis Function Networks)**. Η μέθοδος MAEA υποδηλώνει τη βελτιστοποίηση μέσω EA υποβοηθούμενων από μεταπρότυπα ενώ η μέθοδος MAEA(PCA) διαφέρει από τη MAEA στο ότι εφαρμόζεται και η ΑσΚΣ στους τελεστές εξέλιξης των EA. Η προσεγγιστική προ-αξιολόγηση ξεκινά μετά την είσοδο **600 μη-αποτυχημένων (non-failed) ατόμων στη Βάση Δεδομένων (DB)** και για τις δύο περιπτώσεις. Κάθε μεταπρότυπο εκπαιδεύεται με βάση έναν αριθμό ήδη αξιολογημένων ατόμων, στην 'περιοχή' της υποψήφιας λύσης. **Ο αριθμός των δειγμάτων εκπαίδευσης (training patterns)** καθορίζεται κάθε φορά από το χρήστη και στη συγκεκριμένη περίπτωση κυμαίνεται από **20-25**. Τα **6-12 καλύτερα άτομα** κάθε γενιάς όπως αυτά προέκυψαν από τη φάση της προσεγγιστικής προ-αξιολόγησης αξιολογούνται ξανά από το ακριβές λογισμικό αξιολόγησης (CFD tool). Η **εφαρμογή της ΑσΚΣ στους τελεστές εξέλιξης** της μεθόδου MAEA(PCA) ξεκινά από την **τρίτη γενιά** (μετά από 120 αξιολογήσεις) όπως και προηγουμένως. Τέλος, η σύγκριση έγινε για **1500 αξιολογήσεις**. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα 5.3, 5.4 όπου παρουσιάζονται τόσο τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς και για τις δυο μεθόδους όσο και ο δείκτης υπερόγκου.



Σχήμα 5.3: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Σύγκριση των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς όπως υπολογίστηκαν από τη MAEA και την MAEA(PCA) για 1500 αξιολογήσεις.



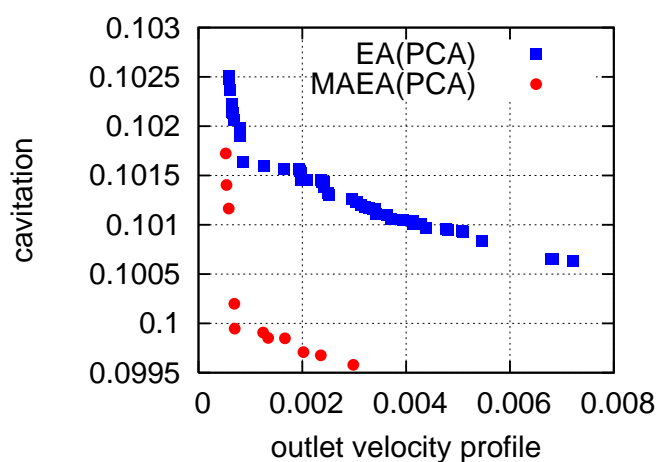
Σχήμα 5.4: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Αριστερά παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε για την MAEA, MAEA(PCA) για 1500 αξιολογήσεις. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό αυτού είναι το (0.008, 0.11). Για τις πρώτες 120 αξιολογήσεις (δηλαδή πριν την εφαρμογή της ΑσΚΣ στους εξελικτικούς τελεστές) οι καμπύλες που αντιστοιχούν στις δύο μεθόδους ταυτίζονται. Δεξιά φαίνεται ο αριθμός των ατόμων που απαρτίζουν το σύνολο των επίλεκτων (elite set) σε κάθε αξιολόγηση.

Παρατηρώντας τα σχήματα 5.3, 5.4 είναι εμφανές ότι η μέθοδος ΑσΚΣ συμβάλλει στη βελτίωση της αποτελεσματικότητας των ΕΑ και στην περίπτωση χρήσης μεταπροτύπων. Επομένως, το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου MAEA(PCA) είναι αρκετά καλύτερο του αντίστοιχου της μεθόδου MAEA τόσο κατά την τελευταία γενιά (σχήμα 5.3) όσο και καθόλη τη διάρκεια της βελτιστοποίησης όπως δείχνει ο δείκτης υπερόγκου. Παρατηρώντας το σχήμα 5.4, φαίνεται πως η ποιότητα του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων που προκύπτει από τη βελτιστοποίηση με MAEA για 1500 αξιολογήσεις ισοδυναμεί με την ποιότητα του μετώπου που προκύπτει από

τη MAEA(PCA) στις πρώτες 250 (περίπου) αξιολογήσεις. Ο αριθμός των επίλεκτων ανά γενιά στην περίπτωση βελτιστοποίησης με MAEA(PCA) είναι αρκετά μικρότερος από τον αριθμό των επίλεκτων που αντιστοιχούν στη MAEA, αλλά παραμένει αρκετά ικανοποιητικός (10-30) για να χαρακτηριστούν τα μέτωπα και ο δείκτης υπερόγκου ως αξιόπιστες μετρικές σύγκρισης των μεθόδων βελτιστοποίησης.

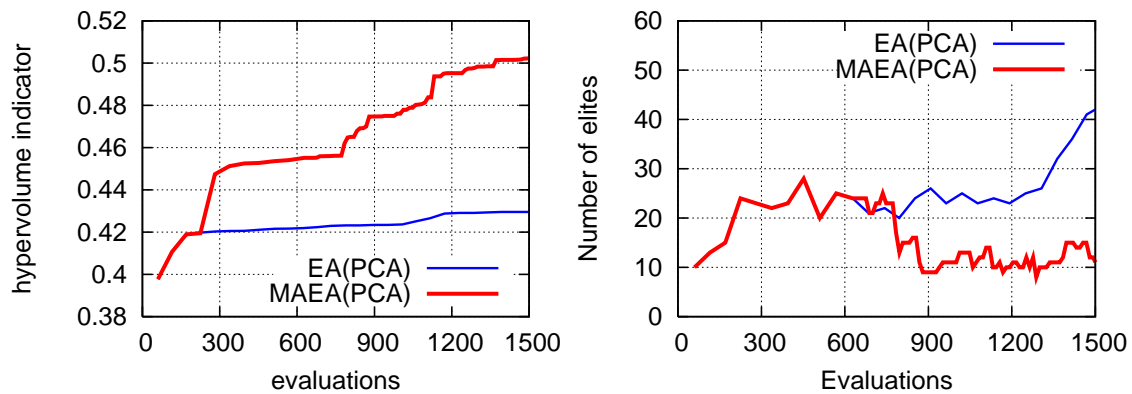
5.3 Σύγκριση των Μεθόδων EA(PCA), MAEA(PCA)

Έχοντας πλέον αναγνωρίσει τη βελτίωση που επιφέρει η ΑσκΣ στους τελεστές εξέλιξης τόσο στους EA όσο και στους MAEA, επόμενο βήμα είναι η σύγκριση μεταξύ τους για την ανάδειξη του ποιά είναι καλύτερη. Οι παράμετροι παραμένουν οι ίδιες όπως παρουσιάστηκαν και στις ενότητες 5.1, 5.2 και η σύγκριση γίνεται για 1500 αξιολογήσεις.



Σχήμα 5.5: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Σύγκριση των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς όπως υπολογίστηκαν από τη EA(PCA) και την MAEA(PCA) για 1500 αξιολογήσεις.

Συμπερασματικά, το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς όπως αυτό προκύπτει από τη μέθοδο MAEA(PCA) είναι σαφώς καλύτερο από το αντίστοιχο της EA(PCA) ακόμα και αν ο αριθμός των επίλεκτων που το σχηματίζουν είναι μικρότερος από αυτόν του μετώπου της EA(PCA) (σχήμα 5.5). Για τις πρώτες 750 αξιολογήσεις ο αριθμός των επίλεκτων για τις δύο μεθόδους είναι περίπου ίδιος, ενώ από τις 750 μέχρι τις 1500 αυξάνεται για την EA(PCA) και μειώνεται για την MAEA(PCA) (σχήμα 5.6).



Σχήμα 5.6: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Αριστερά παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε για την EA(PCA), MAEA(PCA) για 1500 αξιολογήσεις. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό αυτού είναι το (0.008, 0.11). Για τις πρώτες 120 αξιολογήσεις (δηλαδή πριν την εφαρμογή της ΑσκΣ στους εξελικτικούς τελεστές) οι καμπύλες που αντιστοιχούν στις δύο μεθόδους ταυτίζονται. Στις 250 πρώτες αξιολογήσεις της μεθόδου MAEA(PCA) η ποιότητα του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων ισοδυναμεί με την ποιότητα του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς της μεθόδου EA(PCA) όπως αυτή μετριέται από το δείκτη υπερόγκου. Δεξιά φαίνεται ο αριθμός των ατόμων που απαρτίζουν το σύνολο των επίλεκτων (elite set) σε κάθε αξιολόγηση.

5.4 Σύγκριση των Μεθόδων MAEA(PCA), M(PCA)AEA(PCA)

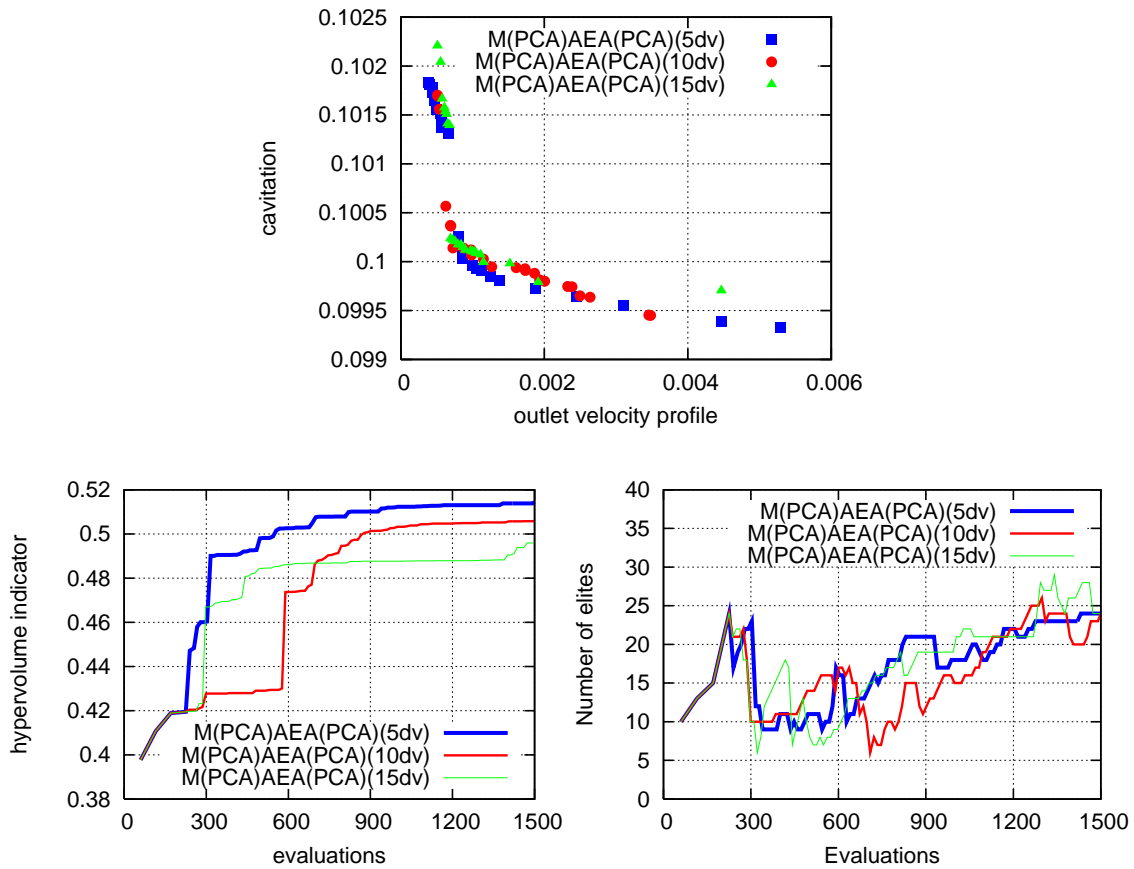
Με βάση τα παραπάνω αποδείχθηκε η συνεισφορά της ΑσκΣ όταν εφαρμόζεται πριν τους τελεστές εξέλιξης. Όπως προαναφέρθηκε και στην υποενότητα 4.5 του κεφαλαίου 4 η μέθοδος ΑσκΣ μπορεί να εφαρμοστεί και κατά τη διάρκεια εκπαίδευσης των μεταπροτύπων αποκόποντας έναν καθορισμένο από το χρήστη αριθμό μεταβλητών σχεδιασμού των δειγμάτων εκπαίδευσης. Επομένως, σε αυτήν την περίπτωση, είναι μικρότερος τόσο ο αριθμός των δειγμάτων που απαιτούνται για την εκπαίδευση του μεταπροτύπου όσο και ο αριθμός των μη-αποτυχημένων ατόμων που πρέπει να εισέλθουν στη βάση δεδομένων για να αρχίσει η προσεγγιστική προ-αξιολόγηση. Η μέθοδος βελτιστοποίησης η οποία εμπερικλείει την εφαρμογή της ΑσκΣ τόσο στους EA όσο και στους MAEA είναι η M(PCA)AEA(PCA) και θα συγκριθεί στην ενότητα αυτή με τη μέχρι τώρα 'καλύτερη' από τις προηγούμενες που δεν είναι άλλη από την MAEA(PCA). Πριν τη σύγκριση μεταξύ των δύο, επιχειρήθηκε μια διερεύνηση του αριθμού των κύριων συνιστωσών (που προκύπτουν από την ΑσκΣ) με τη μικρότερη διακύμανση με βάση τις οποίες θα εκπαιδευτεί το νευρωνικό δίκτυο. Για το λόγο αυτό εξετάστηκαν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις:

1. Η εκπαίδευση των ΔΣΑΒ με δείγματα εκπαίδευσης που αποτελούνται από τις 15 πιο σημαντικές κύριες συνιστώσες που είναι αυτές που αντιστοιχούν στις 15 μικρότερες ιδιοτιμές.
2. Η εκπαίδευση των ΔΣΑΒ με δείγματα εκπαίδευσης που αποτελούνται από τις 10 πιο σημαντικές κύριες συνιστώσες που είναι αυτές που αντιστοιχούν στις 10 μικρότερες ιδιοτιμές.
3. Η εκπαίδευση των ΔΣΑΒ με δείγματα εκπαίδευσης που αποτελούνται από τις 5 πιο σημαντικές κύριες συνιστώσες που είναι αυτές που αντιστοιχούν στις 5 μικρότερες ιδιοτιμές.

Και για τις τρεις η σύγκριση έγινε για:

- 1500 αξιολογήσεις,
- $\mu = 20$ και $\lambda = 60$,
- 10-15 δείγματα εκπαίδευσης,
- 200 τουλάχιστον εισόδους μη-αποτυχημένων ατόμων στην βάση δεδομένων πριν την έναρξη της φάσης της προσεγγιστικής προ-αξιολόγησης,
- 6-12 ακριβείς αξιολογήσεις των 'πιο υποσχόμενων' ατόμων ανά γενιά και
- έναρξη της εφαρμογής της ΑσΚΣ στους τελεστές εξέλιξης από την τρίτη γενιά (μετά από 120 αξιολογήσεις).

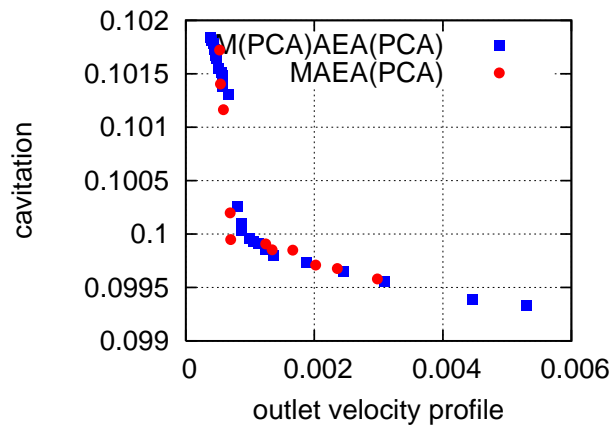
Παρατηρώντας το σχήμα 5.7 μπορούν να εξαχθούν τα εξής συμπεράσματα: Τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς και για τις τρεις παραπάνω περιπτώσεις είναι παρόμοια. Παρόλα αυτά μπορεί να χαρακτηριστεί ως οριακά καλύτερο το μέτωπο που αντιστοιχεί στην περίπτωση εκπαίδευσης των ΔΣΑΒ με τις 5 πιο σημαντικές κύριες συνιστώσες λόγω κυρίως του γεγονότος ότι είναι πιο πυκνό, αποτελείται δηλαδή από περισσότερα άτομα. Όσον αφορά το δείκτη υπερόγκου φαίνεται πως η απόδοση της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)$ είναι ανάλογη του αριθμού των κύριων συνιστωσών με τις οποίες εκπαιδεύεται το μεταπρότυπο. Ειδικότερα, όσο λιγότερες είναι οι διαστάσεις του μετασχηματισμένου χώρου σχεδιασμού στον οποίο εκπαιδεύεται το μεταπρότυπο τόσο καλύτερος είναι ο δείκτης υπερόγκου και επομένως η ποιότητα των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Παραστατικά ισχύει το εξής: $M(PCA)AEA(PCA)(15dv) < M(PCA)AEA(PCA)(10dv) < M(PCA)AEA(PCA)(5dv)$. Εδώ πρέπει να σημειωθεί πως ο αριθμός των επίλεκτων ανά γενιά (παρά τις διακυμάνσεις του) δεν διαφέρει πολύ και για τις τρεις περιπτώσεις.



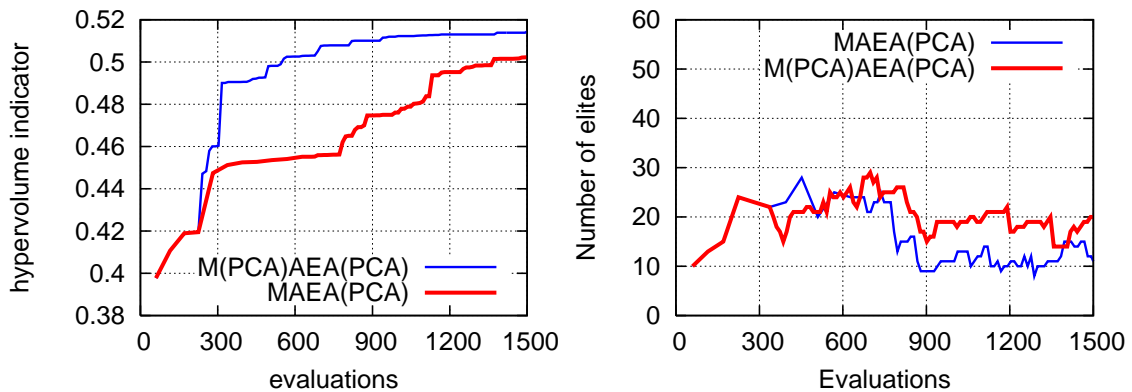
Σχήμα 5.7: Σύγκριση αποτελεσμάτων για τρεις διαφορετικούς αριθμούς (5,10,15) κύριων συνιστωσών με βάση τις οποίες εκπαιδεύονται τα τοπικά ΔΣΑΒ όσον αφορά τη μέθοδο M(PCA)AEA(PCA).

Έχοντας πλέον διαπιστώσει πως για τη συγκεκριμένη περίπτωση και όσον αφορά τη μέθοδο M(PCA)AEA(PCA) τα μεταπρότυπα είναι καλύτερο να εκπαιδευτούν με τις **5 πιο σημαντικές κύριες συνιστώσες** που προκύπτουν από την εφαρμογή της ΑσκΣ (δηλαδή ο χώρος σχεδιασμού μετατρέπεται από \mathbb{R}^{35} σε \mathbb{R}^5), το επόμενο βήμα είναι η σύγκριση της μεθόδου MAEA(PCA) με την M(PCA)AEA(PCA). Η σύγκριση μεταξύ τους γίνεται για τις ίδιες παραμέτρους όπως και παραπάνω (ενότητες 5.4 για την M(PCA)AEA(PCA) και 5.2 για την MAEA(PCA)).

Στο σχήμα 5.8 φαίνεται πως τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς για τις δύο συγκρινόμενες μεθόδους δεν διαφέρουν κατά πολύ όσον αφορά την έννοια της κυριαρχίας (δηλαδή, δε φαίνεται τα άτομα του ενός μετώπου να κυριαρχούν ισχυρά ή καθολικά των ατόμων του άλλου). Παρόλα αυτά το μέτωπο που αντιστοιχεί στην M(PCA)AEA(PCA) είναι πιο πυκνό (αποτελείται δηλαδή από περισσότερους επίλεκτους) και επομένως πιο 'ποιοτικό' από το μέτωπο που αντιστοιχεί στη μέθοδο MAEA(PCA). Αυτό δεν συμβαίνει μόνο στην τελευταία γενιά αλλά και καθόλη της διάρκεια της βελτιστοποίησης όπως φαίνεται στο σχήμα που παριστάνει τον αριθμό των επίλεκτων συναρτήσει του αριθμού των αξιολογήσεων. Τέλος, ο δείκτης



Σχήμα 5.8: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Σύγκριση των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς όπως υπολογίστηκαν από τη MAEA(PCA) και τη M(PCA)AEA(PCA) για 1500 αξιολογήσεις.



Σχήμα 5.9: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Αριστερά παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε για την MAEA(PCA), M(PCA)AEA(PCA) για 1500 αξιολογήσεις. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό αυτού είναι το (0.008, 0.11). Δεξιά φαίνεται ο αριθμός των ατόμων που απαρτίζουν το σύνολο των επίλεκτων (elite set) σε κάθε αξιολόγηση.

υπερόγκου (σχήμα 5.9) που αντιστοιχεί στη μέθοδο M(PCA)AEA(PCA) είναι καθόλη τη διάρκεια των 1500 αξιολογήσεων καλύτερος από αυτόν που αντιστοιχεί στην MAEA(PCA). Μάλιστα την ποιότητα του μετώπου στο οποίο φτάνει η μέθοδος MAEA(PCA) στις 1500 αξιολογήσεις ταυτίζεται με την ποιότητα της μεθόδου στην οποία φτάνει η M(PCA)AEA(PCA) στις 600 αξιολογήσεις. Επομένως, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα πως η μέθοδος M(PCA)AEA(PCA) παράγει καλύτερα και πιο πυκνά μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε όλη τη διάρκεια της βελτιστοποίησης αλλά προς το τέλος τα μέτωπα των δύο μεθόδων δε διαφέρουν σημαντικά. Το κέρδος της μεθόδου M(PCA)AEA(PCA) είναι ότι φτάνει σε πολύ μικρότερο αριθμό αξιολογήσεων τη βέλτιστη λύση (για τις 1500 αξιολογήσεις) της μεθόδου MAEA(PCA).

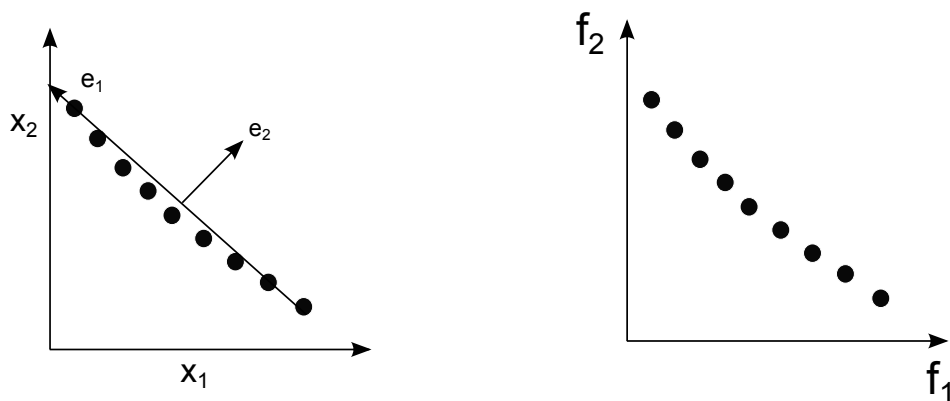
Κεφάλαιο 6

Βελτιωμένη Παραλλαγή της Εφαρμογής της ΑσΚΣ στα Μεταπρότυπα (M(PCA))

6.1 Εισαγωγή

Στα προηγούμενα κεφάλαια αναλύθηκε η μέθοδος ΑσΚΣ τόσο στους ΕΑ όσο και στα μεταπρότυπα και αναδείχθηκε το κέρδος που προκύπτει από τις μεθόδους βελτιστοποίησης ΕΑ(PCA), ΜΑΕΑ(PCA), Μ(PCA)ΑΕΑ(PCA). Μέχρι στιγμής τα ιδιοδιανύσματα και οι ιδιοτιμές της μεθόδου ΑσΚΣ βρίσκονταν με βάση όλο το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων κάθε γενιάς. Έτσι, κατά τη διάρκεια εκπαίδευσης των μεταπρότυπων τόσο η υποψήφια λύση όσο και τα δείγματα εκπαίδευσης στρέφονταν ως προς τα ιδιοδιανύσματα που προέκυπταν από ολόκληρο το σύνολο των επίλεκτων. Οι κύριες συνιστώσες που δημιουργούνταν εξέφραζαν με αυτό τον τρόπο τη διακύμανση που παρατηρούνταν συνολικά στο σύνολο των επίλεκτων.

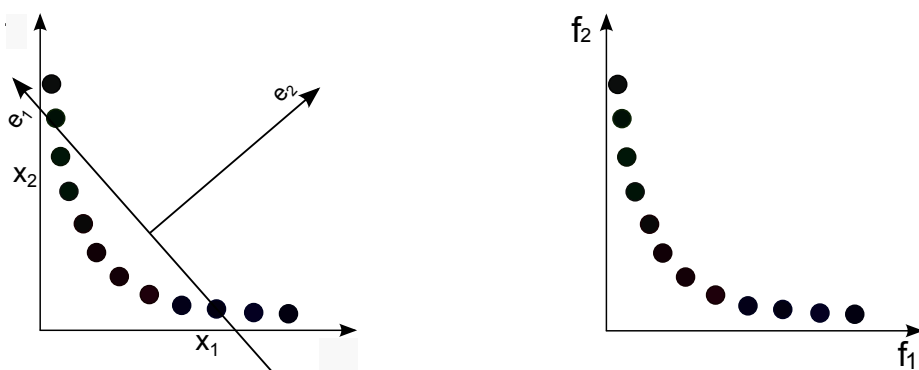
Η ΑσΚΣ παρέχει πληροφορίες για τις ιδιοκατευθύνσεις στο χώρο και μέσω αυτής προσδιορίζονται οι κατευθύνσεις με τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη σημασία. Όταν ένα μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων δεν έχει μεγάλη καμπυλότητα (σχήμα 6.1) τότε τα ιδιοδιανύσματα που προκύπτουν από ολόκληρο το σύνολο των επίλεκτων μπορούν να εκφράσουν με αρκετά μεγάλη ακρίβεια τις βασικές κατευθύνσεις του χώρου. Έστω για παράδειγμα, ένα πρόβλημα με μεταβλητές σχεδιασμού x_1, x_2 και δύο στόχους f_1, f_2 και e_1, e_2 τα ιδιοδιανύσματα που προκύπτουν από την ΑσΚΣ. Το e_1 είναι εφαπτομενικό στο μέτωπο ενώ το e_2 είναι κάθετο στο e_1 .



Σχήμα 6.1: Σύνολο επίλεκτων μίας γενιάς στο χώρο σχεδιασμού και στο χώρο των στόχων. Στο χώρο σχεδιασμού φαίνονται και τα ιδιοδιανύσματα e_1 , e_2 (e_2 το ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί στη μικρή ιδιοτιμή). Όπως φαίνεται, το συγκεκριμένο μέτωπο δεν έχει μεγάλη καμπυλότητα.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 6.1 η κατεύθυνση που ορίζεται από το ιδιοδιάνυσμα e_1 είναι αυτή με τη μεγάλη διακύμανση ενώ η e_2 με τη μικρή. Όσο πιο κάθετα κινούνται τα μέτωπα των επόμενων γενιών ως προς το μέτωπο αυτής της γενιάς (δηλαδή στην κατεύθυνση που ορίζει το διάνυσμα e_2) τόσο μεγαλύτερη πιθανότητα βελτίωσης τους υπάρχει.

Αντίθετα, σε ένα μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων μεγάλης καμπυλότητας η εύρεση ιδιοδιανυσμάτων ως προς όλο το σύνολο των επίλεκτων έχει ως αποτέλεσμα να χάνεται μέρος της χρήσιμης πληροφορίας. Γι' αυτό το λόγο, είναι πιο ακριβές να βρίσκονται τα ιδιοδιανύσματα σε υποσύνολα του μετώπου. Με αυτό τον τρόπο τα ιδιοδιανύσματα που προκύπτουν από κάθε τέτοιο υποσύνολο θα παρέχουν πληροφορίες σχετικά με τις κύριες κατευθύνσεις της 'περιοχής' του υποσυνόλου.

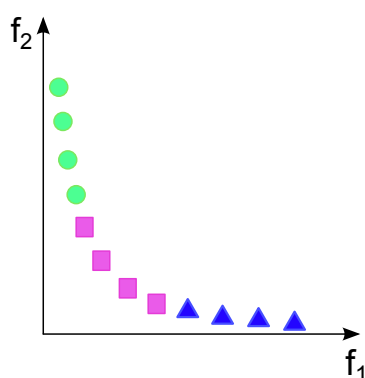


Σχήμα 6.2: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων ενός προβλήματος δυο μεταβλητών σχεδιασμού στο χώρο σχεδιασμού και στο χώρο των στόχων. Στο χώρο σχεδιασμού παρουσιάζονται και τα ιδιοδιανύσματα e_1 , e_2 που προκύπτουν από την ΑσΚΣ.

Έστω για παράδειγμα, ένα πρόβλημα με μεταβλητές σχεδιασμού x_1 , x_2 και δύο στόχους f_1 , f_2 και e_1 , e_2 τα ιδιοδιανύσματα που προκύπτουν από την ΑσΚΣ. Τα μέτωπα μη-

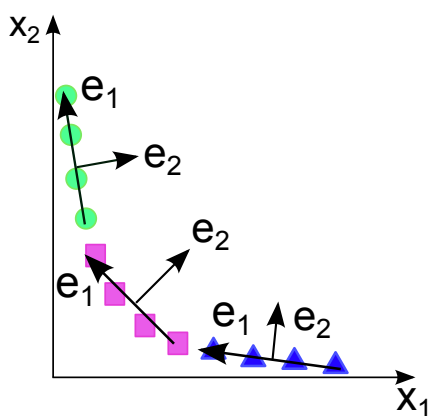
κυριαρχούμενων λύσεων αυτού του μετώπου τόσο στο χώρο σχεδιασμού όσο και στο χώρο των στόχων έχουν μεγάλη καμπυλότητα (σχήμα 6.2).

Παρατηρώντας το μέτωπο του σχήματος 6.2 τόσο στο χώρο των στόχων όσο και στο χώρο σχεδιασμού φαίνεται να υπάρχουν τρεις διακριτές περιοχές στις οποίες αυτό μπορεί να διαχωριστεί: μια στην οποία ανήκουν οι επίλεκτοι με τη μεγάλη τιμή f_2 , αλλά μικρή τιμή f_1 (αντίστοιχα στο χώρο σχεδιασμού μεγάλη τιμή x_2 και μικρή τιμή x_1), μια δεύτερη στην οποία ανήκουν οι επίλεκτοι με σχετικά μικρή τιμή f_1, f_2 (και αντίστοιχα x_1, x_2) και μια τρίτη με μεγάλη τιμή f_1 , αλλά μικρή τιμή f_2 (αντίστοιχα στο χώρο σχεδιασμού μεγάλη τιμή x_1 και μικρή τιμή x_2). Στο σχήμα 6.3 φαίνονται με κύκλους, τρίγωνα και τετράγωνα οι τρεις αυτές περιοχές αντίστοιχα.



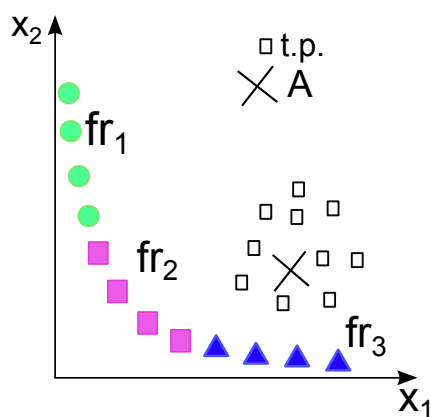
Σχήμα 6.3: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων μεγάλης καμπυλότητας στο χώρο των στόχων και οι τρεις περιοχές στις οποίες αυτό μπορεί να διαχωριστεί.

Βρίσκοντας ιδιοδιανύσματα και ιδιοτιμές με τη μέθοδο ΑσκΣ στο κάθε υποσύνολο του μετώπου προκύπτουν τρία σετ ιδιοδιανυσμάτων e_1, e_2 (όπου e_2 το ιδιοδιάνυσμα με τη μικρή ιδιοτιμή). Αυτά φαίνονται στο σχήμα 6.4.



Σχήμα 6.4: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων μεγάλης καμπυλότητας στο χώρο σχεδιασμού. Στο σχήμα φαίνονται οι τρεις περιοχές στις οποίες αυτό μπορεί να διαχωριστεί και τα τρία σετ ιδιοδιανυσμάτων e_1, e_2 για το καθένα από τα τρία υποσύνολα του συνόλου των επίλεκτων.

Στο σχήμα 6.4 φαίνεται πως τα ιδιοδιανύσματα που υπολογίζονται με βάση κάθε υποσύνολο του μετώπου προσδιορίζουν τις κύριες κατευθύνσεις της ‘περιοχής’ του χώρου σχεδιασμού στην οποία αυτό αντιστοιχεί. Έστω για παράδειγμα μια υποψήφια λύση A και τα δείγματα εκπαίδευσης ($t.p.$) που αντιστοιχούν σε αυτήν (σχήμα 6.5).



Σχήμα 6.5: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων μεγάλης καμπυλότητας στο χώρο σχεδιασμού. Στο σχήμα φαίνονται οι τρεις περιοχές στις οποίες αυτό μπορεί να διαχωριστεί καθώς και μια υποψήφια λύση A μαζί με τα δείγματα εκπαίδευσης που αντιστοιχούν σε αυτήν.

Επειδή η λύση A είναι πιο κοντά στο μέτωπο fr_3 είναι προτιμότερο να πολλαπλασιαστεί τόσο αυτή όσο και τα δείγματα εκπαίδευσης με τα ιδιοδιανύσματα που εκφράζουν τις κύριες κατευθύνσεις στην ‘περιοχή’ του χώρου σχεδιασμού στην οποία ανήκουν. Γι’ αυτό το λόγο είναι καλύτερο η μέθοδος ΑσκΣ να εφαρμόζεται τοπικά του συνόλου των επίλεκτων, αντί σε ολόκληρο το σύνολο.

6.2 Περιγραφή της Μεθόδου Διάσπασης του Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, η ιδέα διαχωρισμού του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε υποσύνολα και της εύρεσης ιδιοδιανυσμάτων για το καθένα από αυτά υλοποιήθηκε στο πλαίσιο εφαρμογής της μεθόδου ΑσκΣ στην εκπαίδευση των μεταπροτύπων (δηλαδή M(PCA)) όπως αυτή έχει αναφερθεί στην υποενότητα 4.5. Εδώ να σημειωθεί πως τα μεταπρότυπα που χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση της συγκεκριμένης μεθόδου ήταν εξωτερικά και όχι αυτά που συμπεριλαμβάνει το λογισμικό EASY. Πιο συγκεκριμένα, τα βήματα που ακολουθήθηκαν είναι τα εξής:

- Για κάθε γενιά (g) αφού ταξινομηθεί το σύνολο των επίλεκτων (από τη μικρότερη προς τη μεγαλύτερη τιμή του στόχου f_1) της προηγούμενης γενιάς ($g-1$) ‘σπάει’ το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε 3 μικρότερα μέτωπα: fr_1 , fr_2 , fr_3 (Ο

αριθμός των τμημάτων στα οποία διασπάται το μέτωπο θα μπορούσε να είναι και διάφορος του 3).

- Για καθένα από τα υποσύνολα των επίλεκτων που αντιστοιχούν στα μέτωπα fr_1 , fr_2 , fr_3 βρίσκεται το ‘μέσο’ άτομο (\bar{X}^1 , \bar{X}^2 , \bar{X}^3 αντίστοιχα) στο χώρο σχεδιασμού (δηλαδή το άτομο, του οποίου η τιμή της κάθε μεταβλητής σχεδιασμού συνιστά το μέσο όρο των τιμών της συγκεκριμένης μεταβλητής σχεδιασμού των επίλεκτων που αποτελούν το εκάστοτε μέτωπο).

$$\bar{X}^1 = (\bar{x}_1^1, \bar{x}_2^1, \dots, \bar{x}_N^1) \quad (6.1)$$

$$\bar{X}^2 = (\bar{x}_1^2, \bar{x}_2^2, \dots, \bar{x}_N^2) \quad (6.2)$$

$$\bar{X}^3 = (\bar{x}_1^3, \bar{x}_2^3, \dots, \bar{x}_N^3) \quad (6.3)$$

- Για κάθε υποψήφια λύση, λ ελέγχεται σε ποίο από τα τρία μέτωπα βρίσκεται πιο κοντά, υπολογίζεται δηλαδή η απόσταση της υποψήφιας λύσης από το ‘μέσο’ άτομο του κάθε μετώπου στο N -διάστατο χώρο (όπου N οι μεταβλητές σχεδιασμού).

$$r_{1\lambda} = \sqrt{(x_1 - \bar{x}_1^1)^2 + (x_2 - \bar{x}_2^1)^2 + \dots + (x_N - \bar{x}_N^1)^2} \quad (6.4)$$

$$r_{2\lambda} = \sqrt{(x_1 - \bar{x}_1^2)^2 + (x_2 - \bar{x}_2^2)^2 + \dots + (x_N - \bar{x}_N^2)^2} \quad (6.5)$$

$$r_{3\lambda} = \sqrt{(x_1 - \bar{x}_1^3)^2 + (x_2 - \bar{x}_2^3)^2 + \dots + (x_N - \bar{x}_N^3)^2} \quad (6.6)$$

- Στη συνέχεια, βρίσκονται τα ιδιοδιανύσματα και οι ιδιοτιμές του μετώπου από το οποίο απέχει λιγότερο η υποψήφια λύση. Αν π.χ. $r_{3\lambda} < r_{1\lambda} < r_{2\lambda}$ βρίσκονται οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του μετώπου fr_3 .
- Γίνεται ο πολλαπλασιασμός (στροφή) της υποψήφιας λύσης, λ και των δειγμάτων εκπαίδευσης (training patterns) που αντιστοιχούν σε αυτήν με τα ιδιοδιανύσματα του μετώπου από το οποίο η υποψήφια λύση απέχει λιγότερο.
- Έπειτα, αποκόπτονται οι κ (κατ’ επιλογή του χρήστη) κύριες συνιστώσες των δειγμάτων εκπαίδευσης (όπως αυτές προκύπτουν από τη μέθοδο ΑσκΣ) για να παραμείνουν οι $N - \kappa$ πιο σημαντικές (αυτές δηλαδή, που αντιστοιχούν στη μικρότερη ιδιοτιμή) με βάση τις οποίες θα εκπαιδευτεί το μεταπρότυπο.
- Τέλος, πραγματοποιείται η εκπαίδευση του μεταπρότυπου.

Η εφαρμογή της μεθόδου κατάτμησης του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων και η εύρεση ιδιοτιμών και ιδιοδιανυσμάτων για καθένα από τα επιμέρους τμήματα που προκύπτουν εξετάζεται στην παρούσα διπλωματική εργασία με τις μεθόδους $M(PCA)AEA$ και $M(PCA)AEA(PCA)$. Η πρώτη αφορά τη βελτιστοποίηση με ΕΑ υποβοηθούμενους από μεταπρότυπα, η εκπαίδευση των οποίων γίνεται στις $N - κ$ πιο σημαντικές κατευθύνσεις του χώρου σχεδιασμού. Η δεύτερη, όπως έχει ειπωθεί και στο κεφάλαιο 4, αφορά τη εφαρμογή της μεθόδου ΑσΚΣ τόσο στους ΕΑ πριν την εφαρμογή των τελικών εξέλιξης όσο και στα μεταπρότυπα. Από εδώ και στο εξής με **δείκτη full** θα συμβολίζεται η εφαρμογή της μεθόδου ΑσΚΣ με βάση **ολόκληρο το σύνολο των επίλεκτων** και με **δείκτη part** η εφαρμογή της ΑσΚΣ με βάση το **υπόσύνολο εκείνο του μετώπου που βρίσκεται πιο κοντά στην εκάστοτε υποψήφια λύση**. Η συγκεκριμένη μέθοδος εξετάζεται, στη συνέχεια, για δύο από περιγραφείσες περιπτώσεις της συγκεκριμένης εργασίας: 1) το υπερηχητικό επιβατικό αεροσκάφος (ενότητα 3.2) και το 2) το δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis (ενότητα 3.3).

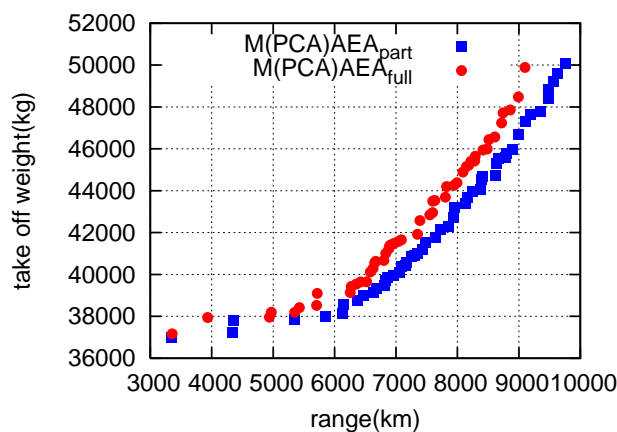
6.2.1 Εφαρμογή της Προτεινόμενης Μεθόδου στο Υπερηχητικό Επιβατικό Αεροσκάφος

Μετά την υλοποίηση της ιδέας περί κατάτμησης του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων υπολογιστικά η πρώτη σύγκριση επιχειρήθηκε να γίνει όσον αφορά τη μέθοδο $M(PCA)AEA$ στο επιβατικό υπερηχητικό αεροσκάφος των 13 μεταβλητών σχεδιασμού. Η σύγκριση έγινε για 2000 αξιολογήσεις και ο αριθμός του πληθυσμού των απογόνων είναι $\lambda = 90$ και των γονέων $\mu = 30$. Για τις παραμέτρους των $\Delta\Sigma AB$ ισχύουν τα εξής:

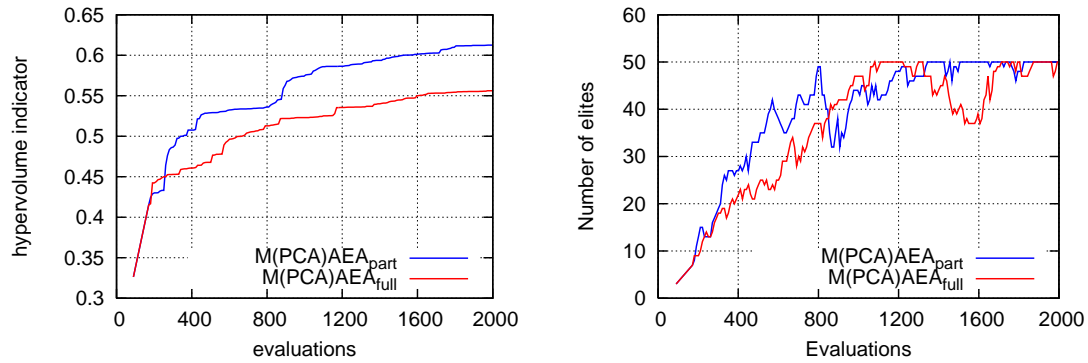
Παράμετρος	Αριθμός
minDBentries	100
exactevals	5-10
training patterns	5-9
PCA reduced dimensionality	3

Πίνακας 6.1: Παράμετροι των $\Delta\Sigma AB$ για τη μέθοδο $M(PCA)AEA$. Τα $\Delta\Sigma AB$ εκπαιδεύονται με δείγματα μειωμένης διάστασης, κατά 10 μεταβλητές σχεδιασμού σε σχέση με την αρχική.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν παρουσιάζονται στα σχήματα 6.6, 6.7.



Σχήμα 6.6: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς των μεθόδων $M(PCA)AEA_{part}$, $M(PCA)AEA_{full}$. Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο $M(PCA)AEA_{part}$ κυριαρχεί καθολικά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο $M(PCA)AEA_{full}$.



Σχήμα 6.7: Βελτιστοποίηση ενός υπερηχητικού επιβατικού αεροσκάφους. Αριστερά παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε για την $M(PCA)AEA_{part}$ και την $M(PCA)AEA_{full}$ για 2000 αξιολογήσεις. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό αυτού είναι το $(-2300km, 57210kg)$. Δεξιά φαίνεται ο αριθμός των ατόμων που απαρτίζουν το σύνολο των επίλεκτων (elite set) σε κάθε αξιολόγηση.

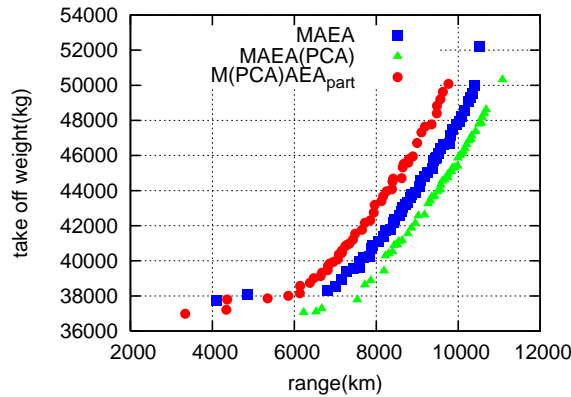
Παρατηρώντας τα σχήματα 6.6, 6.7 το συμπέρασμα που εξάγεται άμεσα είναι πως τόσο όσον αφορά το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς όσο και τον δείκτη υπερόγκου η μέθοδος $M(PCA)AEA$ που εφαρμόζεται, κάθε φορά, σε διαφορετικό υποσύνολο του συνόλου των επίλεκτων (ανάλογα με το που ανήκει η υποψήφια λύση) αναδεικνύεται καλύτερη από τη μέθοδο $M(PCA)AEA$ κατά την οποία η ΑσκΣ υπολογίζεται με βάση ολόκληρο το σύνολο των επίλεκτων. Ο αριθμός των επίλεκτων ανά γενιά είναι αρκετά μεγάλος (από τις 1000 αξιολογήσεις και μετά γύρω στους 50) και παρά τις διακυμάνσεις του δεν διαφέρει πολύ για τις δύο μεθόδους. Επομένως, ο δείκτης υπερόγκου όπως και τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων μπορούν να χαρακτηριστούν ως αξιόπιστα ‘εργαλεία’ σύγκρισης των δύο μεθόδων.

Έχοντας καταλήξει στο ότι η μέθοδος $M(PCA)AEA_{part}$ είναι καλύτερη από τη μέθοδο $M(PCA)AEA_{full}$ το επόμενο βήμα είναι να συγκριθεί και με τις μεθόδους $MAEA$ και $MAEA(PCA)$ για να διερευνηθεί αν είναι καλύτερη και από αυτές. Για τις δύο τελευταίες όσον αφορά τις παραμέτρους που σχετίζονται με τα ΔΣΑΒ ισχύουν τα εξής:

Παράμετρος	Αριθμός
minDBentries	200
exactevals	5-10
training patterns	10-15

Πίνακας 6.2: Παράμετροι των ΔΣΑΒ για τις μεθόδους $MAEA$ και $MAEA(PCA)$.

Η εφαρμογή της ΑσκΣ στους ΕΑ στη μέθοδο $MAEA(PCA)$ ξεκινά στην παρούσα διπλωματική εργασία από την τρίτη γενιά και ο αριθμός των πληθυσμών και των αξιολογήσεων παραμένει ίδιος με προηγουμένως. Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς και για τις τρεις συγκρινόμενες μεθόδους φαίνεται στο σχήμα 6.8.

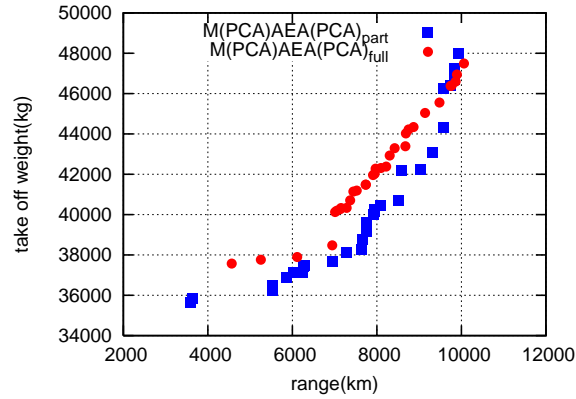


Σχήμα 6.8: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς των μεθόδων $MAEA$, $MAEA(PCA)$, $M(PCA)AEA_{part}$. Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο $MAEA(PCA)$ κυριαρχεί καθολικά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο $MAEA$ και αυτό με τη σειρά του κυριαρχεί καθολικά του μετώπου που αντιστοιχεί στη μέθοδο $M(PCA)AEA_{part}$.

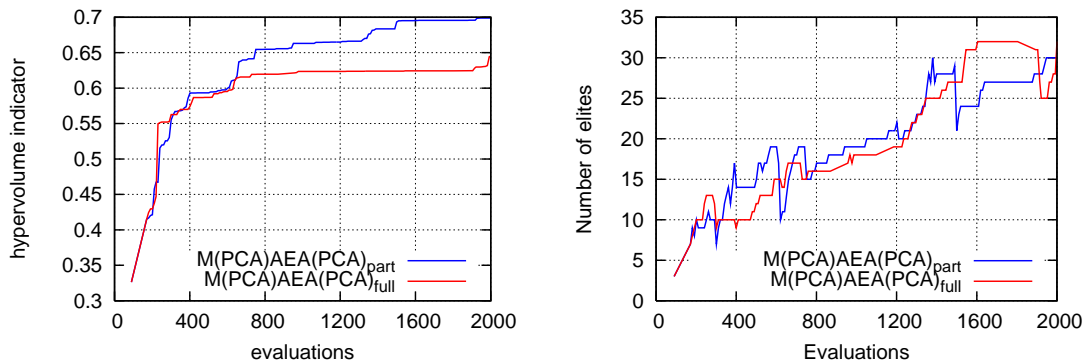
Το ότι η μέθοδος $M(PCA)AEA_{part}$ εμφανίζεται στο παραπάνω σχήμα χειρότερη ακόμα και από τη μέθοδο $MAEA$ μας οδηγεί στο συμπέρασμα πως η εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ και στους ΕΑ είναι απαραίτητη τουλάχιστον για τη συγκεκριμένη περίπτωση. Επομένως, η επόμενη σύγκριση θα γίνει μεταξύ των μεθόδων $MAEA$, $MAEA(PCA)$, $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$. Πριν γίνει αυτό, όμως, πρέπει να ελεγχθεί αν η $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ είναι καλύτερη της $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ και μετά την εφαρμογή της ΑσκΣ στους τελεστές εξέλιξης των ΕΑ.

Η σύγκριση των μεθόδων $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$, $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ γίνεται υπό τις ίδιες συνθήκες όπως και των μεθόδων $M(PCA)AEA_{part}$, $M(PCA)AEA_{full}$ με τη διαφορά της προσθήκης της ΑσκΣ και στους εξελικτικούς τελεστές των ΕΑ μετά τη δεύτερη γενιά.

Από τα σχήματα 6.9, 6.10 φαίνεται πως και μετά την εφαρμογή της ΑσκΣ στους εξελικτικούς τελεστές των ΕΑ το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ αποτελείται από 'καλύτερα' άτομα (και επομένως καλύτερες 'βέλτιστες' λύσεις) από ότι το μέτωπο της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$. Αυτό συμβαίνει καθόλη τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης καθώς ο δείκτης υπερόγκου της πρώτης είναι καλύτερος από αυτόν της δεύτερης και ο αριθμός των επίλεκτων που προκύπτουν ανά γενιά είναι αρκετός για να παράγει πυκνά και, επομένως, 'αξιόπιστα' μέτωπα και για τις δύο μεθόδους.

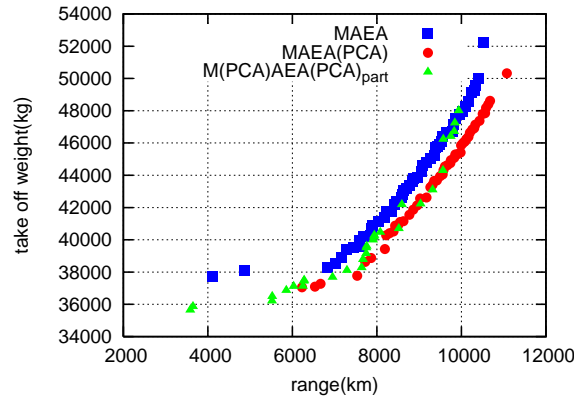


Σχήμα 6.9: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς των μεθόδων $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$, $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$. Σχεδόν όλα τα άτομα του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ κυριαρχούν των ατόμων του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$.

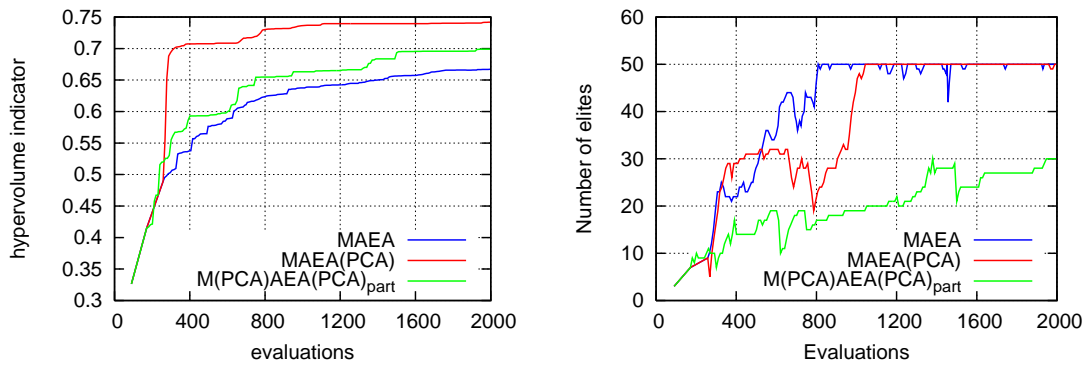


Σχήμα 6.10: Βελτιστοποίηση ενός υπερηχητικού επιβατικού αεροσκάφους. Αριστερά παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε για την $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ και την $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ για 2000 αξιολογήσεις. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό αυτού είναι το $(-2300km, 57210kg)$. Δεξιά φαίνεται ο αριθμός των ατόμων που απαρτίζουν το σύνολο των επίλεκτων (elite set) σε κάθε αξιολόγηση.

Έχοντας πλέον διαπιστώσει την υπεροχή της εφαρμογής της ΑσκΣ σε υποσύνολα του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων και αναφορικά με τη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)$, σειρά έχει η σύγκριση των $MAEA$, $MAEA(PCA)$, $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ για να διαπιστωθεί αν η ΑσκΣ στους εξελικτικούς τελεστές ήταν απαραίτητη για να ‘πάει’ η μέθοδος $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ καλύτερα από τις $MAEA$, $MAEA(PCA)$. Όλες οι παράμετροι παραμένουν ίδιες και τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τον ίδιο τρόπο όπως και προηγουμένως, με τρία δηλαδή σχήματα:



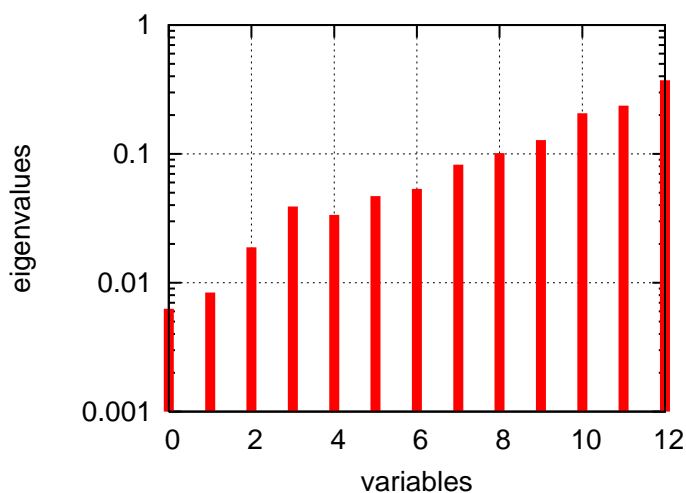
Σχήμα 6.11: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς των μεθόδων $MAEA$, $MAEA(PCA)$, $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$.



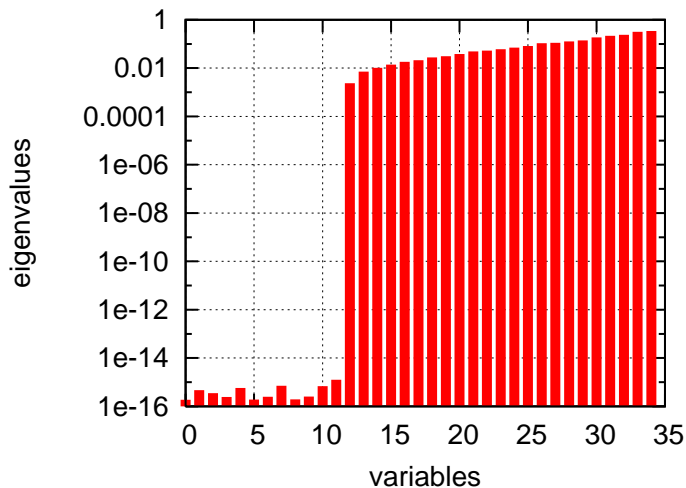
Σχήμα 6.12: Βελτιστοποίηση ενός υπερηχητικού επιβατικού αεροσκάφους. Αριστερά παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε για τις $MAEA$, $MAEA(PCA)$, $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ για 2000 αξιολογήσεις. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό αυτού είναι το $(-2300km, 57210kg)$. Δεξιά φαίνεται ο αριθμός των ατόμων που απαρτίζουν το σύνολο των επίλεκτων σε κάθε αξιολόγηση.

Παρατηρώντας κανείς τα σχήματα 6.11, 6.12 μπορεί να διαπιστώσει πως η μέθοδος $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ υπερισχύει της μεθόδου $MAEA$ αλλά όχι και της $MAEA(PCA)$. Αυτό σημαίνει πως το συγκεκριμένο πρόβλημα δεν ενδείκνυται σε μεγάλο βαθμό για αποκοπή κάποιων από τις μεταβλητές των δειγμάτων εκπαίδευσης καθώς η ΑσκΣ στα μεταπρότυπα δε φαίνεται να επιφέρει μεγάλο κέρδος. Για να εξηγηθεί πιο τεκμηριωμένα ο λόγος για τον οποίο η μέθοδος $M(PCA)AEA(PCA)$ δεν υπερισχύει της μεθόδου

ΜΑΕΑ(PCA) ακολουθούν δύο διαγράμματα των τιμών των ιδιοτιμών (κατακόρυφος άξονας) που αντιστοιχούν σε καθεμία από τις κύριες συνιστώσες (οριζόντιος άξονας) για δύο προβλήματα: 1) το παρόν εξεταζόμενο και 2) αυτό του δρομέα του υδροστροβίλου Francis, η μελέτη του οποίου θα ακολουθήσει στη συνέχεια.



Σχήμα 6.13: Ενδεικτικές τιμές των ιδιοτιμών για όλες τις μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος υπερηχητικού επιβατικού αεροσκάφους.



Σχήμα 6.14: Ενδεικτικές τιμές των ιδιοτιμών για όλες τις μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis.

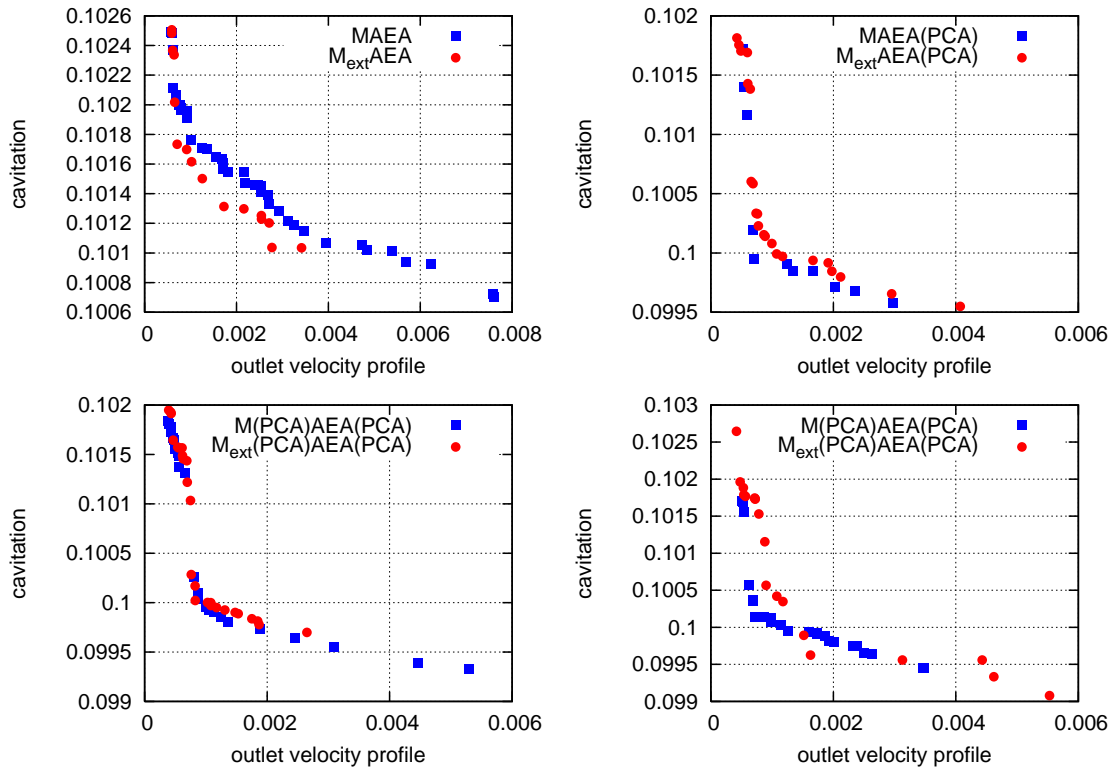
Όπως φαίνεται στην περίπτωση του υδροστροβίλου Francis (σχήμα 6.14) οι 10 πρώτες κύριες συνιστώσες έχουν κατά 14 τάξεις μεγέθους μικρότερες ιδιοτιμές από τις υπόλοιπες 25. Αντίθετα, στο πρόβλημα του αεροσκάφους η διαφορά των τιμών των ιδιοτιμών των πρώτων από τις τελευταίες κύριες συνιστώσες είναι μόνο δύο τάξεις μεγέθους (σχήμα 6.13). Επομένως, στο πρόβλημα του υδροστροβίλου Francis φαίνεται να ξεχωρίζουν κάποιες από τις κύριες συνιστώσες ως προς τη σημαντικότητά τους (αυτές

με τη μικρή ιδιοτιμή) σε σχέση με τις υπόλοιπες. Με βάση αυτές μπορούν να εκπαιδευτούν τα μεταπρότυπα σε μικρότερο του αρχικού χώρο σχεδιασμού. Αντιθέτως, στο πρόβλημα του αεροσκάφους δε φαίνεται να ξεχωρίζουν κάποιες από τις πρώτες κύριες συνιστώσες ως ιδιαίτερα πιο σημαντικές από τις υπόλοιπες. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι σχεδόν όλες οι ιδιοκατευθύνσεις στο χώρο όπως αυτές προσδιορίζονται από την εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ είναι αρκετά σημαντικές.

6.2.2 Εφαρμογή της Προτεινόμενης Μεθόδου στο Δρομέα Υδροστροβίλου Francis

Όπως αποδείχθηκε το πρόβλημα του υδροστροβίλου Francis προσφέρεται για την εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ στα μεταπρότυπα. Επομένως, η προτεινόμενη μέθοδος διάσπασης του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε επιμέρους μέτωπα και η εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ σε όποιο από αυτά βρίσκεται 'πιο κοντά' η υποψήφια λύση θα παρουσιασθεί και στο δρομέα του υδροστροβίλου Francis. Αρχικά, πραγματοποιείται μια σύγκριση των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς των μεθόδων $MAEA$, $MAEA(PCA)$, $M(PCA)AEA(PCA)$ όπου, στη μια περίπτωση, τα μεταπρότυπα που χρησιμοποιούνται είναι αυτά που περιλαμβάνει το λογισμικό EASY και στην άλλη τα μεταπρότυπα καλούνται εξωτερικά. Τα τελευταία χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση της προτεινόμενης μεθόδου καθώς η παρέμβαση σε ένα κλειστό λογισμικό όπως είναι ο EASY και, επομένως, στα μεταπρότυπα που αυτός έχει ενσωματωμένα είναι αδύνατη. Στόχος αυτής της σύγκρισης είναι να διαπιστωθεί πως δεν υπάρχει σημαντική διαφορά στην απόδοση των καλούμενων εξωτερικών μεταπρότυπων συγκριτικά με αυτά που εμπερικλείονται στο λογισμικό EASY. Ο δείκτης ext (external) που συνοδεύει το γράμμα M (Metamodel) υποδηλώνει ότι τα μεταπρότυπα είναι εξωτερικά.

Παρατηρώντας το σχήμα 6.15 μπορεί κανείς να διαπιστώσει πως η διαφορά των μετώπων που προκύπτουν χρησιμοποιώντας εξωτερικά μεταπρότυπα σε σχέση με τα ενσωματωμένα μεταπρότυπα του EASY είναι πολύ μικρή. Γι' αυτό το λόγο η χρήση εξωτερικών μεταπρότυπων στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία για τον προγραμματισμό της εξεταζόμενης μεθόδου είναι αποδεκτή καθώς δεν επιφέρει μείωση της αποτελεσματικότητας των μεθόδων βελτιστοποίησης με EA που υποβοηθούνται από μεταπρότυπα.



Σχήμα 6.15: Μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς των μεθόδων $MAEA$, $MAEA(PCA)$, $M(PCA)AEA(PCA)$ για μεταπρότυπα που καλούνται εξωτερικά και μεταπρότυπα ενσωματωμένα στον EASY. Η μέθοδος $M(PCA)AEA(PCA)$ συγκρίνεται για δύο περιπτώσεις: 1) τα $\Delta\Sigma AB$ εκπαιδεύονται με τις 10 πιο σημαντικές κύριες συνιστώσες (κάτω αριστερά) και 2) τα $\Delta\Sigma AB$ εκπαιδεύονται με τις 5 πιο σημαντικές κύριες συνιστώσες (κάτω δεξιά).

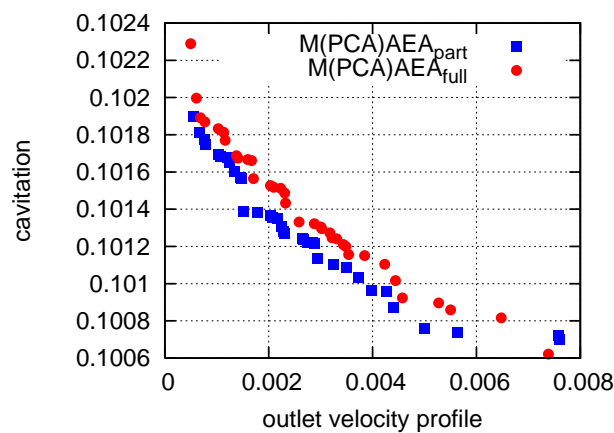
Αφού διαπιστώθηκε πλέον ότι η απόδοση των εξωτερικών μεταπροτύπων δε διαφέρει σημαντικά από την αντίστοιχη των 'εσωτερικών', σειρά έχει ο έλεγχος της αποτελεσματικότητας της προτεινόμενης μεθόδου βελτιστοποίησης. Αυτή μπορεί να υλοποιηθεί, όπως εξηγήθηκε και στην περίπτωση του υπερηχητικού επιβατικού αεροσκάφους με δύο μεθόδους, τις: $M(PCA)AEA$, $M(PCA)AEA(PCA)$. Η διερεύνηση της αποτελεσματικότητας της μεθόδου εφαρμογής της ΑσΚΣ τοπικά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων θα γίνει μέσω της σύγκρισης της με τη αντίστοιχη μέθοδο όπου η ΑσΚΣ εφαρμόζεται σε ολόκληρο το μέτωπο. Στόχος είναι η εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων σχετικά με το πως λειτουργεί η συγκεκριμένη μέθοδος αλλά και πως συμπεριφέρεται σε σχέση με τις μεθόδους $MAEA$, $MAEA(PCA)$. Για τους δείκτες part, full ισχύει ότι αναφέρθηκε στην υποενότητα 6.2.

Όσον αφορά τη μέθοδο $M(PCA)AEA$ πραγματοποιήθηκαν 1500 αξιολογήσεις και ο αριθμός του πληθυσμού των απογόνων είναι $\lambda = 60$ και των γονέων $\mu = 20$. Για τις παραμέτρους των $\Delta\Sigma AB$ ισχύουν τα εξής:

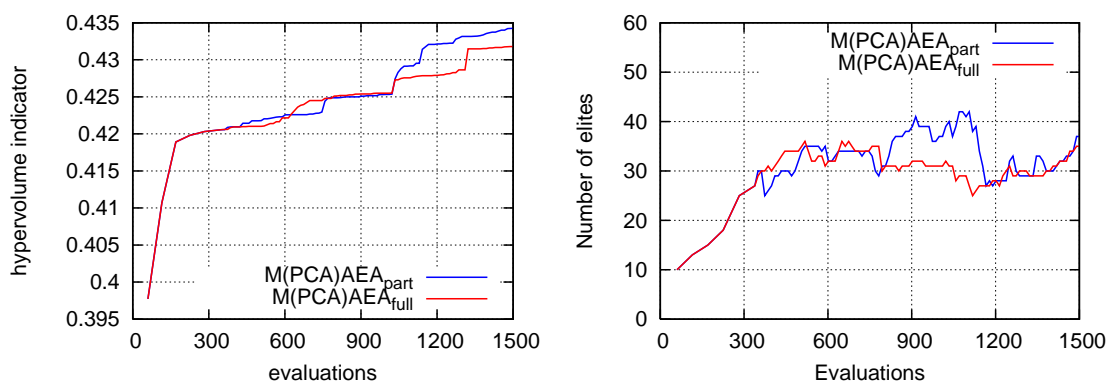
Τα αποτελέσματα που προκύπτουν φαίνονται στα σχήματα 6.16, 6.17.

Παράμετρος	Αριθμός
minDBentries	300
exactevals	6-12
training patterns	10-15
PCA reduced dimensionality	5

Πίνακας 6.3: Παράμετροι των ΔΣΑΒ για τη μέθοδο $M(PCA)AEA$. Τα ΔΣΑΒ εκπαιδεύονται με δείγματα μειωμένης διάστασης, κατά 30 μεταβλητές σχεδιασμού σε σχέση με την αρχική.



Σχήμα 6.16: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς των μεθόδων $M(PCA)AEA_{part}$, $M(PCA)AEA_{full}$.



Σχήμα 6.17: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Αριστερά παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε για την $M(PCA)AEA_{part}$ και την $M(PCA)AEA_{full}$ για 1500 αξιολογήσεις. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό αυτού είναι το (0.008, 0.11). Δεξιά φαίνεται ο αριθμός των ατόμων που απαρτίζουν το σύνολο των επίλεκτων (elite set) σε κάθε αξιολόγηση.

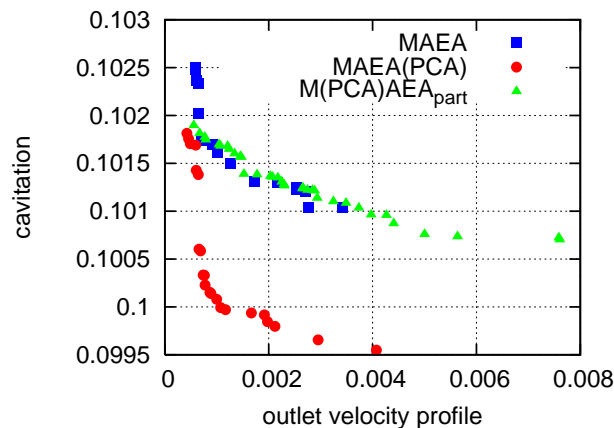
Στο σχήμα 6.16 φαίνεται πως τα άτομα μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς της μεθόδου $M(PCA)AEA_{part}$ κυριαρχούν καθολικά των ατόμων της μεθόδου $M(PCA)AEA_{full}$. Όσον αφορά το δείκτη υπερόγκου (σχήμα 6.17) μέχρι τις 1000 αξιολογήσεις οι δύο μέθοδοι σχεδόν ταυτίζονται αλλά από τις 1000 έως τις 1500 η $M(PCA)AEA_{part}$ ξεπερνά την $M(PCA)AEA_{full}$. Δεδομένου ότι ο αριθμός των επίλεκτων που απαρτίζουν τα μέτωπα και για τις δύο μεθόδους δεν διαφέρει ιδιαίτερα κάτι που συνεπάγεται πυκνά μέτωπα και επομένως, αξιόπιστο δείκτη υπερόγκου είναι εύκολο να συμπεράνει κανείς πως η $M(PCA)AEA_{part}$ είναι καλύτερη της $M(PCA)AEA_{full}$.

Έχοντας διαπιστώσει την υπεροχή της $M(PCA)AEA_{part}$ έναντι της $M(PCA)AEA_{full}$ καλό θα ήταν η πρώτη να συγκριθεί και με τις $MAEA$, $MAEA(PCA)$ για να ελεγχθεί αν στην περίπτωση του υδροστροβίλου Francis ισχύει ότι και στην περίπτωση του υπερηχητικού επιβατικού αεροσκάφους όπου η $M(PCA)AEA_{part}$ υστερούσε των $MAEA$, $MAEA(PCA)$. Για τις παραμέτρους της $M(PCA)AEA_{part}$ ισχύει ότι και πριν ενώ για τις $MAEA$, $MAEA(PCA)$ ισχύουν τα εξής:

Παράμετρος	Αριθμός
minDBentries	600
exactevals	6-12
training patterns	20-25

Πίνακας 6.4: Παράμετροι των ΔΣΑΒ για τις μεθόδους MAEA και M(PCA)AEA.

Όσον αφορά στη μέθοδο $MAEA(PCA)$ η εφαρμογή της **ΑσΚΣ** στους εξελικτικούς τελεστές **ξεκινά από την τρίτη κιόλας γενιά**.



Σχήμα 6.18: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς των μεθόδων $MAEA$, $MAEA(PCA)$, $M(PCA)AEA_{part}$.

Στο σχήμα 6.18 διαπιστώνεται ότι η μέθοδος $M(PCA)AEA_{part}$ μειονεκτεί σε μεγάλο βαθμό σε σχέση με τη μέθοδο $MAEA(PCA)$ ενώ το τελικό μέτωπο της σχεδόν ταυτίζεται με αυτό της μεθόδου $MAEA$. Αυτό καθιστά αναγκαία την προσθήκη

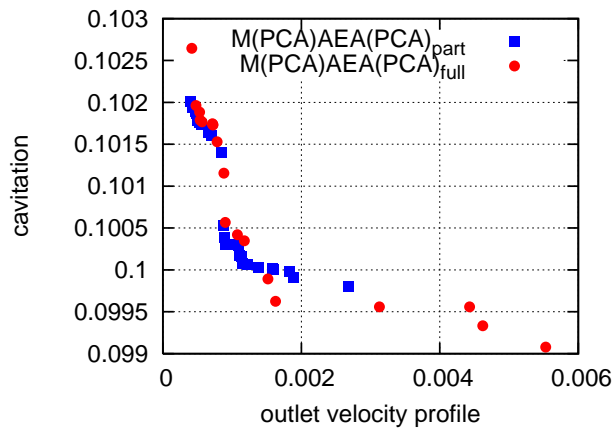
της ΑσκΣ και στους ΕΑ και επομένως την εφαρμογή της μεθόδου βελτιστοποίησης $M(PCA)AEA(PCA)$.

Αρχικά θα γίνει η σύγκριση των μεθόδων $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$, $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ για 1500 αξιολογήσεις, $\lambda = 60$ και $\mu = 20$. Η ΑσκΣ στους ΕΑ ξεκινά από την τρίτη γενιά ενώ για τις παραμέτρους των ΔΣΑΒ ισχύουν τα εξής:

Παράμετρος	Αριθμός
minDBentries	300
exactevals	6-12
training patterns	5-9
PCA reduced dimensionality	10

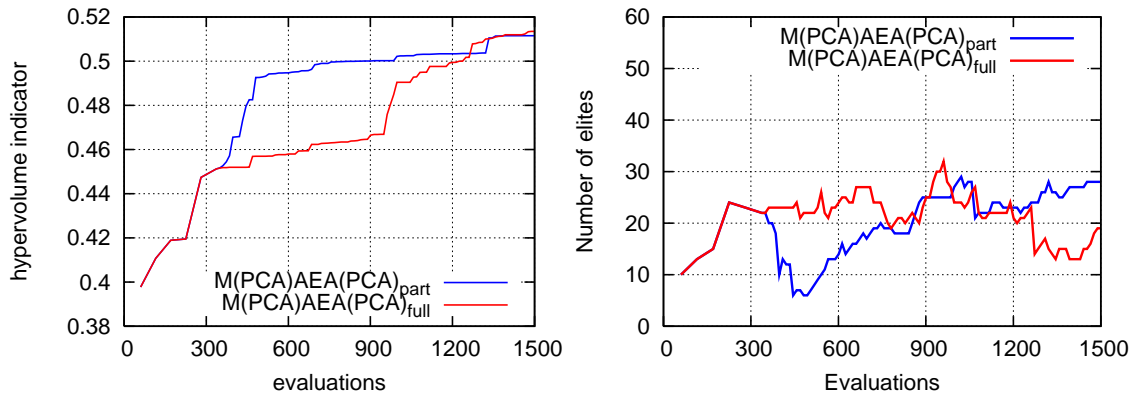
Πίνακας 6.5: Παράμετροι των ΔΣΑΒ για τη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)$. Τα ΔΣΑΒ εκπαιδεύονται με δείγματα μειωμένης διάστασης, κατά 25 μεταβλητές σχεδιασμού σε σχέση με την αρχική.

Η σύγκλιση των δύο μεθόδων για 1500 αξιολογήσεις φαίνεται στα σχήματα 6.19, 6.20.



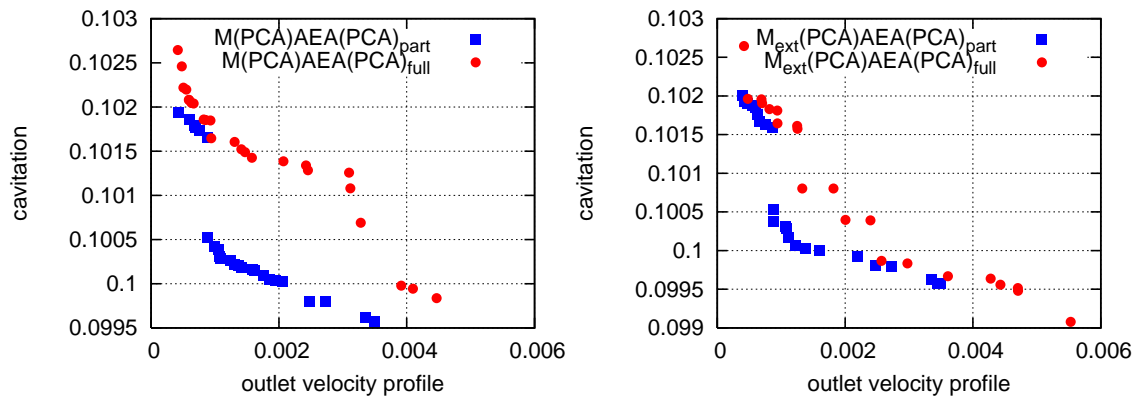
Σχήμα 6.19: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Τελικό μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων των μεθόδων $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$, $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$.

Τα τελικά μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων των δύο μεθόδων (σχήμα 6.19) δεν παρουσιάζουν μεγάλη διαφορά όσο αφορά την έννοια της κυριαρχίας μεταξύ των ατόμων τους. Οι μόνες παρατηρήσεις που μπορούν να γίνουν είναι ότι το μέτωπο που αντιστοιχεί στη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ είναι πιο πυκνό ενώ το αντίστοιχο της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ είναι πιο ‘απλωμένο’ στο χώρο των στόχων.



Σχήμα 6.20: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Αριστερά παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε για την $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ και την $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ για 1500 αξιολογήσεις. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό αυτού είναι το $(0.008, 0.11)$. Δεξιά φαίνεται πως ο αριθμός των επίλεκτων ανά αξιολόγηση, παρά τις διακυμάνσεις του, δε διαφέρει σημαντικά στις δύο μεθόδους.

Βέβαια, όπως φαίνεται στο σχήμα 6.20 ο δείκτης υπερόγκου της μεθόδου που αντιστοιχεί στη διάσπαση του μετώπου σε επιμέρους τμήματα ($M(PCA)AEA(PCA)_{part}$) είναι καλύτερος του δείκτη της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ μέχρι και τις 1200 αξιολογήσεις. Παρατηρώντας προσεκτικά την εξέλιξη των δύο δεικτών φαίνεται πως τη λύση που η μέθοδος $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ προσεγγίζει στις 700 αξιολογήσεις, η $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ την ‘φτάνει’ στις 1200.

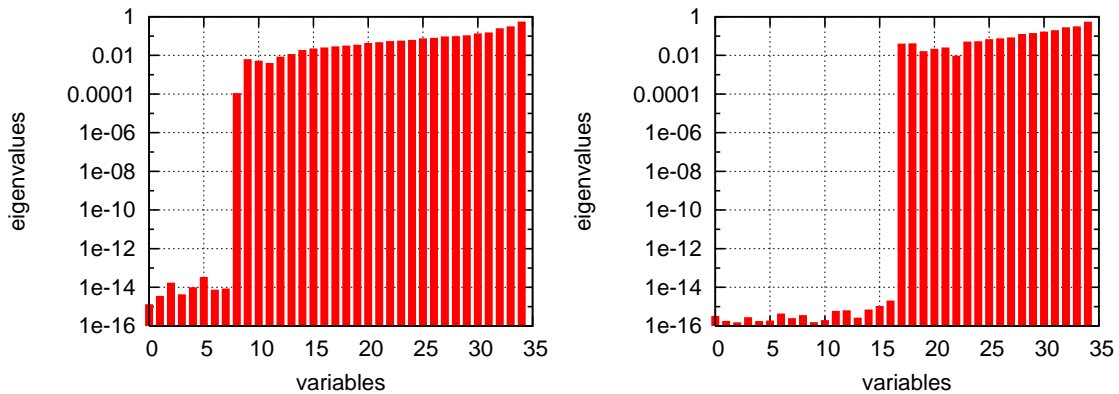


Σχήμα 6.21: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Αριστερά παρουσιάζονται τα μέτωπα μη κυριαρχούμενων λύσεων της 52^{ης} γενιάς για τις εξεταζόμενες μεθόδους και δεξιά τα αντίστοιχα μέτωπα της 77^{ης} γενιάς.

Το ότι η μέθοδος $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ φτάνει σε μια δεδομένη λύση με λιγότερες αξιολογήσεις από ότι η $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ μπορεί να φανεί και στο σχήμα 6.21. Εκεί παρουσιάζονται τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων για δύο ενδιαμέσες γενιές (52,77) της διαδικασίας βελτιστοποίησης (ο αριθμός των συνολικών γε-

νιών για τις 1500 αξιολογήσεις είναι 102). Και στις δυο γενιές, τα άτομα του μετώπου της $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ κυριαρχούν καθολικά των ατόμων του μετώπου της $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$. Η διαφορά των μετώπων των δυο μεθόδων όσο περνούν οι γενιές αμβλύνεται γι' αυτό και στις 1500 αξιολογήσεις τα δύο μέτωπα σχεδόν εξομοιώνονται.

Στο σχήμα 6.22 παρουσιάζονται οι τιμές των ιδιοτιμών που αντιστοιχούν στις 35 κύριες συνιστώσες των μεθόδων $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$, $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ κατά την τελευταία γενιά. Όπως φαίνεται στην περίπτωση της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ οι σημαντικές κύριες συνιστώσες (αυτές που αντιστοιχούν στη μικρή ιδιοτιμή) με βάση τις οποίες μπορούν να εκπαιδευτούν τα μεταπρότυπα είναι πολύ λιγότερες από τις αντίστοιχες της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$. Επομένως, κατά τη μέθοδο κατάτμησης του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων τα μεταπρότυπα μπορούν να εκπαιδευτούν σε χώρο σχεδιασμού ακόμα μικρότερης διάστασης σε σχέση με την 'κλασική' μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)$. Γι' αυτό το λόγο επιλέγεται να εξετασθεί και μια δεύτερη περίπτωση στην οποία αποκόπτονται ακόμα περισσότερες μεταβλητές σχεδιασμού και ξανασυγκρίνονται οι δύο μέθοδοι.



Σχήμα 6.22: Τιμές των ιδιοτιμών που προκύπτουν για την τελευταία γενιά στις μεθόδους $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ (αριστερά) και $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ (δεξιά).

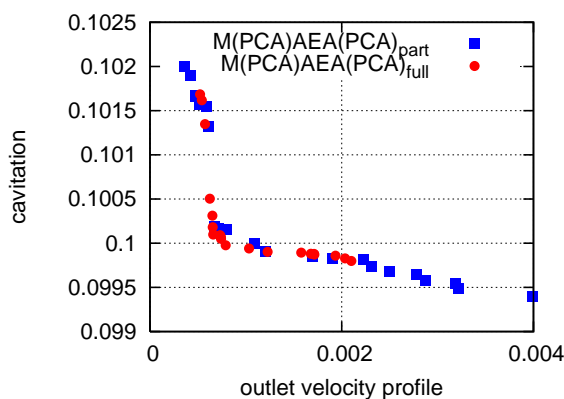
Πιο συγκριμένα, οι δύο εξεταζόμενες μέθοδοι θα συγκριθούν ξανά υπό τις εξής συνθήκες:

Παράμετρος	Αριθμός
minDBentries	50
exactevals	6-12
training patterns	5-9
PCA reduced dimensionality	2

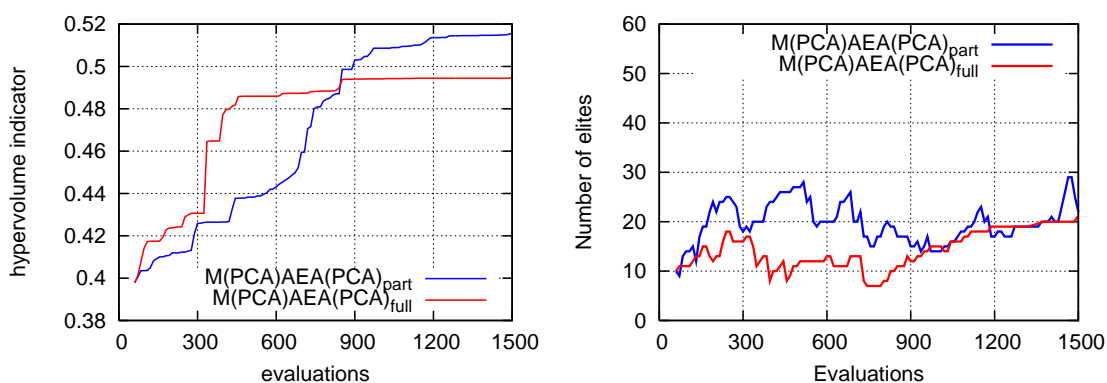
Πίνακας 6.6: Παράμετροι των ΔΣΑΒ για τη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)$. Τα ΔΣΑΒ εκπαιδεύονται με δείγματα μειωμένης διάστασης, κατά 33 μεταβλητές σχεδιασμού σε σχέση με την αρχική.

Όσον αφορά στην **ΑΣΚΣ** στους **ΕΑ** αυτή ξεκινά μετά το **τέλος της δεύτερης γενιάς**.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι τα εξής:



Σχήμα 6.23: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της τελευταίας γενιάς των μεθόδων $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$, $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$. Τα μεταπρότυπα εκπαιδεύονται με δείγματα εκπαίδευσης που έχουν μόνο 2 μεταβλητές σχεδιασμού.

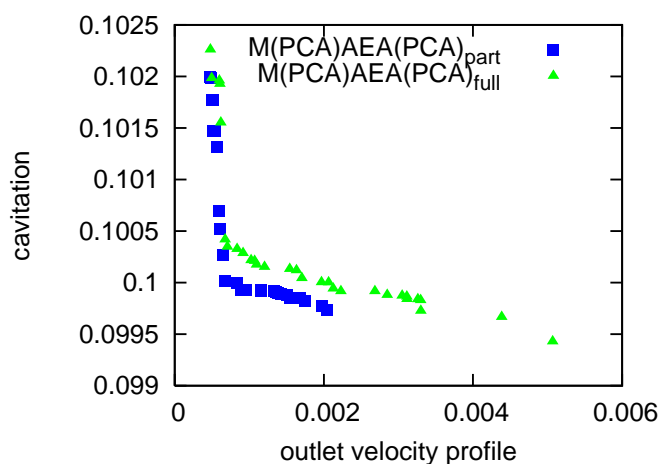


Σχήμα 6.24: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Αριστερά παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε για τις $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$, $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ όπου η εκπαίδευση των μεταπρότυπων γίνεται στο διδιάστατο χώρο. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό αυτού είναι το $(0.008, 0.11)$. Δεξιά φαίνεται ο αριθμός των ατόμων που απαρτίζουν το σύνολο των επίλεκτων σε κάθε αξιολόγηση.

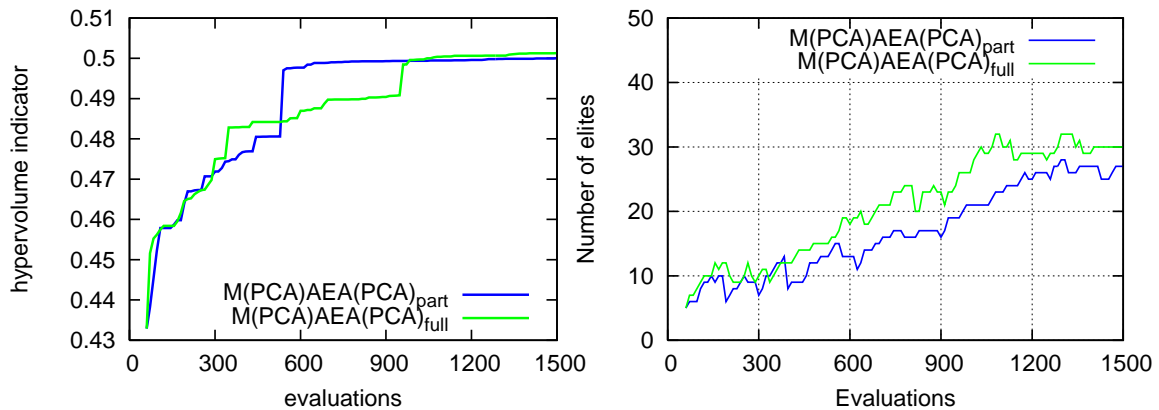
Παρατηρώντας κανείς τα σχήματα 6.23, 6.24 προκύπτουν τα εξής:

- Τα τελικά μέτωπα των δύο μεθόδων δεν διαφέρουν σημαντικά όσον αφορά την έννοια της κυριαρχίας. Παρόλα αυτά το μέτωπο που αντιστοιχεί στη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ είναι πιο πυκνό και καλύπτει μεγαλύτερο μέρος του χώρου των στόχων από ότι το μέτωπο της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$.
- Ο δείκτης υπερόγκου της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ αυξάνει με μεγαλύτερο ρυθμό από ότι ο δείκτης υπερόγκου της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$. Γι' αυτό το λόγο, ενώ μέχρι τις 800 αξιολογήσεις ο πρώτος υπολείπεται του δεύτερου, στη συνέχεια τον ξεπερνά και καταλήγει στις 1500 αξιολογήσεις έχοντας μεγαλύτερη τιμή από αυτόν. Αντίθετα, ο δείκτης υπερόγκου της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ σταματά να εξελίσσεται από τις 800 αξιολογήσεις και μετά, παραμένει δηλαδή στάσιμος.
- Ο αριθμός των επίλεκτων ανά γενιά της μεθόδου διάσπασης του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων ($M(PCA)AEA(PCA)_{part}$) είναι καθόλη τη διάρκεια της βελτιστοποίησης μεγαλύτερος ή ίσος από τον αριθμό των επίλεκτων ανά γενιά της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$. Αυτό σημαίνει πως παράγει πιο πυκνά και επομένως, πιο ποιοτικά μέτωπα και κατ' επέκταση και ο δείκτης υπερόγκου της πρώτης είναι πιο αξιόπιστος από αυτόν της δεύτερης.

Επειδή οι **EA** είναι μια στοχαστική μέθοδος βελτιστοποίησης, πραγματοποιείται στη συγκεκριμένη περίπτωση και άλλο ένα τρέξιμο με τις ίδιες παραμέτρους αλλά με **άλλη γεννήτρια τυχαίων αριθμών (RNG)** με στόχο την εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων σε σχέση με την απόδοση των δύο μεθόδων βελτιστοποίησης όταν τα μεταπρότυπα εκπαιδεύονται στο 2D χώρο. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν φαίνονται στα σχήματα 6.25, 6.26:



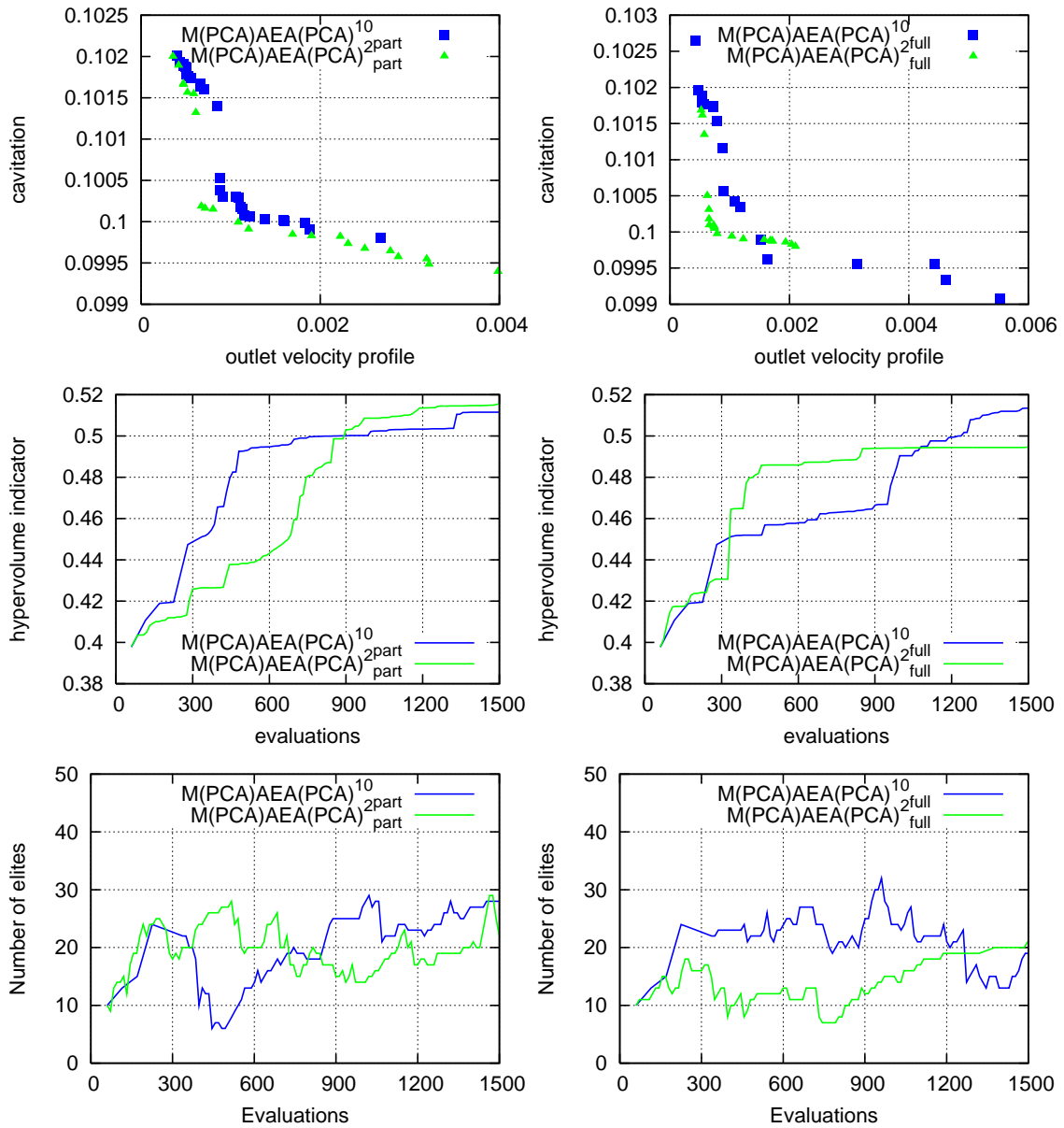
Σχήμα 6.25: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Τελικά μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων των μεθόδων $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$, $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$. Ίδιες παράμετροι αλλά διαφορετικό **RNG** σε σχέση με το σχήμα 6.23.



Σχήμα 6.26: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Αριστερά παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε για τις $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$, $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ για διαφορετικό RNG σε σχέση με το σχήμα 6.24. Δεξιά φαίνεται ο αριθμός των επίλεκτων ανά αξιολόγηση.

Στα σχήματα 6.25, 6.26 τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι λίγο διαφορετικά σε σχέση με το προηγούμενο τρέξιμο αλλά πάλι φαίνεται η υπεροχή της μεθόδου εφαρμογής της ΑσκΣ σε υποπεριοχές του μετώπου (δείκτης 1) αντί σε ολόκληρο το μέτωπο (δείκτης 2). Εδώ, τα άτομα του μετώπου της $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ κυριαρχούν ισχυρά των ατόμων του μετώπου $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ αλλά το μέτωπο της πρώτης είναι πιο αραιό συγκριτικά με αυτό της δεύτερης τόσο στο τέλος όσο και καθόλη τη διάρκεια της βελτιστοποίησης (σχήμα 6.26 δεξιά). Βέβαια, η διαφορά τους δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη, δεδομένου του ότι αριθμός των επίλεκτων της πρώτης κυμαίνεται από 10-25 ενώ της δεύτερης από 10-30. Επίσης, φαίνεται πως η πρώτη φτάνει στη βέλτιστη λύση στις 600 αξιολογήσεις ενώ η δεύτερη στις 900.

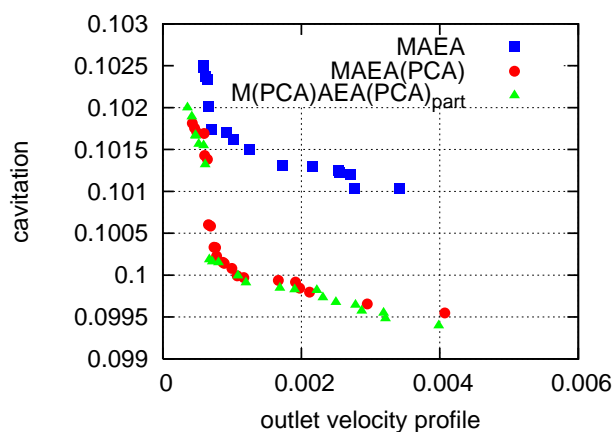
Το **συμπέρασμα** πως με την προτεινόμενη μέθοδο βελτιστοποίησης μπορούν να αποκοπούν περισσότερες μεταβλητές σχεδιασμού μπορεί να προκύψει και συγκρίνοντας τις ίδιες τις μεθόδους $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$, $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ για τις περιπτώσεις εκπαίδευσης των μεταπροτύπων στο δεκαδιάστατο (10) και στο διδιάστατο χώρο (2) που προαναφέρθηκαν. Όπως φαίνεται στο σχήμα 6.27, στη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ υπάρχει δυνατότητα αποκοπής έως και 33 μεταβλητών σχεδιασμού καθώς: 1) τα άτομα του τελικού μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεών του, κυριαρχούν καθολικά επί των ατόμων του αντίστοιχου μετώπου για αποκοπή 25 μεταβλητών σχεδιασμού, 2) ο δείκτης υπερόγκου (από τις 900 αξιολογήσεις και μετά) είναι καλύτερος από το δείκτη υπερόγκου που αντιστοιχεί στη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ για αποκοπή 25 μεταβλητών σχεδιασμού. Για τη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)_{full}$ ισχύει το αντίστροφο.



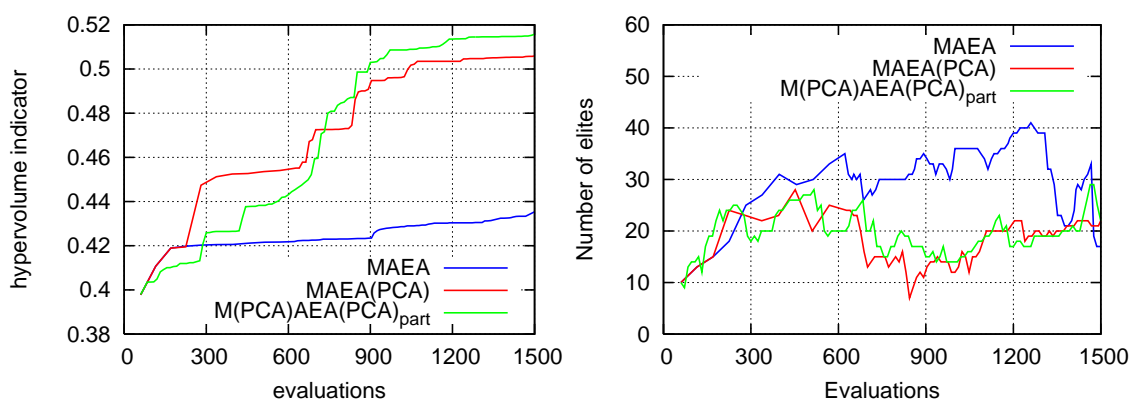
Σχήμα 6.27: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Αριστερά φαίνεται η προτεινόμενη μέθοδος βελτιστοποίησης ($M(PCA)AEA(PCA)_{part}$) και δεξιά η μέθοδος $M(PCA)AEA(PCA)$ που βασίζεται στην εφαρμογή της ΑσκΣ σε ολόκληρο το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων ($M(PCA)AEA(PCA)_{full}$). Με εκθέτη 10 συμβολίζεται η μέθοδος κατά την οποία τα $\Delta\Sigma AB$ εκπαιδεύονται στο 10D χώρο ενώ με εκθέτη 2 η μέθοδος κατά την οποία τα $\Delta\Sigma AB$ εκπαιδεύονται στο 2D χώρο.

Έχοντας πλέον καταλήξει πως η μέθοδος $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ κατά την οποία τα $\Delta\Sigma AB$ εκπαιδεύονται με βάση τις **2** σημαντικότερες κατευθύνσεις στο χώρο σχεδιασμού όπως αυτές προκύπτουν από την εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ τοπικά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων είναι καλύτερη ως προς τις υπόλοιπες εξεταζόμενες, το επόμενο βήμα είναι να συγκριθεί και με τις μεθόδους $MAEA$, $MAEA(PCA)$. Οι παράμετροι και των τριών μεθόδων παραμένουν ίδιες όπως έχουν αναφερθεί προηγουμένως. Η σύγκριση έγινε για 1500 αξιολογήσεις.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι τα εξής:



Σχήμα 6.28: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Τελικό μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων των μεθόδων $MAEA$, $MAEA(PCA)$, $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$. Στη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ τα μεταπρότυπα εκπαιδεύονται με δείγματα εκπαίδευσης που έχουν μόνο 2 μεταβλητές σχεδιασμού.



Σχήμα 6.29: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Αριστερά παρουσιάζεται η εξέλιξη του δείκτη υπερόγκου που υπολογίστηκε για τις $MAEA$, $MAEA(PCA)$, $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$. Το σημείο ναδίρ που ορίστηκε για τον υπολογισμό αυτού είναι το (0.008, 0.11). Δεξιά φαίνεται ο αριθμός των ατόμων που απαρτίζουν το σύνολο των επίλεκτων σε κάθε αξιολόγηση.

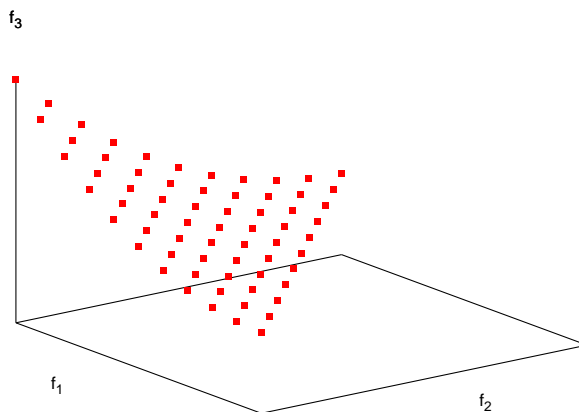
Στο σχήμα 6.28 φαίνεται πως τα τελικά μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων των μεθόδων $MAEA(PCA)$, $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ είναι σαφώς καλύτερα από το μέτωπο της μεθόδου $MAEA$. Παρόλα αυτά δε διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους πέρα του γεγονότος ότι το μέτωπο που αντιστοιχεί στην $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ είναι πιο πυκνό από αυτό που αντιστοιχεί στην $MAEA(PCA)$. Όσον αφορά το σχήμα 6.29 ο δείκτης υπερόγκου που αντιστοιχεί στη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ αυξάνεται με μεγαλύτερο ρυθμό από ότι ο δείκτης της $MAEA(PCA)$ και γι' αυτό το λόγο ενώ μέχρι τις 700 αξιολογήσεις υστερεί αυτού από τις 700 μέχρι τις 1500 αξιολογήσεις τον ξεπερνά. Ο δείκτης υπερόγκου της μεθόδου $MAEA$ είναι πολύ μικρότερος από τους δύο άλλους καθόλη τη διάρκεια της βελτιστοποίησης. Τέλος, ο αριθμός των επίλεκτων που προκύπτουν ανά γενιά διαφέρει αμελητέα για τις μεθόδους $MAEA(PCA)$, $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ ενώ είναι αρκετά μεγαλύτερος για τη μέθοδο $MAEA$.

6.3 Συμπεράσματα

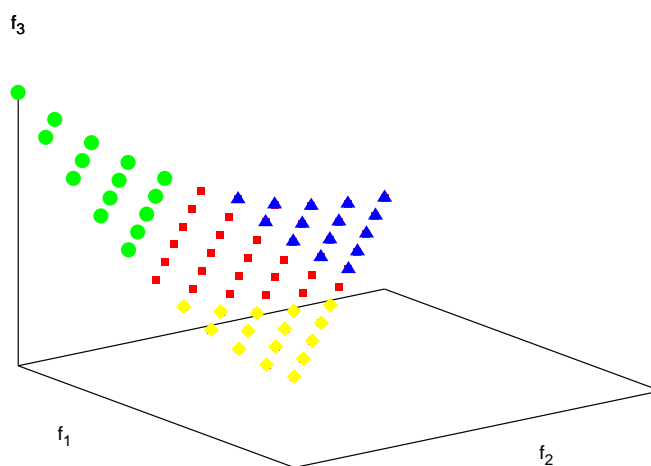
Η παρουσίαση και η ανάλυση που προηγήθηκε σχετικά με την εφαρμογή της μεθόδου ΑσΚΣ (κατά την εκπαίδευση των μεταπροτύπων) τοπικά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων και όχι σε ολόκληρο το μέτωπο οδηγεί στα εξής συμπεράσματα:

- Η εφαρμογή της μεθόδου ΑσΚΣ μόνο στα μεταπρότυπα ($M(PCA)AEA$) δεν επιφέρει σχεδόν καθόλου κέρδος συγκριτικά με τη μέθοδο $MAEA$. Είναι απαραίτητη επομένως, η εφαρμογή της ΑσΚΣ και στους ΕΑ (δηλαδή η μέθοδος $M(PCA)AEA(PCA)$) για να προκύψουν καλύτερα αποτελέσματα.
- Η προτεινόμενη μέθοδος επιτρέπει την εκπαίδευση των μεταπροτύπων σε χώρο σχεδιασμού μικρότερης διάστασης (μπορούν να αποκοπούν δηλαδή περισσότερες μεταβλητές σχεδιασμού) από ότι η 'κλασική' μορφή της μεθόδου $M(PCA)AEA(PCA)$.
- Ο δείκτης υπερόγκου της προτεινόμενης μεθόδου έχει μεγαλύτερο ρυθμό αύξησης σε σχέση με το δείκτη υπερόγκου της $M(PCA)AEA(PCA)$ στην οποία η ΑσΚΣ εφαρμόζεται σε ολόκληρο το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων και γι' αυτό το λόγο η πρώτη φτάνει πιο γρήγορα σε λύσεις που η δεύτερη αργεί να προσεγγίσει ή η πρώτη φτάνει σε 'καλύτερες' λύσεις σε σχέση με τη δεύτερη.

Σχόλιο: Η μέθοδος κατακερματισμού του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων και η εφαρμογή της ΑσΚΣ σε υποπεριοχές του εφαρμόστηκε σε προβλήματα βελτιστοποίησης δύο στόχων. Στην περίπτωση που ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης έχει 3 ή και παραπάνω στόχους τότε η διάσπαση του μετώπου είναι πιο περίπλοκη και μπορεί να γίνει με πάρα πολλούς τρόπους. Δεν υπάρχει, δηλαδή, μονοσήμαντη λύση. Για παράδειγμα, στο σχήμα 6.30 φαίνεται ένα μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε ένα πρόβλημα με 3 στόχους, f_1, f_2, f_3 .



Σχήμα 6.30: Μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων ενός προβλήματος βελτιστοποίησης με 3 στόχους.



Σχήμα 6.31: Μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων ενός προβλήματος βελτιστοποίησης με 3 στόχους και οι υποπεριοχές στις οποίες μπορεί να διαχωριστεί.

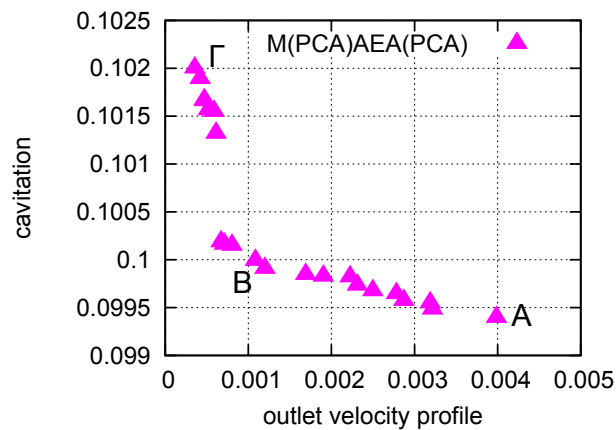
Μια ιδέα είναι να διασπαστεί το μέτωπο σε 4 υποπεριοχές (σχήμα 6.31), 3 από τις οποίες αποτελούνται από επίλεκτους με μεγάλο στόχο f_3 ή f_2 ή f_1 (πράσινοι κύκλοι, μπλε τρίγωνα, κίτρινοι ρόμβοι αντίστοιχα) και 1 με επιλέκτους που έχουν ενδιάμεσες τιμές όσον αφορά και τους 3 στόχους (κόκκινα τετράγωνα). Φυσικά, αυτός είναι ένας από τους πολλούς τρόπους με τους οποίους μπορεί να γίνει ο κατακερματισμός του μετώπου στην περίπτωση προβλημάτων με 3 στόχους.

6.4 Αποτελέσματα Βελτιστοποίησης του Δρομέα Υδροστροβίλου Francis

Αφού συγκρίθηκαν οι διάφορες μέθοδοι βελτιστοποίησης μεταξύ τους, στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της βελτιστοποίησης του υδροστροβίλου Francis.

6.4.1 Παρουσίαση Αποτελεσμάτων

Στο τελικό μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ (σχήμα 6.28) κατά την οποία τα μεταπρότυπα εκπαιδεύονται στο διδιάστατο χώρο και η ΑσΚΣ εφαρμόζεται τοπικά του μετώπου επιλέγονται τρεις λύσεις (A,B,Γ) για να αναλυθούν περαιτέρω (σχήμα 6.32).



Σχήμα 6.32: Τελικό μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που αντιστοιχεί στη μέθοδο $M(PCA)AEA(PCA)_{part}$ και οι τρεις λύσεις A,B,Γ οι οποίες θα αναλυθούν περαιτέρω.

Οι τιμές των δύο στόχων του προβλήματος βελτιστοποίησης και για τις τρεις λύσεις φαίνονται στον πίνακα 6.7.

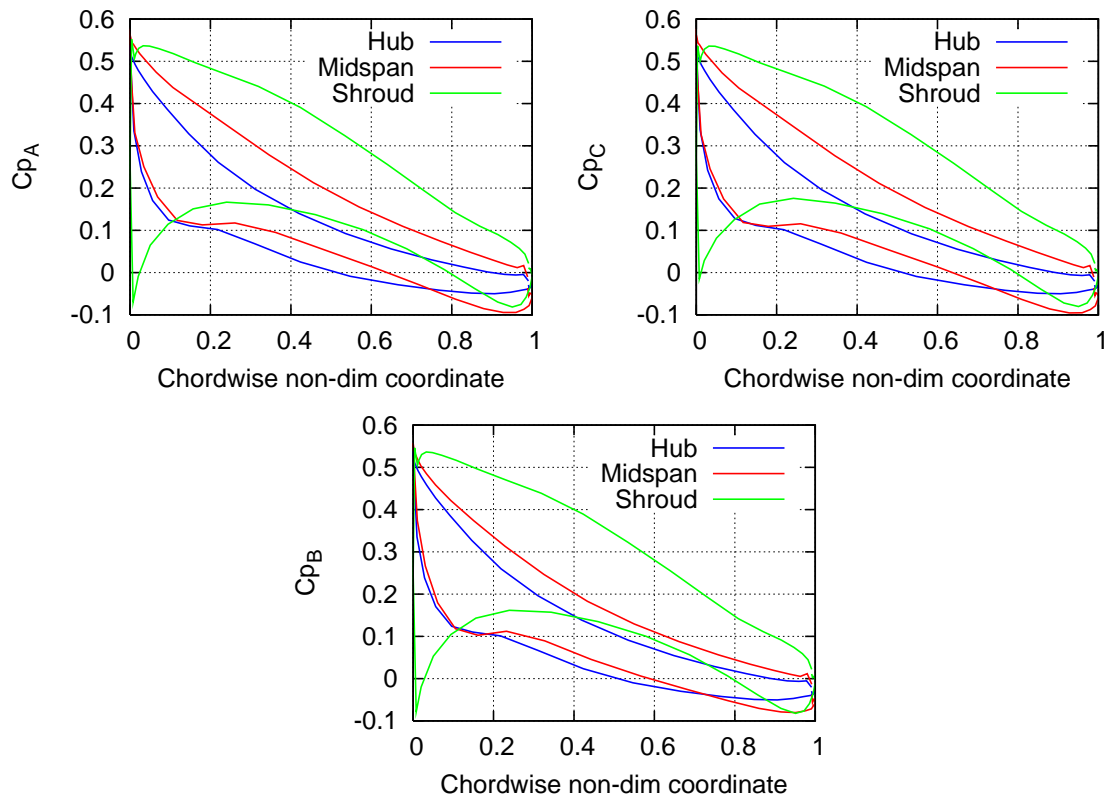
Λύσεις	f_1	f_2
A	0.0039848	0.0993968
B	0.001084343	0.0999935
Γ	0.000355416	0.102001

Πίνακας 6.7: Αδιάστατες τιμές στόχων των λύσεων A,B,Γ.

,όπου f_1 =outlet velocity profile και f_2 =cavitation. Όπως φαίνεται στο σχήμα 6.32 η λύση A έχει τη μικρότερη τιμή (από όλες τις λύσεις του μετώπου) όσον αφορά

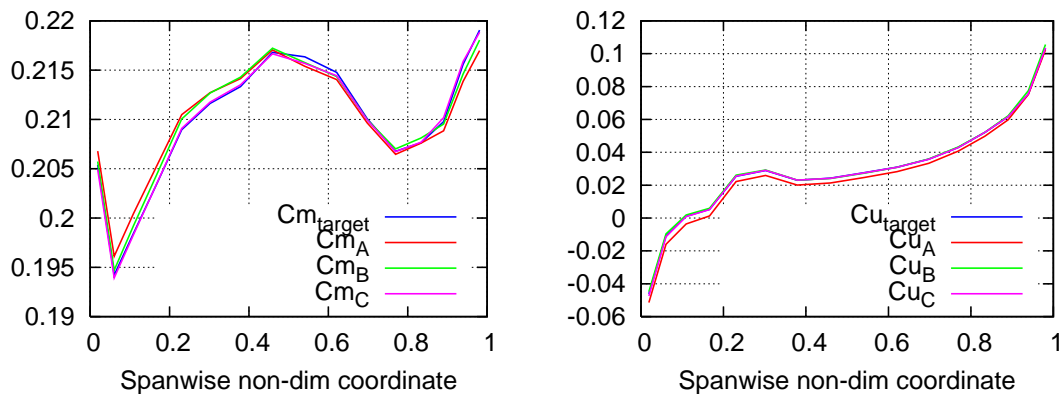
τη σπηλαιώση αλλά τη μεγαλύτερη όσον αφορά την απόκλιση των κατανομών των ταχυτήτων εξόδου (μεσημβρινή και περιφερειακή) από τις επιθυμητές (στόχους). Για τη λύση Γ ισχύει ακριβώς το αντίθετο. Η λύση Β βρίσκεται στο μέσο του μετώπου μη κυριαρχούμενων λύσεων και αποτελεί ένα ‘συμβιβασμό’ μεταξύ των δύο άλλων ακραίων λύσεων, έχοντας αποδεκτές τιμές και για τους δύο στόχους.

Στο σχήμα 6.33 φαίνεται ο συντελεστής πίεσης για τις τρεις λύσεις Α,Β,Γ στο βέλτιστο σημείο λειτουργίας του υδροστροβίλου (BEP).



Σχήμα 6.33: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Διαγράμματα των συντελεστών πίεσης C_p για τις λύσεις Α (πάνω αριστερά), Γ (πάνω δεξιά) και Β (κάτω) για το βέλτιστο σημείο λειτουργίας του υδροστροβίλου (BEP). Στα διαγράμματα φαίνονται οι συντελεστές πίεσης συναρτήσει του αδιάστατου μήκους επί της χορδής (chordwise non-dim coordinate) για την πλήμνη (hub), το κέλυφος (shroud) και το μέσο ύψος του πτερυγίου (midspan).

Στο σχήμα 6.34 φαίνεται πως το σημείο Α έχει τη μεγαλύτερη απόκλιση αναφορικά με την περιφερειακή και την μεσημβρινή ταχύτητα εξόδου σε σχέση με τις επιδιωκόμενες. Αυτό είναι λογικό καθώς έχει τη μεγαλύτερη τιμή του στόχου 1 (f_1) που εκφράζει ακριβώς αυτή τη απόκλιση. Οι κατανομές των περιφερειακών ταχυτήτων (C_u) για τα σημεία Β,Γ σχεδόν ταυτίζονται με την κατανομή-στόχο. Για το σημείο Γ ισχύει το ίδιο και για την κατανομή της μεσημβρινής ταχύτητας (C_m). Αντιθέτως, η κατανομή της μεσημβρινής ταχύτητας που αντιστοιχεί στο σημείο Β μοιάζει πολύ με αυτήν του σημείου Α και επομένως, διαφέρει λίγο από την επιδιωκόμενη.



Σχήμα 6.34: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Αριστερά φαίνεται το διάγραμμα της κατανομής της μεσημβρινής ταχύτητας εξόδου (C_m) για τα σημεία A,B,Γ καθώς και η επιθυμητή κατανομή (στόχος). Δεξιά φαίνεται το διάγραμμα της κατανομής της περιφερειακής ταχύτητας εξόδου (C_u) για τα σημεία A,B,Γ καθώς και η επιθυμητή κατανομή (στόχος).

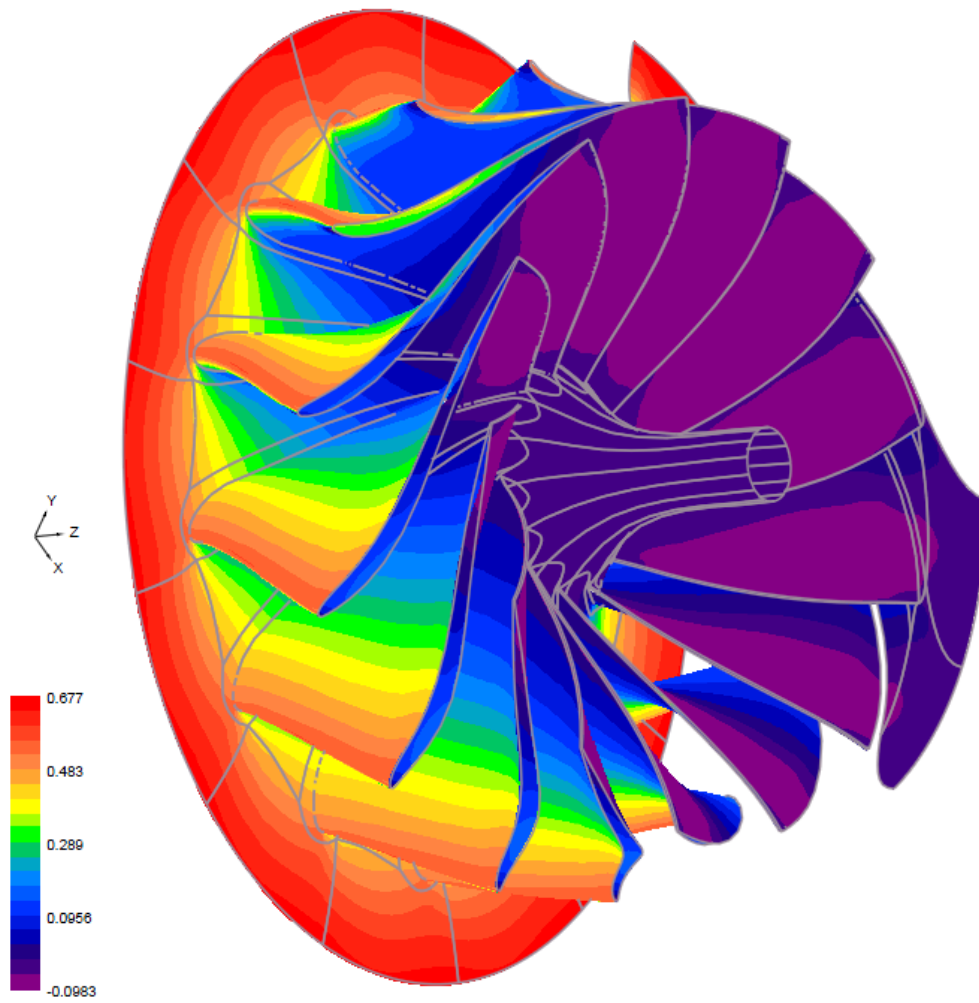
Τέλος, παρουσιάζεται στο σχήμα 6.35 η τριδιάστατη όψη του υδροστροβίλου Francis που αντιστοιχεί στη λύση B. Στο σχήμα αυτό φαίνεται επίσης και το πεδίο της πίεσης στο σημείο βέλτιστης λειτουργίας του υδροστροβίλου.

Το βάρος και η επιφάνεια του πτερυγίου που προκύπτουν είναι:

Βάρος πτερυγίου	Επιφάνεια πτερυγίου
$1.285054m^2$	$47597.91mm^2$

Πίνακας 6.8: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά του πτερυγίου του δρομέα που βελτιστοποιήθηκε.

Εδώ πρέπει να σημειωθεί πως όσο μεγαλύτερη είναι η επιφάνεια του πτερυγίου, τόσο μεγαλύτερη είναι η επιφάνεια πάνω στην οποία ασκείται η πίεση του νερού και επομένως τόσο πιο ασφαλής είναι ο δρομέας του υδροστροβίλου ως προς την εμφάνιση του φαινομένου της σπηλαιώσης. Μεγάλη επιφάνεια πτερυγίου συνεπάγεται και μεγαλύτερο βάρος.



Σχήμα 6.35: Βελτιστοποίηση του δρομέα ενός υδροστροβίλου Francis. Τριδιάστατη όψη του υδροστροβίλου Francis που αντιστοιχεί στο σημείο λειτουργίας B και το υπολογισμένο πεδίο πίεσης πάνω στο δρομέα, στο σημείο βέλτιστης λειτουργίας.

Κεφάλαιο 7

Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

7.1 Ανακεφαλαίωση

Στόχος της διαδικασίας βελτιστοποίησης ενός προβλήματος είναι η εύρεση της βέλτιστης λύσης του. Παρόλα αυτά, σήμερα, οι μηχανικοί καλούνται να επιλύσουν προβλήματα της βιομηχανίας με αυξημένο υπολογιστικό κόστος, η βελτιστοποίηση των οποίων με κλασικές μεθόδους απαιτεί συνήθως και πολύ χρόνο. Γι' αυτό το λόγο, σήμερα έχει μεγάλη σημασία, πέραν της εύρεσης καθολικά βέλτιστων λύσεων, και η ελαχιστοποίηση του υπολογιστικού κόστους και χρόνου βελτιστοποίησης, η βελτίωση δηλαδή των ίδιων των μεθόδων βελτιστοποίησης. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με παραλλαγές των κλασικών, αλλά καθόλα αξιόπιστων, μεθόδων βελτιστοποίησης όπως οι ΕΑ, οι οποίοι ναι μεν πλεονεχτούν έναντι άλλων μεθόδων βελτιστοποίησης καθώς χειρίζονται πληθυσμούς λύσεων ταυτόχρονα και όχι μεμονωμένες λύσεις αλλά απαιτούν μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων υποψήφιων λύσεων για να δώσουν μια καλή λύση. Αυτό σε προβλήματα πολλών μεταβλητών σχεδιασμού, των οποίων η αξιολόγηση μιας λύσης έχει αυξημένο υπολογιστικό κόστος, είναι ασύμφορο.

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποσκοπεί στην εύρεση μεθόδων βελτιστοποίησης βασισμένων στους ΕΑ που θα επιλύουν τα σύγχρονα προβλήματα με μειωμένο αριθμό αξιολογήσεων και σε μικρότερο χρόνο σε σχέση με τους ΕΑ. Η μείωση του αριθμού των αξιολογήσεων και επομένως του υπολογιστικού κόστους έχει επιτευχθεί στο παρελθόν με τη μέθοδο ΜΑΕΑ που δηλώνει τη βελτιστοποίηση με ΕΑ υποβοηθούμενους από μεταπρότυπα. Αυτή η μέθοδος βελτιστοποίησης ελαττώνει σημαντικά το κόστος, που είναι και ένα από τα ζητούμενα, αλλά δεν επιφέρει μείωση στο χρόνο περάτωσης της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Η μέθοδος η οποία χρησιμοποιείται στην εργασία αυτή για να βελτιώσει την απόδοση των ΕΑ και των ΜΑΕΑ είναι η Ανάλυση σε Κύριες Συνιστώσες. Πιο συγκεκριμένα, αυτή μπορεί να εφαρμοστεί με δύο τρόπους: 1) πριν

την εφαρμογή των τελεστών εξέλιξης στους ΕΑ και 2) κατά τη διάρκεια εκπαίδευσης των μεταπροτύπων. Με αυτό τον τρόπο μπορούν να προκύψουν 3 παραλλαγές των ΕΑ και ΜΑΕΑ οι οποίες είναι: 1)ΕΑ(PCA), 2)ΜΑΕΑ(PCA), 3)Μ(PCA)ΑΕΑ(PCA).

Για να ελεγχθεί η αποτελεσματικότητα αυτών των παραλλαγών σε σχέση με τις μεθόδους ΕΑ και ΜΑΕΑ, χρησιμοποιήθηκαν τρία μηχανολογικά προβλήματα και συγκεκριμένα ένας οργανικός κύκλος Rankine, ένα υπερηχητικό επιβατικό αεροσκάφος και ο δρομέας ενός υδροστροβίλου Francis.

Αφότου, διαπιστώθηκε η υπεροχή των μεθόδων ΕΑ(PCA), ΜΑΕΑ(PCA), Μ(PCA)ΑΕΑ(PCA) συγκριτικά με τις ΕΑ, ΜΑΕΑ και αποδείχθηκε το κέρδος που προκύπτει όσον αφορά το υπολογιστικό κόστος και το χρόνος της βελτιστοποίησης από τη χρήση της μεθόδου ΑσΚΣ τόσο στους ΕΑ όσο και στους ΜΑΕΑ προτάθηκε και μια παραλλαγή της εφαρμογής της μεθόδου ΑσΚΣ κατά την εκπαίδευση των μεταπροτύπων. Πιο συγκεκριμένα, υλοποιήθηκε η ιδέα διάσπασης του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων σε υποπεριοχές και η εφαρμογή της μεθόδου ΑσΚΣ τοπικά του μετώπου αντί σε ολόκληρο το μέτωπο προκειμένου να επιτευχθεί ακόμα μεγαλύτερη ακρίβεια και να αυξηθεί περαιτέρω το κέρδος της μεθόδου Μ(PCA)ΑΕΑ(PCA).

7.2 Συμπεράσματα

Συνοπτικά, τα συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν από τις μελέτες που πραγματοποιήθηκαν είναι τα εξής:

- Η αποτελεσματικότητα των ΕΑ και των ΜΑΕΑ σε προβλήματα των οποίων οι συναρτήσεις στόχου είναι μη-διαχωρίσιμες και ανισότροπες, δηλαδή σε ‘κακώς τοποθετημένα’ προβλήματα μειώνεται σημαντικά. Αν μάλιστα τα προβλήματα αυτά έχουν και πολλές μεταβλητές σχεδιασμού, υποφέρουν, δηλαδή, από την ‘κατάρα της μεγάλης διάστασης’ τότε η επίδοση των ΕΑ και των ΜΑΕΑ φθίνει ακόμα περισσότερο.
- Η εφαρμογή της μεθόδου ΑσΚΣ στους ΕΑ και συγκεκριμένα πριν τους εξελικτικούς τελεστές έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία νέων μεταβλητών σχεδιασμού (κύριες συνιστώσες) οι οποίες οδηγούν σε προβλήματα βελτιστοποίησης με διαχωρίσιμη συνάρτηση στόχου. Στο μετασχηματισμένο χώρο σχεδιασμού, του οποίου οι κατευθύνσεις ορίζονται από τα ιδιοδιανύσματα της μεθόδου ΑσΚΣ, προκύπτουν απόγονοι καλύτερης ποιότητας σε σχέση με τον πραγματικό χώρο και κατ’ επέκταση μειώνεται ο αριθμός των γενιών (και επομένως, των αξιολογήσεων) που απαιτείται για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Αυτό επιβεβαιώθηκε καθώς σε όλες τις περιπτώσεις που εξετάστηκαν, η μέθοδος ΕΑ(PCA) έβρισκε τις λύσεις στις οποίες έφθανε η ΕΑ για το μέγιστο αριθμό αξιολογήσεων (που είχε οριστεί από το χρήστη) σε σημαντικά μικρότερο αριθμό αξιολογήσεων (πολύ λιγότερο από τις μισές). Επομένως, η μέθοδος ΕΑ(PCA) επιφέρει

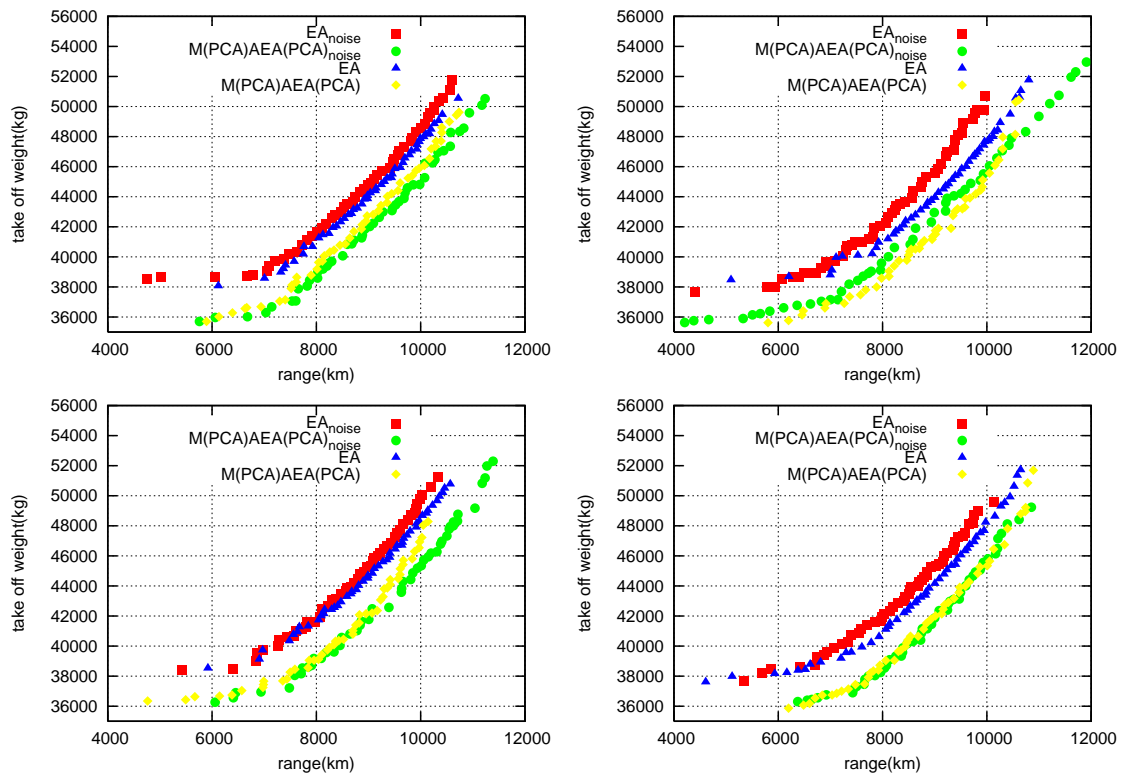
ουσιαστικό κέρδος καθώς η χρήση της μπορεί να οδηγήσει σε σαφώς μικρότερο υπολογιστικό κόστος και αισθητά μικρότερο χρόνο ολοκλήρωσης της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

- Η σύγκριση των μεθόδων MAEA και MAEA(PCA) οδήγησε ακριβώς στο ίδιο συμπέρασμα σχετικά με την συνεισφορά της μεθόδου ΑσκΣ στην αποτελεσματικότητα των ΕΑ. Πιο συγκεκριμένα, η μέθοδος MAEA(PCA) αποδείχθηκε σαφώς καλύτερη από τη μέθοδο MAEA σε όλα τα προβλήματα στα οποία αυτές εφαρμόστηκαν.
- Όσον αφορά τη μέθοδο M(PCA)AEA(PCA) η οποία συνδυάζει την εφαρμογή της ΑσκΣ τόσο στους εξελικτικούς τελεστές των ΕΑ όσο και κατά την εκπαίδευση των μεταπροτύπων στους MAEA, διαπιστώθηκε πως ναι μεν υπερισχύει οριακά της MAEA(PCA) αλλά το κέρδος της πρώτης συγκριτικά με τη δεύτερη συνίσταται στο ότι επιταχύνεται η διαδικασία της βελτιστοποίησης για δύο λόγους. Πρώτον, η εκπαίδευση κάθε μεταπροτύπου γίνεται σε χώρο σχεδιασμού μικρότερης διάστασης σε σχέση με την αρχική και επομένως, απαιτείται μικρότερος αριθμός δειγμάτων για να πραγματοποιηθεί η εκπαίδευση και δεύτερον απαιτούνται λιγότερα άτομα στην βάση δεδομένων για να ξεκινήσει η φάση της προσεγγιστικής προ-αξιολόγησης. Εδώ πρέπει να τονισθεί πως σε προβλήματα με μεγαλύτερο αριθμό μεταβλητών σχεδιασμού από αυτά που εξετάστηκαν είναι πιθανό η μέθοδος M(PCA)AEA(PCA), πέραν από την επιτάχυνση της διαδικασίας βελτιστοποίησης, να αποδίδει αισθητά καλύτερα συγκριτικά με τη μέθοδο MAEA(PCA). Για παράδειγμα, σε προβλήματα με 300 και άνω μεταβλητές σχεδιασμού η ανάγκη αποκοπής κάποιων από αυτές για την εκπαίδευση των μεταπροτύπων είναι πιο επιτακτική καθώς, διαφορετικά, καθυστερούν ασύμφορα πολύ τη διαδικασία της βελτιστοποίησης και μερικές φορές η προαξιολόγηση μπορεί να είναι και αρκετά ανακριβής.
- Η ανάγκη για ακόμα μεγαλύτερη ακρίβεια από αυτή που παρέχει η έως τώρα καλύτερη μέθοδος βελτιστοποίησης από αυτές που συγκρίθηκαν στην παρούσα εργασία υλοποιήθηκε μέσω εφαρμογής της μεθόδου ΑσκΣ τοπικά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων, δηλαδή, σε υποσύνολα του συνόλου των επίλεκτων κάθε γενιάς. Επιχειρήθηκε η διάσπαση του μετώπου σε 3 περιοχές (ο αριθμός θα μπορούσε να είναι διαφορετικός του 3) και η εύρεση ιδιοδιανυσμάτων και ιδιοτιμών σε όποιο από αυτά βρισκόταν πιο κοντά η κάθε υποψήφια λύση. Τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή της παραλλαγής της μεθόδου M(PCA)AEA(PCA) είναι: 1) ότι υπάρχει η δυνατότητα αποκοπής μεγαλύτερου αριθμού μεταβλητών σχεδιασμού των δειγμάτων εκπαίδευσης σε σχέση με την μέθοδο M(PCA)AEA(PCA) κατά την οποία η ΑσκΣ εφαρμόζεται σε ολόκληρο το μέτωπο και 2) ότι η προτεινόμενη μέθοδος φτάνει πιο γρήγορα σε λύσεις που η μέθοδος M(PCA)AEA(PCA) προσεγγίζει σε μεγαλύτερο αριθμό αξιολογήσεων ή ότι η πρώτη φτάνει σε καλύτερες λύσεις σε σχέση με τη δεύτερη.
- Η εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ τοπικά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων ελέγχθηκε αρχικά στη μέθοδο M(PCA)AEA για τα προβλήματα του επιβατικού

υπερηχητικού αεροσκάφους και του υδροστροβίλου Francis. Και για τις δύο αυτές περιπτώσεις απέδωσε καλύτερα συγκριτικά με τη μέθοδο M(PCA)ΑΕΑ όπου η ΑσκΣ εφαρμόζεται σε ολόκληρο το μέτωπο. Παρόλα αυτά, διαπιστώθηκε πως υστερούσε των μεθόδων ΜΑΕΑ, ΜΑΕΑ(PCA) κάτι που μας κατέστησε σαφές πως η εφαρμογή της μεθόδου ΑσκΣ και στους ΕΑ είναι απαραίτητη.

- Η ΑσκΣ, όπως αναφέρθηκε στο κεφάλαιο 4, μπορεί να ξεχωρίζει τις σημαντικές από τις ασήμαντες μεταβλητές σχεδιασμού με βάση τις ιδιοτιμές (μέτρα σημαντικότητας) που τους αντιστοιχούν και στην περίπτωση χρήσης της κατά τη διάρκεια εκπαίδευσης των μεταπροτύπων να απομακρύνει ένα (καθορισμένο από το χρήστη) αριθμό μεταβλητών που δημιουργούν 'θόρυβο', δυσκολεύουν δηλαδή, τη διαδικασία της βελτιστοποίησης με ΕΑ. Για να διαπιστωθεί πρακτικά αυτό, προστέθηκαν τεχνηέντως 3 μεταβλητές σχεδιασμού στο πρόβλημα των 13 μεταβλητών του επιβατικού υπερηχητικού αεροσκάφους, οι οποίες δεν παίζουν κανένα ρόλο στις συναρτήσεις στόχων (objective functions). Αυτό σημαίνει πως οποιαδήποτε μεταβολή της τιμής τους δεν επιφέρει καμία αλλαγή στην τιμή των συναρτήσεων στόχων. Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκαν 4 τρεξίματα (4 διαφορετικές τιμές της γεννήτριας τυχαίων αριθμών) με τις μεθόδους ΕΑ και M(PCA)ΑΕΑ(PCA) τόσο για την περίπτωση του αρχικού προβλήματος των 13 μεταβλητών σχεδιασμού όσο και για την περίπτωση του προβλήματος των $13 + 3 = 16$ μεταβλητών σχεδιασμού (αποτυπώνεται με το δείκτη noise στο σχήμα 7.1). Τα τελικά μέτωπα των μη-κυριαρχούμενων λύσεων φαίνονται στο σχήμα 7.1.

Παρατηρώντας το σχήμα 7.1 μπορεί κανείς να διαπιστώσει πως και για τα 4 τρεξίματα τα άτομα του μετώπου που αντιστοιχεί στη μέθοδο ΕΑ για το πρόβλημα των 13 μεταβλητών κυριαρχούν των ατόμων του μετώπου της μεθόδου ΕΑ για το πρόβλημα των 16 μεταβλητών, κάτι το οποίο ήταν αναμενόμενο καθώς οι επιπλέον 3 μεταβλητές προκαλούν 'θόρυβο' και μειώνουν την απόδοση των ΕΑ. Επιπλέον, από τα μέτωπα του σχήματος 7.1 είναι εμφανές ότι η M(PCA)ΑΕΑ(PCA) επιφέρει μεγαλύτερο κέρδος στην περίπτωση των επιπλέον μεταβλητών σχεδιασμού συγκριτικά με την ΕΑ γιατί η ΑσκΣ εντοπίζει και απομακρύνει από την εκπαίδευση των μεταπροτύπων τις Κύριες Συνιστώσες που δεν είναι σημαντικές, οι οποίες στην περίπτωση του προβλήματος με τις 16 μεταβλητές είναι περισσότερες. Μεγαλώνει, δηλαδή, η 'απόσταση' των μετώπων των μεθόδων ΕΑ και M(PCA)ΑΕΑ(PCA) στην περίπτωση του νεοδημιουργηθέντος προβλήματος.



Σχήμα 7.1: 4 διαφορετικά τρεξίματα (runs) του προβλήματος του υπερηχητικού επιβατικού αεροσκάφους τόσο στην περίπτωση των 13 όσο και στην περίπτωση των 16 μεταβλητών σχεδιασμού (δείκτης noise) με τις μεθόδους EA και M(PCA)AEA(PCA).

- Η μελέτη που πραγματοποιήθηκε και τα αποτελέσματα που επέφερε, με τη μείωση τόσο του υπολογιστικού κόστους όσο και του χρόνου της βελτιστοποίησης συνάδει με το πνεύμα εργασίας στους κόλπους της βιομηχανίας. Δείχνει ότι η έρευνα για τη βελτίωση διαδικασιών, όσο χρονοβόρα και αν είναι επιφέρει μεγάλο κέρδος μακροπρόθεσμα όταν τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι η μείωση του χρόνου ολοκλήρωσής τους και κατ' επέκταση, του κόστους της παραγωγικής διαδικασίας.

Το κεφάλαιο αυτό ολοκληρώνεται με την παρατήρηση ότι η διάσπαση του μετώπου μηχανοκίνητων λύσεων μπορεί να γίνει και σε μεγαλύτερο αριθμό τμημάτων και μπορεί να δοκιμαστεί και σε προβλήματα βελτιστοποίησης με περισσότερους από δύο στόχους. Αυτά θα μπορούσαν να αποτελέσουν τμήμα της μελέτης μιας επόμενης διπλωματικής εργασίας, ως συνέχεια της παρούσας.

Βιβλιογραφία

- [1] Γιώτης, Α.: *Χρήση εξελικτικών τεχνικών, υπολογιστικής ευφυίας και μεθόδων υπολογιστικής ρευστομηχανικής στη βελτιστοποίηση-αντίστροφη σχεδίαση περρυγώσεων στροβιλομηχανών, μέσω παράλληλης επεξεργασίας*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2003.
- [2] Καρακάσης, Μ.: *Ιεραρχικοί, καταναμημένοι εξελικτικοί αλγόριθμοι και υπολογιστική ευφυία στη σχεδίαση βέλτιστων αεροδυναμικών μορφών σε περιβάλλον πολυεπεξεργασίας*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2006.
- [3] Καμπόλης, Ι.: *Πολυεπίεδοι, πολυεπεξεργαστικοί αλγόριθμοι αεροδυναμικής βελτιστοποίησης στις στροβιλομηχανές*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2009.
- [4] Σ.Κυριάκου: *Μέθοδοι Σχεδιασμού-Βελτιστοποίησης στις Στροβιλομηχανές βασισμένες στους Εξελικτικούς Αλγορίθμους*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2013.
- [5] Ασούτη, Β.: *Μέθοδοι αεροδυναμικής ανάλυσης και σχεδιασμού για ροές υψηλών και χαμηλών ταχυτήτων, σε πολυεπεξεργαστικό περιβάλλον*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2009.
- [6] Κοντολέοντος, Ε.: *Ανάλυση και βελτιστοποίηση σύνθετων ρευστομηχανικών διατάξεων με χρήση υπολογιστικής ρευστοδυναμικής και εξελικτικών αλγορίθμων*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2012.
- [7] K.DeJong: *Analysis of the behaviour of a class of genetic adaptive systems*. Ph.D. Dissertation, University of Michigan, Ann Arbor, 1975.
- [8] Κ.Χ.Γιαννάκογλου: *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2005.
- [9] D.E.Goldberg: *Genetic algorithms in search, optimization & machine learning*. Addison – Wesley, 1989.
- [10] Schoenauer, Z.Michalewicz: *Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems*. Evolutionary Computation Mechanics 1996; 4:1 – 32.

- [11] C.Darwin: *On the origin of species by means of natural selection, or the preservation of favored races in the struggle for life*. John Murray, London, UK, 1859.
- [12] Π.Βλαμής: *Σχεδιασμός-Βελτιστοποίηση Μορφών στη Μηχανική των Ρευστών με Εξελικτικούς Αλγόριθμους και Διεπίπεδα Σχήματα - Εφαρμογή σε Δρομέα Στροβίλου*. Διπλωματική Εργασία. Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., 2011.
- [13] Giannakoglou, K.C.: *The EASY (Evolutionary Algorithms SYstem) software*. Url: <http://velos0.ltt.mech.ntua.gr/EASY>, 2008.
- [14] Deb, K.: *An efficient constraint handling method for genetic algorithms*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 186(2-4):311–338, 2000.
- [15] Asouti, V.G. and Giannakoglou, K.C.: *Aerodynamic optimization using a parallel asynchronous evolutionary algorithm controlled by strongly interacting demes*. Engineering Optimization, 41(3):241–257, 2009.
- [16] Karakasis, M.K. and Giannakoglou, K.C.: *On the use of metamodel-assisted, multi-objective evolutionary algorithms*. Engineering Optimization, 38(8):941–957, 2006.
- [17] Giannakoglou, K.C.: *Cost-Effective Metamodel-Assisted Evolutionary Algorithms*. CIMNE Series of Handbooks, 2005.
- [18] Asouti, V.G., Kampolis, I.C., and Giannakoglou, K.C.: *A grid-enabled asynchronous metamodel-assisted evolutionary algorithm for aerodynamic optimization*. Genetic Programming and Evolvable Machines (SI:Parallel and Distributed Evolutionary Algorithms, Part One), 10(3):373–389, 2009.
- [19] Georgopoulou, C.A., Kyriacou, S.A., Giannakoglou, K.C., Grafenberger, P., and Parkinson, E.: *Constrained multi-objective design optimization of hydraulic components using a hierarchical metamodel assisted evolutionary algorithm. Part 1: theory*.
- [20] Grafenberger, P., Parkinson, E., Georgopoulou, C.A., Kyriacou, S.A., and Giannakoglou, K.C.: *Constrained multi-objective design optimization of hydraulic components using a hierarchical metamodel assisted evolutionary algorithm. Part 2: applications*. In *24th IAHR, Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Foz do Iguassu, October 2008.
- [21] Giannakoglou, K.C., Giotis, A.P., and Karakasis, M.K.: *Low-cost genetic optimization based on inexact pre-evaluations and the sensitivity analysis of design parameters*. Inverse Problems in Engineering, 9(4):389–412, 2001.
- [22] Giannakoglou, K.C.: *Design of optimal aerodynamic shapes using stochastic optimization methods and computational intelligence*. Progress in Aerospace Sciences, 38(1):43–76, 2002.

- [23] Knowles, Joshua and Corne, David: *On metrics for comparing non-dominated sets*, 2001.
- [24] Gen, Mitsuo and Lin, Lin: *Multi-objective hybrid genetic algorithm for bicriteria network design problem*. Complexity Internat, 11:73–83, 2005.
- [25] A.Auger, J.Bader, D.Brockhoff, E.Zitzler: *Theory of the Hypervolume Indicator: μ -Distributions and the Choice of the Reference Point*. Proceedings of the tenth ACM SIGEVO workshop on foundations of genetic algorithms, Jan 11, 2009, Orlando, Florida, USA.
- [26] Zitzler, E., Brockhoff, D., and Thiele, L.: *The hypervolume indicator revisited: On the design of Pareto-compliant indicators via weighted integration*. In Obayashi, S. and al. et (editors): *Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization – EMO 2007*, volume 4403 of *LNC3*, pages 862–876, Berlin, 2007. Springer.
- [27] <http://www.offshoreenergytoday.com/alfa-laval-to-supply-plate-heat-exchangers>.
- [28] <http://www.aerospaceweb.org/aircraft/jetliner/concorde>.
- [29] http://www.youtube.com/watch?v=_TQHdIgor2o.
- [30] http://en.wikipedia.org/wiki/Francis_turbine.
- [31] Δ.Ε.Παπαντώνης: *Υδροδυναμικές Μηχανές Αντλίες - Υδροστρόβιλοι*. Συμμεών, 2002.
- [32] <http://www.youtube.com/watch?v=I1qkV1IEtVQ>.
- [33] Σκουτετοπούλου, Ι.: *Εφαρμογές Ασύγχρονων Εξελικτικών και Μιμητικών Αλγορίθμων στη Μηχανική των Ρευστών - Στροβιλομηχανές*. Διπλωματική Εργασία. Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., 2010.
- [34] Grafenberger, P., Parkinson, E., Georgopoulou, C.A., Kyriacou, S.A., and Giannakoglou, K.C.: *Optimization of hydraulic machinery by exploiting previous successful designs*. In *25th IAHR, Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Timisoara, September 2010.
- [35] <http://www.tfd.chalmers.se/~hani/phdproject/proright.html>.
- [36] Chorin, A.: *A numerical method for solving incompressible viscous flow problems*. Journal of Computational Physics, 2(1):12–26, 1967.
- [37] Brennen, C.E.: *Cavitation and Bubble Dynamics*. Oxford Engineering Science Series. Oxford University Press, 1995, ISBN 9780195094091. <http://books.google.at/books?id=vYiU00R1C4UC>.
- [38] Ghisu, T., Parks, T., Jaeggi, D., Jarrett, J., and Clarkson, P.: *The benefits of adaptive parametrization in multi-objective tabu search optimization*. Engineering Optimization, 42(12):959–981, 2010.

- [39] Roy, R. and Tiwari, A.: *Generalised regression GA for handling inseparable function integration: Algorithm and application*. Parallel Problem Solving from Nature - PPSN VII, Lecture Notes in Computer Science, 2439:452–461, 2002.
- [40] Roy, R. and Tiwari, A.: *Variable dependence interaction and multi-objective optimizations*. Genetic and Evolutionary Computation Conference, New York, 2002.
- [41] Haykin, S.: *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Prentice Hall, New Jersey, 2nd edition, 1999.
- [42] Jolliffe, I.T. In *Principal Component Analysis, Springer Series in Statistics, 2nd ed.* Springer, N.Y., 2002.
- [43] Fodor, I.K.: *A survey of dimension reduction techniques*. Technical report, Center for Applied Scientific Computing, Lawrence Livermore National Laboratory, 2002.
- [44] Kyriacou, S.A., Weissenberger, S., and Giannakoglou, K.C.: *Efficient pca-driven eas and metamodel-assisted eas, with applications in turbomachinery*. International Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimization (SI:Simulation-Based Optimization Techniques for Computationally Expensive Engineering Design Problems), 3(2):45–63, 2012.
- [45] Kyriacou, S.A., Asouti V.G. and Giannakoglou, K.C.: *Design of a matrix hydraulic turbine using a metamodel-assisted evolutionary algorithm with pca-driven evolution operators*. Engineering Optimization, (to appear), 2013.