

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών
Τομέας Ρευστών
Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών
Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής
& Βελτιστοποίησης

**ΕΞΕΛΙΚΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ
ΜΗ-ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΑ ΠΑΙΓΝΙΑ ΣΤΗΝ
ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ**

Διπλωματική Εργασία

Αβραμιώτης-Φαληρέας Οδυσσέας-Χρήστος

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου , Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, 2015

Ευχαριστίες

Φτάνοντας στο τέλος της 5 ετούς φοίτησής μου στο Πολυτεχνείο μπορώ με σχετική ευκολία να πω ότι τίποτα δεν ήταν τόσο ενδιαφέρον, απαιτητικό αλλά ταυτόχρονα και δημιουργικό όσο η διπλωματική εργασία. Γι' αυτόν τον λόγο θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στον κύριο Κ. Γιαννάκογλου που μου έδωσε την ευκαιρία να ασχοληθώ με ένα εξαιρετικά ενδιαφέρον θέμα, ενώ ταυτόχρονα με τις εύστοχες παρατηρήσεις του όχι μόνο με καθοδήγησε ώστε να φέρω εις πέρας αυτό το έργο, αλλά μου έδωσε και εφόδια τα οποία θα χρησιμοποιήσω αργότερα στη καριέρα μου ως μηχανικός.

Δεν θα μπορούσα να παραλείψω τις ευχαριστίες μου προς την Δρ Βαρβάρα Ασούτη και τον υποψήφιο διδάκτορα Δημήτρη Καψούλη για την εξαιρετικά πολύτιμη βοήθεια τους και την υπομονή που μου έδειξαν παρόλο το ήδη βεβαρημένο τους πρόγραμμα. Ήταν συνέχεια δίπλα μου όσο τους χρειαζόμουν και απαντούσαν στις ερωτήσεις μου καλοσυνάτα και επεξηγηματικά.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω όλα τα μέλη του ΜΠΥΡ&Β του Ε.Μ.Π που πάντα ήταν πρόθυμοι να με βοηθήσουν. Τέλος ευχαριστώ τους γονείς μου, Σπύρο και Αγγελική, τον αδερφό μου, Ιάσονα, και τη γιαγιά μου Ιλεάνα, που ήταν πάντα δίπλα μου όλα αυτά τα χρόνια..

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ
ΜΟΝΑΔΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ
ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Εξελικτικοί Αλγόριθμοι και Μη-Συνεργατικά Παίγνια στην Αεροδυναμική Βελτιστοποίηση

Οδυσσέας-Χρήστος Αβραμιώτης-Φαληρέας

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ

Αθήνα, Ιούλιος 2015

Περίληψη

Η βελτιστοποίηση με Εξελικτικούς Αλγόριθμους (ΕΑ) έχει αναπτυχθεί επαρκώς τα τελευταία χρόνια στη Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης (ΜΠΥΡ&Β) του Εργαστηρίου Θερμικών Στροβιλομηχανών (ΕΘΣ) με ταυτόχρονη ανάπτυξη αξιόπιστου λογισμικού που προσαρμόζεται εύκολα σχεδόν σε κάθε πρόβλημα. Σε συνδυασμό με το απαραίτητο, λογισμικό αξιολόγησης βρίσκει τη βέλτιστη λύση σε προβλήματα ενός στόχου ή το μέτωπο των κατά Pareto βέλτιστων λύσεων σε προβλήματα πολλών στόχων. Παρόλα αυτά, το κύριο μειονέκτημα των ΕΑ έγκειται στο ότι απαιτούν μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων των υποψήφιων λύσεων για την εύρεση της βέλτιστης ή των βέλτιστων λύσεων, κάτι που δυσκολεύει τη χρήση τους σε μεγάλης κλίμακας προβλήματα της βιομηχανίας. Έτσι κρίνεται σκόπιμη η ανάπτυξη μεθόδων βασισμένων σε ΕΑ που θα μειώνουν, όσον το δυνατό, τον υπολογιστικό χρόνο που απαιτείται για την εύρεση λύσης ή λύσεων. Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει σκοπό την ανάπτυξη μεθόδων με ΕΑ και τη διερεύνηση τους σε προβλήματα βελτιστοποίησης, ώστε να γίνουν οι ΕΑ πιο ανταγωνιστικοί και πιο ελκυστικοί στη χρήση τους στη βιομηχανία.

Η πρώτη μέθοδος, η οποία αναπτύσσεται και παρουσιάζεται στην παρούσα διπλωματική εργασία, είναι μία μέθοδος πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης με ΕΑ, η οποία βασίζεται στην έννοια του Σημείου Ισορροπίας κατά Nash από τη θεωρία παιγνίων. Η μέθοδος αυτή (ΕΑ-Nash) σκοπεύει στην εύρεση μίας λύσης, κοντά στο μέτωπο Pareto του προβλήματος. Το πλεονέκτημά της σε σχέση με την “παραδοσιακή” πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση με ΕΑ, έγκειται στο ότι είναι ικανή να βρίσκει μία μόνο καλή λύση αλλά με λιγότερες αξιολογήσεις. Στη συνέχεια, αναπτύσσεται και παρουσιάζεται μία δεύτερη μέθοδος (ΕΑ-NASH-ΕΑ), η οποία αποτελεί συνδυασμό του “παραδοσιακού” ΕΑ και της ΕΑ-Nash. Η μέθοδος αυτή επιτυγχάνει την εύρεση του μετώπου Pareto με όσον το δυνατόν μικρότερο υπολογιστικό κόστος. Τέλος, η αποτελεσματικότητα των μεθόδων αποδεικνύεται μέσω της σύγκρισης των αποτελεσμάτων τους με αυτά του “παραδοσιακού” ΕΑ σε μαθηματικά προβλήματα βελτιστοποίησης και σε δύο αεροδυναμικά προβλήματα σχεδιασμού βέλτιστης αεροτομής.

NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF ATHENS
SCHOOL OF MECHANICAL ENGINEERING
FLUIDS DEPARTMENT
LABORATORY OF THERMAL TURBOMACHINES
PARALLEL CFD & OPTIMIZATION UNIT

Evolutionary Algorithms and Non-Cooperative Games in Aerodynamic Optimization

Odysseas–Christos Avramiotis–Falireas

Advisor: Kyriakos C. Giannakoglou, Professor NTUA

Athens, July 2015

Abstract

EA-based optimization has been adequately developed over the last years at the Parallel CFD & Optimization Unit (PCOpt) of the Laboratory of Thermal Turbomachines (LTT) NTUA because it is a reliable method which incorporates any evaluation software such as a CFD code in a straightforward manner. Combined with the appropriate evaluation software it computes either the optimal solution in single-objective problem or the Pareto optimal solutions in multi-objective problems. However, it is well known that EAs require quite a large number of evaluations of candidate solutions to get the optimal solution which, does not allow them to routinely be used in large-scale industrial problems. Since the industrial demand for even more competitive design-optimization methods increases, developing new ones is absolutely necessary. Thus, the aim of this diploma thesis is to develop and present optimization methods based on Evolutionary Algorithms (EA) and to test them in optimization problems.

Firstly, a multiobjective optimisation method is developed, based on EA and on the concept of Nash Equilibrium Point from Game Theory. The aim of this method (EA–NASH) is to compute of a single solution close to the Pareto front. Its advantage, compared to the “simple” multiobjective optimization with EA, is that it computes a single solution, but with a fewer number of evaluations. In addition, a new method (EA–NASH–EA) is developed and presented, which is a combination of the conventional EA and the method EA–NASH. This method achieves in computing a non-dominated front, close to the Pareto front with minimal computational cost. Finally, the effectiveness of both methods is tested in some mathematical and two airfoil design problems. The results are, then, compared to those of the conventional EA in those problems.

Ακρωνύμια

ΕΜΠ Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

ΕΘΣ Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών

ΜΠΤΡ&Β Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής
Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης

ΥΡΔ Υπολογιστική Ρευστοδυναμική

ΕΑ Εξελικτικοί Αλγόριθμοι

ΣΙΝ Σημείο Ισορροπίας κατά Nash

ΔΥ Δείκτης Υπερόγκου

CFD Computational Fluid Dynamics

NTUA National Technical University of Athens

PCopt Parallel CFD & Optimization unit

CG Cooperative Games

NCG Non-Cooperative Games

NEP Nash Equilibrium Point

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	i
1 Εισαγωγή	1
1.1 Εισαγωγικά Σχόλια	1
1.1.1 Θεωρία Παιγνίων	2
1.2 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας	3
1.3 Δομή της Εργασίας	3
2 Βελτιστοποίηση με χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων	7
2.1 Εισαγωγή στη Βελτιστοποίηση	7
2.2 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι	8
2.2.1 Γενικευμένος Εξελικτικός Αλγόριθμος	9
2.2.2 Λογισμικό EASY	11
2.2.3 Περιορισμοί στη Βελτιστοποίηση με ΕΑ και στον EASY	12
2.3 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι σε Προβλήματα πολλών Στόχων - Μέτωπο Pareto	12
2.4 Σχέσεις Κυριαρχίας Μετώπων και Συνάρτηση Καταλληλότητας	14
2.4.1 Σχέσεις Κυριαρχίας Μετώπου	14
2.5 Υπολογισμός της Βαθμωτής Συνάρτησης Κόστους σε Προβλήματα Βελ- τιστοποίησης Πολλών Στόχων	16
2.5.1 NSGA	16
2.5.2 Ο Αλγόριθμος SPEA	18
2.5.3 Ο Αλγόριθμος SPEA 2	19
2.6 Μετρικές Ποιότητας –Δείκτης Υπερόγκου	20
2.6.1 Δείκτης Υπερόγκου –ΔΥ (Hypervolume Indicator–HV)	21

3	Θεωρία Παιγνίων	25
3.1	Βασική Θεωρία Παιγνίων	25
3.1.1	Συνεργατικά και Μη-Συνεργατικά Παίγνια	26
3.1.2	Συνεργατικά και Μη-Συνεργατικά Παίγνια στη Βελτιστοποίηση με ΕΑ	26
3.2	Σημείο Ισορροπίας κατά Nash (ΣΙΝ)	27
3.3	Εφαρμογή Σημείου Ισορροπίας κατά Nash σε ΕΑ	27
3.3.1	Περιγραφή του αλγορίθμου ΕΑ-Nash σε πρόβλημα 2 στόχων . .	28
3.3.2	Γενίκευση της μεθόδου για N στόχους	28
3.4	Σημείο Ισορροπίας Stackelberg	29
4	Η Μέθοδος ΕΑ-Nash. Εφαρμογή της σε Προβλήματα Βελτι- στοποίησης.	33
4.1	Εφαρμογή της Μεθόδου ΕΑ-Nash σε Μαθηματικό Πρόβλημα 1 (ΜΠ1)	33
4.1.1	Αναλυτική Έκφραση του ΣΙΝ	34
4.1.2	Σταδιακός Υπολογισμός του ΣΙΝ	34
4.1.3	Δοκιμή χωρίς ο κάθε παίκτης να φτάνει στη σύγκλιση	36
4.2	Εφαρμογή της ΕΑ-Nash σε Δεύτερο Μαθηματικό Πρόβλημα με 6 Με- ταβλητές Σχεδιασμού (ΜΠ2)	38
4.3	Τρίτο Μαθηματικό Πρόβλημα (ΜΠ3)	40
4.3.1	Ρυθμίσεις βελτιστοποίησης ΕΑ	40
4.3.2	Διαδικασία και Αποτελέσματα	41
4.4	Εφαρμογή της μεθόδου ΕΑ-Nash στο Σχεδιασμό Βέλτιστης Αεροτο- μής Συμπιεστή (ΑΠ1)	43
4.4.1	Λογισμικό αξιολόγησης	43
4.4.2	Συνθήκες ροής	43
4.4.3	Ρυθμίσεις κλασικού ΕΑ στον σχεδιασμό της αεροτομής	43
4.4.4	Διαδικασία και Αποτελέσματα	44
4.5	Η Παραλλαγή της Μεθόδου ΕΑ-Nash	49
4.5.1	Αναλυτική περιγραφή της μεθόδου	49

4.6	Εφαρμογή της Παραλλαγής της Μεθόδου EA–Nash σε Δύο Μαθηματικές Εφαρμογές.	50
4.6.1	Εφαρμογή στο Πρώτο μαθηματικό πρόβλημα	50
4.6.2	Εφαρμογή στο Τρίτο Μαθηματικό Πρόβλημα	51
4.7	Εφαρμογή της Παραλλαγής της EA–Nash σε Σχεδιασμό Βέλτιστης Αεροτομής.	55
4.7.1	Εφαρμογή της παραλλαγής της μεθόδου στο πρόβλημα σχεδιασμού βέλτιστης αεροτομής πτερύγωσης συμπίεστή.	55
4.7.2	Εφαρμογή σε Σχεδιασμό Βέλτιστης Μεμονωμένης Αεροτομής (ΑΠ2)	65
5	Αρχικοποίηση Εξελικτικού Αλγορίθμου με τη Μέθοδο EA–NASH	69
5.1	Η Συμπεριφορά της Παραλλαγής της Μεθόδου EA–NASH στις Αρχικές Αξιολογήσεις	69
5.2	Υβριδική Μέθοδος EA–Nash με EA–Pareto	71
5.3	Εφαρμογή της Μεθόδου Nash–Pareto (EA–Nash–EA) στο Τρίτο Μαθηματικό Πρόβλημα (ΜΠ3)	74
5.3.1	Σύγκριση Δεικτών Υπερόγκου	74
5.4	Εφαρμογή της Μεθόδου Nash–Pareto (EA–Nash–EA) στον Σχεδιασμό Βέλτιστης Αεροτομής Πτερύγωσης Συμπίεστή (ΑΠ1)	78
5.4.1	Μέτωπα Αρχικοποίησης Απλού EA	78
5.4.2	Σύγκριση αποτελεσμάτων EA–Nash–EA	79
5.4.3	Σύγκριση Δεικτών Υπερόγκου	80
5.5	Εφαρμογή της Μεθόδου Nash–Pareto (EA–Nash–EA) στο Σχεδιασμό Βέλτιστης Μεμονωμένης Αεροτομής (ΑΠ2)	85
5.5.1	Μέτωπα Αρχικοποίησης Απλού EA	85
5.5.2	Σύγκριση αποτελεσμάτων EA–Nash–EA	87
5.5.3	Σύγκριση Δεικτών Υπερόγκου	88

6 Ανακεφαλαίωση–Συμπεράσματα	95
6.1 Ανακεφαλαίωση	95
6.2 Συμπεράσματα	96
6.2.1 EA–Nash	96
6.2.2 Nash–Pareto	98
6.3 Ιδέες για Μελλοντική Έρευνα	98
A' Λογισμικά Αξιολόγησης	101
A'.1 Λογισμικό X-FOIL	101
A'.1.1 Διζωνικό Μοντέλο Ροής	101
Βιβλιογραφία	105

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Εισαγωγικά Σχόλια

Βελτιστοποίηση αποκαλείται ο συστηματικός και μεθοδευμένος τρόπος με τον οποίο κάτι γίνεται καλύτερο, βελτιστοποιείται. Είναι φανερό λοιπόν ότι σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης, στόχος είναι να βρεθεί η βέλτιστη λύση, η λύση δηλαδή που θα ικανοποιεί καλύτερα κάποια κριτήρια τα οποία έχουν τεθεί από τον μηχανικό που ασχολείται με το εν λόγω πρόβλημα. Τα κριτήρια αυτά, πρέπει να είναι μαθηματικά ορισμένα με τέτοιο τρόπο ώστε η τελικά εντοπιζόμενη η βέλτιστη λύση σε λ.χ. προβλήματα βελτιστοποίησης στη μηχανολογία να χαρακτηρίζεται από χαμηλό κόστος και υψηλή λειτουργική αξία.

Από τη στιγμή που γίνεται λόγος για βέλτιστη λύση υποδηλώνεται αυτόματα η ύπαρξη και άλλων λύσεων, οι οποίες όμως υστερούν από αυτήν ως προς τη λειτουργικότητα ή το κόστος, ή γενικά, ως προς τα κριτήρια τα οποία ο μηχανικός έχει θέσει για βελτιστοποίηση. Τα κριτήρια αυτά μοντελοποιούνται ως μαθηματικές συναρτήσεις ή συναρτήσεις-στόχους, οι οποίες εξαρτώνται από τις μεταβλητές σχεδιασμού. Αυτές έχουν ορισθεί από το μηχανικό και πρέπει να βελτιστοποιηθούν, να επιλεγούν, δηλαδή, οι κατάλληλες τιμές τους, ώστε μεγιστοποιηθούν ή να ελαχιστοποιηθούν οι συναρτήσεις-στόχοι.

Για την επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης υπάρχουν πολλοί τρόποι, και γι' αυτό οι μέθοδοι βελτιστοποίησης είναι πολλές. Κάθε μέθοδος έχει πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα σε σχέση με τις άλλες. Έτσι, πλέον, ως δουλειά μηχανικού αναγνωρίζεται, πέραν της εύρεσης της καλύτερης δυνατής λύσης, και η εκλογή της κατάλληλης μεθόδου η οποία να “εντοπίζει” τη βέλτιστη λύση ή λύσεις στον ελάχιστο δυνατό υπολογιστικό χρόνο.

Υπάρχουν πολλές κατηγοριοποιήσεις μεθόδων βελτιστοποίησης και με διαφορετικά κριτήρια. Οι κυριότερες από αυτές είναι αιτιοκρατικές ή στοχαστικές, πληθυσμιακές ή

ατομικές μέθοδοι. Μία από τις κλασικές μεθόδους, η οποία και εφαρμόζεται στην παρούσα διπλωματική εργασία, είναι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι οι οποίοι ανήκουν στην κατηγορία των στοχαστικών-πληθυσμιακών μεθόδων βελτιστοποίησης. Το βασικό πλεονέκτημά, που τους έκανε ευρέως διαδεδομένους ως μια αξιόπιστη μέθοδο, είναι η εξαιρετική προσαρμοστικότητά τους σε οποιοδήποτε πρόβλημα σχεδιασμού, καθώς το μοναδικό προαπαιτούμενό τους είναι η ύπαρξη συμβατού λογισμικού αξιολόγησης που να μπορεί να ανταλλάσσει πληροφορία με τον ΕΑ. Έτσι, ένας ΕΑ μπορεί να βρει τη βέλτιστη ή τις βέλτιστες λύσεις σε κάθε περίπτωση, αρκεί ο αλγόριθμος να εκτελέσει έναν επαρκή αριθμό αξιολογήσεων. Κάτι τέτοιο όμως, σε πολλές περιπτώσεις, μπορεί να κάνει την εφαρμογή τους απαγορευτική, λόγω του δυσβάσταχτου υπολογιστικού χρόνου που μπορεί να απαιτείται.

Έτσι, σε ορισμένα προβλήματα, όπως αυτά που αφορούν το σχεδιασμό αεροτομών με τη λύση των ροϊκών εξισώσεων, κάτι τέτοιο δεν είναι πάντα εφικτό από τη στιγμή που κάθε αξιολόγηση μπορεί να απαιτεί εξαιρετικά μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Έτσι, σε τέτοια προβλήματα ο “παραδοσιακός” ΕΑ μπορεί να κριθεί μη-ικανοποιητικός. Ένας τρόπος για να αντιμετωπιστεί μερικώς αυτό το μειονέκτημα είναι η παραλληλοποίησή του, δηλαδή, η χρήση του σε πολυεπεξεργαστικά συστήματα. Έτσι, οι πολυάριθμες αξιολογήσεις που απαιτούνται εκτελούνται παράλληλα από διαφορετικούς επεξεργαστές.

Παρόλα αυτά, υπάρχουν διάφορες μετατροπές ή και προσθήσεις βημάτων που μπορούν να γίνουν στον αλγόριθμο έτσι ώστε ο συνολικός αριθμός αξιολογήσεων, δηλαδή ο υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται, να μειωθεί περαιτέρω. Τέτοιες αλλαγές μπορούν να καταστήσουν τον ΕΑ πιο ανταγωνιστικό και πιο “οικονομικό” στον εντοπισμό της βέλτιστης λύσης ή λύσεων, ακόμα και σε προβλήματα που απαιτούν εξ αρχής μεγάλη υπολογιστική ισχύ.

1.1.1 Θεωρία Παιγνίων

Η Θεωρία Παιγνίων είναι μια μαθηματική μέθοδος ανάλυσης προβλημάτων η οποία τα τελευταία χρόνια έχει βρει ευρύτατη εφαρμογή σε πολλά προβλήματα οικονομικών, όπως ο σχεδιασμός δημοπρασιών [1], αλλά και σε προβλήματα μηχανολογικά, όπως ο σχεδιασμός αεροτομών. Μια μεγάλη κατηγοριοποίηση των προβλημάτων που αναλύονται στη Θεωρία Παιγνίων, ανάλογα με τον τρόπο δράσης των Παικτών, είναι τα συνεργατικά ή μη-συνεργατικά Παιγνία (cooperetive and non-cooperative games).

Μέχρι πρόσφατα, η κύρια μέθοδος που έχει αναπτυχθεί για τους ΕΑ, ώστε να είναι σε θέση να λύνουν προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών κριτηρίων είναι ένα συνεργατικό παίγνιο που βασίζεται στην έννοια της κατά *Pareto* κυριαρχίας. Τελευταία, γίνονται προσπάθειες [2], [3], για σύζευξη μη-συνεργατικών μεθόδων-παιγνίων με τους ΕΑ, καθώς έχουν πλεονεκτήματα σε σχέση με την ταχύτητα εύρεσης λύσης αλλά και μειονεκτήματα σε σχέση με τις συνεργατικές μεθόδους αφού εντοπίζουν μία μόνο λύση.

1.2 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας

Στη βιβλιογραφία παρουσιάζονται διάφορες μη-συνεργατικές μέθοδοι για πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίησης με ΕΑ. Οι πιο γνωστές από αυτές βασίζονται στην εύρεση σημείου ισορροπίας κατά Nash και κατά Stackelberg [2], [3]. Οι μέθοδοι αυτές έχουν το πλεονέκτημα, σε σχέση με τις συνεργατικές μεθόδους βελτιστοποίησης του ότι μπορούν να βρουν μια λύση κοντά στο μέτωπο Pareto, σε λιγότερο υπολογιστικό χρόνο. Έτσι, πρώτος στόχος της διπλωματικής εργασίας είναι η ανάπτυξη μιας μη-συνεργατικής μεθόδου με ΕΑ για πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίησης, βελτιώνοντας σταδιακά το κάθε κριτήριο ξεχωριστά, η οποία βασίζεται στην εύρεση σημείου ισορροπίας κατά Nash.

Ωστόσο, η ανάγκη για “οικονομική” κατά Pareto βελτιστοποίηση συνεχίζει να υπάρχει καθώς είναι ουσιώδες να βρίσκονται μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων όσο το δυνατόν πιο κοντά στο μέτωπο Pareto, στον μικρότερο δυνατό υπολογιστικό χρόνο. Έτσι, η επόμενη συμβολή της διπλωματικής εργασίας είναι η ανάπτυξη μίας υβριδικής μεθόδου, Nash-Pareto, η οποία ενώ αρχικά πραγματοποιεί μια μη-συνεργατική βελτιστοποίηση με ΕΑ κατά Nash, στη συνέχεια εφαρμόζει μια συνεργατική πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση παραδοσιακού ΕΑ κατά Pareto.

Και οι δύο αυτές μέθοδοι που αναπτύσσονται, εφαρμόζονται σε τρία πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίησης. Η μέθοδος ΕΑ-Nash εφαρμόζεται σε 2 μαθηματικά προβλήματα και ένα κλασικό πρόβλημα σχεδιασμού αεροτομής. Η παραλλαγή της ΕΑ-Nash και η μέθοδος, Nash-Pareto εφαρμόζονται σε 3 προβλήματα βελτιστοποίησης, από τα οποία το ένα είναι “καθαρά” μαθηματικό, χωρίς φυσική σημασία, ενώ τα άλλα δύο αποτελούν κλασικά προβλήματα σχεδιασμού βέλτιστων αεροτομών. Στη συνέχεια, λαμβάνει χώρα η σύγκριση των αποτελεσμάτων των μεθόδων αυτών, με διάφορα αποτελέσματα απλού ΕΑ πάνω στις ίδιες εφαρμογές. Έτσι, εξάγονται συμπεράσματα για την ποιότητα των τελικών λύσεων, αλλά και για τον συνολικό υπολογιστικό χρόνο που απαιτήθηκε για να βρεθούν, σε σχέση με τα αντίστοιχα μέτωπα του παραδοσιακού ΕΑ.

1.3 Δομή της Εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία δομείται ως εξής:

- Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται οι γενικές έννοιες περί βελτιστοποίησης με ΕΑ.

Πιο συγκεκριμένα, ορίζονται οι ΕΑ, αναλύονται τα διάφορα βήματα του αλγορίθμου και περιγράφεται η διαδικασία βελτιστοποίησης με ΕΑ. Επιπλέον, αναλύονται οι τεχνικές εφαρμογής ενιαίας συνάρτησης κόστους σε πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίησης, οι έννοιες κυριαρχίας μεταξύ μετώπων ενώ γίνεται λόγος και για μετρικές ποιότητας μετώπων. Γενικότερα, στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι η κατανόηση από πλευράς του αναγνώστη όλων των εννοιών που αφορούν γενι-

κά τους ΕΑ, καθώς αυτοί θα χρησιμοποιηθούν κατά κόρον στις εφαρμογές της διπλωματικής εργασίας.

- Στο κεφάλαιο 3 παρουσιάζονται οι κύριες έννοιες της Θεωρίας Παιγνίων.

Ειδικότερα, εξηγούνται οι έννοιες του συνεργατικού και μη-συνεργατικού παιγνίου, και γίνεται σαφής διαχωρισμός σε αυτές των διάφορων μεθόδων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης με ΕΑ. Επίσης παρουσιάζονται και περιγράφονται τα βήματα δύο μη-συνεργατικών μεθόδων πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης. Η μία βασίζεται στην εύρεση σημείου ισορροπίας κατά Nash ενώ η άλλη βασίζεται στην εύρεση σημείου ισορροπίας κατά Stackelberg. Γενικότερα, στόχος του κεφαλαίου αυτού είναι η κατανόηση εννοιών που αφορούν τη Θεωρία Παιγνίων και έχουν εφαρμογή στη βελτιστοποίηση και πως μπορεί να επιτευχθεί η σύζευξή της με τους ΕΑ.

- Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζεται η μέθοδος ΕΑ-Nash που αναπτύχθηκε, γίνεται μια απλή περιγραφή των προβλημάτων βελτιστοποίησης τα οποία μελετώνται στην παρούσα διπλωματική εργασία, γίνεται εφαρμογή της μεθόδου σε αυτά και αναπτύσσεται και εφαρμόζεται μια παραλλαγή της.

Αναλυτικότερα, παρουσιάζεται και περιγράφεται μια μη-συνεργατική μέθοδος, που να ονομάζεται ΕΑ-Nash. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται σε τρία προβλήματα βελτιστοποίησης, με τα δύο να αποτελούν απλά μαθηματικά προβλήματα, ενώ το ένα αποτελεί πρόβλημα σχεδιασμού βέλτιστης αεροτομής.

Επιπλέον, παρουσιάζεται και περιγράφεται μια παραλλαγή της μεθόδου ΕΑ-Nash, οι οποία εφαρμόζεται σε τρεις εφαρμογές-προβλήματα. Από τα προβλήματα αυτά το πρώτο αποτελεί ένα μαθηματικό πρόβλημα με δύο συναρτήσεις-στόχους, ενώ τα υπόλοιπα δύο αποτελούν κλασικά προβλήματα αεροδυναμικής. Πιο συγκεκριμένα είναι προβλήματα σχεδιασμού βέλτιστης αεροτομής, με δύο κριτήρια για βελτιστοποίηση, με το πρώτο πρόβλημα να ζητά τη βέλτιστη αεροτομή πτέρυγας συμπίεστη, ως προς την ελαχιστοποίηση του συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης και τη μεγιστοποίηση της αύξησης της στατικής πίεσης και το δεύτερο τη βέλτιστη μεμονωμένη αεροτομή ως προς τη μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης (C_l) και την ελαχιστοποίηση του συντελεστή αντίστασης (C_d). Η διαφορά των δύο προβλημάτων έγκειται στο διαφορετικό λογισμικό αξιολόγησης. Στα τρία προβλήματα βελτιστοποίησης εφαρμόζεται η παραλλαγή της μεθόδου ΕΑ-Nash και ο ΕΑ. Συγχρόνως, τα αποτελέσματα των μεθόδων συγκρίνονται μεταξύ τους και εξάγονται συμπεράσματα σχετικά με τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της παραλλαγής της ΕΑ-Nash.

Συνάγονται συμπεράσματα σχετικά με τη συμπεριφορά της παραλλαγής της μεθόδου ΕΑ-Nash ανάλογα με τις επιλογές που κάνει ο χρήστης.

- Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζεται η δεύτερη μέθοδος, ΕΑ-Nash-ΕΑ και τα διάφορα αποτελέσματά της σε τρία προβλήματα βελτιστοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζονται, αρχικά, κάποια αποτελέσματα της μεθόδου ΕΑ-Nash πάνω στο

πρώτο πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού αεροτομής. Τα αποτελέσματα αυτά καθιστούν πολλά υποσχόμενη την ανάπτυξη μιας ανταγωνιστικής– υβριδικής μεθόδου Nash–Pareto. Η μέθοδος αυτή, στα αρχικά της βήματα, πραγματοποιεί μια μη–συνεργατική βελτιστοποίηση, ενώ συνεχίζει με μια συνεργατική βελτιστοποίηση, βασιζόμενη πάντα στους ΕΑ.

Στη συνέχεια, γίνεται αναλυτική παρουσίαση της μεθόδου Nash–Pareto (EA–Nash–EA) και των βημάτων του αλγορίθμου.

Μετά, λαμβάνει χώρα η παρουσίαση των αποτελεσμάτων της μεθόδου Nash–Pareto (EA–Nash–EA), ενώ γίνεται και η σύγκρισή τους με αποτελέσματα που προκύπτουν από την εφαρμογή ‘παραδοσιακού’ ΕΑ. Η σύγκριση αυτή επιτυγχάνεται με τη χρήση μετρικών ποιότητας και, πιο συγκεκριμένα, του Δείκτη Υπερόγκου.

- Τέλος, στο κεφάλαιο 6, γίνεται μια ανασκόπηση της όλης διπλωματικής εργασίας, με μια καταγραφή των πιο σημαντικών συμπερασμάτων που προέκυψαν από αυτή.

Κεφάλαιο 2

Βελτιστοποίηση με χρήση Εξελικτικών Αλγορίθμων

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται η μέθοδος βελτιστοποίησης η οποία βασίζεται σε εξελικτικούς αλγόριθμους καθώς και η προϋπάρχουσα σχετική υποδομή που αναπτύχθηκε από τη ΜΠΤΡ&Β/ΕΘΣ του ΕΜΠ και που χρησιμοποιήθηκε ως βάση στη παρούσα διπλωματική εργασία.

2.1 Εισαγωγή στη Βελτιστοποίηση

Η βελτιστοποίηση έχει σκοπό να βρει τη βέλτιστη ή να βελτιώσει μια ήδη υπάρχουσα λύση σε ένα πρόβλημα. Βρίσκει εφαρμογή σε όλους τους κλάδους των θετικών επιστημών όπως στη μηχανολογία, τη χημεία, τη φυσική, τη βιολογία, τα οικονομικά.

Βελτιστοποίηση λαμβάνει χώρα σχεδόν σε κάθε σχεδιασμό προϊόντος, υπηρεσίας ή διεργασίας, ενώ μπορεί να περιλαμβάνει μία ή πολλές συναρτήσεις στόχους [4]. Τα προβλήματα βελτιστοποίησης διατυπώνονται μαθηματικά ως προβλήματα μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης μίας ή παραπάνω συναρτήσεων –στόχων, οι οποίοι εξαρτώνται από κάποιες μεταβλητές σχεδιασμού. Πολλά προβλήματα βελτιστοποίησης έχουν και περιορισμούς τους οποίους πρέπει οι λύσεις να ικανοποιούν.

Η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος ελαχιστοποίησης (M) στόχων είναι η εξής:

$$\min \vec{F}(\vec{x}) = \min[\vec{F}_1(\vec{x}), \dots, \vec{F}_M(\vec{x})] \quad (2.1)$$

(2.1)

υπό τους περιορισμούς ανισο-ισότητας πλήθους M_C :

$$c_j(\vec{x}) \leq c_j^{thres}, j = 1, \dots, M_C \quad (2.2)$$

όπου $\vec{x} \in R^N$ είναι το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού, ενώ καθορίζεται το άνω και το κάτω όριο ως x_{upp}^i και x_{low}^i αντίστοιχα για κάθε μεταβλητή σχεδιασμού.

Σε προβλήματα βελτιστοποίησης είναι δυνατόν να υπάρχουν και περιορισμοί ισότητας οι οποίοι αντιμετωπίζονται, οριακά, ως περιορισμοί ανισότητας.

2.2 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι

Οι EA (Evolutionary Algorithms) ανήκουν στις πληθυσμιακές στοχαστικές μεθόδους βελτιστοποίησης και μιμούνται τη θεωρία εξέλιξης των ειδών του Δαρβίνου [5], [6] [7]. Η ιδέα για χρήση τους ως μεθόδου βελτιστοποίησης πρωτοεμφανίστηκε στην επιστημονική κοινότητα το 1960. Η χρήση τους άρχισε να εξαπλώνεται από το 1990 λόγω της αύξησης της υπολογιστικής ισχύος με τη δημιουργία μεγάλων και γρήγορων υπολογιστών που μπορούσαν να υποστηρίξουν την εφαρμογή τους.

Οι EA είναι μέθοδος που μιμείται τις διαδικασίες της βιολογικής εξέλιξης με την υλοποίηση της φυσικής επιλογής και της επικράτησης του καταλληλότερου (survival of the fittest [7]), έτσι ώστε να παρέχουν όσον το δυνατόν καλύτερα άτομα σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Ως εξέλιξη εννοούμε την τάση τα άτομα- λύσεις ενός συστήματος να προσαρμόζονται αυτόματα στο περιβάλλον τους, δηλαδή στις εξωτερικές συνθήκες που το επηρεάζουν. Η εξέλιξη στο πλαίσιο των EA πραγματοποιείται μέσω εξελικτικών τελεστών όπως η αναπαραγωγή, η γονιδιακή διασταύρωση, η μετάλλαξη και η φυσική επιλογή. Σύμφωνα με τη θεωρία του Δαρβίνου τα άτομα ενός πληθυσμού συναγωνίζονται για την εύρεση τροφής, την εύρεση ευνοϊκότερου περιβάλλοντος για επιβίωση και για την προσέλκυση καταλληλότερου συντρόφου για αναπαραγωγή. Όσο καταλληλότερο είναι ένα άτομο, δηλαδή όσο καλύτερα έχει προσαρμοστεί στο περιβάλλον του, τόσο πιθανότερο είναι να αναπαραχθεί και οι απόγονοί του να επιβιώσουν. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα γονίδια των επιτυχημένων ατόμων να περνούν από γενιά σε γενιά, να κυριαρχούν έναντι άλλων και να μεταφέρονται σε μεγαλύτερο αριθμό απογόνων. Όταν, επομένως, συνδυάζονται γονείς με καλά χαρακτηριστικά προκύπτουν απόγονοι που υπερτερούν έναντι των γονέων, ενώ πάντα τα γονίδια που δίνουν τα καλύτερα χαρακτηριστικά για την επιβίωση τείνουν να κυριαρχούν και να βελτιώνουν το συνολικό πληθυσμό. Αυτός είναι ο τρόπος εξέλιξης και προσαρμογής φυσικών πληθυσμών στο εκάστοτε περιβάλλον.

Η καταλληλότητα των υποψήφιων λύσεων-ατόμων ελέγχεται μέσω μιας συνάρτησης καταλληλότητας (fitness function) στη μεγιστοποίηση και μιας συνάρτησης κόστους Cost Function στην ελαχιστοποίηση και οι λύσεις που έχουν τις χαμηλότερες ή τις υψηλότερες τιμές (ανάλογα με το αν τα προβλήματα είναι ελαχιστοποίησης ή μεγιστοποίησης) είναι αυτές που έχουν τις περισσότερες πιθανότητες να συμμετάσχουν στις διαδικασίες εξέλιξης (διασταύρωση, μετάλλαξη, επιλογή γονέων). Έτσι, θα προκύψουν τα άτομα της επόμενης γενιάς τα οποία θα πάρουν τη θέση των παλιών του πληθυσμού εφόσον η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητάς τους είναι καλύτερη. Με τον τρόπο αυτό, οι γενιές εξελίσσονται και υπάρχει διατήρηση της κληρονομικότητας από τους “καλούς”

γονείς στους απογόνους αλλά και η στοχαστική εμφάνιση νέων χαρακτηριστικών λόγω της ύπαρξης του τελεστή μετάλλαξης.

Οι ΕΑ έχουν βασικά πλεονεκτήματα και χαρακτηριστικά τα οποία οδήγησαν στην ευρεία και γρήγορη επικράτηση τους έναντι άλλων μεθόδων βελτιστοποίησης. Αρχικά, δεν απαιτούν ιδιαίτερο μαθηματικό υπόβαθρο, αφού δεν απαιτούν των υπολογισμό των παραγώγων των συναρτήσεων-στόχων ως προς τις μεταβλητές σχεδιασμού, κάτι που διευκολύνει την εύκολη προσαρμογή τους σε κάθε νέο πρόβλημα, ενώ ταυτόχρονα, χειρίζονται πληθυσμούς λύσεων σε κάθε γενιά και όχι μεμονωμένες λύσεις. Επιπλέον, δεν εγκλωβίζονται σε τοπικά ακρότατα (εντοπίζουν το καθολικά βέλτιστο) αφού δεν 'ψάχνουν' τις λύσεις στις οποίες μηδενίζεται η παράγωγος, όπως οι αιτιοκρατικές μέθοδοι. Το μεγαλύτερο όμως πλεονέκτημα τους είναι, ότι έχουν άμεση χρήση σε κάθε νέο πρόβλημα χωρίς να απαιτούνται παρεμβάσεις στη διαδικασία βελτιστοποίησης. Για την πραγματοποίηση της βελτιστοποίησης με ΕΑ απαιτείται λογισμικό που να αξιολογεί την κάθε υποψήφια λύση (οι τιμές των μεταβλητών της οποίας καθορίζονται από το λογισμικό βελτιστοποίησης) αποδίδοντάς της μια τιμή ανάλογη ή αντιστρόφως ανάλογη της ποιότητάς της [8].

Οι ΕΑ έχουν ένα βασικό μειονέκτημα. Αυτό είναι η ανάγκη να πραγματοποιούν μεγάλο αριθμός αξιολογήσεων για την εύρεση της βέλτιστης λύσης. Αυτό συνεπάγεται υψηλό υπολογιστικό κόστος όταν το λογισμικό αξιολόγησης είναι χρονοβόρο (πχ. κώδικες αριθμητικής επίλυσης εξισώσεων Navier-Stokes).

Τέλος, ενώ αρχικά οι ΕΑ αναπτύχθηκαν για την επίλυση προβλημάτων ενός στόχου η χρήση τους, πλέον, είναι πολύ αποτελεσματική (λόγω του ότι χειρίζονται πληθυσμούς ατόμων) και σε προβλήματα πολλών στόχων.

2.2.1 Γενικευμένος Εξελικτικός Αλγόριθμος

Ο ΕΑ διαχειρίζεται τους εξής πληθυσμούς σε κάθε γενιά (g) [8]

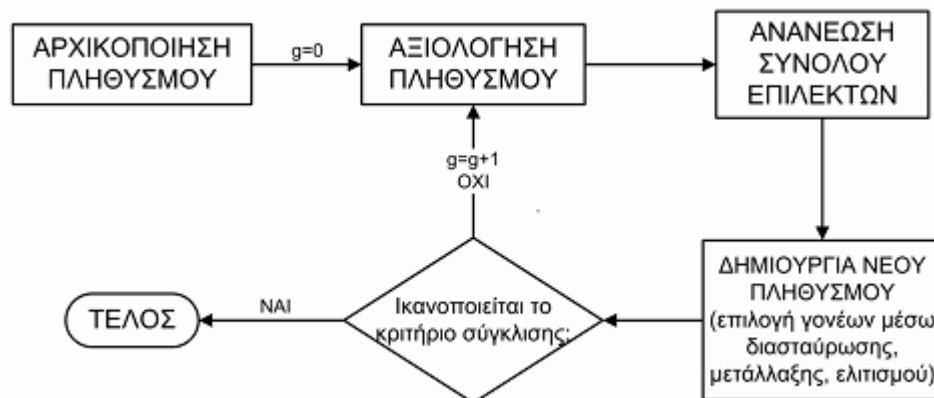
- Τον πληθυσμό των λ απογόνων P_l^g
- Τον πληθυσμό των μ γονέων P_m^g
- Τον πληθυσμό των ϵ επίλεκτων P_e^g

Οι μ γονείς προκύπτουν από τους απογόνους της προηγούμενης γενιάς λ^{g-1} και με τους τελεστές διασταύρωσης και μετάλλαξης δημιουργούνται οι απόγονοι της τρέχουσας γενιάς λ^g . Από τους καινούριους απογόνους επιλέγονται τα καλύτερα άτομα ώστε να αποτελέσουν τον πληθυσμό των επίλεκτων της γενιάς. Ο ρόλος ύπαρξης του συνόλου των επίλεκτων είναι διπλός. Πρώτον, στον πληθυσμό των επίλεκτων υπάρχουν οι καλύτερες λύσεις της κάθε γενιάς. Έτσι, σε όποια γενιά και αν αποφασίσει ο χρήστης να διακόψει τη λειτουργία του αλγορίθμου, θα μπορεί να δει ποιες είναι οι καλύτερες λύσεις που έχει βρει ο αλγόριθμος μέχρι τότε. Δεύτερον, κατά την εξέλιξη χρησιμοποιείται πληροφορία από το σύνολο P_e^g για την ενίσχυση των καλών χαρακτηριστικών

των ατόμων στις επόμενες γενιές. Έτσι τα άτομα που αποτελούν τον πληθυσμό επίλεκτων έχουν περισσότερες πιθανότητες διασταύρωσης ώστε να είναι πιο πιθανό να περάσουν τα καλύτερα χαρακτηριστικά τους στους απογόνους ή μεταφέρονται απόφια στην επόμενη γενιά (τελεστής επιλεκτικότητας ή ελιτισμού).

Ακολουθούν τα βήματα του γενικευμένου ΕΑ:

- Βήμα 1: (Αρχικοποίηση) Θέτουμε $g = 0$ συμβολίζοντας, με αυτόν τον τρόπο, τη πρώτη (μηδενική) γενιά. Έτσι $P_\mu^{g-1} = 0$ και $P_e^{g-1} = 0$. Κάθε μέλος του πληθυσμού των απογόνων επιλέγεται τυχαία μέσω μιας γεννήτριας ψευδοτυχαίων αριθμών PRNG (Pseudo Random Number Generator) η οποία ορίζει (τυχαίες) τιμές στις μεταβλητές σχεδιασμού εντός των διαστημάτων ορισμού τους. Εναλλακτικά, ο χρήστης μπορεί να ορίσει κάποια ή και όλα τα αρχικά άτομα, ανάλογα με τις πληροφορίες που έχει σχετικά με το πρόβλημα, ώστε να επιταχύνει ενδεχομένως τη διαδικασία βελτιστοποίησης.
- Βήμα 2: (Αξιολόγηση) Κάθε άτομο της γενιάς P_λ^g αξιολογείται με το λογισμικό αξιολόγησης, υπολογίζεται δηλαδή το διάνυσμα τιμών $F(x) \in M$, για κάθε $x \in P_\lambda^g$.
- Βήμα 3: (Απόδοση βαθμωτού κόστους) Για κάθε $x \in P_\lambda^g \cup P_\mu^g \cup P_e^{g-1}$ υπολογίζεται μια βαθμωτή συνάρτηση κόστους $\Phi(x)$ συναρτήσει του $F(x)$. Για προβλήματα ενός στόχου η βαθμωτή συνάρτηση κόστους ταυτίζεται με την αντικειμενική συνάρτηση ($\Phi(x) \equiv F(x)$).
- Βήμα 4: (Ανανέωση επίλεκτων) Τα e^* καλύτερα μέλη του $P_\lambda^g \cup P_e^{g-1}$ επιλέγονται ως οι καινούριοι επίλεκτοι του πληθυσμού P_e^g της νέας γενιάς.
- Βήμα 5: (Ελιτισμός) Μερικά από τα άτομα του πληθυσμού των επίλεκτων P_e^g παίρνουν τη θέση των καλύτερων, ως προς τη συνάρτηση κόστους, μελών του πληθυσμού των απογόνων P_λ^g .
- Βήμα 6: (Επιλογή γονέων) Εφαρμόζεται ο τελεστής επιλογής γονέων (crossover) για να σχηματιστεί ο νέος πληθυσμός γονέων P_μ^g . Τα καινούρια μέλη του P_μ^g επιλέγονται από το σύνολο $P_\lambda^g \cup P_e^{g-1}$.
- Βήμα 7: (Διασταύρωση και μετάλλαξη) Για τη δημιουργία των λ ατόμων της νέας γενιάς επιλέγονται $\rho \geq 2$ γονείς του νέου πληθυσμού γονέων P_μ^g . Σε αυτούς εφαρμόζονται οι τελεστές διασταύρωσης (P) και μετάλλαξης (M) για να προκύψει ο πληθυσμός απογόνων της επόμενης γενιάς P_λ^{g+1} . $P_\lambda^{g+1} = M(R(P_\mu^g))$.
- Βήμα 8: (Έλεγχος τερματισμού) Γίνεται έλεγχος για το αν ικανοποιείται το κριτήριο τερματισμού. Αν όχι, τότε $g \leftarrow g + 1$ και επιστροφή ξανά στο βήμα 2.



Σχήμα 2.1: Σχηματικά τα διάφορα βήματα ενός Εξελικτικού Αλγόριθμου [9]

2.2.2 Λογισμικό EASY

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, ένα μεγάλο μέρος των τρεξιμάτων βελτιστοποίησης με ΕΑ πραγματοποιήθηκε μέσω του λογισμικού EASY. Το λογισμικό EASY (Evolutionary Algorithms SYstem) αναπτύχθηκε από τη ΜΠΥΡ&Β του ΕΜΠ. Είναι ένα λογισμικό με φιλικό προς τον χρήστη γραφικό περιβάλλον, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για προβλήματα βελτιστοποίησης ενός ή περισσότερων στόχων [10], [11],[12]. Μπορεί να υποστηρίξει προβλήματα με ή χωρίς περιορισμούς, με στοχαστικές ή αιτιοκρατικές μεθόδους βελτιστοποίησης ή ακόμα και συνδυασμό αυτών. Επιπλέον, διαθέτει επιλογές για χρήση μεταπροτύπων, όπως νευρωνικά δίκτυα ή και άλλες μεθόδους παρεμβολής, τα οποία εκπαιδεύονται κατά τη διάρκεια της εξέλιξης. Με αυτήν τη διαδικασία, πολλά άτομα αξιολογούνται μέσω παρεμβολής και όχι με το πρόγραμμα αξιολόγησης το οποίο έχει, ενδεχομένως μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Επίσης, δίνεται η δυνατότητα στον χρήστη να χρησιμοποιήσει ιεραρχικούς ΕΑ.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία υπήρξε η ανάγκη να γίνουν επεμβάσεις στο λογισμικό βελτιστοποίησης με ΕΑ. Επειδή το λογισμικό EASY είναι ιδιαίτερα περίπλοκο, αφού αποτελεί, ουσιαστικά, εμπορικό προϊόν, απαιτείται αρκετή εμπειρία για τις όποιες αλλαγές. Έτσι, χρησιμοποιήθηκε και ένα άλλο λογισμικό βελτιστοποίησης με ΕΑ, το οποίο όπως και το EASY μπορεί να χρησιμοποιηθεί για προβλήματα βελτιστοποίησης ενός ή περισσότερων στόχων με ή χωρίς περιορισμούς. Το λογισμικό αυτό είναι προγραμματισμένο σε γλώσσα Fortran 77, πράγμα που καθιστά απλούστερο να γίνουν αλλαγές ή και να προστεθούν καινούριες λειτουργίες στον πηγαίο του κώδικα. Τέλος, έχει αναπτυχθεί από τη ΜΠΥΡ&Β του ΕΜΠ κυρίως για εκπαιδευτικούς λόγους.

2.2.3 Περιορισμοί στη Βελτιστοποίηση με ΕΑ και στον EASY

Τα περισσότερα προβλήματα με τα οποία ασχολείται ένας μηχανικός διέπονται από περιορισμούς τους οποίους οι λύσεις πρέπει να ικανοποιούν. Τέτοιοι μπορεί να είναι το μέγιστο ή ελάχιστο ύψος ενός αυτοκινήτου ή βάρους ενός αεροπλάνου κ.λπ. Το λογισμικό *EASY* που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία χρησιμοποιεί στα προβλήματα με περιορισμούς συναρτήσεις ποινής (penalty functions). Αυτό το πετυχαίνει προσθέτοντας όρους ποινής, αν πρόκειται για ελαχιστοποίηση, ανάλογους με το μέγεθος της παραβίασης των περιορισμών στη συνάρτηση κόστους μιας υποψήφιας λύσης [13]. Έτσι ορίζεται μια τιμή (nominal threshold) για κάθε περιορισμό η οποία είναι επιτρεπτή με βάση το πρόβλημα βελτιστοποίησης. Επίσης, ορίζεται και ένα όριο χαλάρωσης (relaxed threshold).

Έστω ότι υπάρχει ο περιορισμός μια τιμή ενός περιορισμού να είναι μικρότερη από ένα όριο. Εάν η τιμή που λαμβάνει ένας από τους περιορισμούς c_k για μια υποψήφια λύση, είναι μεγαλύτερη από το όριο χαλάρωσης (δηλαδή $c_k < d_k^*$) τότε η υποψήφια λύση υφίσταται ποινή θανάτου (death penalty), $\Phi \rightarrow \infty$. Αυτό σημαίνει ότι προστίθεται στη συνάρτηση καταλληλότητας ένας πολύ μεγάλος αριθμός, πρακτικά αποκλείοντας αυτή τη λύση από τη συνέχεια της εξελικτικής διαδικασίας. Εάν η λύση παραβιάζει κάποιον ή όλους τους περιορισμούς χωρίς όμως να υπερβαίνει την τιμή του ορίου χαλάρωσης (δηλαδή, $d_k < c_k < d_k^*$) τότε η συνάρτηση κόστους της Φ υφίσταται εκθετική ποινή που ορίζεται βάσει της εξίσωσης

$$\Phi(\vec{x}) = \Phi(\vec{x}) + \prod_{k=1}^K \exp\left(\alpha_k \frac{c_k(x) - d_k}{d_k^* - d_k}\right), \quad \mu\epsilon \quad c_k(x) > d_k \quad (2.3)$$

$$\Phi(\vec{x}) = \Phi(\vec{x}) + \prod_{k=1}^K 1, \quad \mu\epsilon \quad c_k(x) \leq d_k \quad (2.4)$$

όπου ο χρήστης ορίζει τον συντελεστή α_k , ο οποίος επηρεάζει το πόσο έντονη θα είναι η ποινή που θα επιβληθεί. Αντίστοιχη διαδικασία λαμβάνει χώρα αν ο περιορισμός θέτει ελάχιστη δυνατή τιμή σε μία μεταβλητή.

2.3 Εξελικτικοί Αλγόριθμοι σε Προβλήματα πολλών Στόχων - Μέτωπο Pareto

Πολύ ευρεία χρήση των ΕΑ γίνεται και στα προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών στόχων (MOO). Τα προβλήματα αυτά μπορεί, σε σπάνιες περιπτώσεις, να έχουν μια καθολικά βέλτιστη λύση που ελαχιστοποιεί όλους τους στόχους συγχρόνως, αλλά συνήθως έχουν ένα σύνολο βέλτιστων λύσεων που ονομάζεται μέτωπο *Pareto* [14].

Έτσι, ως μέτωπο Pareto στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων (συναρτήσεων-στόχων) ορίζεται η καμπύλη σε προβλήματα δύο στόχων, επιφάνεια σε προβλήματα τριών στόχων και υπερεπιφάνεια σε προβλήματα με περισσότερους από τρεις στόχους, που αποτελείται από το σύνολο των βέλτιστων λύσεων-σημείων.

Είναι φανερό ότι στα προβλήματα πολλών στόχων, σε αντίθεση με τα προβλήματα ενός στόχου, υπάρχει ένα διάνυσμα στόχων που πρέπει κάπως να καθορίσει τη βαθμωτή συνάρτηση κόστους-καταλληλότητας (από την οποία εξαρτάται η επιβίωση των υποψήφιων λύσεων από γενιά σε γενιά και η εκλογή των καλύτερων ατόμων). Η μετατροπή του διανύσματος στόχων σε μια βαθμωτή συνάρτηση κόστους έτσι ώστε η εξέλιξη των MOO προβλημάτων να είναι παρόμοια με την εξέλιξη των SOO προβλημάτων στους ΕΑ γίνεται με χρήση τεχνικών κατάταξης βασισμένων στην ιδέα της κυριαρχίας κατά Pareto (Pareto dominance).

Κυριαρχία κατά Pareto: Μια λύση \vec{x}_1 κυριαρχεί κατά Pareto έναντι μιας λύσης \vec{x}_2 αν και μόνο αν έχει τουλάχιστον μία καλύτερη τιμή σε μία συνάρτηση-στόχο, ενώ δεν παρουσιάζει χειρότερη τιμή στις υπόλοιπες συναρτήσεις-στόχους [15], [12]. Σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης, μαθηματικά αυτό μεταφράζεται ως εξής: Έστω ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης με M στόχους

$$\min. \quad \vec{F}(\vec{x}) = (F_1(\vec{x}), F_2(\vec{x}), \dots, F_M(\vec{x})) \quad (2.5)$$

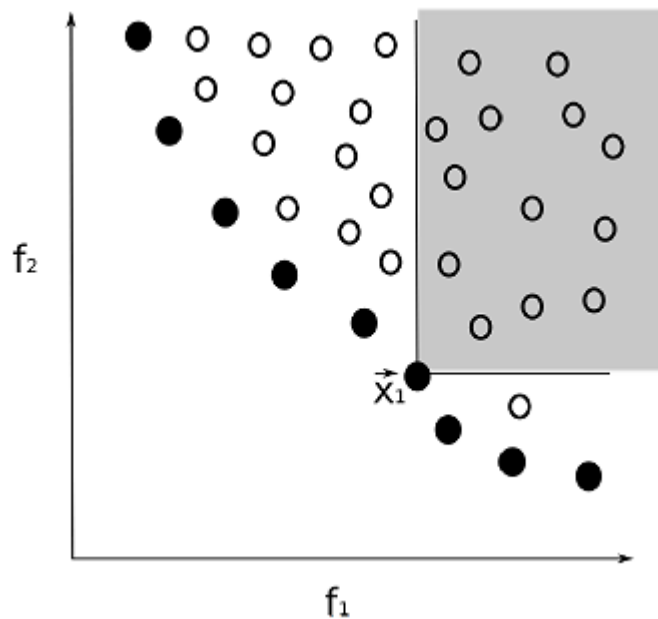
Μία λύση $\vec{F}(\vec{x}_1) = (F_1(\vec{x}_1), F_2(\vec{x}_1), \dots, F_M(\vec{x}_1))$ κυριαρχεί κατά Pareto έναντι μιας λύσης $\vec{F}(\vec{x}_2) = (F_1(\vec{x}_2), F_2(\vec{x}_2), \dots, F_M(\vec{x}_2))$ αν και μόνο αν:

$$\vec{x}_1 \preceq \vec{x}_2 \Leftrightarrow \forall i \in \{1, \dots, M\}. f_1(i)(\vec{x}_1) \leq f_2(i)(\vec{x}_2) \wedge i \in \{1, \dots, M\} : f_1(i) \leq f_2(i) \quad (2.6)$$

Βέλτιστη κατά Pareto λύση: Μια λύση \vec{x}_1 είναι βέλτιστη κατά Pareto αν και μόνο αν δεν κυριαρχείται από καμία άλλη λύση \vec{x}_i με $x_i \in X$ όπου X το σύνολο των αποδεκτών λύσεων του προβλήματος βελτιστοποίησης. Μαθηματικά αυτό μεταφράζεται ως εξής:

$$\notin \vec{x}_i : F(\vec{x}_i) \preceq F(\vec{x}_1), \quad \vec{x}, \vec{x}_1 \in X \quad (2.7)$$

Μέτωπο Pareto: Είναι η καμπύλη σε προβλήματα με 2 στόχους, επιφάνεια σε προβλήματα με 3 στόχους και υπερεπιφάνεια σε προβλήματα με περισσότερους από 3 με στόχους, στον χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων, που ορίζεται από τις καθολικά βέλτιστες κατά Pareto λύσεις. Είναι δυνατό η καμπύλη ή η επιφάνεια να είναι διακοπτόμενες εξαιτίας των περιορισμών.



Σχήμα 2.2: Απεικόνιση της κυριαρχίας κατά Pareto σε προβλήματα ελαχιστοποίησης 2 στόχων. Η λύση \vec{x}_1 είναι βέλτιστη κατά Pareto καθώς δεν κυριαρχείται από καμία άλλη λύση. Επίσης φαίνονται στη σκιασμένη περιοχή, σε ποιες λύσεις κυριαρχεί η \vec{x}_1 [14].

2.4 Σχέσεις Κυριαρχίας Μετώπων και Συνάρτηση Καταλληλότητας

Η σύγκριση μεθόδων βελτιστοποίησης οι οποίες παράγουν μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων επιτυγχάνεται, στην ουσία, με μια σύγκριση των μετώπων αυτών ως προς κάποια χαρακτηριστικά που βασίζονται στην έννοια της κατά Pareto κυριαρχίας. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με τα προβλήματα ενός στόχου, όπου η σύγκριση λαμβάνει χώρα με βάση την τιμή του κόστους της καλύτερης λύσης της κάθε μεθόδου ως προς τη μοναδική συνάρτηση-στόχο. Όμως σε προβλήματα με παραπάνω από μία αντικειμενική συνάρτηση, το κόστος μίας λύσης δίνεται από ένα διάνυσμα στόχων. Έτσι σε πολυκριτηριακά προβλήματα, κάθε μέθοδος βελτιστοποίησης που εξετάζεται δίνει ένα σύνολο διανυσμάτων στόχων που συνιστούν το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Η σύγκριση των μετώπων που προκύπτουν από τις διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης γίνεται είτε με βάση τις σχέσεις κυριαρχίας που υφίστανται μεταξύ των μετώπων, είτε με μετρικές που ποσοτικοποιούν την ποιότητά τους.

2.4.1 Σχέσεις Κυριαρχίας Μετώπου

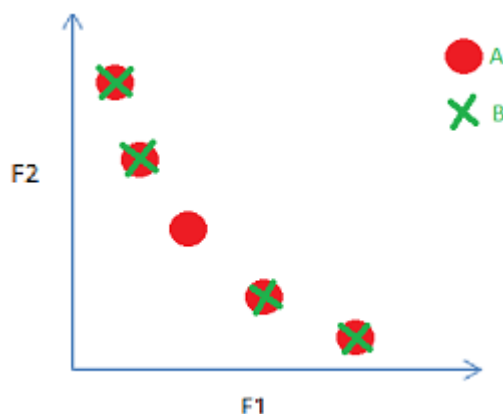
Υπάρχουν συνολικά τρεις σχέσεις κυριαρχίας μεταξύ μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων [16], [15].

Ασθενής Κυριαρχία: Ένα μέτωπο A κυριαρχεί ασθενώς (O_W) ενός μετώπου B όταν υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο στο A που δεν υπάρχει στο B ενώ όλα τα υπόλοιπα σημεία του B είναι ίσα ή κυριαρχούνται από το A (σχήμα 2.3):

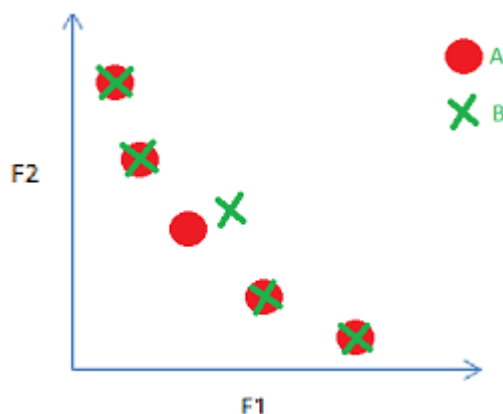
$$A O_W B \Leftrightarrow ND(A \cup B) = A \text{ και } A \neq B \quad (2.8)$$

Ισχυρή Κυριαρχία: Ένα μέτωπο A κυριαρχεί ισχυρά (O_S) έναντι ενός μετώπου B όταν υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο στο B που κυριαρχείται από ένα σημείο του A ενώ όλα τα υπόλοιπα σημεία του B είτε κυριαρχούνται είτε υπάρχουν επίσης και στο A (σχήμα 2.4):

$$A O_S B \Leftrightarrow ND(A \cup B) = A \text{ και } BN D(A \cup B) \neq \emptyset \quad (2.9)$$



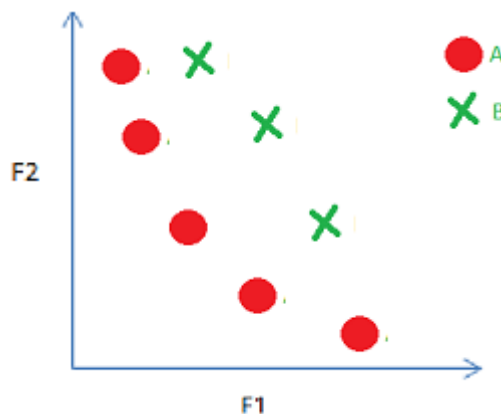
Σχήμα 2.3: Γραφική απεικόνιση της ασθενούς κυριαρχίας. Το μέτωπο A κυριαρχεί ασθενώς του μετώπου B



Σχήμα 2.4: Γραφική απεικόνιση της ισχυρής κυριαρχίας. Το μέτωπο A κυριαρχεί ισχυρά του μετώπου B.

Καθολική Κυριαρχία: Το μέτωπο A κυριαρχεί καθολικά (O_C) του μετώπου B αν κάθε σημείο του B κυριαρχείται από κάποιο σημείο του A (σχήμα 2.5).

$$A O_C B \Leftrightarrow ND(A \cup B) = A \text{ και } B \cap ND(A \cup B) \neq \emptyset \quad (2.10)$$



Σχήμα 2.5: Γραφική απεικόνιση της καθολικής κυριαρχίας. Το μέτωπο A κυριαρχεί καθολικά του μετώπου B.

2.5 Υπολογισμός της Βαθμωτής Συνάρτησης Κόστους σε Προβλήματα Βελτιστοποίησης Πολλών Στόχων

Ένα πρόβλημα που υφίσταται στα προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών στόχων είναι το πως από ένα διάνυσμα στόχων μπορεί να καθοριστεί η βαθμωτή συνάρτηση κόστους, για να υπάρξει ένα μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που να προσφέρει όσο το δυνατόν περισσότερη πληροφορία για την ποικιλία λύσεων που μπορούν να επιλεγθούν. Συνεπώς, πρέπει η βαθμωτή συνάρτηση να είναι τέτοια ώστε να δίνεται έμφαση στην ποικιλομορφία των λύσεων-σημείων του τελικού μετώπου. Αυτό πρακτικά, σημαίνει ότι η βαθμωτή συνάρτηση πρέπει να εμποδίζει τη συσσώρευση των λύσεων σε μια συγκεκριμένη περιοχή του χώρου των αντικειμενικών συναρτήσεων, και να διευκολύνει έτσι την εύρεση νέων μη-κυριαρχούμενων λύσεων στα άκρα του μετώπου [8]. Μερικές από τις τεχνικές που υπάρχουν και βασίζονται στην ιδέα της κατά Pareto κυριαρχίας είναι οι: NSGA, SPEA [17]. Στην παρούσα διπλωματική εργασία γίνεται χρήση μιας βελτιωμένης παραλλαγής της SPEA, η οποία ονομάζεται SPEA2 [18].

2.5.1 NSGA

Η μέθοδος NSGA (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm), [19],[20], είναι ένας τρόπος βαθμονόμησης των λύσεων για να υπολογίζει την τιμή της βαθμωτής συνάρ-

τησης. Η βαθμωτή συνάρτηση παίρνει τιμές για κάθε υποψήφια λύση, ανάλογα με τη θέση της στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων και την αρχή κυριαρχίας κατά Pareto, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.6 .

Κατάταξη (Ranking): Ο αλγόριθμος NSGA, αρχικά, εντοπίζει όλες τις λύσεις που ανήκουν στο πρώτο μέτωπο, δηλαδή τις λύσεις αυτές που δεν κυριαρχούνται. Προκειμένου να εντοπιστούν τα άτομα που ανήκουν στο επόμενο μέτωπο, ο αλγόριθμος αγνοεί προσωρινά τα άτομα που κατατάχθηκαν στο ακριβώς προηγούμενο. Έτσι το νέο σύνολο των λύσεων που δεν κυριαρχούνται από καμία λύση θα είναι το δεύτερο μέτωπο κ.ο.κ. Κάθε λύση λαμβάνει μια τιμή, έστω P_i ανάλογα με το μέτωπο στο οποίο ανήκει, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.6. Παρόλα αυτά, μόνο με τη χρήση της μεθόδου κατάταξης δεν αναγκάζεται το μέτωπο των μη κυριαρχούμενων λύσεων να απλωθεί στο χώρο, ώστε να αυξηθεί η ποικιλομορφία των λύσεών του.

Εκτίμηση Πυκνότητας (Sharing): Κατά τον αλγόριθμο NSGA εκτιμάται η πυκνότητα κάθε επιμέρους μετώπου, δηλαδή το πόσο απέχει μία λύση ενός επιμέρους μετώπου από τις υπόλοιπες λύσεις του μετώπου αυτού, σε σχέση με μία απόσταση αναφοράς την οποία ορίζει ο χρήστης. Η απόσταση αυτή, σ , αντιπροσωπεύει μια ακτίνα στο χώρο των λύσεων (σχήμα 2.7). Κέντρο του νοητού κύκλου με ακτίνα σ είναι η λύση, της οποίας η τιμή καταλληλότητας πρέπει να υπολογισθεί. Κάθε λύση λαμβάνει, πέραν της τιμής P_i , και μία δεύτερη τιμή Sh_i ανάλογα με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από το κριτήριο της απόστασης, ανάλογα δηλαδή με το πόσες γειτονικές λύσεις περιλαμβάνονται στο νοητό κύκλο με κέντρο τη λύση και ακτίνα σ . Τέλος, η βαθμωτή συνάρτηση Φ_i είναι το γινόμενο των δύο παραγόντων P_i και Sh_i .

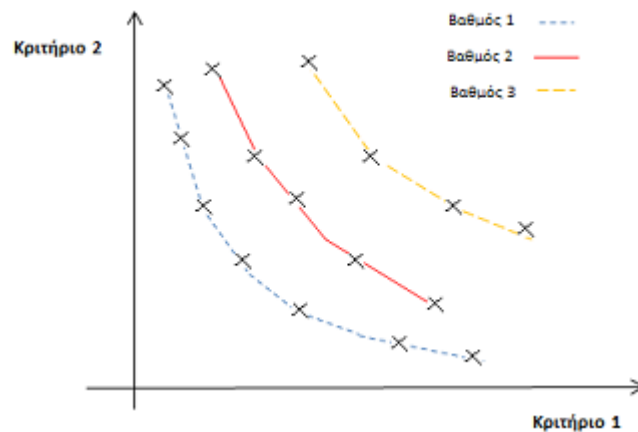
Έστω $\Phi(i)$ η βαθμωτή συνάρτηση κόστους. Αυτή υπολογίζεται για κάθε άτομο του συνόλου ως εξής:

$$\Phi(i) = P(i) \cdot \sum_{i=1}^N sh(d_{ij}) \quad (2.11)$$

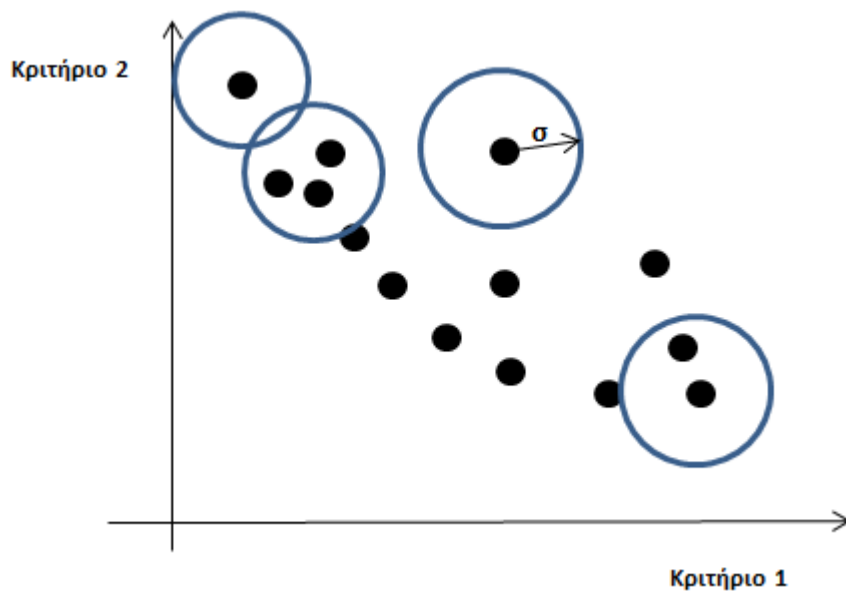
Το $sh(d_{ij})$ υπολογίζεται βάση της παρακάτω εξίσωσης:

$$sh(d_{ij}) = 1 - \frac{d_{ij}}{\sigma_{share}} \quad d_{ij} < \sigma_{share} \quad (2.12)$$

$$sh(d_{ij}) = 0 \quad d_{ij} > \sigma_{share} \quad (2.13)$$



Σχήμα 2.6: Γραφική απεικόνιση της κατάταξης των λύσεων στη μέθοδο NSGA.



Σχήμα 2.7: Γραφική απεικόνιση της απόστασης σ στη μέθοδο NSGA.

2.5.2 Ο Αλγόριθμος SPEA

Ο αλγόριθμος SPEA (Strength Pareto Evolutionary Algorithm) [21], χρησιμοποιείται σε προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών στόχων και, επί της ουσίας, αποτελεί μια μέθοδο βαθμονόμησης των ατόμων του πληθυσμού, συμπεριλαμβανομένων και του πληθυσμού των επιλέκτων, βάσει της οποίας γίνεται η επιλογή των μελών του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Στόχος της μεθόδου είναι ο υπολογισμός ενιαίας βαθμωτής συνάρτησης για τα άτομα του πληθυσμού, η οποία να βασίζεται σε κριτήρια κυριαρχίας και απόστασης μεταξύ των ατόμων στο χώρο των λύσεων. Η πρόσδοση κατάλληλης τιμής Φ_i στα άτομα του πληθυσμού γίνεται μέσω της ακόλουθης διαδι-

κασίας :

Για κάθε άτομο i του πληθυσμού ορίζεται μια τιμή δυναμικότητας strength Str_i ανάλογα με τον αριθμό των ατόμων στα οποία κυριαρχεί (σχήμα 2.8, αριστερά). Αποδίδεται σε κάθε άτομο του πληθυσμού η βαθμωτή συνάρτηση κόστους, που είναι ο παράγοντας R_i και η τιμή του προκύπτει από το άθροισμα όλων των τιμών δυναμικότητας Str_i των ατόμων που κυριαρχούν σε αυτό (2.8, δεξιά). Μαθηματικά, αυτό μεταφράζεται ως:

$$S(i) = |\{j | j \in N \wedge i \succ j\}| \quad (2.14)$$

Όπου N ο πληθυσμός των λύσεων, στις οποίες πρέπει να βρεθεί η βαθμωτή συνάρτηση Φ . Στη συνέχεια, υπολογίζεται ο παράγοντας R_i ως εξής:

$$R_i = \sum_{j \in N, j < i} S(j) \quad (2.15)$$

Ο παράγοντας R_i αποτελεί και τη ζητούμενη τιμή της βαθμωτής συνάρτησης.

2.5.3 Ο Αλγόριθμος SPEA 2

Ο αλγόριθμος SPEA 2, [18], αποτελεί μια βελτιωμένη παραλλαγή του αλγορίθμου SPEA, και είναι η τεχνική καθορισμού βαθμωτής συνάρτησης κόστους, που χρησιμοποιείται στην εργασία. Έχει το πλεονέκτημα, έναντι του SPEA, ότι στον καθορισμό της βαθμωτής συνάρτησης για μια λύση, λαμβάνεται υπόψη και η πυκνότητα των σημείων, στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων, γύρω από τη συγκεκριμένη λύση. Για τον καθορισμό της βαθμωτής συνάρτησης Φ , ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία:

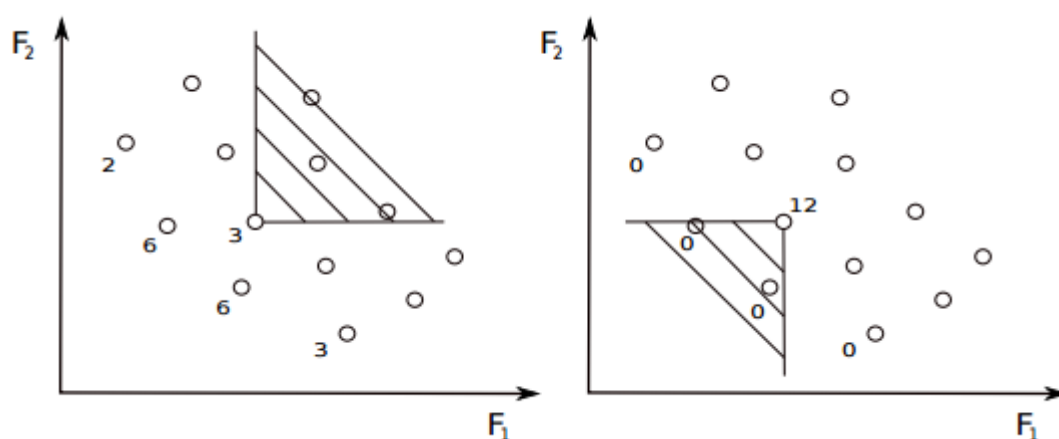
- Βήμα 1: Υπολογίζεται ο παράγοντας R_i με τον ίδιο τρόπο που εξηγήθηκε στην περιγραφή του αλγορίθμου SPEA.
- Βήμα 2 : Υπολογίζεται για κάθε άτομο ο παράγοντας D_i που εκφράζει την πυκνότητα της περιοχής γύρω από το άτομο i ως εξής: Γίνεται υπολογισμός της απόστασης κάθε ατόμου από τα υπόλοιπα στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων. Ακολουθεί η κατάταξη των αποστάσεων σε αύξουσα σειρά. Στη συνέχεια, λαμβάνεται η απόσταση από τη k -ιστή λύση, όπου το k ισούται με την τετραγωνική ρίζα του συνολικού πληθυσμού και μαθηματικά εκφράζεται ως σ_i^k για την λύση i .

Έτσι ο παράγοντας D_i για την λύση i ορίζεται ως:

$$D_i = \frac{1}{\sigma_i^k + 2} \quad (2.16)$$

- Βήμα 3 : Υπολογίζεται η τιμή καταλληλότητας Φ_i των ατόμων του πληθυσμού. Αυτή προκύπτει ως το άθροισμα των τιμών των δύο παραγόντων R_i και D_i που υπολογίστηκαν προηγουμένως. Δηλαδή:

$$\Phi(i) = R_i + D_i \quad (2.17)$$



Σχήμα 2.8: Απεικόνιση του συνόλου των λύσεων στο χώρο των στόχων. Απόδοση σε κάθε λύση της τιμής δυναμικότητας Str_i (αριστερά) και του παράγοντα R_i (δεξιά).

2.6 Μετρικές Ποιότητας – Δείκτης Υπερόγκου

Όμως παρά την ύπαρξη τριών ειδών κυριαρχίας, πρέπει με κάποιο τρόπο να ποσοτικοποιηθεί το πόσο καλύτερο ή χειρότερο είναι ένα μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων έναντι ενός άλλου. Γι' αυτόν το λόγο, εισάγεται η έννοια των μετρικών ποιότητας.

Μετρικές Ποιότητας: Χρησιμοποιούνται για ανάλυση και σύγκριση μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Μπορούν να χρησιμοποιούνται, είτε απλώς συγκρίνοντας τις τιμές των μετρικών διαφορών μετώπων μεταξύ τους, είτε και σε συνδυασμό με τη σύγκριση των καθαυτών μετώπων. Αυτό που μετρούν οι μετρικές σε ένα μέτωπο, ώστε να δίνουν πληροφορία για την ποιότητα του μετώπου, είναι το εμβαδόν στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων, όπου οι λύσεις του μετώπου κυριαρχούν. Όσο μεγαλύτερο είναι το εμβαδόν, τόσο καλύτερο είναι και το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων στο οποίο εφαρμόζονται οι μετρικές [16].

2.6.1 Δείκτης Υπερόγκου –ΔΥ (Hypervolume Indicator–HV)

Η πιο ευρέως χρησιμοποιούμενη μετρική ποιότητας ενός μετώπου λύσεων είναι ο Δείκτης Υπερόγκου (ΔΥ). Η έννοια του ΔΥ είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την έννοια της ασθενούς κυριαρχίας κι' έτσι αν ένα μέτωπο κυριαρχεί ασθενώς έναντι ενός άλλου τότε η τιμή του ΔΥ του πρώτου θα είναι μεγαλύτερη από αυτήν του δεύτερου. Μαθηματικά αυτό μεταφράζεται ως εξής [22]:

$$A O_W B \Leftrightarrow HV(A) > HV(B) \quad (2.18)$$

Έστω ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης M στόχων $\vec{f} = (f_1, f_2, \dots, f_m, \dots, f_M)$ και N μεταβλητών $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_M)$. Ο ΔΥ ενός συνόλου λύσεων $A = (\vec{x}_1, \dots, \vec{x}_d, \dots, \vec{x}_D)$ ορίζεται όπως παρακάτω:

$$HV(A) = \lambda(\{\bigcup h(\vec{x}) | \vec{x} \in A\}) \quad (2.19)$$

με:

- $h(\vec{x}) = [y_1, r_1] \times \dots \times [y_d, r_d]$
- $\vec{r} = (r_1, \dots, r_d)$ ένα σημείο αναφοράς, το οποίο καλείται σημείο *Nadir* (Nadir), το οποίο κυριαρχείται απ' όλα τα σημεία του συνόλου.
- λ το μέτρο Lebesgue ενός συνόλου. Το μέτρο Lebesgue αναθέτει μέτρο σε υποσύνολα n διαστάσεων στον Ευκλείδειο χώρο [23].

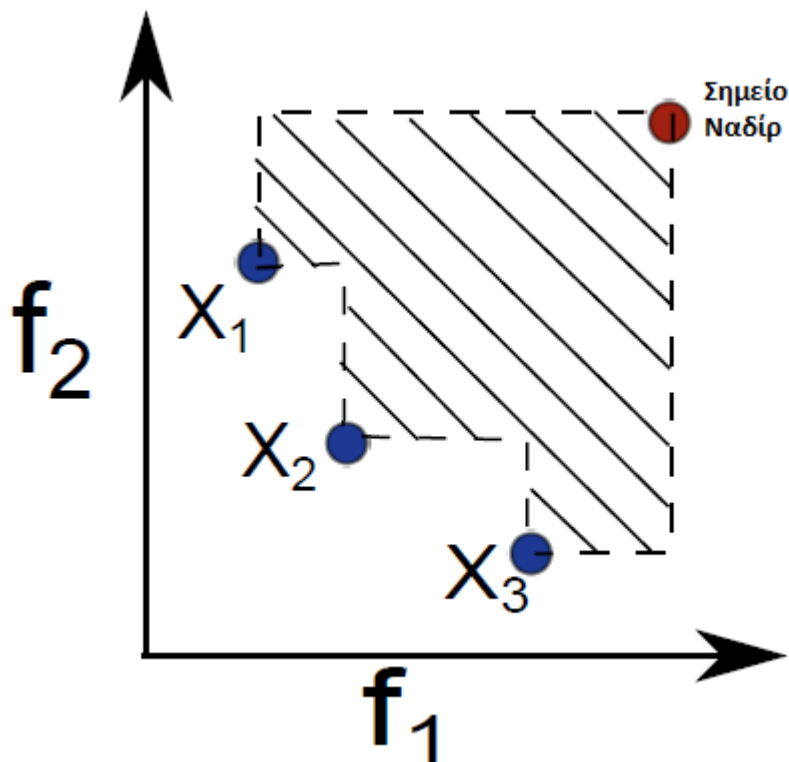
Γενικά, η διάσταση του υπερόγκου είναι ίδια με αυτή του χώρου των στόχων. Έτσι σε ένα πρόβλημα δύο στόχων ο ΔΥ υπολογίζει το εμβαδό του χώρου που ορίζεται από το σημείο αναφοράς και το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων (σχήμα 2.9), [24].

Τα πλεονεκτήματα της χρήσης του ΔΥ είναι πολλά και γι' αυτό χρησιμοποιείται ευρέως ως μετρική ποιότητας των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Μερικά από αυτά είναι τα εξής [24]:

- Το μέγεθος που υπολογίζεται από το ΔΥ και εκφράζει την ποιότητα του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων είναι αδιάστατο.
- Η ποιότητα του μετώπου γίνεται άμεσα αντιληπτή παρατηρώντας το διάγραμμα που προκύπτει από το δείκτη υπερόγκου συναρτήσει του αριθμού των αξιολογήσεων.

Παρόλα αυτά, έχει και μειονεκτήματα που πρέπει ο χρήστης να λαμβάνει υπόψη του προκειμένου να γίνει σωστή χρήση του. Τα πιο βασικά από αυτά είναι:

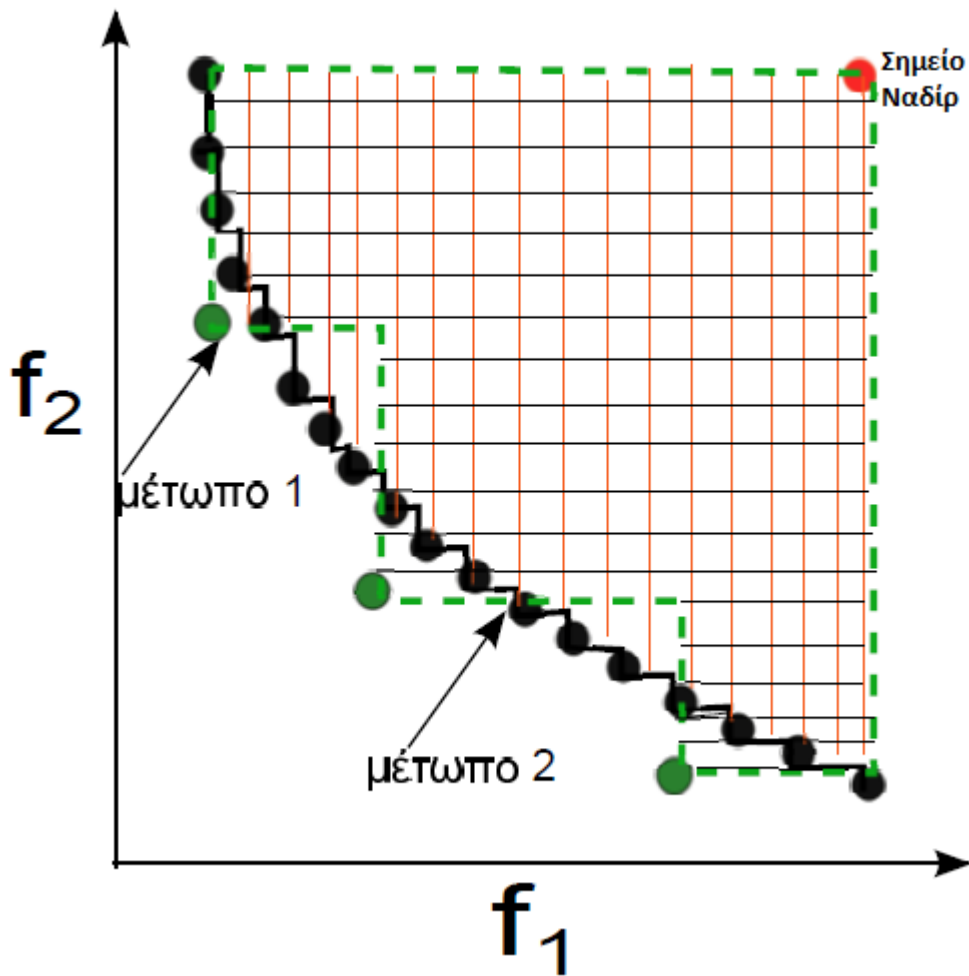
- Σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με πολλές συναρτήσεις-στόχους, ο ΔΥ παριστά πολλές πληροφορίες με μια ποσότητα. Επομένως, δεν παρέχει πληροφορία



Σχήμα 2.9: Παράδειγμα υπολογισμού του ΔY σε ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης με 2 συναρτήσεις-στόχους, για ένα μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων με τρία σημεία.

για το πόσο καλές ή κακές είναι οι τιμές των λύσεων που αποτελούν το μέτωπο, ως προς ξεχωριστές συναρτήσεις-στόχους.

- Ένα μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων (πχ. μέτωπο 1 στο σχήμα 2.10) μπορεί να υπερτερεί ως προς την έννοια της κυριαρχίας των ατόμων του, σε ένα άλλο, (πχ. μέτωπο 2 στο σχήμα 2.10) αλλά μπορεί να είναι πιο αραιό και να αποτελείται από λιγότερα σημεία. Σε μια τέτοια περίπτωση δεν είναι ξεκάθαρο ποιο από τα εμβαδά που ορίζονται από το ΔY είναι μεγαλύτερο. Για παράδειγμα, στο σχήμα 2.10, δεν είναι εμφανές αν το εμβασδόν του μετώπου 1 ή αυτό του μετώπου 2 είναι μεγαλύτερο.
- Στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων ο χρήστης μπορεί να επιλέξει ένα οποιοδήποτε σημείο Ναδύρ, το οποίο ικανοποιεί κάποια κριτήρια. Ανάλογα, όμως, με το σημείο Ναδύρ που επιλέγεται προκύπτουν διαφορετικά αποτελέσματα.



Σχήμα 2.10: Παράδειγμα υπολογισμού του $\Delta\Upsilon$ σε ένα πρόβλημα με δύο συναρτήσεις-στόχου με 2 διαφορετικά μέτωπα μη κυριαρχούμενων λύσεων. Το μέτωπο 1 είναι πιο αραιό και κυριαρχεί ενώ το μέτωπο 2 είναι πιο πυκνό και κυριαρχείται.

Σε κάθε περίπτωση, όταν επιδιώκεται η σύγκριση διαφορετικών μεθόδων βελτιστοποίησης με χρήση του $\Delta\Upsilon$, αυτός πρέπει να συνοδεύεται και από τα σχήματα των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων της κάθε μεθόδου για να ερμηνεύονται σωστά τα αποτελέσματα.

Κεφάλαιο 3

Θεωρία Παιγνίων

Έχουν αναπτυχθεί μέθοδοι πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης με EA που δεν βασίζονται στο μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Μία από αυτές είναι η μέθοδος εύρεσης του σημείου ισορροπίας κατά Nash που η θεωρία της βασίζεται στη Θεωρία Παιγνίων.

3.1 Βασική Θεωρία Παιγνίων

Η Θεωρία Παιγνίων (game theory) είναι η επιστήμη της στρατηγικής λήψης αποφάσεων. Ειδικότερα, είναι η επιστήμη που στοχεύει στην εύρεση μαθηματικού μοντέλου για περιβάλλοντα συνεργασίας ή σύγκρουσης ανάμεσα σε ευφυείς και λογικούς λήπτες αποφάσεων (παίκτες)[25].

Ένας παίκτης χαρακτηρίζεται ως “ευφυής” (intelligent), εννοώντας πως έχει τέλεια γνώση του πως να παίζει το παίγνιο, και ως “λογικός” (logical), εννοώντας πως παίζει με αντικειμενικό στόχο τη μεγιστοποίηση του προσωπικού του οφέλους. Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι το όφελος του κάθε παίκτη ενός παιγνίου δεν εξαρτάται μόνο απ’ την επιλογή του αλλά και από τις επιλογές των υπολοίπων παικτών [26].

Τα μαθηματικά προβλήματα, παίγνια, που εξετάζει η θεωρία παιγνίων ώστε να είναι πλήρως ορισμένα, πρέπει να είναι γνωστά 4 ουσιώδη στοιχεία τους [27], [28]. Ως στοιχεία του παιγνίου θεωρούνται το σύνολο των παικτών, το σύνολο των πιθανών ενεργειών που μπορούν να πραγματοποιήσουν οι παίκτες κάθε στιγμή, οι πληροφορίες που κατέχει ο κάθε παίκτης κατά τη διάρκεια του παιγνίου και η απόδοση (payoff) που αποκομίζει ο παίκτης με κάθε ενέργειά του σε σχέση με τον τελικό του στόχο [29]. Έτσι, υποθέτοντας τις (λογικές) στρατηγικές που θα ακολουθήσει ο κάθε παίκτης, τέτοιες ώστε κανένας παίκτης να μην μπορεί να ωφεληθεί μονομερώς από αυτές, καθορίζεται μια ισορροπία στο παίγνιο – μια σταθερή κατάσταση στην οποία θα συμβούν είτε ένα αποτέλεσμα είτε ένα σύνολο αποτελεσμάτων με γνωστή πιθανότητα. Το σύνολο

των λογικών αυτών στρατηγικών ονομάζεται “έννοια λύσης” (solution concept) και η πιο γνωστή είναι η Ισορροπία κατά Nash (Nash Equilibrium Point)[29] .

Τα παραπάνω συνδέονται άρρηκτα με τα πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίηση με ΕΑ, καθώς ένα τέτοιο πρόβλημα μπορεί να θεωρηθεί ως παίγνιο, όπου οι διάφοροι παίκτες βελτιστοποιούν ως προς κάποιο κριτήριο, ενώ το κέρδος τους, είναι η βελτίωση (μείωση ή αύξηση) της τιμής της συνάρτησης-στόχου τους, στις τελικές λύσεις.

3.1.1 Συνεργατικά και Μη-Συνεργατικά Παίγνια

Η θεωρία παιγνίων περιλαμβάνει δύο τομείς παιγνίων ως προς τον τρόπο που αλληλεπιδρούν οι παίκτες:

- **Συνεργατικά Παίγνια (cooperative games)** Σε αυτά τα παίγνια, οι παίκτες (δύο ή περισσότεροι) συνεργάζονται, φτιάχνοντας συνασπισμούς και συνεννοούνται μεταξύ τους σχετικά με τις ενέργειες που θα κάνει ο καθένας, και γενικότερα, με τη στρατηγική που θα ακολουθήσουν ώστε να μεγιστοποιήσουν το κέρδος τους. Έτσι το παίγνιο είναι πλέον ανταγωνισμός ανάμεσα σε συνασπισμούς παικτών και όχι μεμονωμένους παίκτες [30]. Ένα παράδειγμα συνεργατικού παιγνίου είναι η βελτιστοποίηση κατά Pareto [31].
- **Μη-Συνεργατικά Παίγνια (non-cooperative games)** Σε αυτά τα παίγνια, οι παίκτες παίρνουν αποφάσεις και δρουν ανεξάρτητα [32], με σκοπό να μεγιστοποιήσει ο καθένας το προσωπικό του κέρδος και αδιαφορώντας για το κέρδος των υπολοίπων. Ένα παράδειγμα ενός μη-συνεργατικού παιγνίου είναι η Εύρεση Σημείου Ισορροπίας κατά Nash.

3.1.2 Συνεργατικά και Μη-Συνεργατικά Παίγνια στη Βελτιστοποίηση με ΕΑ

Η πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση κατά Pareto με ΕΑ, είναι ένα συνεργατικό παίγνιο. Το κέρδος του κάθε Παίκτη προκύπτει από την ελαχιστοποίηση της δικής του συνάρτησης-στόχου, πράγμα που επιτυγχάνεται μέσω μιας “συνεργασίας” με τους υπόλοιπους Παίκτες. Κατά την “συνεργασία” αυτή, ορίζεται μια κοινή βαθμωτή συνάρτηση κόστους (SPEA, NSGA κ.λπ.) που κοστολογεί την κάθε λύση. Ελαχιστοποιώντας τη συνάρτηση αυτή βελτιώνονται οι τιμές των προκυπτουσών λύσεων για όλες τις συναρτήσεις-στόχους, και άρα το “κέρδος” των Παικτών αυξάνεται. Έτσι, η στρατηγική που ακολουθείται είναι κοινή ενώ οι ενέργειες που αυτή περιλαμβάνει αξιολογούνται από μία κοινή συνάρτηση κόστους, με την απόδοση (payoff) των ενεργειών αυτών να είναι η ταυτόχρονη μείωση του κόστους κάθε Παίκτη [31].

Στην πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση είναι η μέθοδος εύρεσης του σημείου ισορροπίας κατά Nash, σε αντίθεση με τις άλλες μεθόδους βελτιστοποίησης, οι οποίες βασίζονται

στη βελτίωση του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων, ένα μη-συνεργατικό παίγνιο. Έτσι, σύμφωνα με αυτήν τη μέθοδο, οι Παίχτες δεν συνεργάζονται μεταξύ τους, ενώ ο καθένας βελτιστοποιεί ως προς το δικό του κριτήριο κάποιες μεταβλητές σχεδιασμού που τις ελέγχει μόνο αυτός. Ο καθένας επιλέγει μια ξεχωριστή στρατηγική, έτσι ώστε οι ενέργειες του να βελτιώνουν όσον το δυνατόν περισσότερο το κριτήριό του, αδιαφορεί για τα κριτήρια των υπόλοιπων Παικτών, ενώ περιοδικά ο κάθε Παίκτης μαθαίνει τις ενέργειες που έχουν πραγματοποιήσει οι υπόλοιποι. [31].

3.2 Σημείο Ισορροπίας κατά Nash (ΣΙΝ)

Έστω ένα πρόβλημα με M συναρτήσεις-στόχους ή κριτήρια, και με M παίκτες όπου ο κάθε παίκτης σκοπεύει στη βελτιστοποίηση του δικού του κριτηρίου (δηλαδή συνάρτηση-στόχο) χωρίς όμως να ενδιαφέρεται για τη βελτιστοποίηση των υπόλοιπων κριτηρίων. Όταν κανείς παίκτης δεν μπορεί πλέον να βελτιώσει το κριτήριό του, τότε το σύστημα έχει έρθει σε μια ισορροπία που ονομάζεται Ισορροπία κατά *Nash*.

Έστω ένα πρόβλημα με 2 παίκτες και 2 μεταβλητές σχεδιασμού x, y , με E τον χώρο των λύσεων για την πρώτη συνάρτηση-στόχο, ενώ με F ο χώρος λύσεων για τη δεύτερη συνάρτηση-στόχο. Μια λύση $(\bar{x}, \bar{y}) \in E \times F$ λέγεται σημείο ισορροπίας κατά Nash αν και μόνο αν

$$f_E(\bar{x}, \bar{y}) = \inf_{x \in E} f_E(x, \bar{y}) \quad (3.1)$$

$$f_F(\bar{x}, \bar{y}) = \inf_{y \in F} f_F(\bar{x}, y) \quad (3.2)$$

Ενώ ο ορισμός γενικεύεται για M παίκτες και N συνολικό αριθμό μεταβλητών, με μία λύση $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_N)$, να είναι σημείο ισορροπίας κατά Nash αν και μόνο αν

$$\forall i, \forall v_i \quad F_i(u_1, \dots, u_{i-1}, u_i, u_{i+1}, \dots, u_N) \leq F_i(u_1, \dots, u_{i-1}, v_i, u_{i+1}, \dots, u_N) \quad (3.3)$$

όπου F_i είναι η συνάρτηση-στόχος ως προς την οποία βελτιστοποιεί ο παίκτης i . [2].

3.3 Εφαρμογή Σημείου Ισορροπίας κατά Nash σε ΕΑ

Σε προβλήματα βελτιστοποίησης πολλών κριτηρίων, υπάρχει η δυνατότητα συνδυασμού της Θεωρίας Παιγνίων με ΕΑ, θεωρώντας ότι κάθε παίκτης έχει σκοπό τη βελτιστοποίηση ενός κριτηρίου (συνάρτηση-στόχο).

3.3.1 Περιγραφή του αλγορίθμου EA-Nash σε πρόβλημα 2 στόχων

Έστω πρόβλημα βελτιστοποίησης δύο στόχων με δύο Παίχτες. Έστω $\vec{X}\vec{Y}$ μια υποψήφια λύση όπου με \vec{X} συμβολίζεται το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού που ελέγχει ο Παίκτης 1, ενώ, αντίστοιχα, με \vec{Y} συμβολίζεται το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού που ελέγχει ο Παίκτης 2.

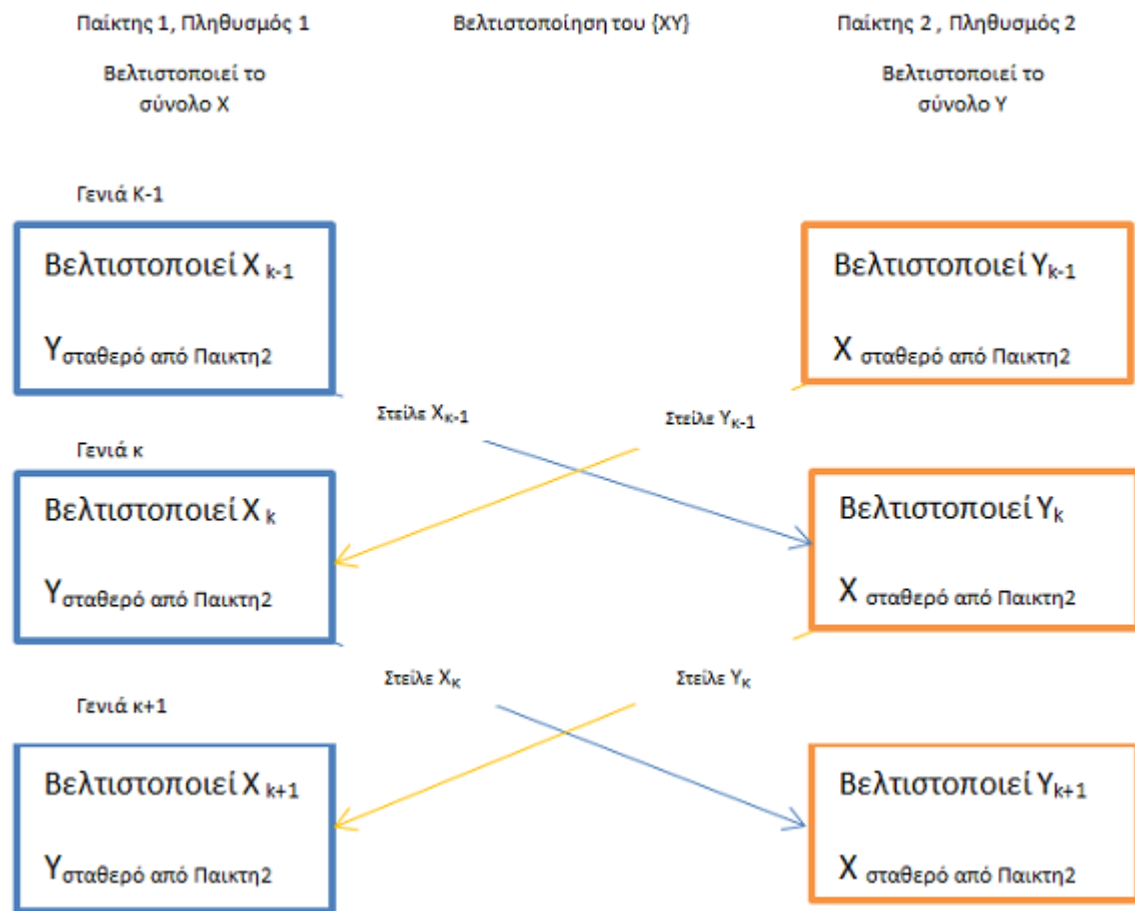
- Βήμα 1 (Χωρισμός Μεταβλητών) Χωρίζεται το σύνολο των μεταβλητών σχεδιασμού έτσι ώστε \vec{X} το σύνολο των μεταβλητών που διαχειρίζεται ο Παίκτης 1 ο οποίος βελτιστοποιεί ως προς το F_1 , ενώ το σύνολο των υπόλοιπων μεταβλητών \vec{Y} είναι σταθερό. Συμμετρικά \vec{Y} είναι το σύνολο των μεταβλητών που διαχειρίζεται ο Παίκτης 2 ο οποίος βελτιστοποιεί ως προς το F_2 , ενώ το σύνολο των μεταβλητών \vec{X} είναι σταθερό.
- Βήμα 2 (Διαδικασία και Σύγκλιση) Δημιουργούνται 2 πληθυσμοί, ένας για κάθε Παίκτη. Ο Παίκτης 1 βελτιστοποιεί με EA ως προς το κριτήριο 1, αξιοποιώντας τον πληθυσμό 1, ενώ ταυτόχρονα ο Παίκτης 2 κάνει το ίδιο με τον πληθυσμό 2. Έστω τώρα \vec{X}_{k-1} η καλύτερη λύση του Παίκτη 1 στη γενιά $k - 1$ και \vec{Y}_{k-1} η καλύτερη λύση του Παίκτη 2 στη γενιά $k - 1$. Στη γενιά k , ο Παίκτης 1 βελτιστοποιεί το σύνολο των μεταβλητών \vec{X}_k ως προς το κριτήριο 1, χρησιμοποιώντας το σύνολο \vec{Y}_{k-1} . Αντίστοιχα ο Παίκτης 2 βελτιστοποιεί το σύνολο \vec{Y}_k ως προς το κριτήριο 2 χρησιμοποιώντας τις μεταβλητές \vec{X}_{k-1} . Μετά από έναν κύκλο βελτιστοποίησης, ο Παίκτης 1 στέλνει την καλύτερη λύση \vec{X}_k στον Παίκτη 2 ο οποίος τη χρησιμοποιεί στη γενιά $k + 1$. Ομοίως, ο Παίκτης 2 στέλνει την καλύτερη λύση \vec{Y}_k στον Παίκτη 1 για τη γενιά $k + 1$. Η διαδικασία βρίσκει το ΣΙΝ όταν ουδείς Παίκτης μπορεί να βελτιώσει περαιτέρω το κριτήριό του.

Σχηματικά ο αλγόριθμος φαίνεται στο σχήμα 3.1

Ο χωρισμός των μεταβλητών στους Παίχτες εξαρτάται από τη δομή του προβλήματος. Αν λ.χ. ένα πρόβλημα έχει M συναρτήσεις-στόχους και N μεταβλητές σχεδιασμού, με $M = N$ τότε ο κάθε Παίκτης θα χειρίζεται 1 μεταβλητή (βέβαια, σχεδόν σε όλα τα προβλήματα βελτιστοποίησης είναι $N \gg M$). Αν, από την άλλη, το πρόβλημα περιλαμβάνει περισσότερες μεταβλητές από συναρτήσεις-στόχους τότε οι Παίχτες μοιράζονται μεταξύ τους τις μεταβλητές. Το πώς θα τις μοιραστούν είναι σχετικώς αυθαίρετο, αν και η δομή του προβλήματος και, σε ορισμένες περιπτώσεις, η εμπειρία, μπορεί να υποδεικνύουν κάποιους τρόπους.

3.3.2 Γενίκευση της μεθόδου για N στόχους

Έστω M παίχτες που βελτιστοποιούν M συναρτήσεις-στόχους. Οι μεταβλητές χωρίζονται ανάμεσα στους παίχτες έτσι ώστε ο κάθε παίκτης να χειρίζεται ένα υποσύνολο



Σχήμα 3.1: Γραφική απεικόνιση της διαδικασίας EA-NASH [2]

μεταβλητών σχεδιασμού. Στη συνέχεια, ο EA-Nash ξεκινά τη διαδικασία βελτιστοποίησης με τον κάθε Παίκτη να βελτιστοποιεί ως προς μία συνάρτηση-στόχο με το δικό του πληθυσμό. Ο Παίκτης 1 χειριζόμενος τον πληθυσμό 1 βελτιστοποιεί τις μεταβλητές του ως προς το κριτήριο 1, κρατώντας τις υπόλοιπες μεταβλητές σταθερές και καθορισμένες από τους άλλους Παίκτες. Ταυτοχρόνως, ο Παίκτης 2 χειριζόμενος τον πληθυσμό 2 βελτιστοποιεί ως προς το κριτήριο 2 κ.ο.κ. Οι Παίκτες ανταλλάσσουν πληροφορία στέλνοντας τα καλύτερα άτομά τους μετά από μία ή περισσότερες γενιές βελτιστοποίησης, ανάλογα με την επιλογή του χρήστη.

3.4 Σημείο Ισορροπίας Stackelberg

Μία άλλη, μη-συνεργατική μέθοδος πολυκριτηριακής βελτιστοποίησης η οποία βασίζεται στη θεωρία παιγνίων και στους EA είναι η μέθοδος εύρεσης σημείου ισορροπίας κατά Stackelberg.

Το σημείο ισορροπίας κατά Stackelberg είναι η λύση ενός ιεραρχικού μη-συνεργατικού παιγνίου, στο οποίο σε αντίθεση με το κατά Nash παίγνιο, οι Παίχτες δεν είναι όλοι ισότιμοι όσον αφορά τη βελτιστοποίηση.

Έστω, για παράδειγμα, ένα πρόβλημα με 2 συναρτήσεις-στόχους προς βελτιστοποίηση. Και στα δύο παίγνια (Stackelberg, Nash) υπάρχουν 2 Παίχτες, όπου ο καθένας βελτιστοποιεί ως προς μία συνάρτηση-στοχο, ενώ διαλέγουν την επόμενη, καλύτερη δυνατή, ενέργεια τους σύμφωνα με τη λογική να μεγιστοποιήσουν το κέρδος τους στο πέρας του παιγνίου. Πιο συγκεκριμένα, στο παίγνιο κατά Nash, ο κάθε Παίκτης επιλέγει τις ενέργειες που θα πράξει ανάλογα με τις ενέργειες που πραγματοποίησε ο αντίπαλος Παίκτης. Αντίθετα, στο παίγνιο κατά Stackelberg οι Παίχτες αποκτούν ρόλους Ηγέτη – Ακόλουθου, όπου ο Ηγέτης είναι πάντα ένας ενώ οι υπόλοιποι Παίχτες είναι τόσοι Ακόλουθοι όσες οι συναρτήσεις-στόχοι πλην μίας.

Έστω, παίγνιο κατά Stackelberg με 2 παίχτες. Έστω A , ο χώρος λύσεων για τον πρώτο Παίκτη – Ηγέτη, ενώ B , ο χώρος λύσεων για τον δεύτερο Παίκτη – Ακόλουθο. Τότε μία λύση $(x^*, y^*) \in A \times B$ είναι σημείο ισορροπίας κατά Stackelberg αν και μόνο αν:

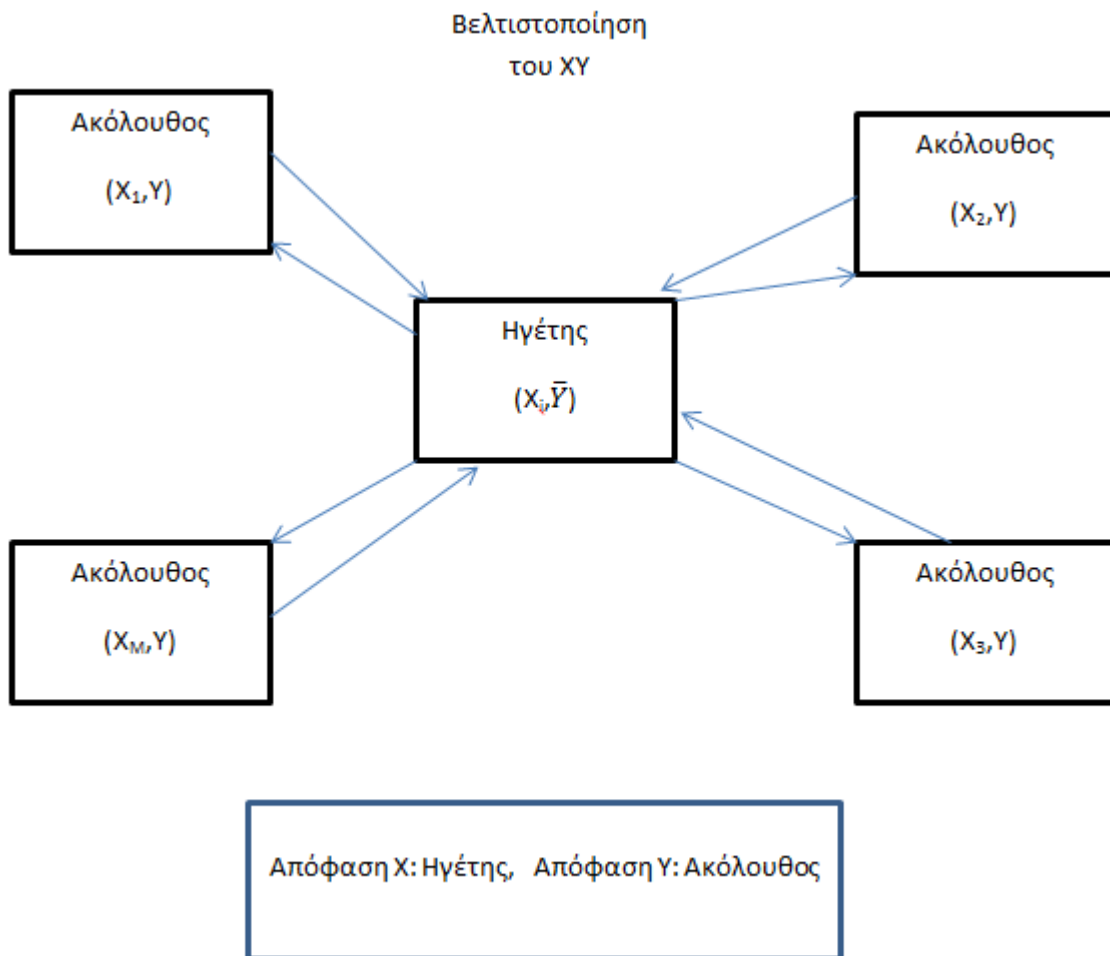
$$F_A(x^*, y^*) = \inf_{x \in A} F_A(x, \bar{y}^*) \quad (3.4)$$

όπου F_A υποδηλώνει το κέρδος του παίκτη 1, ενώ \bar{y}^* είναι η λύση του παρακάτω προβλήματος ελαχιστοποίησης ως προς τη μεταβλητή y

$$F_B(\bar{x}, y) = \inf_{y \in B} F_B(\bar{x}, y) \quad (3.5)$$

όπου το \bar{x} είναι σταθερό από τον Ηγέτη.

Στις παραπάνω εξισώσεις, το $\inf_{x \in A} F$ δηλώνει τη μικρότερη τιμή του F για κάθε $x \in A$



Σχήμα 3.2: Γραφική απεικόνιση της διαδικασίας κατά Stackelberg

Κεφάλαιο 4

Η Μέθοδος EA–Nash. Εφαρμογή της σε Προβλήματα Βελτιστοποίησης.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η μέθοδος βελτιστοποίησης EA–Nash που αναπτύχθηκε, γίνεται εφαρμογή της σε δύο μαθηματικά προβλήματα και στο σχεδιασμό βέλτιστης αεροτομής, ενώ εξετάζονται τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματά της σε σχέση με τον EA. Στη συνέχεια, μελετάται μια παραλλαγή της μεθόδου EA–Nash με σκοπό να μειωθεί περαιτέρω το υπολογιστικό κόστος.

Όλα τα τρεξίματα της μεθόδου EA–Nash και της παραλλαγής της πραγματοποιήσαν βελτιστοποίηση με δυαδική κωδικοποίηση (Binary Coding). Τα τρεξίματα του EA βασίστηκαν σε πραγματική (Real) και δυαδική κωδικοποίηση.

4.1 Εφαρμογή της Μεθόδου EA–Nash σε Μαθηματικό Πρόβλημα 1 (ΜΠ1)

Αναπτύχθηκε ένα λογισμικό που εφαρμόζει βελτιστοποίηση με EA κατά Nash και το οποίο εφαρμόστηκε αρχικά στο παρακάτω πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο στόχων:

$$F_1 = (x - 2)^2 + (x - 2y)^2 \quad (4.1)$$

$$F_2 = (y - 4)^2 + (2y - x)^2 \quad (4.2)$$

με πεδίο ορισμού $[0, 4]$ για τις μεταβλητές.

4.1.1 Αναλυτική Έκφραση του ΣΙΝ

Για να βρεθεί το σημείο ισορροπίας κατά Nash πρέπει κάθε φορά που βελτιστοποιεί κάθε Παίκτης τις μεταβλητές του, να καταλήγει σε ένα σετ μεταβλητών D_1 για τον Παίκτη 1 και D_2 για τον Παίκτη 2 τέτοια ώστε:

$$D_1 = (\vec{x}, y) \in R_x \times R_y \text{ με } F_1(\vec{x}, y) \leq F_1(x, y) \quad (4.3)$$

$$D_2 = (x, \vec{y}) \in R_x \times R_y \text{ με } F_2(x, \vec{y}) \leq F_2(x, y) \quad (4.4)$$

Έτσι, πλέον, τα D_1 και D_2 μπορούν να βρεθούν αφού είναι οι μεταβλητές που ικανοποιούν το ακόλουθο σύστημα:

$$D_1 = \{x \mid \frac{\partial F_1(x, y)}{\partial x} = 0\} \quad (4.5)$$

$$D_2 = \{y \mid \frac{\partial F_2(x, y)}{\partial y} = 0\} \quad (4.6)$$

Η λύση του παραπάνω συστήματος είναι το ΣΙΝ.

Στη συνέχεια, παραγωγίζοντας τις συναρτήσεις 4.1 και 4.2 ως προς x και y αντίστοιχα προκύπτει:

$$x = y + 1 \quad (4.7)$$

$$y = 0, 4x + 0, 8 \quad (4.8)$$

Λύνοντας το σύστημα προκύπτουν οι τιμές $x = 3$, $y = 2$ οι οποίες αντιστοιχούν στις τιμές $F_1 = 2$, $F_2 = 5$ που είναι οι τιμές του ΣΙΝ.

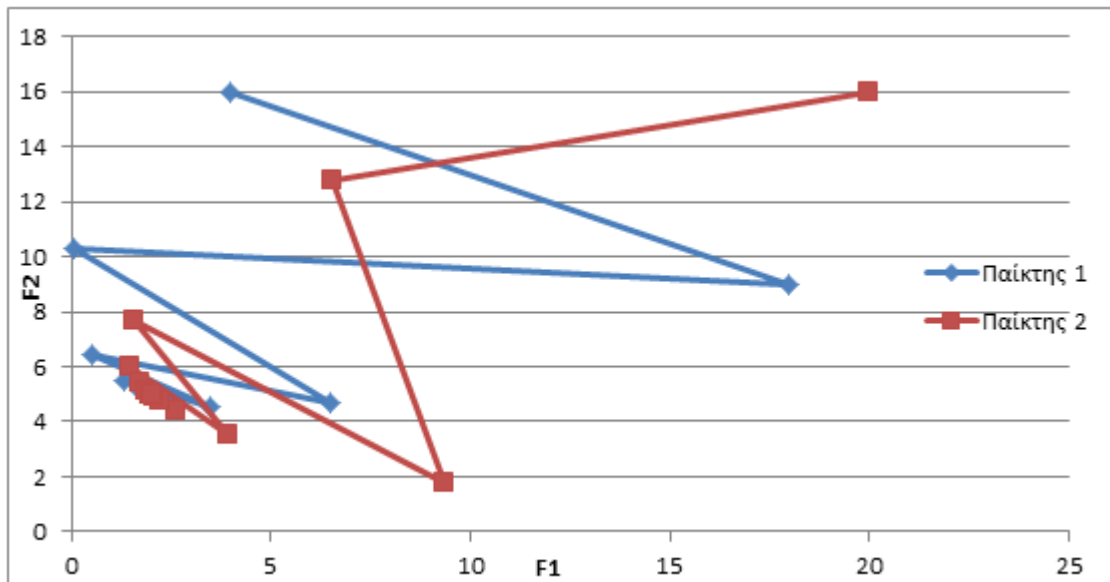
4.1.2 Σταδιακός Υπολογισμός του ΣΙΝ

Έστω ότι ο Παίκτης 1 ξεκινά τη βελτιστοποίηση από το σημείο (0,0) και ο Παίκτης 2 από το σημείο (4,4). Σε αυτήν την περίπτωση, ο Παίκτης 1 θα βελτιστοποιήσει την πρώτη φορά το x ως προς τη συνάρτηση F_1 κρατώντας σταθερό το y στο 4, μέχρι το $\frac{\partial F_1(x, 4)}{\partial x}$ να μηδενιστεί για $x = 5$. Ομοίως, ο Παίκτης 2 θα κάνει το ίδιο για y μέχρι το $\frac{\partial F_2(0, y)}{\partial y}$ να μηδενιστεί για $y = 0, 8$. Στη συνέχεια, οι Παίκτες θα ανταλλάξουν πληροφορία και θα βελτιστοποιήσουν πάλι τις μεταβλητές τους ως προς τις συναρτήσεις-στόχους τους. Έτσι, προκύπτει ο πίνακας 4.1 με τις τιμές των μεταβλητών πριν την ανταλλαγή.

Παίκτης 1		Παίκτης 2	
x_1	y_1	x_2	y_2
0	0	4	4
5	4	0	0,8
1,8	0,8	5	2,8
3,8	2,8	1,8	1,52
2,52	1,52	3,8	2,32
3,32	2,32	2,52	1,808
2,808	1,808	3,32	2,128
3,128	2,128	2,808	1,9232
2.9232	1.9232	3.128	2.0512
...
3,00013	3,00013	1,9992	2,9998

Πίνακας 4.1: Πρόβλημα ΜΠΠ. Δοκιμή EA-Nash. Τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού πριν την κάθε ανταλλαγή για τους δύο Παίκτες υπολογισμένες αναλυτικά με μηδενισμό των παραγώγων. Οι τιμές των μεταβλητών αποτελούν τις τιμές αυτές που ανταλλάσσουν οι Παίκτες.

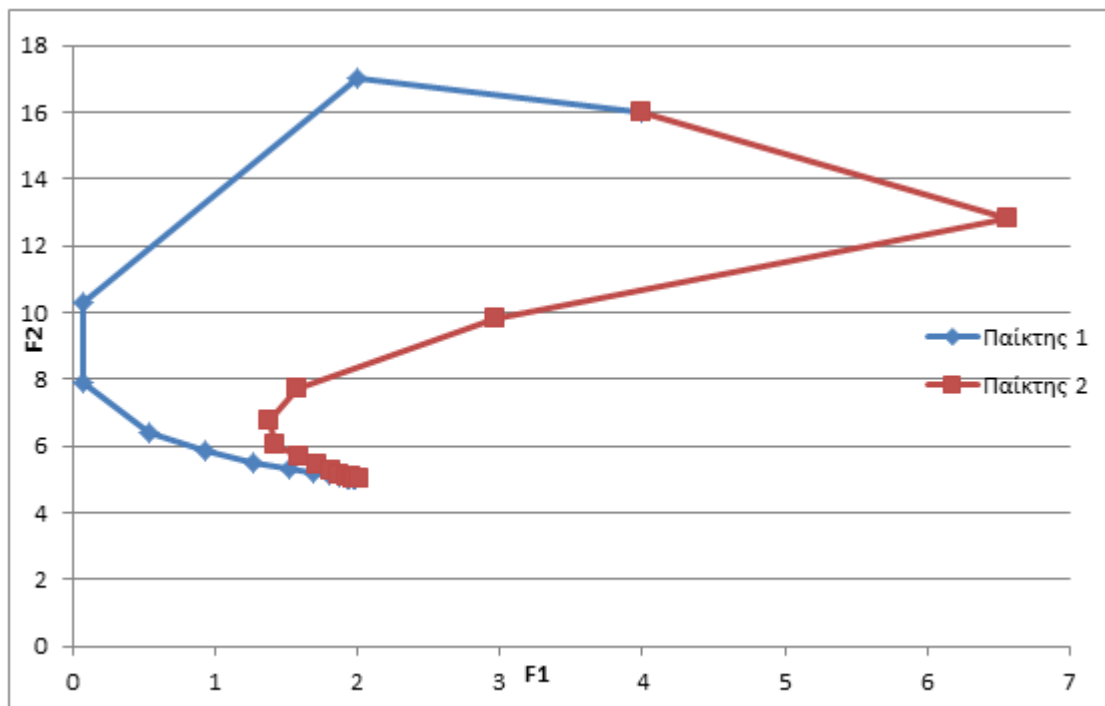
Στο σχήμα 4.1 φαίνεται η πορεία των Παικτών στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων μέχρι να καταλήξουν στο ΣΙΝ.



Σχήμα 4.1: Πρόβλημα ΜΠΠ. Πορεία εύρεσης της τιμής του ΣΙΝ και για τους 2 παίκτες. Υπολογίστηκαν οι τιμές της κάθε μεταβλητής, πριν την ανταλλαγή, αναλυτικά με τη χρήση παραγώγων.

Τέλος, το ίδιο πρόβλημα δοκιμάστηκε και με EA, και στο οποίο οι δύο Παίκτες ξεκινούν

από το σημείο (0,0). Η πορεία των Παίκτων φαίνεται στο σχήμα 4.3, ενώ οι τιμές των μεταβλητών φαίνονται στον πίνακα 4.3



Σχήμα 4.2: Πρόβλημα ΜΠΠ. Δοκιμή EA-Nash. Πορεία εύρεσης της τιμής του ΣΙΝ και για τους 2 παίκτες. Το ΣΙΝ στο παραπάνω πρόβλημα είναι το (2,5). Η πορεία της μεθόδου είναι από πάνω προς τα κάτω.

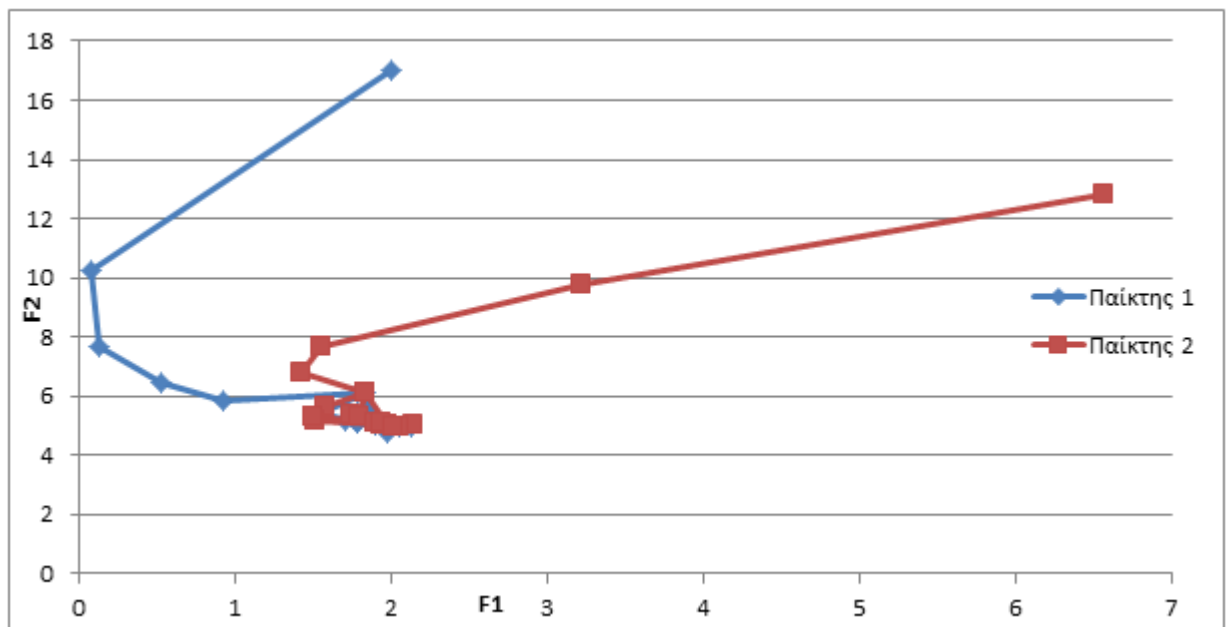
4.1.3 Δοκιμή χωρίς ο κάθε παίκτης να φτάνει στη σύγκλιση

Έγινε ένα τρέξιμο του προβλήματος χωρίς ο κάθε Παίκτης να βρίσκει σε κάθε ανταλλαγή το βέλτιστο σημείο με σκοπό να αποκτηθούν περισσότερες πληροφορίες σχετικά με τη συμπεριφορά της μεθόδου. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα 4.3.

Όπως φαίνεται, πλέον οι Παίκτες δεν καταλήγουν σε ένα σημείο, το ΣΙΝ, αλλά σε μία περιοχή στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί, από τη στιγμή που ο κάθε Παίκτης δεν βρίσκει σε κάθε βελτιστοποίηση την καλύτερη δυνατή λύση ως προς το κριτήριό του, αλλά μία λύση η οποία εξαρτάται από το πόσο νωρίς σταματά ο αλγόριθμος.

Παίκτης 1		Παίκτης 2	
x_1	y_1	x_2	y_2
1,00005	0	0	0,799981
1,799919	0,799981	1,00005	1,201178
2,201178	1,201173	1,799919	1,519929
2,519524	1,519929	2,201178	1,680443
2,680385	1,680443	2,519524	1,796872
2,796862	1,796872	2,680385	1,87256
2,872575	1,87256	2,796862	1,918947
2,919023	1,918947	2,872575	1,948239
...
3,0001907	2,001955	2,99064	2,001955

Πίνακας 4.2: Πρόβλημα ΜΠ1. Δοκιμή EA-Nash. Τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού πριν την κάθε ανταλλαγή για τους δύο Παίκτες με τη χρήση κλασικού EA.



Σχήμα 4.3: Πρόβλημα ΜΠ1. Δοκιμή EA-Nash. Πορεία εύρεσης της τιμής του ΣΙΝ και για τους 2 παίκτες χωρίς ο κάθε Παίκτης να βελτιστοποιεί μέχρι τη βέλτιστη λύση.

F_1	F_2	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
2,6	20,15	3	1,5	2,778	2	1	1,278

Πίνακας 4.3: Πρόβλημα ΜΠ2. Δοκιμή EA-Nash. Τιμές των μεταβλητών και των συναρτήσεων στόχων στο ΣΙΝ. Βρέθηκαν μέσω του λογισμικού που αναπτύχθηκε.

4.2 Εφαρμογή της EA-Nash σε Δεύτερη Μαθηματικό Πρόβλημα με 6 Μεταβλητές Σχεδιασμού (ΜΠ2)

Κατασκευάστηκε ένα καινούριο πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο στόχων με 6 μεταβλητές σχεδιασμού, για να εξεταστεί η συμπεριφορά της μεθόδου. Το πρόβλημα είναι το εξής:

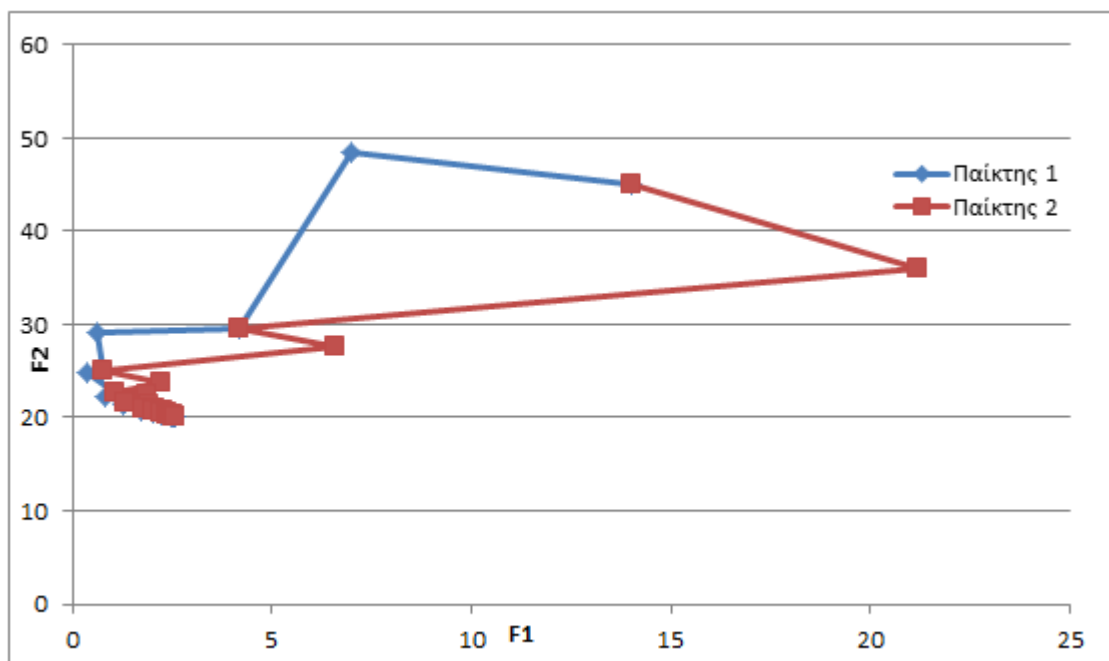
$$F_1 = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 3)^2 + (x_1 - 2x_4)^2 + (x_2 - 2x_5)^2 + (x_3 - 2x_6)^2 \quad (4.9)$$

$$F_2 = (x_4 - 4)^2 + (x_5 - 2)^2 + (x_6 - 5)^2 + (x_1 - 2x_4)^2 + (x_2 - 2x_5)^2 + (x_3 - 2x_6)^2 \quad (4.10)$$

Με τον ίδιο τρόπο, όπως στο πρόβλημα 4.1, 4.2 υπολογίστηκαν οι τιμές των μεταβλητών και οι τιμές των συναρτήσεων-στόχων στο ΣΙΝ. Οι εύρεση του ΣΙΝ έγινε, βάσει του λογισμικού που αναπτύχθηκε, με EA. Οι υπολογισθείσες τιμές φαίνονται στον πίνακα 4.3, ενώ η πορεία εύρεσης του ΣΙΝ φαίνεται στο σχήμα 4.9. Η βελτιστοποίηση ξεκίνησε έτσι ώστε την πρώτη φορά που βελτιστοποιούν οι Παίχτες, οι σταθερές μεταβλητές τους να έχουν την τιμή 0.

Στο σχήμα 4.9 φαίνεται η πορεία λύσεων των δύο Παικτών μέχρι να καταλήξουν στο ΣΙΝ

Στην εφαρμογή αυτή, έγινε φανερό ότι η μέθοδος EA-Nash μπορεί να χρησιμοποιηθεί ανεξάρτητα από το πλήθος των μεταβλητών σχεδιασμού του προβλήματος.



Σχήμα 4.4: Πρόβλημα ΜΠ2. Δοκιμή EA-Nash. Πορεία εύρεσης της τιμής του ΣΙΝ και για τους 2 παίκτες στο. Η εύρεση του ΣΙΝ επιτεύχθηκε με χρήση του λογισμικού EA που αναπτύχθηκε. Η πορεία της μεθόδου είναι από πάνω-δεξιά προς κάτω-αριστερά.

4.3 Τρίτο Μαθηματικό Πρόβλημα (ΜΠ3)

Το επόμενο πρόβλημα στο οποίο εφαρμόζεται η μέθοδος είναι ένα μαθηματικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης, χωρίς φυσική σημασία, το οποίο περιλαμβάνει 2 συναρτήσεις – στόχους και 7 μεταβλητές σχεδιασμού,

$$F_1 = \left| \sum_1^4 \sin(x_i + \cos x_i)^2 \right| + \left| \sum_5^7 (\sin x_i)^3 + (\cos x_i)^4 \right| \quad (4.11)$$

$$F_2 = \left| \sum_5^7 \sin(x_i + \cos x_i)^2 \right| + \left| \sum_1^4 (\sin x_i)^3 + (\cos x_i)^4 \right| \quad (4.12)$$

Το πεδίο ορισμού όλων των μεταβλητών σχεδιασμού είναι το $[-4,4]$.

Μελετώντας τις συναρτήσεις –στόχους, φαίνεται ότι οι μεταβλητές σχεδιασμού x_1 έως x_4 επηρεάζουν περισσότερο τη συνάρτηση –στόχο 1 εφόσον οι υπόλοιπες μεταβλητές επηρεάζουν ημιτονικούς και συνημιτονικούς όρους, υψωμένους σε μεγαλύτερη δύναμη. Αντίστοιχα, για τον ίδιο λόγο, οι μεταβλητές 5 έως 7 επηρεάζουν περισσότερο την συνάρτηση –στόχο 2.

Επιπλέον, αν ο Παίκτης 1 βελτιστοποιεί ως προς τις μεταβλητές x_1 έως x_4 και ο Παίκτης 2 ως προς τις υπόλοιπες, οι συναρτήσεις στόχοι γίνονται διαχωρίσιμες, χωρίς οι βέλτιστες τιμές της κάθε μεταβλητής να επηρεάζεται από τις τιμές των υπόλοιπων μεταβλητών.

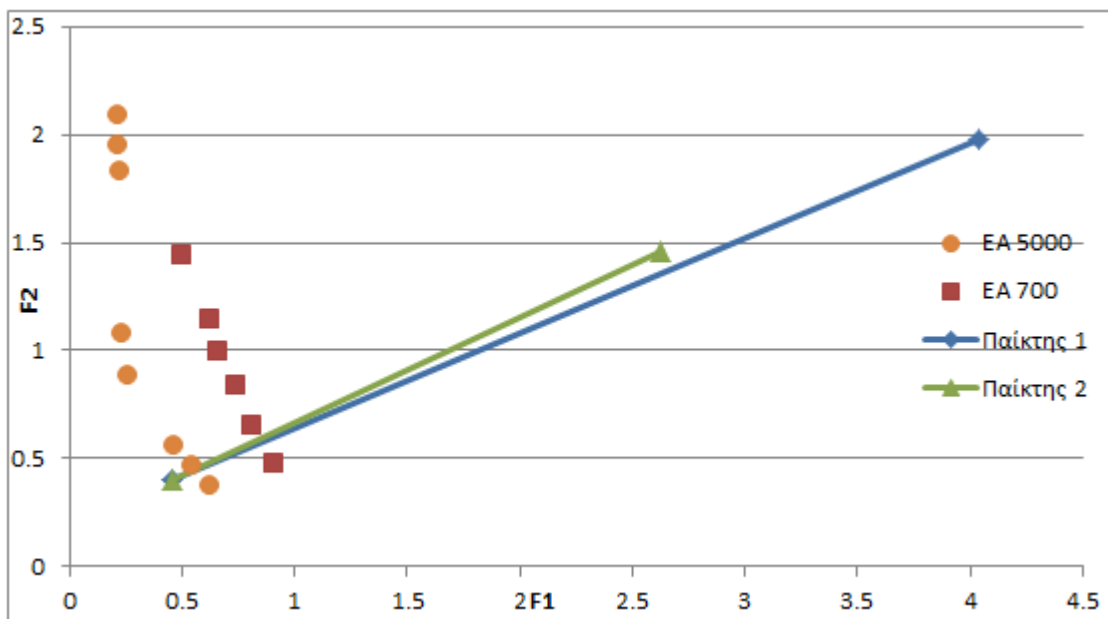
4.3.1 Ρυθμίσεις βελτιστοποίησης ΕΑ

Τα αποτελέσματα της μεθόδου EA–Nash αλλά και των άλλων μεθόδων που θα εξεταστούν στη συνέχεια, συγκρίνονται με τα αποτελέσματα του κλασικού ΕΑ. Για τον ΕΑ, επιλέχθηκε SPEA 2 με πληθυσμό απογόνων $\lambda = 40$ και γονέων $\mu = 15$. Οι πιθανότητες μετάλλαξης (mutation) και διασταύρωσης (Crossover) επιλέχθηκαν 0,02 και 0,9 αντίστοιχα.

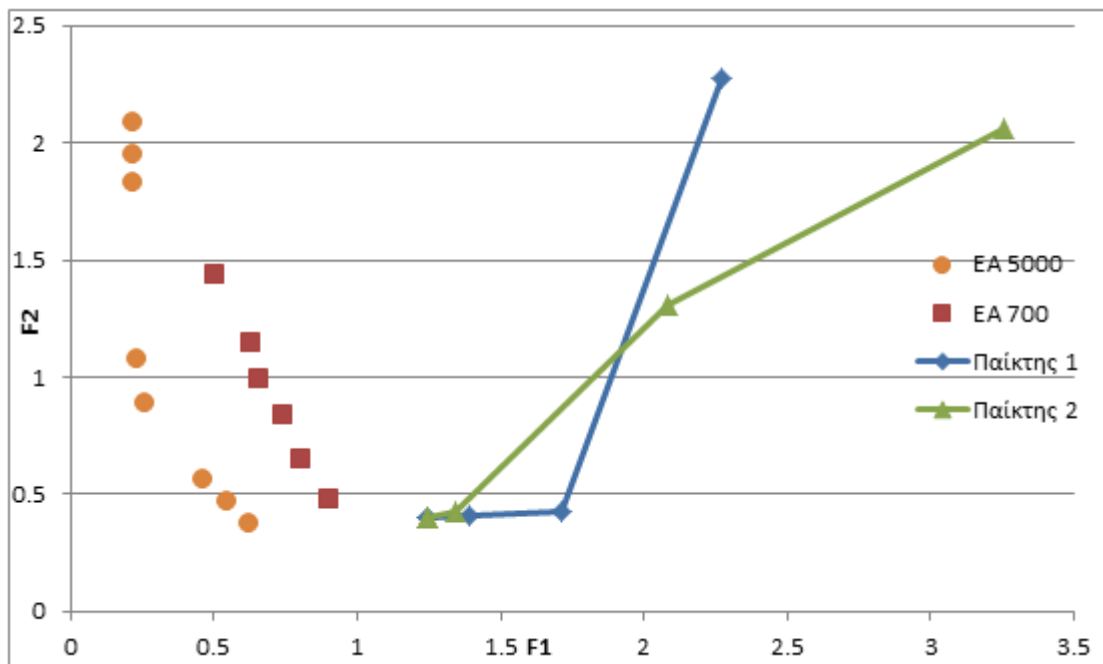
Για τη μέθοδο EA–Nash επιλέχθηκε πληθυσμός απογόνων $\lambda = 29$ και $\mu = 11$ για τον Παίκτη 1 και $\lambda = 25$ και $\mu = 9$ για τον Παίκτη 2. Ο Παίκτης 2 χειρίζεται 3 μεταβλητές σχεδιασμού και όχι 4 όπως ο Παίκτης 1. Έτσι, επιλέχθηκε για τον Παίκτη 2 ένας λίγο μικρότερος πληθυσμός απογόνων. Τέλος, οι πιθανότητες μετάλλαξης και διασταύρωσης επιλέχθηκαν ίσες με 0,08 και 0,95 αντίστοιχα.

4.3.2 Διαδικασία και Αποτελέσματα

Η μέθοδος EA-Nash δοκιμάστηκε για δύο περιπτώσεις σε αυτό το πρόβλημα. Στην πρώτη περίπτωση ο χωρισμός των μεταβλητών στους Παίκτες έγινε έτσι ώστε οι συναρτήσεις-στόχοι να είναι διαχωρίσιμες. Τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα 4.5. Στη δεύτερη περίπτωση, ο Παίκτης 1 βελτιστοποίησε ως προς τις μεταβλητές x_1, x_3, x_4, x_6 , ενώ ο Παίκτης 2 βελτιστοποίησε ως προς τις x_2, x_5, x_7 . Τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα 4.6.



Σχήμα 4.5: Πρόβλημα ΜΠ3. Δοκιμή EA-Nash και σύγκριση με EA. Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων του προβλήματος μετά από 5000 και 700 αξιολογήσεις EA (πορτοκαλί κύκλοι και κόκκινα τετράγωνα αντίστοιχα). Οι μπλε ρόμβοι είναι η πορεία σύγκλισης του Παίκτη 1, τα πράσινα τρίγωνα η πορεία σύγκλισης του Παίκτη 2. Για την τελική λύση χρειάστηκαν περίπου 3000 αξιολογήσεις από τις οποίες ο Παίκτης 1 αξιοποίησε 1000/ ανταλλαγή ενώ ο Παίκτης 2 αξιοποίησε 500/ ανταλλαγή. Οι μεταβλητές χωρίστηκαν έτσι ώστε ο Παίκτης 1 να βελτιστοποιεί τις μεταβλητές x_1 έως x_4 και ο Παίκτης 2 τις μεταβλητές x_5 έως x_7 . Το ΣΙΝ βρέθηκε μετά από μία μόνο ανταλλαγή μεταβλητών.



Σχήμα 4.6: Πρόβλημα ΜΠ3. Δοκιμή EA-Nash και σύγκριση με EA. Σύμβολα όπως στο σχήμα 4.5. Για την τελική λύση χρειάστηκαν περίπου 4400 αξιολογήσεις από τις οποίες ο Παίκτης 1 πραγματοποίησε 650/ ανταλλαγή ενώ ο Παίκτης 2 πραγματοποίησε 450/ ανταλλαγή. Οι μεταβλητές χωρίστηκαν έτσι ώστε ο Παίκτης 1 να βελτιστοποιεί τις μεταβλητές x_1, x_3, x_4, x_6 και ο Παίκτης 2 τις μεταβλητές x_2, x_5, x_7 . Το ΣΙΝ βρέθηκε μετά από 4 ανταλλαγές μεταβλητών.

4.4 Εφαρμογή της μεθόδου EA–Nash στο Σχεδιασμό Βέλτιστης Αεροτομής Συμπιεστή (ΑΠ1)

Στο πρόβλημα αυτό, ζητείται ο βέλτιστος σχεδιασμός αεροτομής συμπιεστή ως προς τη μεγιστοποίηση της στατικής πίεσης και την ελαχιστοποίηση των απωλειών ολικής πίεσης. Το πεδίο ροής θεωρείται διδιάστατο.

Σε αυτήν την εφαρμογή, 11 σημεία Bezier παράγουν μία αεροτομή. Παράγονται δύο καμπύλες Bezier, από τις οποίες η μία αποτελεί την πλευρά υπερπίεσης, ενώ η άλλη την πλευρά υποπίεσης της αεροτομής. Το κάθε σημείο Bezier ορίζεται ως ένα ζεύγος τιμών (x,y). Από το σύνολο των 13 σημείων που ορίζουν τις δύο καμπύλες της αεροτομής, το πρώτο και το τελευταίο είναι κοινά και σταθερά στο (0,0) και στο (1,0) αντίστοιχα για κάθε καμπύλη, αφού ορίσουν την ακμή πρόσπτωσης και την ακμή εκφυγής. Οι υπόλοιπες συντεταγμένες (x,y) των σημείων Bezier, αποτελούν και τις μεταβλητές σχεδιασμού του προβλήματος. Υπάρχουν, δηλαδή, 18 μεταβλητές σχεδιασμού, μία μεταβλητή x και μία μεταβλητή y για καθένα από τα 9 σημεία Bezier.

4.4.1 Λογισμικό αξιολόγησης

Αρχικά, κατασκευάζεται η αεροτομή ανάλογα με τις μεταβλητές σχεδιασμού, δηλαδή τις συντεταγμένες των σημείων Bezier που επιλέγει ο χρήστης. Στη συνέχεια, το λογισμικό XFOIL υπολογίζει την αντίθετη τιμή της αύξησης της στατικής πίεσης $F2 = -\frac{p_2}{p_1}$ και την τιμή του συντελεστή απωλειών ολικής πίεσης $F1 = \frac{P_{t1}-P_{t2}}{(\frac{1}{2}\rho_1 V_1)^2}$ τα οποία είναι και τα ζητούμενα προς ελαχιστοποίηση, ώστε να τροφοδοτεί το λογισμικό EASY. Μια γενική περιγραφή του λογισμικού αυτού βρίσκεται στο παράρτημα της εργασίας.

4.4.2 Συνθήκες ροής

Η βελτιστοποίηση έγινε για τις εξής συνθήκες ροής. Οι συνθήκες αυτές είναι αριθμός Mach = 0,618 στην είσοδο του συμπιεστή, αριθμός Reynolds $Re = 8,41 \cdot 10^5$. Τέλος, η γωνία εισόδου της ροής είναι $\alpha_1 = 47^\circ$.

4.4.3 Ρυθμίσεις κλασικού EA στον σχεδιασμό της αεροτομής

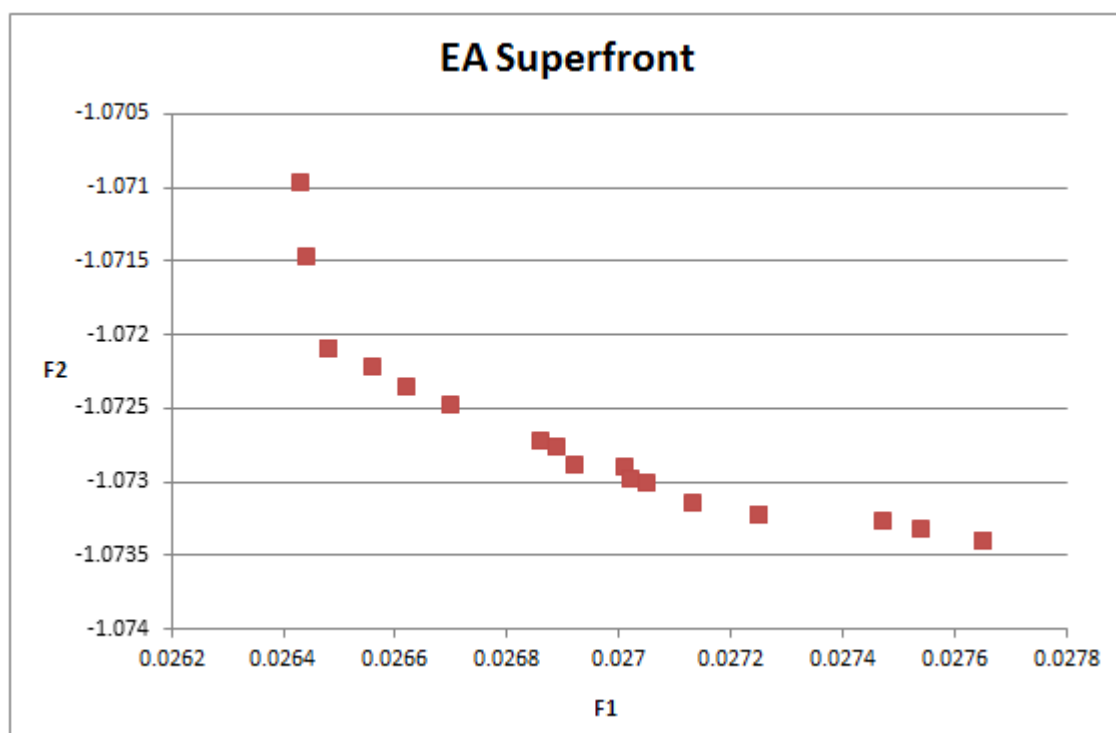
Για τη συγκεκριμένη εφαρμογή παρουσιάζονται συνολικά 7 μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων από απλό EA. Για να καταλήξει ο αλγόριθμος σε αυτά τα μέτωπα, επιλέχθηκε SPEA 2 με πληθυσμό απογόνων $\lambda = 40$ και γονέων $\mu = 15$. Στις πιθανότητες μετάλλαξης (mutation) και διασταύρωσης (Crossover) δόθηκαν οι τιμές 0,02 και 0,9 αντίστοιχα.

4.4.4 Διαδικασία και Αποτελέσματα

Ρυθμίσεις EA–Nash στη βελτιστοποίηση

Για τη βελτιστοποίηση των Παικτών κατά την μέθοδο EA–Nash, επιλέχθηκαν πληθυσμός απογόνων $\lambda = 35$ και γονέων $\mu=15$. Εδώ πρέπει να τονιστεί ότι ο κάθε Παίκτης βελτιστοποιεί με 9 μεταβλητές σχεδιασμού και όχι 18. Οι πιθανότητες μετάλλαξης και διασταύρωσης επιλέχθηκαν 0,08 και 0,95 αντίστοιχα.

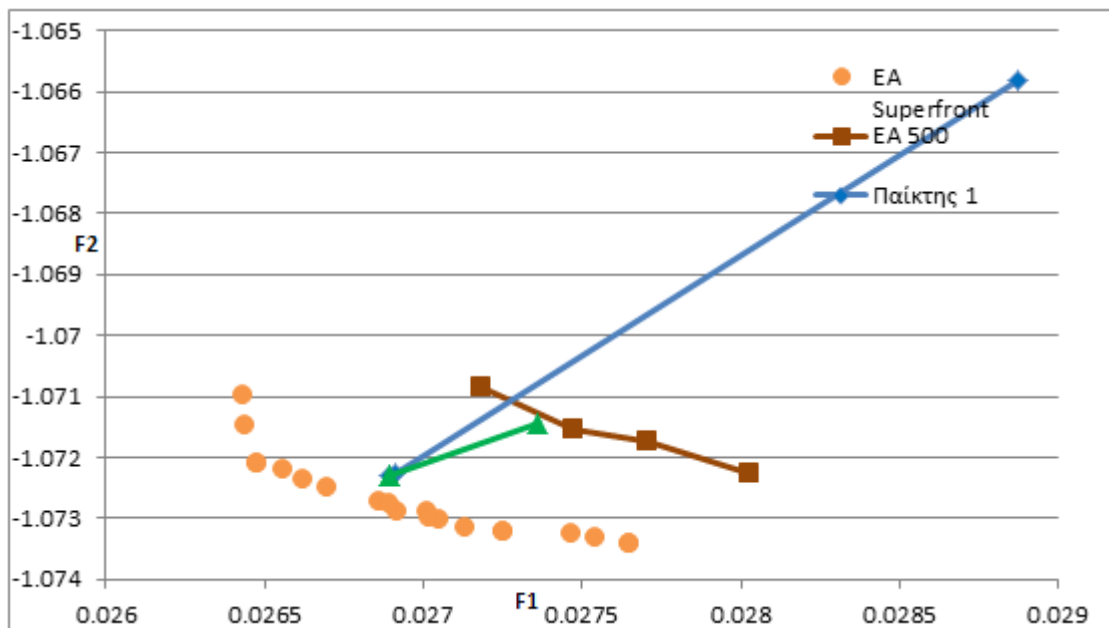
Αρχικά, γίνεται τρεις φορές βελτιστοποίηση με EA, για έναν αριθμό αξιολογήσεων που κρίθηκε ικανός, ώστε να βρεθούν τρία ικανοποιητικά μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων (2000 αξιολογήσεις ανά τρέξιμο). Στη συνέχεια, βρίσκεται το μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων από τα προηγούμενα μέτωπα, το οποίο ως ονομάζεται μέτωπο Superfront (4.7). Το μέτωπο Superfront υπολογίστηκε για λόγους σύγκρισης των μεθόδων EA–Nash και απλό EA.



Σχήμα 4.7: Πρόβλημα ΑΠ1. Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων από 3 μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων, που το καθένα αξιοποίησε 2000 αξιολογήσεις.

Στη συνέχεια, δοκιμάστηκε η μέθοδος EA–NASH. Ο χωρισμός των μεταβλητών έγινε με τη λογική ο Παίκτης 2, ο οποίος βελτιστοποιεί μεγιστοποιώντας την αύξηση στατικής πίεσης (F2), να βελτιστοποιεί της μεταβλητές σχεδιασμού (σημεία Bezier) οι οποίες επηρεάζουν την πλευρά υπερπίεσης (Pressure side) της αεροτομής. Η πορεία εύρεσης

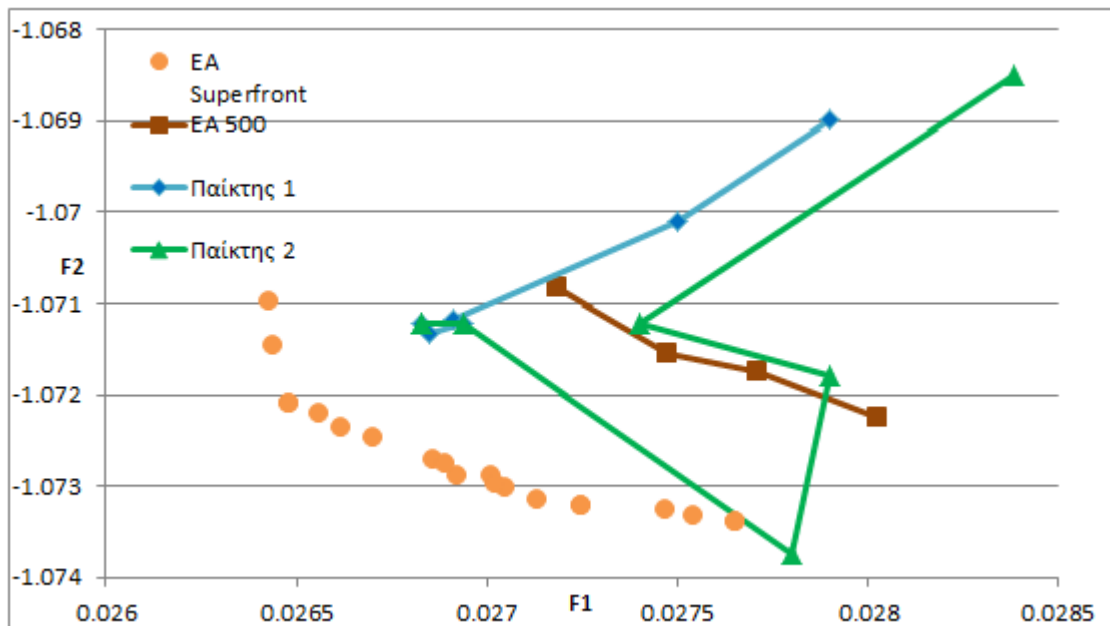
του σημείου ΣΙΝ φαίνεται στο σχήμα 4.8. Στη συγκεκριμένη περίπτωση απαιτήθηκε μία ανταλλαγή μεταβλητών για την εύρεση του ΣΙΝ. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί από τον τρόπο που χωρίστηκαν οι μεταβλητές σχεδιασμού, αφού η πλευρά υπερπίεσης της αεροτομής επηρεάζει περισσότερο την αύξηση της στατικής πίεσης και τις απώλειες ολικής πίεσης, σε σχέση με την πλευρά υποπίεσης.



Σχήμα 4.8: Πρόβλημα ΑΠ1. Δοκιμή EA-Nash και σύγκριση με EA. Μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων από 3 μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων (Superfront) με πορτοκαλί κύκλους. Επίσης με καφέ τετράγωνα φαίνεται το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων από ένα τρέξιμο του EASY με 500 αξιολογήσεις (για λόγους σύγκρισης). Με συνεχή μπλε και συνεχή πράσινη γραμμή φαίνονται οι πορείες σύγκλισης των 2 Παικτών της μεθόδου EA-Nash, ενώ ο χωρισμός μεταβλητών στους Παικτές έγινε έτσι ώστε ο Παικτής 1 να λάβει τις μεταβλητές της πλευράς υπερπίεσης, ενώ ο Παικτής 2 αυτές της πλευράς υποπίεσης. Για την εύρεση του ΣΙΝ απαιτήθηκαν περίπου 3200 αξιολογήσεις.

Στη συνέχεια, έγιναν δύο δοκιμές τις μεθόδου για βέλτιστο σχεδιασμό αεροτομής με διαφορετικό χωρισμό μεταβλητών. Στη πρώτη περίπτωση, οι μεταβλητές χωρίστηκαν έτσι, ώστε ο Παικτής 1 να βελτιστοποιεί τις μεταβλητές $x_3, x_4, x_5, x_6, x_9, x_{10}, x_{13}, x_{14}, x_{17}, x_{18}$ και ο Παικτής 2 τις μεταβλητές $x_1, x_2, x_7, x_8, x_{11}, x_{12}, x_{15}, x_{16}$. Στο σχήμα 4.9 φαίνεται η πορεία εύρεσης του ΣΙΝ σε αυτήν την περίπτωση. Στη δεύτερη περίπτωση, ο χωρισμός των μεταβλητών έγινε με τέτοιο τρόπο, ώστε ο Παικτής 1 να βελτιστοποιεί τις τετμημένες, ενώ ο Παικτής 2 τις τεταγμένες των σημείων Bezier. Η πορεία εύρεσης του ΣΙΝ φαίνεται στο σχήμα 4.10. Επιπλέον, στο σχήμα 4.11 φαίνεται η αεροτομή που αντιστοιχεί στο ΣΙΝ του σχήματος 4.10.

Επιπλέον, έγινε και δοκιμή της μεθόδου EA-Nash στη περίπτωση που οι Παικτές μετά από κάθε ανταλλαγή δεν κάνουν αρκετές αξιολογήσεις ώστε να βρουν τη βέλτιστη δυνατή λύση. Έτσι, δεν είναι δυνατό να βρεθεί πάντα το ΣΙΝ και οι τελικές λύσεις

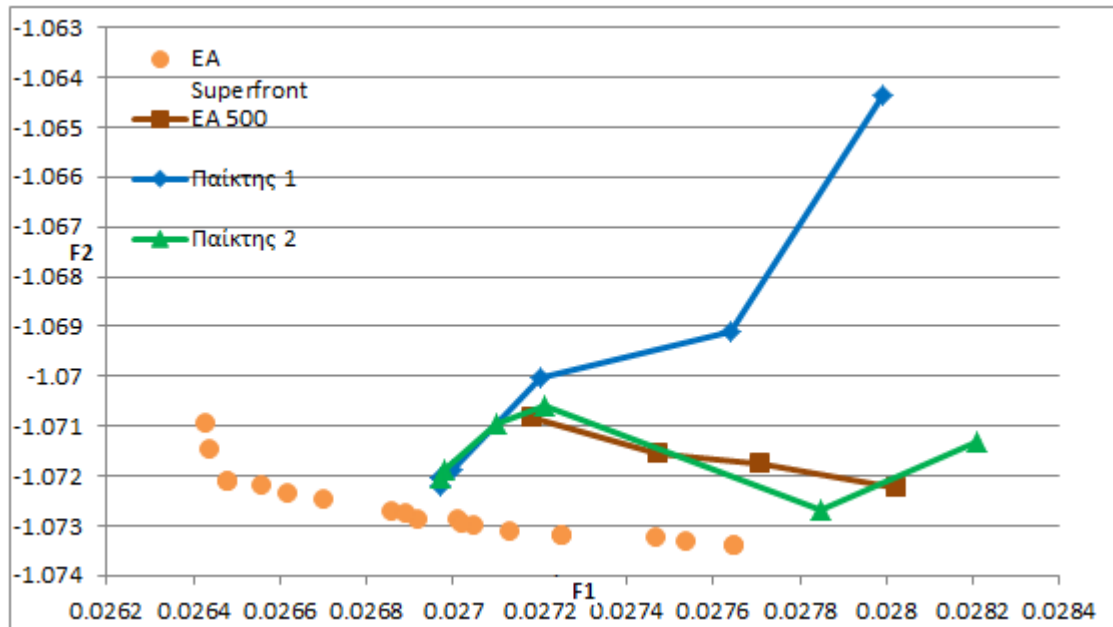


Σχήμα 4.9: Πρόβλημα ΑΠ1. Δοκιμή EA-Nash και σύγκριση με EA. Σύμβολα όπως στο σχήμα 4.8. Για την εύρεση του ΣΙΝ απαιτήθηκαν περίπου 12000 αξιολογήσεις.

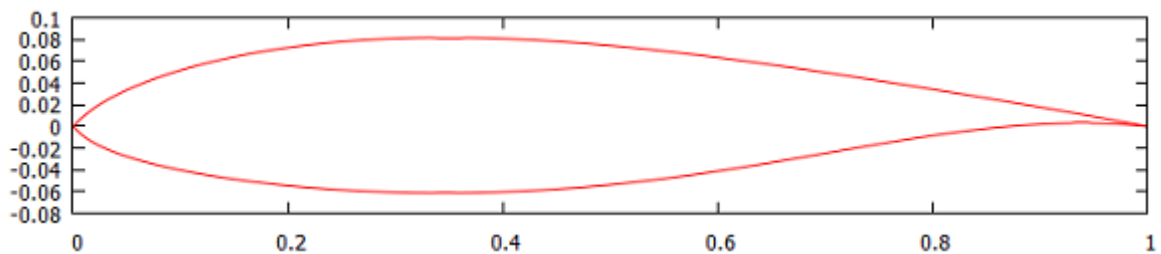
που βρίσκονται μετά από κάθε ανταλλαγή, ανήκουν σε μία περιοχή στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων. Αυτό φαίνεται και στο σχήμα 4.12 .

Από τα σχήματα 4.8,4.9, 4.10 γίνεται φανερό ότι η μέθοδος απαιτεί ένα μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων για την εύρεση του ΣΙΝ. Αυτό συμβαίνει καθώς πριν από κάθε ανταλλαγή ο Παίκτης πρέπει να έχει βρει την καλύτερη λύση ως προς το κριτήριό του. Αν δεν εντοπιστεί η καλύτερη λύση τότε η μέθοδος δεν συγκλίνει σε ένα σημείο. Η πορεία της μεθόδου φαίνεται στο σχήμα 4.12.

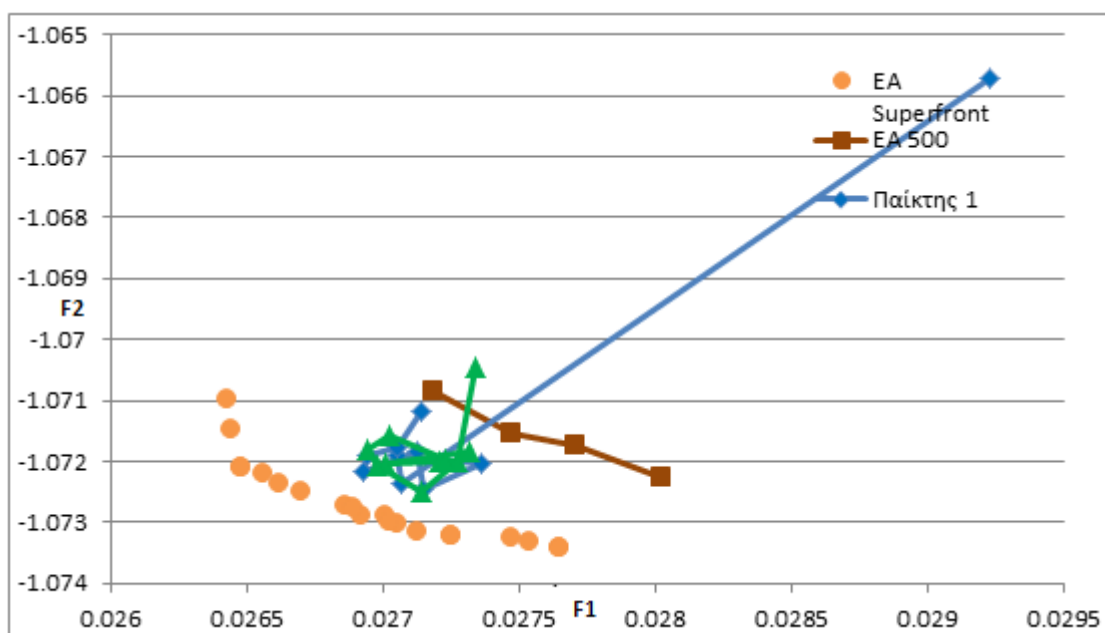
Τέλος, το ΣΙΝ σε αυτές τις περιπτώσεις, κυριαρχείται από λύσεις του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων EA το οποίο είχε, στις δύο από τις τρεις περιπτώσεις, μικρότερο υπολογιστικό κόστος.



Σχήμα 4.10: Πρόβλημα ΑΠ1. Δοκιμή EA-Nash και σύγκριση με EA. Σύμβολα όπως στο σχήμα 4.8. Ο χωρισμός μεταβλητών στους Παίκτες έγινε έτσι ώστε ο Παίκτης 1 να λάβει ως μεταβλητές τις τετημημένες και ο Παίκτης 2 τις τεταγμένες των σημείων Bezier που ορίζουν τις πλευρές υπερπίεσης και υποπίεσης της αεροτομής. Για την εύρεση του ΣΙΝ απαιτήθηκαν περίπου 10000 αξιολογήσεις.



Σχήμα 4.11: Η αεροτομή συμπίεστη που αντιστοιχεί στο ΣΙΝ του σχήματος 4.10(Χωρίς κλίμακα στους δύο άξονες) .



Σχήμα 4.12: Πρόβλημα ΑΠ1. Δοκιμή EA-Nash και σύγκριση με EA. Σύμβολα όπως στο σχήμα 4.8. Ο χωρισμός μεταβλητών στους Παίκτες έγινε έτσι ώστε ο Παίκτης 1 να λάβει τις μεταβλητές της πλευράς υπερπίεσης, ενώ ο Παίκτης 2 τις μεταβλητές της πλευράς υποπίεσης. Κάθε ανταλλαγή λαμβάνει χώρα ύστερα από 170 αξιολογήσεις. Η μέθοδος αφού ο κάθε παίκτης δεν βελτιστοποιεί μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη λύση για το κριτήριό του πριν κάθε ανταλλαγή.

4.5 Η Παραλλαγή της Μεθόδου EA– Nash

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αναπτύχθηκε και μια παραλλαγή του EA–Nash και δοκιμάστηκε μόνο για προβλήματα δύο στόχων. Η μέθοδος αυτή θυμίζει αρκετά την μέθοδο εύρεση του ΣΙΝ που αναπτύχθηκε στο τρίτο κεφάλαιο. Η κύρια διαφορά τους έγκειται στο ότι σύμφωνα με τη νέα μέθοδο, οι Παίχτες δεν βελτιστοποιούν ταυτόχρονα τις μεταβλητές σχεδιασμού τους ως προς μια συνάρτηση-στόχο, αλλά σειριακά. Έτσι, ο πρώτος Παίκτης ξεκινά βελτιστοποιώντας τις μεταβλητές του, έχοντας τις μεταβλητές του δεύτερου Παίκτη “καρφωμένες” στο κάτω όριο. Στη συνέχεια, ο δεύτερος Παίκτης λαμβάνει τις μεταβλητές της καλύτερης λύσης του πρώτου Παίκτη και βελτιστοποιεί τις δικές του ως προς την άλλη συνάρτηση-στόχο κ.ο.κ.

Τέλος, ένα άλλο στοιχείο είναι η ύπαρξη κριτηρίου τερματισμού που μπορεί να θέσει ο χρήστης, που στη παρούσα διπλωματική εργασία είναι ο αριθμός των ανταλλαγών που θα γίνουν ανάμεσα στους Παίχτες, χωρίς η μέθοδος να καταλήγει στο ΣΙΝ.

4.5.1 Αναλυτική περιγραφή της μεθόδου

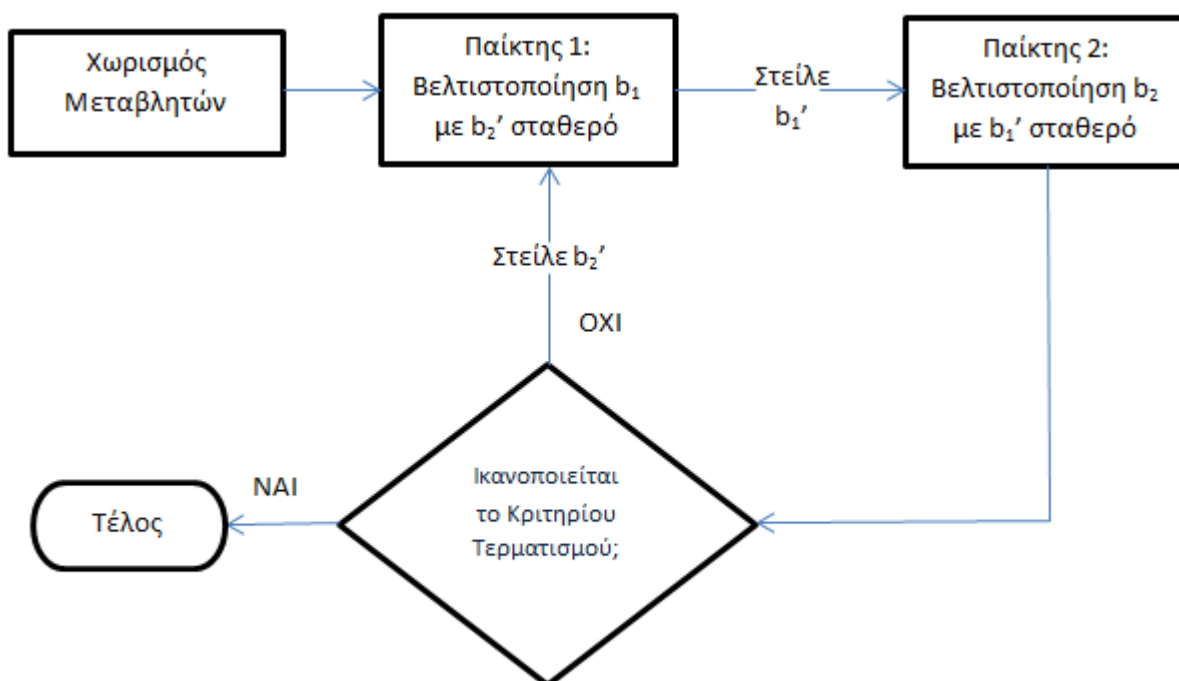
Έστω πρόβλημα ελαχιστοποίησης δύο συναρτήσεων-στόχων F_1, F_2 , με μία υποψήφια λύση να ορίζεται ως $\vec{X}\vec{Y}$, όπου \vec{X} , το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού που χειρίζεται ο Παίκτης 1 και \vec{Y} το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού που χειρίζεται ο Παίκτης 2.

Ακολουθούν τα διάφορα βήματα της μεθόδου:

- Βήμα 1 (Χωρισμός μεταβλητών) Αρχικά χωρίζονται η μεταβλητές στους δύο Παίχτες. Ο Παίκτης 1 βελτιστοποιεί ως προς τη συνάρτηση-στόχο F_1 τις μεταβλητές \vec{X} και ο Παίκτης 2 ως προς τη συνάρτηση-στόχο F_2 τις μεταβλητές \vec{Y} .
- Βήμα 2 (Βελτιστοποίηση Παίκτη 1) Ο Παίκτης 1 κρατώντας τις μεταβλητές \vec{Y} σταθερές στο κάτω τους όριο, βελτιστοποιεί για κάποιες γενιές, ως προς τη συνάρτηση-στόχο F_1 , τις μεταβλητές \vec{X} και καταλήγει στη βέλτιστη λύση \vec{X}' . Ο Παίκτης 1 δίνει τις \vec{X}' , της βέλτιστης λύσης στην οποία κατέληξε, στον Παίκτη 2.
- Βήμα 3 (Βελτιστοποίηση Παίκτη 2) Ο Παίκτης 2 βελτιστοποιεί για κάποιες γενιές, ως προς τη συνάρτηση-στόχο F_2 , τις μεταβλητές \vec{Y} , κρατώντας τις μεταβλητές \vec{X}' σταθερές και καταλήγει σε μία λύση με τις μεταβλητές \vec{Y}' . Ο Παίκτης 2 δίνει τις \vec{Y}' , της βέλτιστης λύσης στην οποία κατέληξε, στον Παίκτη 1.
- Βήμα 4 (Έλεγχος τερματισμού) Ελέγχεται το κριτήριο τερματισμού. Αυτό μπορεί να είναι η σύγκλιση της μεθόδου, οπότε και η νέα βέλτιστη λύση που εντοπίζει

ο κάθε Παίκτης είναι ίδια με την παλιά. Αν δεν έχει συγκλίνει ελέγχεται αν ικανοποιείται κάποιο κριτήριο που έχει θέσει ο χρήστης, ως προς τον αριθμό των αξιολογήσεων ή ως προς τον αριθμό ανταλλαγών που έχουν γίνει ανάμεσα στους Παίκτες.

Στο σχήμα 4.13 φαίνεται το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου.



Σχήμα 4.13: Διάγραμμα ροής της παραλλαγής της μεθόδου EA Nash.

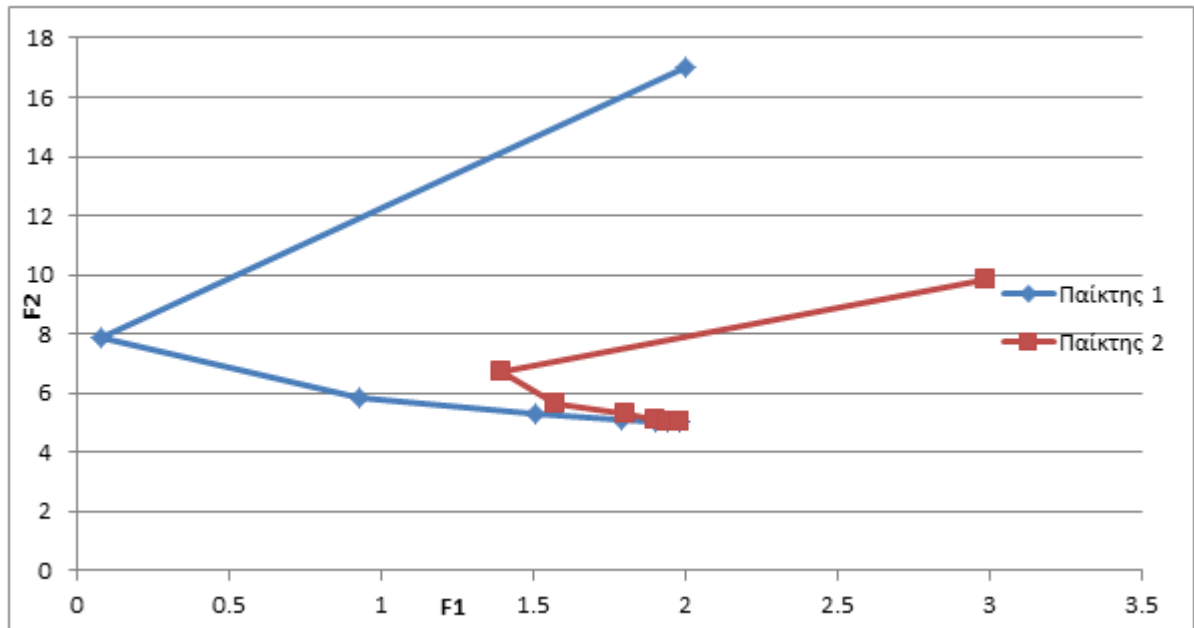
4.6 Εφαρμογή της Παραλλαγής της Μεθόδου EA–Nash σε Δύο Μαθηματικές Εφαρμογές.

Η παραλλαγή της μεθόδου EA–Nash εφαρμόστηκε, αρχικά σε δύο μαθηματικά προβλήματα βελτιστοποίησης.

4.6.1 Εφαρμογή στο Πρώτο μαθηματικό πρόβλημα

Αρχικά, έγινε εφαρμογή της παραλλαγής της μεθόδου στο ΜΠ1 της ενότητας 4.1 ώστε να φανεί αν ο αλγόριθμος μπορεί να καταλήξει στο ΣΙΝ.

Η πορεία της μεθόδου φαίνεται στο σχήμα 4.14 και στον πίνακα 4.4 .



Σχήμα 4.14: Πρόβλημα ΜΠ1. Δοκιμή παραλλαγής EA-Nash. Πορεία εύρεσης της τιμής του ΣΙΝ.

Παίκτης 1		Παίκτης 2	
x_1	y_1	x_2	y_2
0,997067	0	0,997067	1,202346
2,199413	1,202346	2,199413	1,681329
2,678397	1,681329	1,799919	1,867058
2,864125	1,867058	2,201178	1,945259
2,942326	1,945259	2,519524	1,974585
2,971652	1,974585	2,680385	1,98436
2,981427	1,98436	2,796862	1,994135
2,991202	1,994135	2,872575	1,994135

Πίνακας 4.4: Πρόβλημα ΜΠ1. Τιμές των μεταβλητών σχεδιασμού πριν την κάθε ανταλλαγή για τους δύο Παίκτες για την παραλλαγή της μεθόδου EA-Nash.

4.6.2 Εφαρμογή στο Τρίτο Μαθηματικό Πρόβλημα

Το δεύτερο πρόβλημα βελτιστοποίησης που εφαρμόζεται η μέθοδος, είναι το μαθηματικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης (ΜΠ3) της ενότητας 4.3.

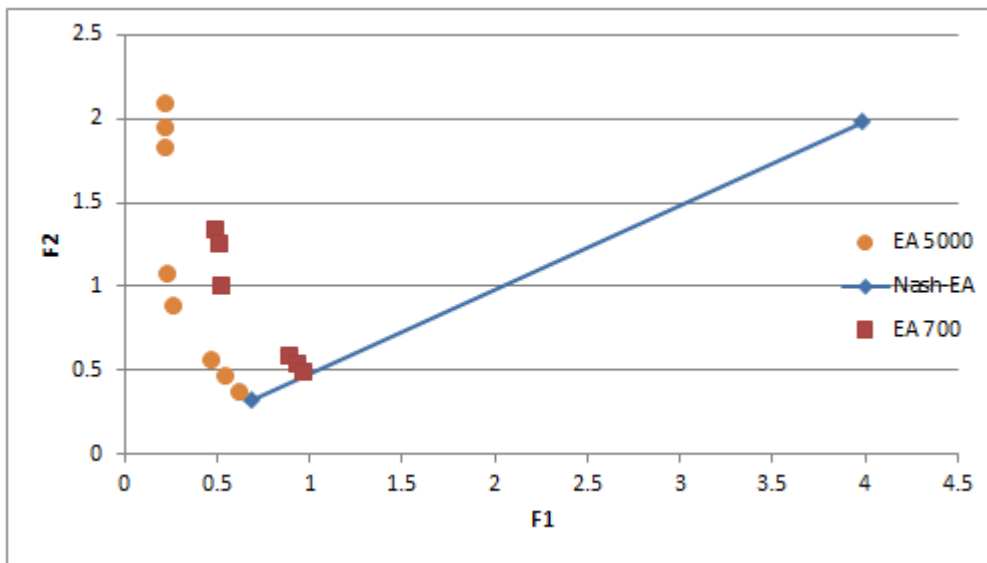
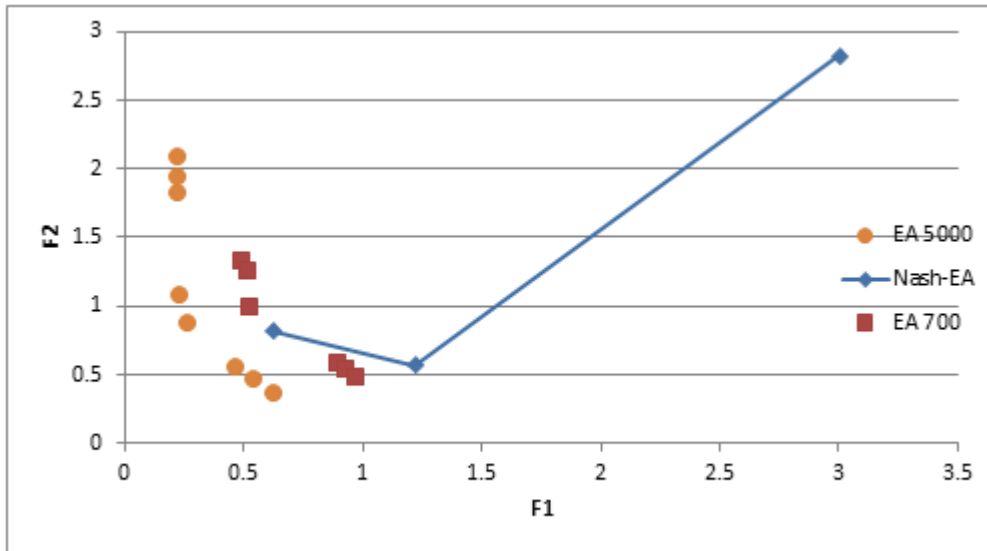
Για τα τρεξίματα EA-Nash επιλέχθηκαν και για τους 2 Παίκτες πληθυσμός απογόνων $\lambda = 20$ και γονέων $\mu = 7$. Επιπλέον, για τις πιθανότητες μετάλλαξης (mutation) και διασταύρωσης (Crossover) επιλέχθηκαν οι τιμές 0,01 και 0,95 αντίστοιχα.

Εφαρμόστηκε η παραλλαγή της μεθόδου EA–Nash, για τρεις περιπτώσεις:

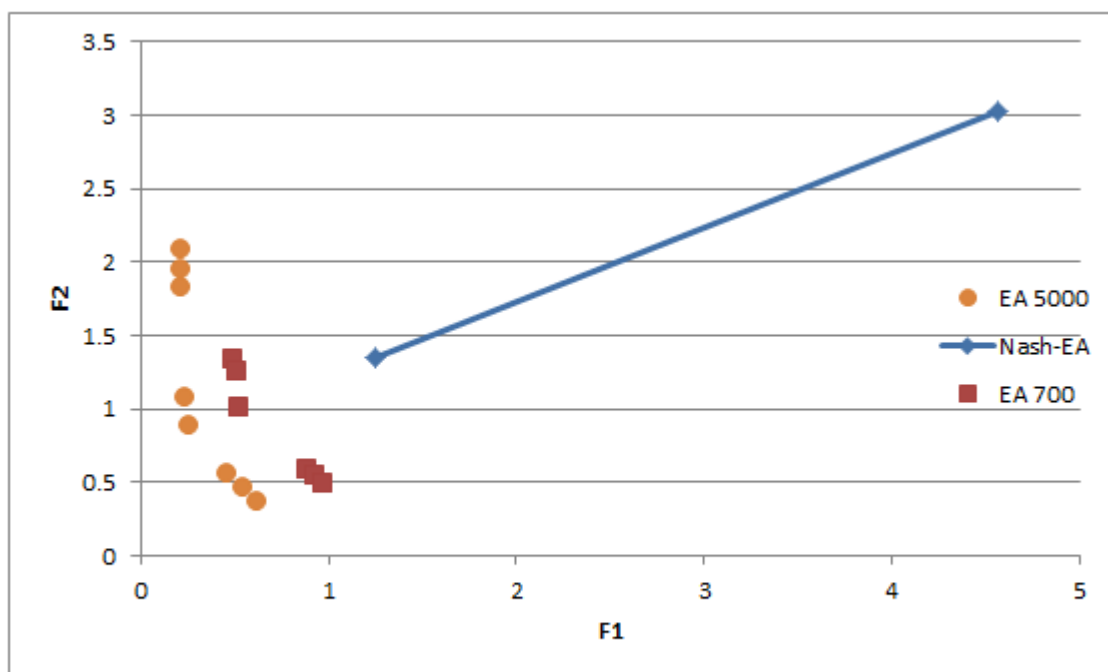
- Περίπτωση 1: Οι μεταβλητές χωρίστηκαν έτσι ώστε ο Παίκτης 1 να βελτιστοποιεί τις μεταβλητές x_1 έως x_3 και τη μεταβλητή x_7 , ενώ ο Παίκτης 2 τις μεταβλητές x_4 έως x_6 . Έτσι, ο κάθε Παίκτης βελτιστοποιεί τις περισσότερες μεταβλητές που επηρεάζουν το κριτήριό του περισσότερο. (σχήμα 4.15 πάνω).
- Περίπτωση 2: Οι μεταβλητές χωρίστηκαν με έναν λογικό τρόπο, έτσι ώστε ο κάθε Παίκτης να βελτιστοποιεί τις μεταβλητές που επηρεάζουν το κριτήριό του περισσότερο. Συνεπώς, ο Παίκτης 1 βελτιστοποιεί ως προς τις μεταβλητές x_1 έως x_4 ενώ ο Παίκτης 2 τις μεταβλητές x_5 έως x_7 (σχήμα 4.15 κάτω).
- Περίπτωση 3: Οι μεταβλητές χωρίζονται με αντίθετο τρόπο απ' ότι στο κάτω διάγραμμα του σχήματος 4.15. Έτσι ο Παίκτης 1 βελτιστοποιεί ως προς τις μεταβλητές x_4 έως x_7 ενώ ο Παίκτης 2 ως προς τις μεταβλητές x_1 έως x_4 (σχήμα 4.16).

Είναι φανερό, από τα παραπάνω σχήματα, ότι αν οι μεταβλητές χωριστούν με τέτοιο τρόπο ώστε ο κάθε παίκτης να βελτιστοποιεί αυτές που επηρεάζουν το κριτήριό του ιδιαίτερα, τότε ο αλγόριθμος θα καταλήγει “οικονομικά” σε μία λύση κοντά στις βέλτιστες του μετώπου Pareto.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, ο κάθε Παίκτης δεν βελτιστοποιεί τις μεταβλητές του μέχρι να βρει το ολικό βέλτιστο πριν την κάθε ανταλλαγή. Έτσι περιορίζεται το υπολογιστικό κόστος της διαδικασίας αλλά δεν καταλήγει η μέθοδος στο ΣΙΝ. Περιορίζοντας τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών έτσι ώστε ο κάθε παίκτης να βελτιστοποιεί μετά από κάθε ανταλλαγή με τον ίδιο αριθμό αρχικοποίησης της ψευδογεννήτριας, ο αλγόριθμος συγκλίνει πάντα σε μία λύση.



Σχήμα 4.15: Πρόβλημα MIP3. Δοκιμή παραλλαγής EA-Nash και σύγκριση με EA. Το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων του προβλήματος μετά από 5000 και 700 αξιολογήσεις και SPEA 2 (πορτοκαλί κύκλοι και καφέ τετράγωνα αντίστοιχα). Οι μπλε ρόμβοι είναι η πορεία σύγκλισης της μεθόδου, ενώ για την τελική λύση χρειάστηκαν 270 και 150 αξιολογήσεις αντίστοιχα. Η διαφορά ανάμεσα στο πρώτο και στο δεύτερο διάγραμμα είναι ο λίγο διαφορετικός χωρισμός μεταβλητών. Στο δεύτερο διάγραμμα, οι μεταβλητές χωρίστηκαν με τη λογική ο κάθε Παίκτης να βελτιστοποιεί τις μεταβλητές που τον επηρεάζουν περισσότερο. Στο πρώτο διάγραμμα οι μεταβλητές χωρίστηκαν σχεδόν όπως στο δεύτερο, πλην μίας μεταβλητής.



Σχήμα 4.16: Πρόβλημα ΜΠ3. Δοκιμή παραλλαγής EA-Nash και σύγκριση με EA. Σύμβολα όπως στο σχήμα 4.15. Στο σχήμα έγινε χωρισμός των μεταβλητών με τέτοιο τρόπο ώστε ο κάθε πακτής να λάβει τις μεταβλητές που, λογικά, τον επηρεάζουν λιγότερο. Ο αλγόριθμος του Nash-EA σταμάτησε να μεταβάλλει το καλύτερο σημείο ύστερα από 200 αξιολογήσεις, ενώ με μπλε συνεχή γραμμή είναι η πορεία της μεθόδου.

4.7 Εφαρμογή της Παραλλαγής της EA–Nash σε Σχεδιασμό Βέλτιστης Αεροτομής.

Εφαρμόζεται η παραλλαγή της μεθόδου EA–Nash σε δύο προβλήματα σχεδιασμού βέλτιστης αεροτομής. Το ένα πρόβλημα είναι σχεδιασμός βέλτιστης αεροτομής πτερύγωσης συμπίεστη, ως προς την αύξηση της στατικής πίεσης και τη μείωση του συντελεστή απωλειών, της παραγράφου 4.4 (ΑΠ1). Το άλλο είναι σχεδιασμός βέλτιστης μεμονωμένης αεροτομής για μέγιστο συντελεστή άνωσης και ελάχιστο συντελεστή αντίστασης (ΑΠ2).

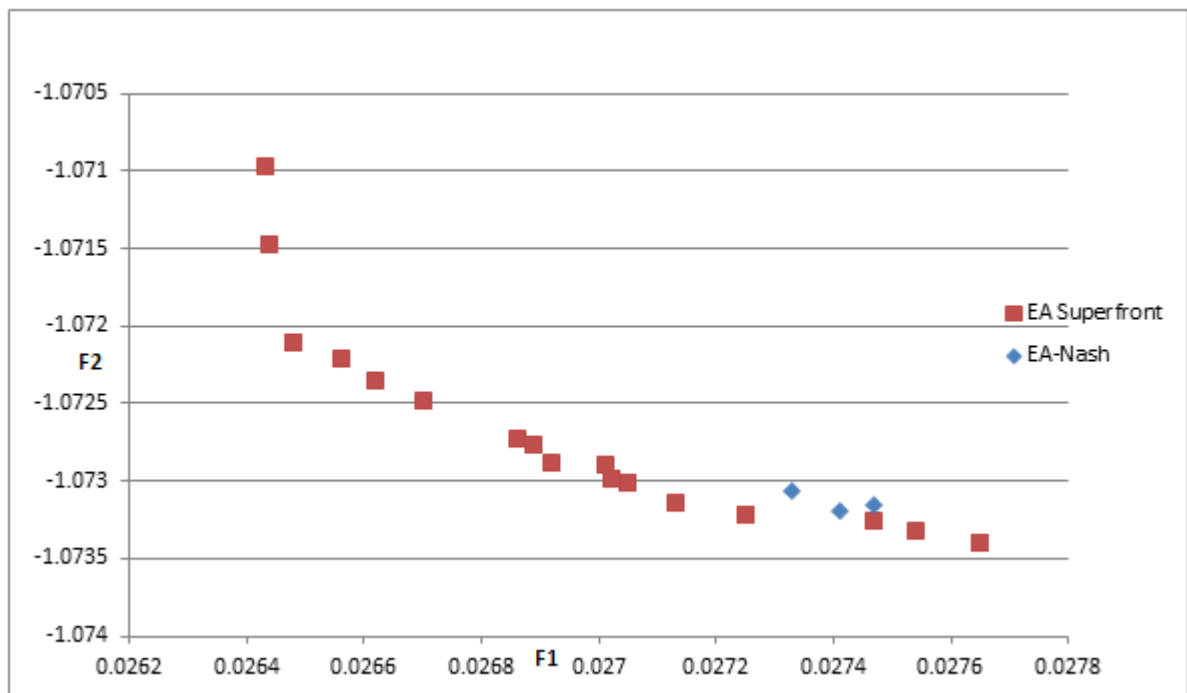
Σε αυτά τα τρεξίματα οι Παίχτες ξεκινούν μετά από κάθε ανταλλαγή τη βελτιστοποίηση, με τον ίδιο αριθμό στη ψευδογεννήτρια τυχαίων αριθμών. Με αυτό τον τρόπο όλα τα τρεξίματα της μεθόδου συγκλίνουν σε μία λύση και όχι σε μία περιοχή λύσεων, αφού οι Παίχτες, μετά την κάθε ανταλλαγή, θα εκτελέσουν την ίδια βελτιστοποίηση αν δεν λάβουν διαφορετικές μεταβλητές σχεδιασμού. Έτσι, φαίνεται να δηλώνεται μετά από ποια ανταλλαγή, παύουν να βελτιώνονται οι λύσεις που εντοπίζει η μέθοδος. Αυτό κρίθηκε ουσιώδες, καθώς η βελτιστοποίηση κάθε Παίκτη μέχρι να βρεθεί η καλύτερη λύση ως προς το εκάστοτε κριτήριο απαιτεί πολλές αξιολογήσεις, ενώ είναι αναγκαία για την εύρεση του ΣΙΝ. Αντίθετα, κρατώντας σταθερό τον αριθμό στη ψευδογεννήτρια τυχαίων αριθμών πριν ο Παίκτης ξεκινήσει τη βελτιστοποίηση, ο αλγόριθμος θα συγκλίνει πάντα σε μία λύση.

4.7.1 Εφαρμογή της παραλλαγής της μεθόδου στο πρόβλημα σχεδιασμού βέλτιστης αεροτομής πτερύγωσης συμπίεστη

Το πρόβλημα αυτό χρησιμοποιεί ως λογισμικό αξιολόγησης το X-FOIL και είναι το ίδιο πρόβλημα με αυτό της παραγράφου 4.4 . Έτσι, και τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων με τα οποία συγκρίνονται τα αποτελέσματα της παραλλαγής της EA–Nash είναι αυτά της παραγράφου 4.4 . Όσον αφορά τα δεδομένα βελτιστοποίησης της μεθόδου EA–Nash, ο πληθυσμός απογόνων είναι $\lambda = 20$ και γονέων $\mu = 7$. Επίσης οι πιθανότητες μετάλλαξης και διασταύρωσης επιλέχθηκαν 0,08 και 0,95 αντίστοιχα. Τα δεδομένα αυτά ισχύουν και για τους δύο Παίχτες. Για τα τρεξίματα του EA επιλέχθηκε δυαδική κωδικοποίηση.

Διαδικασία και Αποτελέσματα

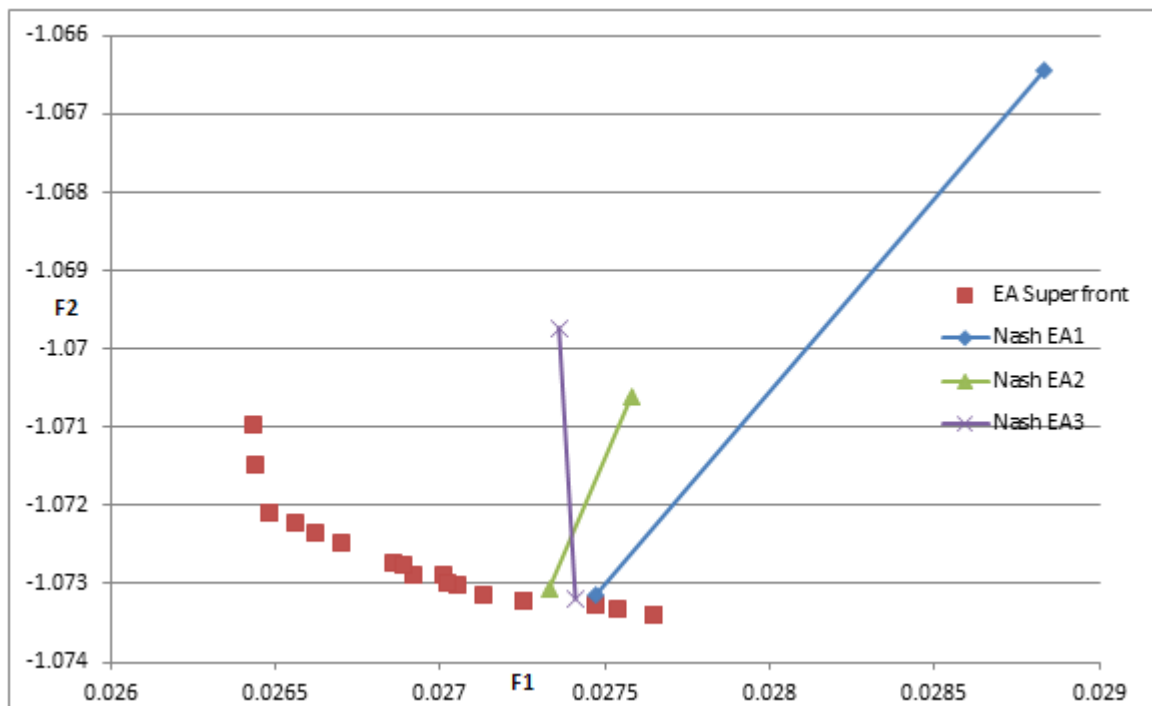
Αρχικά, ο χωρισμός των μεταβλητών έγινε με τη λογική ο Παίκτης 2, ο οποίος βελτιστοποιεί τη συνάρτηση-στόχο της αύξησης της στατικής πίεσης (F2), να βελτιστοποιεί της μεταβλητές σχεδιασμού (σημεία Bezier) οι οποίες επηρεάζουν την πλευρά υπερπίεσης (Pressure side) της αεροτομής.



Σχήμα 4.17: Πρόβλημα ΑΠ1. Δοκιμή παραλλαγής EA-Nash και σύγκριση με EA. Μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων από 3 άλλα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων (μέτωπο Superfront) με καφέ τετράγωνα. Με μπλε τρίγωνα φαίνονται οι λύσεις από 3 τρεξίματα της παραλλαγής της μεθόδου EA-Nash ύστερα από 800 αξιολογήσεις.

Στη συνέχεια, έγιναν τρία τρεξίματα της μεθόδου, όπου καθένα από αυτά πραγματοποιήσε 800 αξιολογήσεις. Όπως φαίνεται και στο σχήμα 4.17 η μέθοδος κατέληξε σε λύσεις σχεδόν αντίστοιχης ποιότητας με αυτές του μετώπου Superfront με λιγότερες από τις μισές αξιολογήσεις. Επίσης, και στα τρία παραδείγματα η μέθοδος έφτασε στις τελικές λύσεις μόνο με μία ανταλλαγή μεταβλητών, ενώ η πορεία σύγκλισής τους φαίνεται στο σχήμα 4.18. Αξιοσημείωτο είναι, ότι οι λύσεις της μεθόδου EA-Nash είναι συγκεντρωμένες στη δεξιά μεριά του μετώπου Superfront. Αυτό είναι κάτι το αναμενόμενο, καθώς εκεί βρίσκονται οι λύσεις αυξάνουν πολύ τη στατική πίεση (F2) αλλά και δίνουν μια αρκετά μεγάλη τιμή στον συντελεστή απωλειών F1 σε σχέση με άλλες λύσεις του μετώπου. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί από τον τρόπο που χωρίστηκαν οι μεταβλητές σχεδιασμού αφού, η πλευρά υπερπίεσης της αεροτομής επηρεάζει περισσότερο τα ζητούμενα της βελτιστοποίησης σε σχέση με την πλευρά υποπίεσης.

Στη συνέχεια, έγιναν δύο τρεξίματα της μεθόδου για τυχαίο χωρισμό μεταβλητών 4.19. Από τα διαγράμματα φαίνεται η διαφορά στην ποιότητα των λύσεων που προκύπτουν από διαφορετικό χωρισμό μεταβλητών ανάμεσα στους Παίχτες. Ειδικότερα, στη μία περίπτωση, η λύση ύστερα από 800 αξιολογήσεις και 4 ανταλλαγές κυριαρχείται και απέχει αρκετά από τις λύσεις του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων των 1500 αξιολογήσεων. Αντίθετα, στην άλλη περίπτωση, βρίσκεται μία λύση η οποία δεν κυριαρχείται από καμία του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων των 1500 αξιολογήσεων, ενώ για την



Σχήμα 4.18: Πρόβλημα AIP1. Δοκιμή παραλλαγής EA-Nash και σύγκριση με EA. Μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων από τις λύσεις τριών μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων (Superfront) με καφέ τετράγωνα. Με συνεχείς γραμμές φαίνεται η πορεία σύγκλισης 3 παραδειγμάτων βελτιστοποίησης με τη μέθοδο EA-Nash.

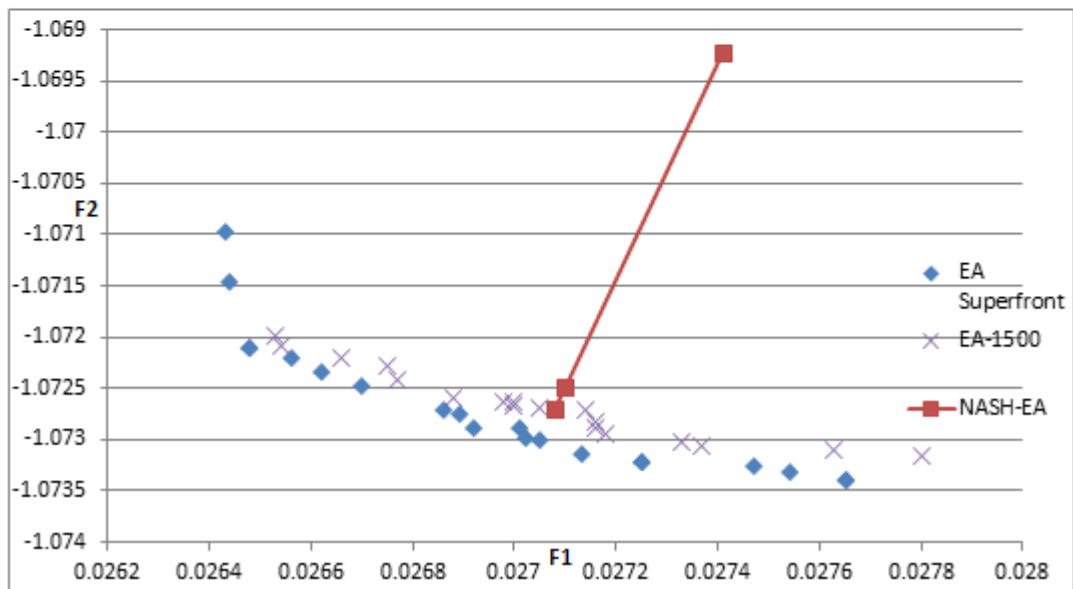
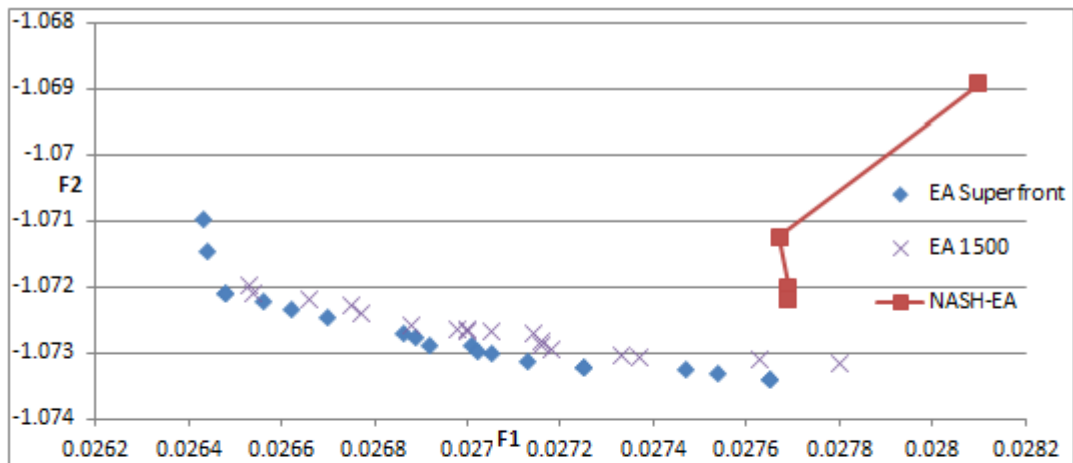
εύρεσή της απαιτήθηκαν 600 αξιολογήσεις και τρεις ανταλλαγές μεταβλητών.

Έτσι, προκύπτει ότι η ποιότητα της βέλτιστης λύσης της μεθόδου καθώς και ο αριθμός των ανταλλαγών που θα πραγματοποιηθούν ανάμεσα στους Παίχτες εξαρτώνται από τον τρόπο που ο χρήστης θα μοιράσει τις μεταβλητές σχεδιασμού ανάμεσα στους Παίχτες.

Επίδραση του τρόπου χωρισμού των μεταβλητών, στη θέση των λύσεων στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων

Όπως είναι αναμενόμενο οι λύσεις που βρίσκονται με τη μέθοδο EA-Nash επηρεάζονται σημαντικά από τον τρόπο χωρισμού των μεταβλητών ανάμεσα στους Παίχτες. Στα σχήματα 4.16, 4.17 φαίνεται η διαφορά στην ποιότητα των λύσεων της μεθόδου στο μαθηματικό πρόβλημα 4.12, αν οι Παίχτες βελτιστοποιούν τις μεταβλητές που φαίνεται να μην επηρεάζουν ιδιαίτερα το κριτήριό τους.

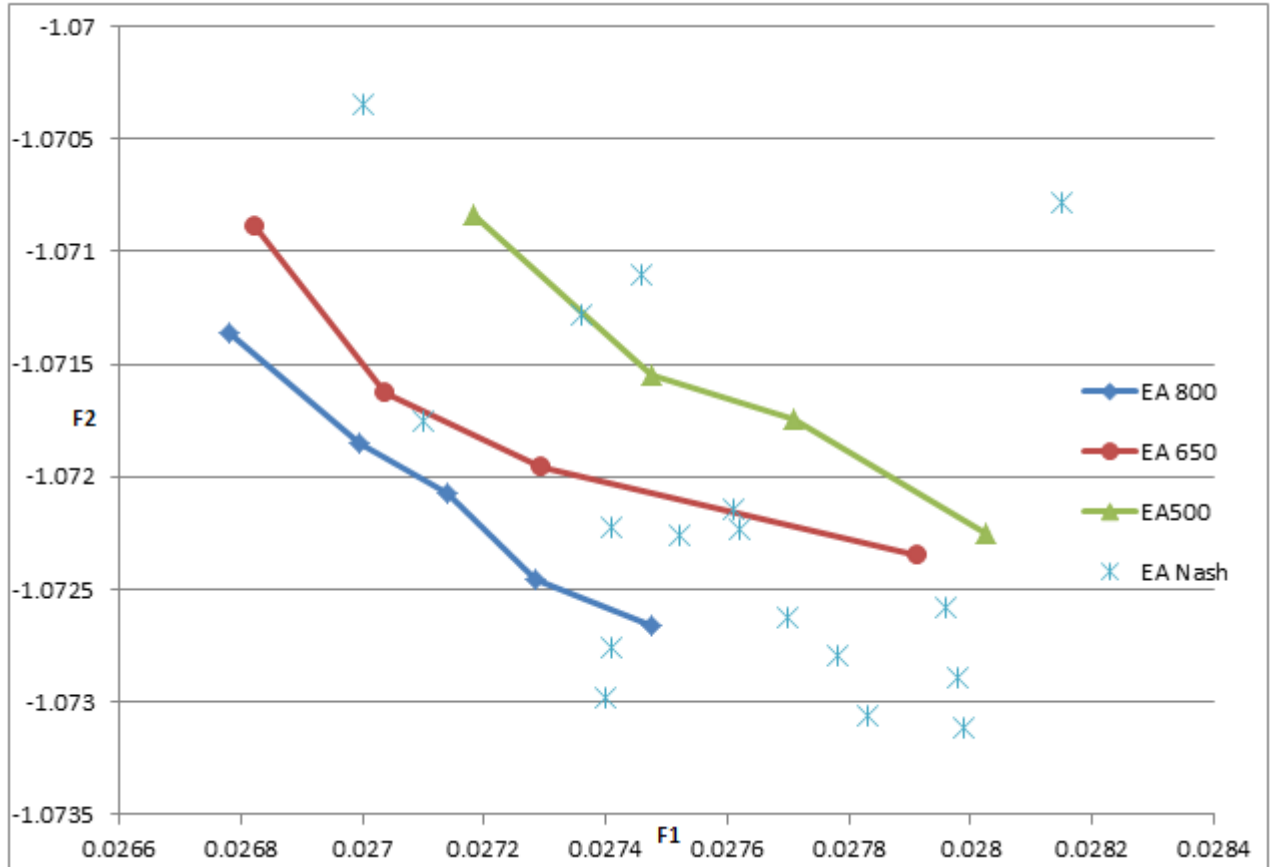
Έτσι, ανάλογα με το πώς θα χωριστούν οι μεταβλητές σχεδιασμού ανάμεσα στους Παίχτες, είναι δυνατόν, οι λύσεις που θα προκύψουν να κατευθυνθούν προς μία θέση στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων, ώστε να υπερτερούν ως προς τον ένα ή



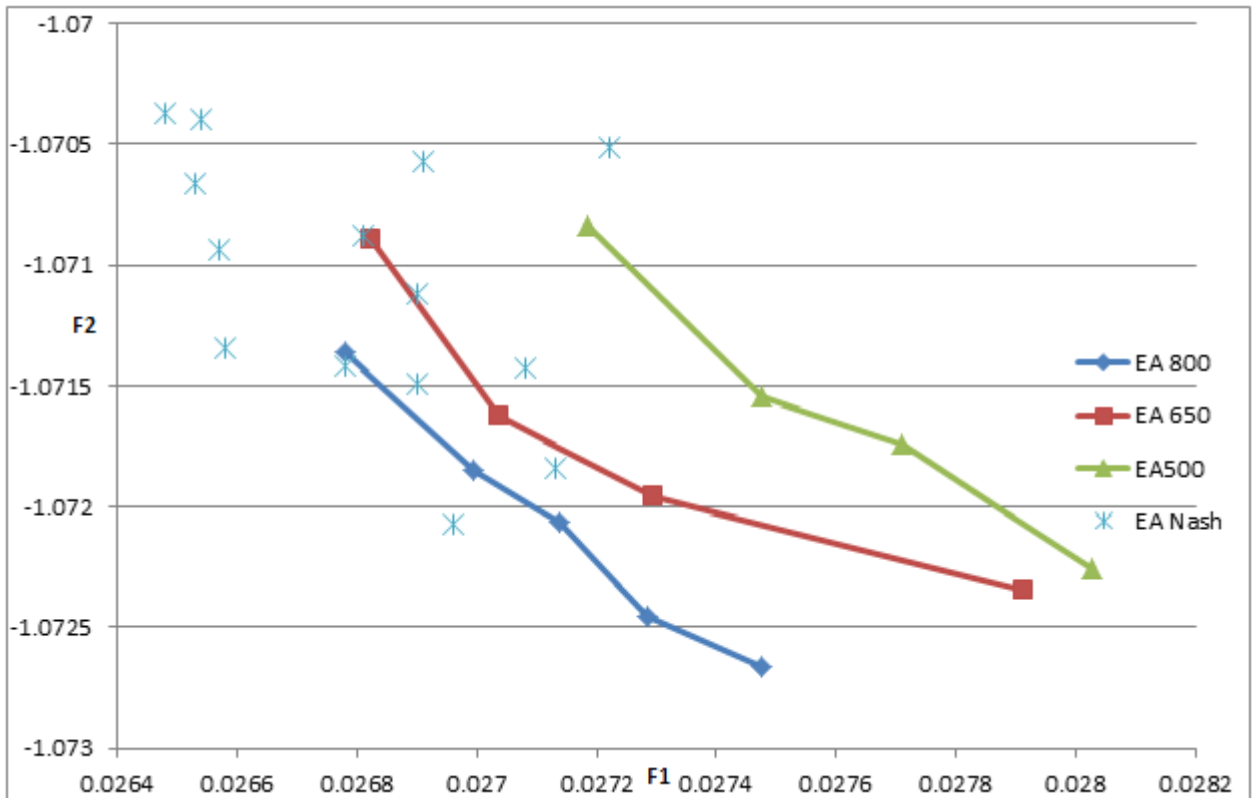
Σχήμα 4.19: Πρόβλημα ΑΠ1. Δοκιμή παραλλαγής EA-Nash και σύγκριση με EA. Μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων από 3 μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων (*Superfront*) με μπλε ρόμβους. Επίσης με μπλε × φαίνεται το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων από ένα τρέξιμο του *Easy* με 1500 αξιολογήσεις (για λόγους σύγκρισης). Με συνεχείς γραμμές φαίνονται οι πορείες σύγκλισης των 2 παραδειγμάτων με τη μέθοδο EA-Nash, ενώ ο χωρισμός μεταβλητών στους Παίκτες έγινε τυχαία. Στο πρώτο διάγραμμα για την τελική λύση χρειάστηκαν 800 αξιολογήσεις, ενώ για το δεύτερο 600.

ως προς τον άλλο στόχο.

Για το πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού αεροτομής, έγιναν τρεξίματα της μεθόδου με σκοπό να φανεί η σχέση του χωρισμού των μεταβλητών σχεδιασμού ανάμεσα στους Παίκτες με τη θέση της τελικής λύσης της μεθόδου EA-Nash στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων.



Σχήμα 4.20: Πρόβλημα ΑΠ1. Δοκιμή παραλλαγής EA-Nash και σύγκριση με EA. Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων EA για 800 αξιολογήσεις (μπλε γραμμή με τετράγωνα), για 650 αξιολογήσεις (κόκκινη γραμμή με κύκλους) και για 500 αξιολογήσεις (πράσινη γραμμή με τρίγωνα). Με μπλε γραμμές φαίνονται οι λύσεις της παραλλαγής της EA-Nash για διαφορετική αρχικοποίηση στη γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Από τις λύσεις για κάποιες απαιτήθηκαν περίπου 340 και για άλλες περίπου 540 αξιολογήσεις. Ο χωρισμός μεταβλητών ανάμεσα στους Παίκτες έγινε έτσι ώστε ο Παίκτης που βελτιστοποιεί ως προς την αύξηση της στατικής πίεσης ($-F2$) να λάβει 12 μεταβλητές σχεδιασμού ενώ ο Παίκτης που βελτιστοποιεί ως προς τον συντελεστή απωλειών ($F1$) να λάβει τις υπόλοιπες 6.



Σχήμα 4.21: Πρόβλημα ΑΠ1. Δοκιμή παραλλαγής EA-Nash και σύγκριση με EA. Σύμβολα μετώπων EA όπως στο σχήμα 5.1. Με μπλε αστερίσκους φαίνονται οι λύσεις της παραλλαγής της EA-Nash για διαφορετική αρχικοποίηση στη γεννήτρια τυχαίων αριθμών, από τις οποίες για κάποιες απαιτήθηκαν περίπου 340 και για άλλες περίπου 540 αξιολογήσεις. Ο χωρισμός των μεταβλητών ανάμεσα στους Παίκτες έγινε έτσι ώστε ο Παίκτης που βελτιστοποιεί ως προς την αύξηση της στατικής πίεσης (-F2) να λάβει μόνο 6 μεταβλητές σχεδιασμού ενώ ο Παίκτης που βελτιστοποιεί ως προς τον συντελεστή απωλειών (F1) να λάβει τις υπόλοιπες 12.

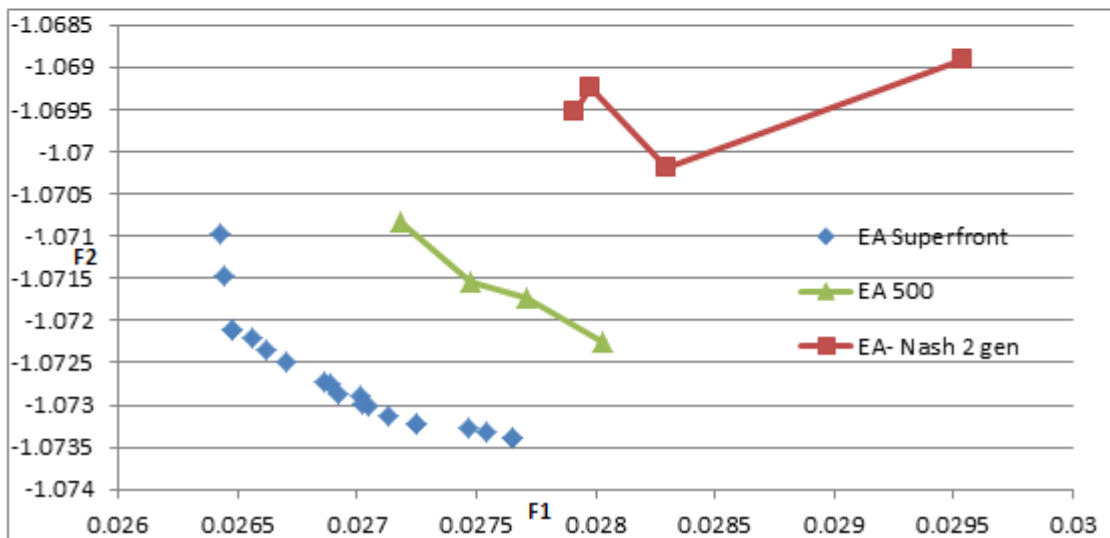
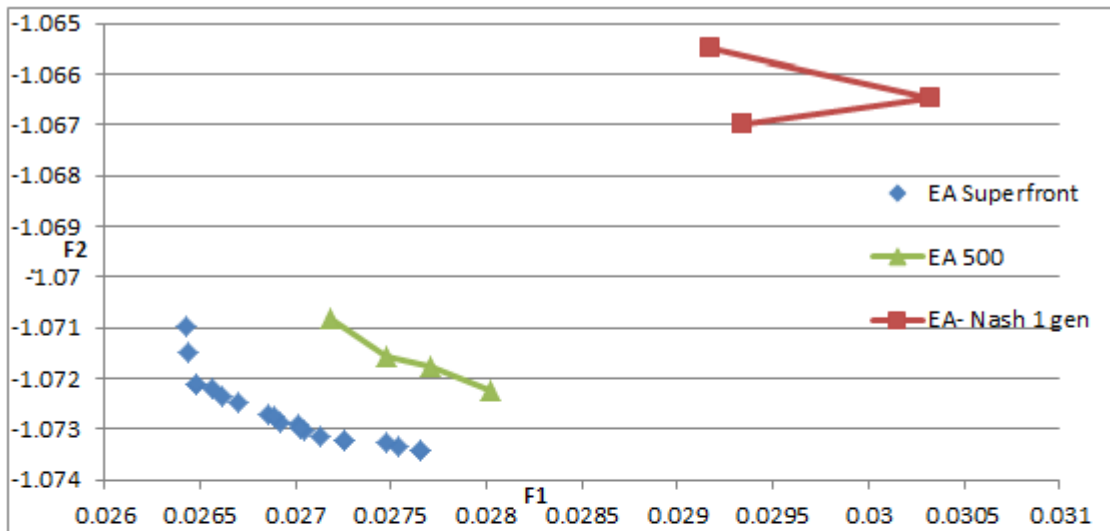
Όπως φαίνεται στα σχήματα 5.1, 4.21 οι τελικές λύσεις της μεθόδου EA-Nash διαφέρουν από τρέξιμο σε τρέξιμο. Στο σχήμα 5.1 ο Παίκτης 2 (αύξηση στατικής πίεσης), βελτιστοποιεί ως προς 12 μεταβλητές ενώ ο Παίκτης 1 ως προς 6. Όπως είναι αναμενόμενο, αφού ο Παίκτης 2 βελτιστοποιεί τις περισσότερες μεταβλητές σχεδιασμού ως προς το κριτήριό του, η τελική λύση της μεθόδου θα έχει μια καλή τιμή ως προς αυτό. Έτσι, στο σχήμα 5.1 φαίνεται ότι τα περισσότερα σημεία βρίσκονται πιο κοντά στις κάτω αριστερά λύσεις των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων του απλού EA, που σημαίνει ότι έχουν μια σχετικά καλή τιμή για την $-F2$ και μία όχι τόσο καλή για την $F1$. Αντίθετα, το σχήμα 4.21 περιλαμβάνει λύσεις της μεθόδου τέτοιες ώστε ο Παίκτης 1 να βελτιστοποιεί 12 μεταβλητές ενώ ο Παίκτης 2 μόνο 6. Όπως είναι αναμενόμενο, οι λύσεις της μεθόδου έχουν κατά μέσο όρο μια καλύτερη τιμή για την $F1$ και μία όχι τόσο καλή για την $-F2$. Αυτό φαίνεται από τις θέσεις των τελικών λύσεων της μεθόδου στο σχήμα, που βρίσκονται πιο κοντά στις πάνω δεξιά λύσεις των μετώπων του απλού EA.

Συσχέτιση του Αριθμού αξιολογήσεων ανά Κύκλο Βελτιστοποίησης με την Ποιότητα των Αποτελεσμάτων.

Στη συνέχεια, κρίθηκε σκόπιμο να φανεί η συσχέτιση μεταξύ του αριθμού αξιολογήσεων ανά ανταλλαγή μεταβλητών ανάμεσα στους παίκτες με την ποιότητα των λύσεων, την πορεία σύγκλισης, και με τον αριθμό των αξιολογήσεων στον οποίο επιτυγχάνεται μια ικανοποιητική λύση. Τα αποτελέσματα φαίνονται στα διαγράμματα 4.22, 4.23, 4.24, στα οποία γίνεται και η σύγκρισή τους με δύο μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων. Και τα δύο μέτωπα προέρχονται από βελτιστοποίηση με EA. Το πρώτο μέτωπο πραγματοποιεί 500 αξιολογήσεις, ενώ το δεύτερο είναι το μέτωπο Superfront. Επιπλέον η σύγκριση γίνεται ανάμεσα σε τρεξίματα της μεθόδου EA-Nash τα οποία πραγματοποιούν 1, 2, 5, 7, 10 και 15 γενιές ανά ανταλλαγή μεταβλητών. Στα τρεξίματα αυτά ο χωρισμός των μεταβλητών στους παίκτες και ο αριθμός αρχικοποίησης της ψευδογεννήτριας τυχαίων αριθμών του EA παραμένει σταθερός.

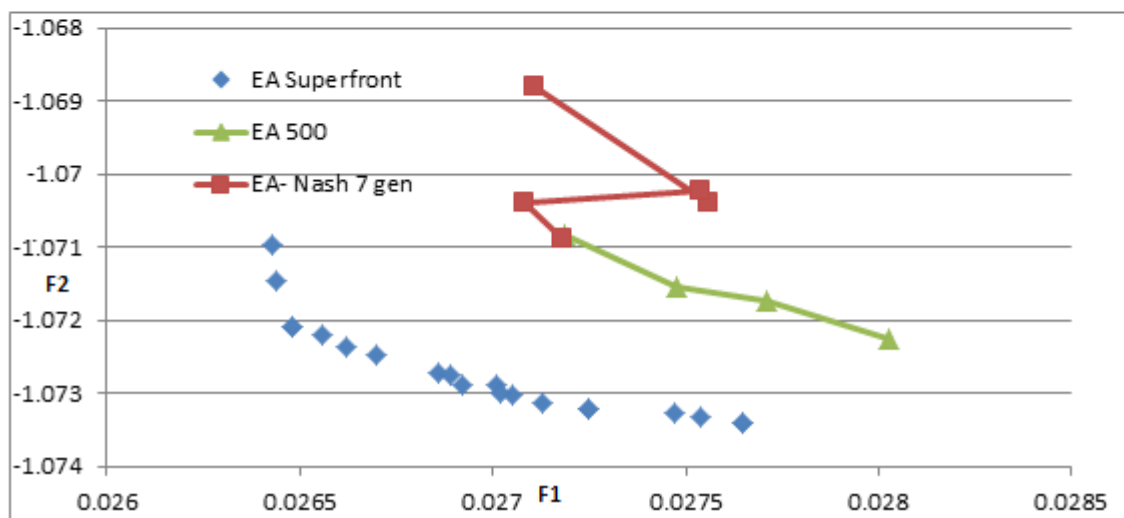
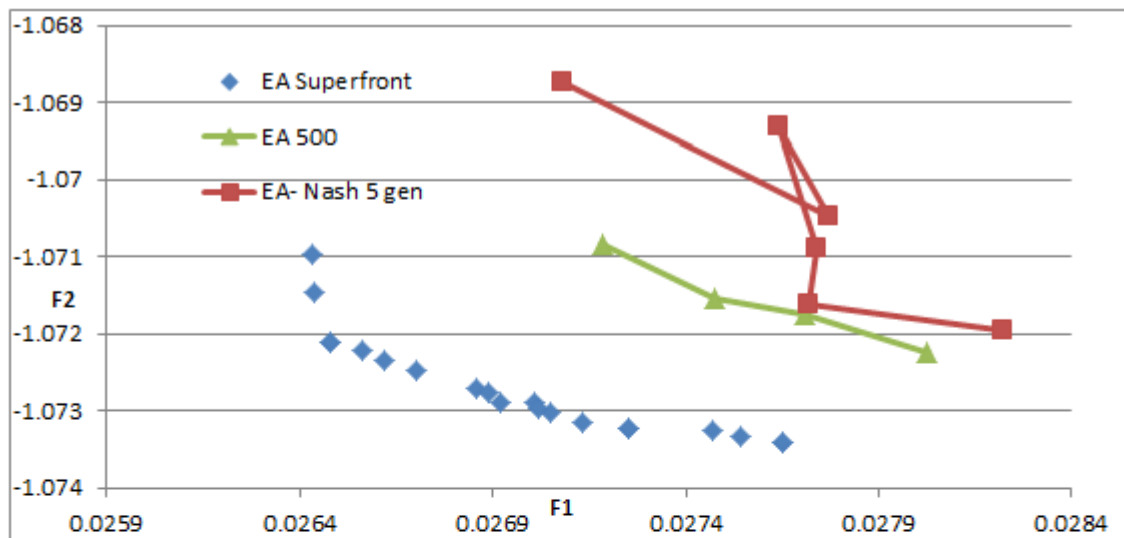
Στο σχήμα 4.22 φαίνονται τα αποτελέσματα της μεθόδου EA-Nash για μία γενιά και δύο γενιές βελτιστοποίησης ανά ανταλλαγή μεταβλητών. Απ' το σχήμα φαίνεται ότι, με μία γενιά η μέθοδος συγκλίνει μετά από 60 συνολικά αξιολογήσεις (3 ανταλλαγές) καταλήγοντας σε μία ιδιαίτερα κακή λύση. Με δύο γενιές βελτιστοποίησης ανά ανταλλαγή, φαίνεται ότι η μέθοδος συγκλίνει ύστερα από 120 αξιολογήσεις (4 ανταλλαγές). Παρότι οι λύσεις της μεθόδου με αυτόν τον τρόπο δεν είναι τόσο άσχημες συγκριτικά με την προηγούμενη περίπτωση, οι τελικές λύσεις δεν παύουν να είναι σημαντικά χειρότερες από τα μέτωπα του απλού EA για 500 αξιολογήσεις.

Στο σχήμα 4.23 φαίνονται τα αποτελέσματα της μεθόδου για 5 και 7 γενιές βελτιστοποίησης ανά ανταλλαγή. Είναι φανερό ότι πλέον οι λύσεις στις οποίες συγκλίνει η μέθοδος, είναι και στις δύο περιπτώσεις, συγκρίσιμες με αυτές του μετώπου για 500 αξιολογήσεις του απλού EA. Επιπλέον, φαίνεται ότι όταν η μέθοδος χρησιμοποιεί 5 γε-



Σχήμα 4.22: Πρόβλημα ΑΠ1. Παρουσίαση αποτελεσμάτων παραλλαγής μεθόδου EA-Nash για διαφορετικό αριθμό γενιών ανά κύκλο βελτιστοποίησης και σύγκρισή τους με απλό EA. Μέτωπο Superfront (μπλε ρόμβοι), Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων για 500 αξιολογήσεις (πράσινη γραμμή με τρίγωνα). Αποτελέσματα EA-Nash (καφέ γραμμή με τετράγωνα). Πάνω σχήμα: Η αλλαγή μεταβλητών ανάμεσα στους Παίκτες λαμβάνει χώρα ανά μία γενιά με 20 απογόνους (20 αξιολογήσεις). Κάτω σχήμα: Η αλλαγή μεταβλητών ανάμεσα στους Παίκτες λαμβάνει χώρα ανά δύο γενιές με 20 απογόνους ανά γενιά (περίπου 40 αξιολογήσεις)

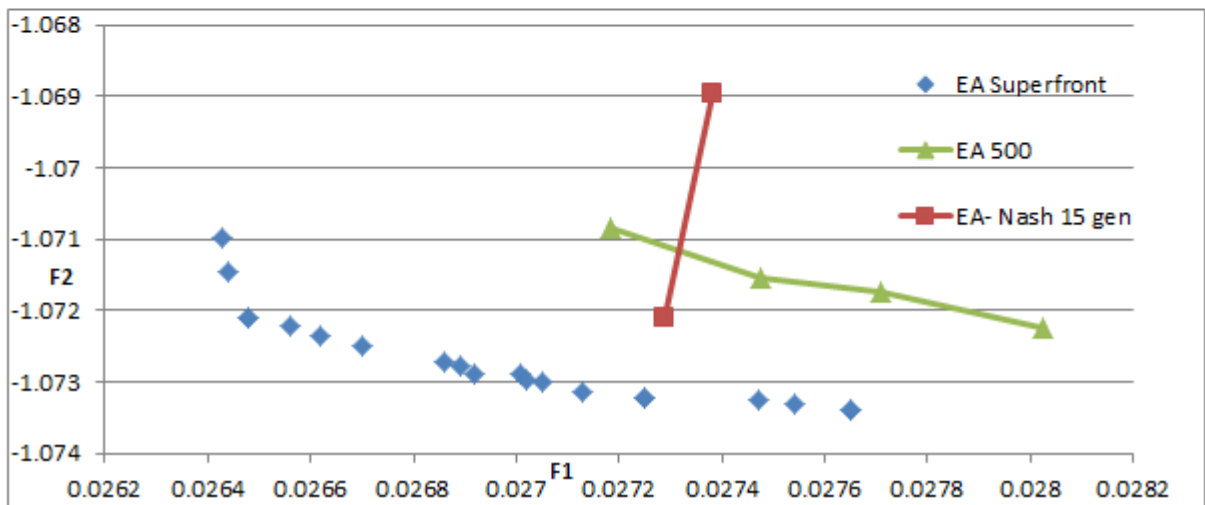
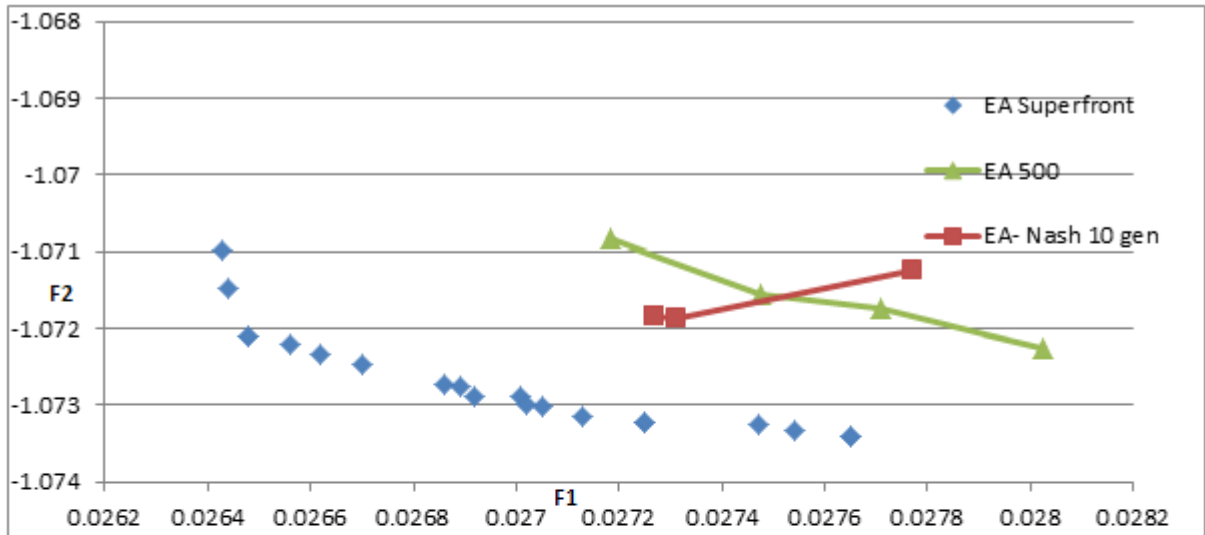
νιές, δηλαδή, περίπου 100 αξιολογήσεις ανά ανταλλαγή, μία απ' τις λύσεις που βρέθηκαν δεν κυριαρχείται από κάποια του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων απλού EA για 500 αξιολογήσεις. Όταν η μέθοδος τρέχει για 7 γενιές, δηλαδή περίπου 135 αξιολογήσεις ανά ανταλλαγή, 3 λύσεις δεν κυριαρχούνται, ενώ βρίσκονται και σημαντικά πιο



Σχήμα 4.23: Πρόβλημα ΑΠ1. Αποτελέσματα παραλλαγής μεθόδου EA-Nash για διαφορετικό αριθμό γενιών ανά κύκλο βελτιστοποίησης και σύγκρισή τους με απλό EA. Σύμβολα όπως στο σχήμα 4.22. Πάνω σχήμα: Η ανταλλαγή μεταβλητών ανάμεσα στους Παίκτες λαμβάνει χώρα ανά 5 γενιές με 20 απογόνους (περίπου 95 αξιολογήσεις). Κάτω σχήμα: Η ανταλλαγή μεταβλητών ανάμεσα στους Παίκτες λαμβάνει χώρα ανά 7 γενιές με 20 απογόνους ανά γενιά (περίπου 130 αξιολογήσεις)

κοντά στο μέτωπο Superfront .

Στο σχήμα 4.24 φαίνονται τα αποτελέσματα της μεθόδου για 10 και 15 γενιές βελτιστοποίησης (190 και 270 αξιολογήσεις αντίστοιχα) ανά ανταλλαγή. Είναι φανερό πλέον ότι οι τελικές λύσεις, και στις δύο περιπτώσεις, είναι αντίστοιχης ποιότητας, ενώ κυριαρχούν και λύσεις του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων του απλού EA για 500 αξιολογήσεις.



Σχήμα 4.24: Πρόβλημα ΑΠ1. Αποτελέσματα παραλλαγής μεθόδου EA-Nash για διαφορετικό αριθμό γενιών ανά κύκλο βελτιστοποίησης και σύγκρισή τους με απλό EA. Σύμβολα όπως στο σχήμα 4.22. Πάνω σχήμα: Η αλλαγή μεταβλητών ανάμεσα στους Παίκτες λαμβάνει χώρα ανά 10 γενιές με 20 απογόνους (περίπου 180 αξιολογήσεις). Κάτω σχήμα: Η ανταλλαγή μεταβλητών ανάμεσα στους Παίκτες λαμβάνει χώρα ανά 15 γενιές με 20 απογόνους ανά γενιά (περίπου 270 αξιολογήσεις)

4.7.2 Εφαρμογή σε Σχεδιασμό Βέλτιστης Μεμονωμένης Αεροτομής (ΑΠ2)

Εδώ το πρόβλημα βελτιστοποίησης, είναι ο σχεδιασμός βέλτιστης μεμονωμένης αεροτομής ως προς τον συντελεστή άνωσης και τον συντελεστή οπισθέλκουσας σε διδιάστατο πεδίο ροής. Επιπλέον, το ρευστό θεωρείται ατριβές.

Σε αυτήν την εφαρμογή, 14 σημεία Bezier παράγουν μία μεμονωμένη (isolated) αεροτομή δύο διαστάσεων. Παράγονται δύο καμπύλες Bezier, από τις οποίες η μία αποτελεί την πλευρά υπερπίεσης, ενώ η άλλη την πλευρά υποπίεσης. Το κάθε σημείο Bezier ορίζεται ως ένα ζεύγος τιμών (x,y) . Σε αντίθεση, βέβαια, με την εφαρμογή στο σχεδιασμό αεροτομής πτερύγωσης, εδώ οι μεταβλητές σχεδιασμού είναι οι 10 τιμές των (y) των σημείων Bezier. Από τις 10 τιμές, οι 5 αφορούν τη πλευρά υπερπίεσης και οι υπόλοιπες 5 τη πλευρά υποπίεσης. Τα άλλα 4 σημεία Bezier ορίζουν την αρχή και το πέρας των καμπυλών Bezier.

Στη συνέχεια, το λογισμικό αξιολόγησης λύνει τη ροή γύρω από την αεροτομή. Σε αυτό το πρόβλημα, το λογισμικό αξιολόγησης λύνει τις εξισώσεις Euler στο πεδίο γύρω από την αεροτομή. Τα ζητούμενα προς βελτιστοποίηση είναι η μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης και η ελαχιστοποίηση του συντελεστή αντίστασης. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται 1000 φορές (για 1000 επαναλήψεις) μέχρι που το λογισμικό συγκλίνει στη λύση της ροής. Τέλος, παράγονται ως έξοδος τα ζητούμενα προς ελαχιστοποίηση, τα οποία είναι η αντίθετη τιμή του συντελεστή άνωσης $-C_l$ και η τιμή του συντελεστή αντίστασης C_d . Το ζητούμενο από το λογισμικό βελτιστοποίησης είναι να μεγιστοποιηθεί ο συντελεστής άνωσης και να ελαχιστοποιηθεί ο συντελεστής αντίστασης. Έτσι το πρόβλημα μετατρέπεται σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης καθώς πρέπει να ελαχιστοποιηθούν οι τιμές του $-C_l$ και του C_d

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι στη συγκεκριμένη εφαρμογή απαιτείται μικρότερος αριθμός συνολικών αξιολογήσεων, καθώς το πρόβλημα εξαρτάται από λιγότερες μεταβλητές σχεδιασμού σε σχέση με την εφαρμογή στο σχεδιασμό αεροτομής πτερύγωσης (10 μεταβλητές σχεδιασμού εδώ, σε σχέση με τις 18 στο σχεδιασμό πτερύγωσης).

Συνθήκες ροής

Ο σχεδιασμός βέλτιστης αεροτομής έλαβε χώρα για αριθμό Mach = 0,78 της απ' άπειρων ροής. Επιπλέον, η γωνία της επ' άπειρων ροής, σε όλες τις βελτιστοποιήσεις, κρατήθηκε σταθερή στη τιμή $\alpha = -0,1^\circ$

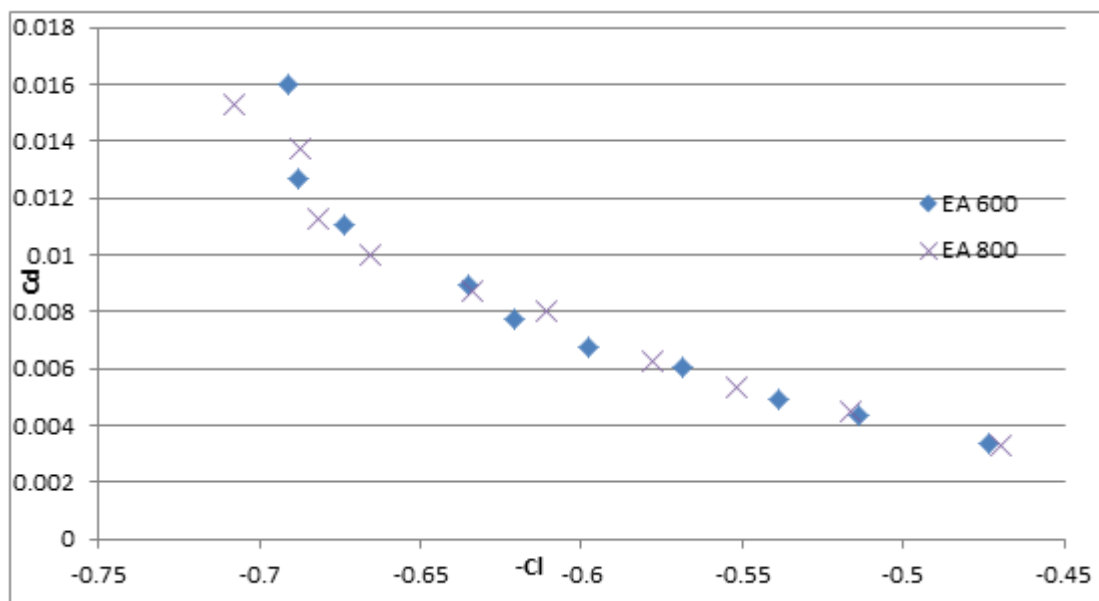
Επιλογές ΕΑ στον σχεδιασμό της μεμονωμένης αεροτομής

Για την συγκεκριμένη εφαρμογή υπολογίζονται συνολικά 3 μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων ΕΑ. Για να υπολογιστούν αυτά τα μέτωπα επιλέχθηκε πληθυσμός απογόνων $\lambda = 40$ και γονέων $\mu = 15$. Για την πιθανότητα μετάλλαξης (mutation) και την πιθανότητα διασταύρωσης (Crossover) επιλέχθηκαν οι τιμές 0,02 και 0,95 αντίστοιχα. Τέλος, ο ΕΑ για ΜΟΟ πραγματοποίησε βελτιστοποίηση με πραγματική κωδικοποίηση.

Διαδικασία και Αποτελέσματα

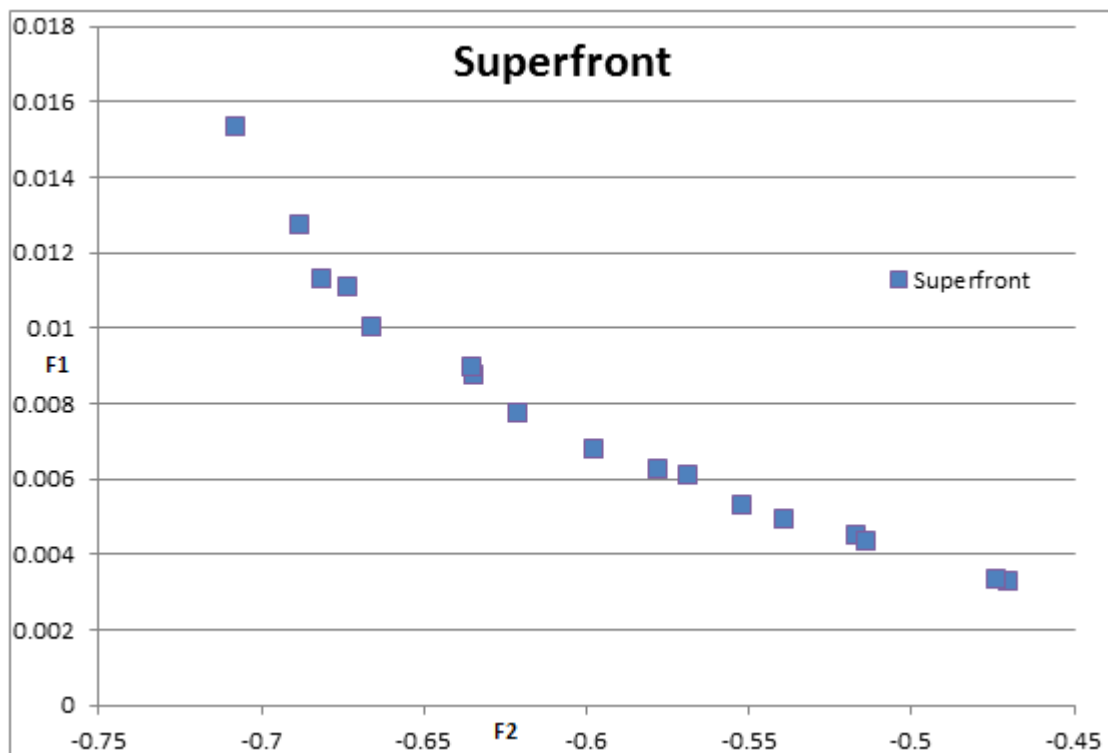
Αρχικά, βρέθηκαν δύο μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων, όπου το ένα αξιοποιεί 800 και το άλλο 600 αξιολογήσεις. Τα δύο μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων φαίνονται στο σχήμα 4.25.

Από τα δύο αυτά μέτωπα παράγεται το συνολικό μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων το οποίο ας ονομάζεται Superfront. Αυτό περιέχει 17, συνολικά, μη-κυριαρχούμενες λύσεις από τις οποίες οι 8 προέρχονται από το μέτωπο των 600 αξιολογήσεων, ενώ οι υπόλοιπες 9 λύσεις από το μέτωπο των 800 αξιολογήσεων. Το μέτωπο Superfront φαίνεται στο σχήμα 4.26



Σχήμα 4.25: Πρόβλημα ΑΠ2. Μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων από 800 αξιολογήσεις (μπλε τετράγωνα) και από 600 αξιολογήσεις (μωβ x).

Στη συνέχεια, εφαρμόστηκε στο πρόβλημα η μέθοδος ΕΑ-Nash, ενώ εφαρμόζεται και ο απλός ΕΑ για 220 αξιολογήσεις, ώστε ο συνολικός αριθμός αξιολογήσεων του απλού ΕΑ να είναι συγκρίσιμος με αυτόν της μεθόδου ΕΑ-Nash. Τα αποτελέσματα

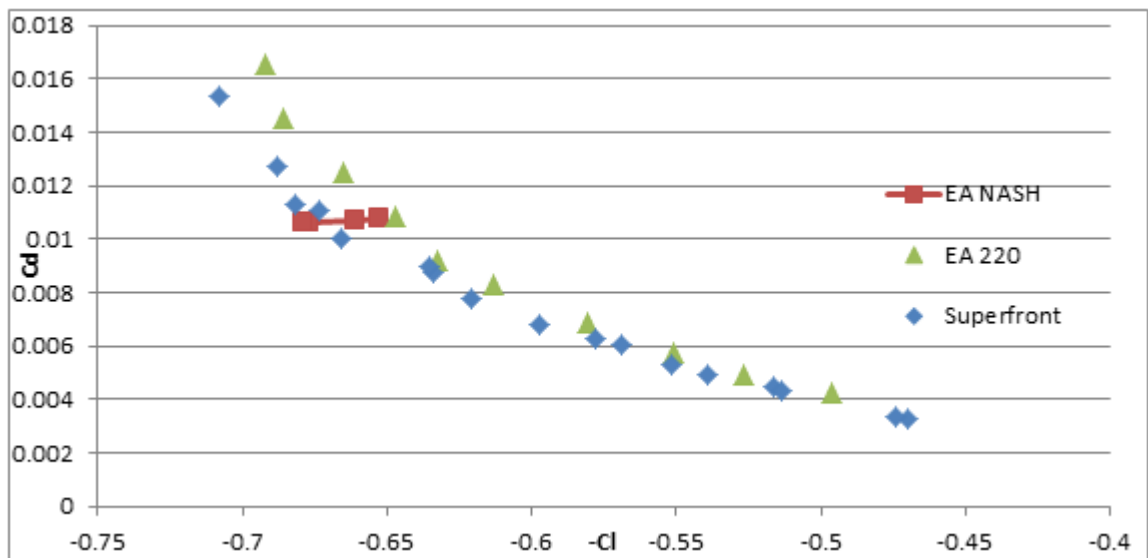
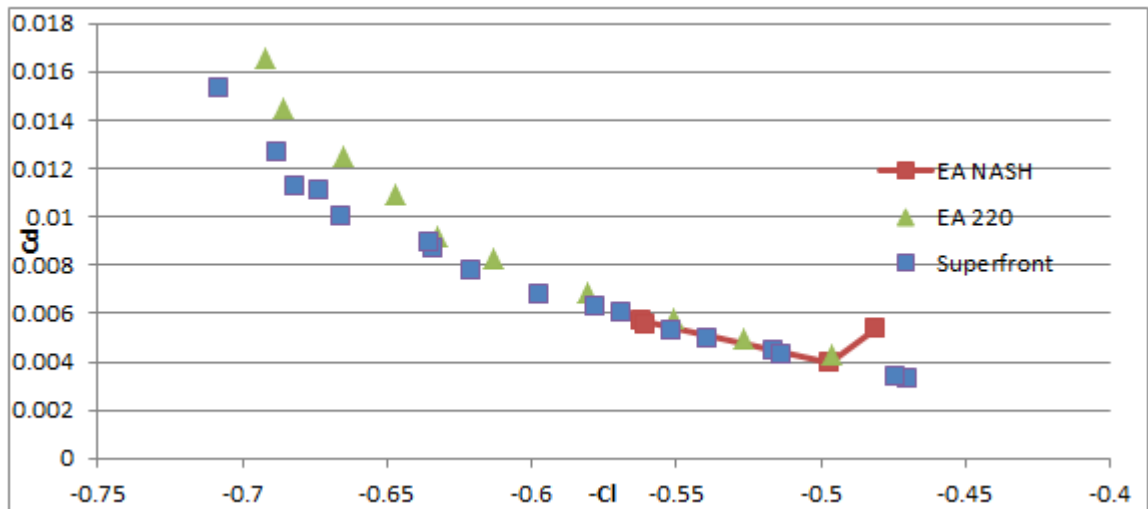


Σχήμα 4.26: Πρόβλημα ΑΠ2. Μέτωπο *Superfront*. Το μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων από τις μη-κυριαρχούμενες λύσεις ενός μετώπου 800 αξιολογήσεων και ενός 600 αξιολογήσεων.

της μεθόδου σε σύγκριση με το μέτωπο των 220 αξιολογήσεων και με το μέτωπο *Superfront* φαίνονται στο σχήμα 4.27.

Για την βελτιστοποίηση και των δύο Παικτών επιλέχθηκε πληθυσμός απογόνων $\lambda = 17$ και γονέων $\mu = 6$. Επίσης, επιλέχθηκε πιθανότητα μετάλλαξης και διασταύρωσης 0,08 και 0,95 αντίστοιχα.

Από το σχήμα 4.27 επαληθεύεται το ότι η μέθοδος βελτιστοποιεί ταχύτατα στις πρώτες αξιολογήσεις. Μετά από 270 αξιολογήσεις, η λύση της μεθόδου στη πρώτη περίπτωση δεν κυριαρχούνται από καμία του μετώπου *Superfront*, ενώ στη δεύτερη περίπτωση η λύση κυριαρχούσε σε μία λύση του μετώπου *Superfront*.



Σχήμα 4.27: Πρόβλημα ΑΠ1. Αποτελέσματα παραλλαγής μεθόδου EA-Nash, σε 2 περιπτώσεις, σε σύγκριση με το Superfront και με ένα μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων απλού EA αντίστοιχου αριθμού αξιολογήσεων με την EA-Nash. Φαίνεται το μέτωπο Superfront μη-κυριαρχούμενων λύσεων με μπλε τετράγωνα και το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων με 220 αξιολογήσεις με πράσινα τρίγωνα. Η μέθοδος EA -Nash και στις 2 περιπτώσεις απαίτησε 90 αξιολογήσεις ανά ανταλλαγή και συνολικά για όλα τα σημεία 360.

Κεφάλαιο 5

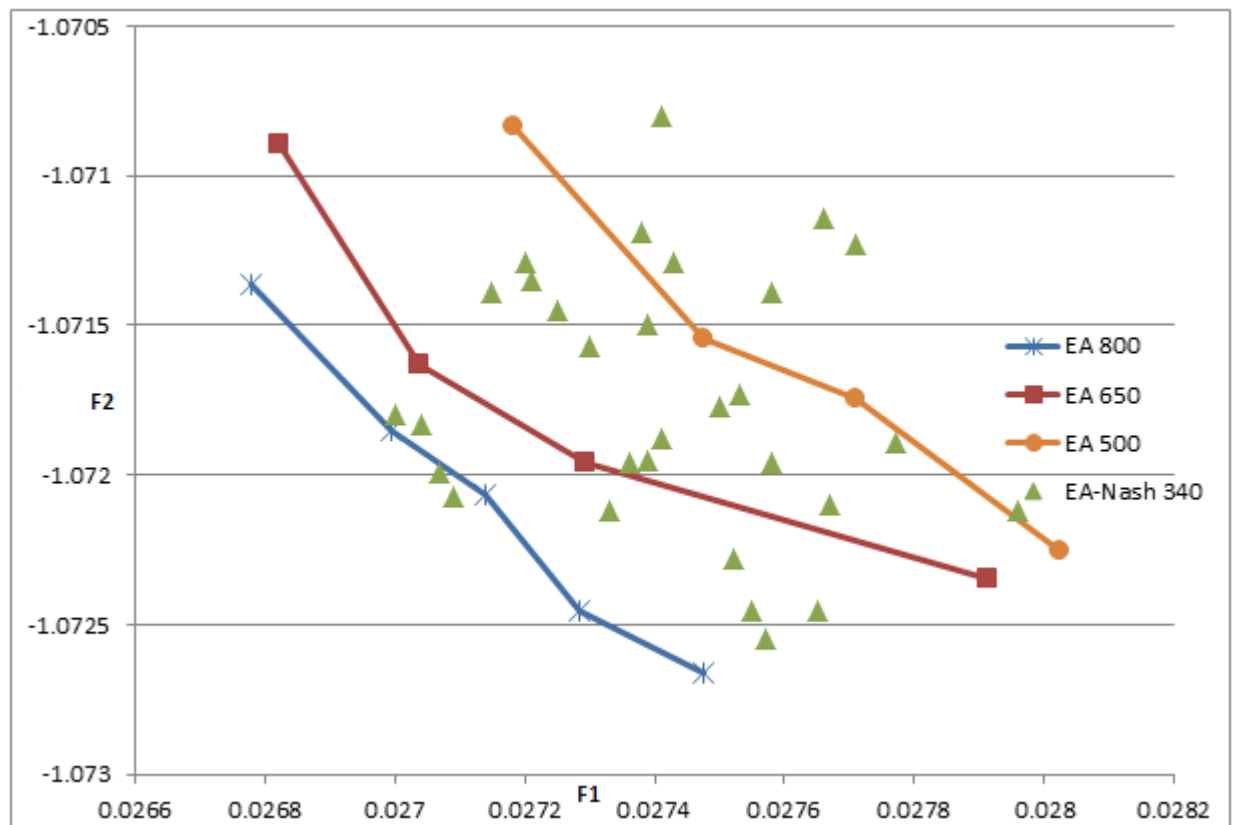
Αρχικοποίηση Εξελικτικού Αλγορίθμου με τη Μέθοδο EA–NASH

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται μία μέθοδος συνεργασίας EA με τη μέθοδο EA–NASH που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Σύμφωνα με αυτήν τη μέθοδο βελτιστοποίησης, βρίσκονται μέσω της EA–Nash κάποια αρχικά σημεία στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων. Από αυτά επιλέγονται τα μη-κυριαρχούμενα ως άτομα που θα αρχικοποιήσουν έναν EA. Στη συνέχεια, ο EA θα κάνει μια βελτιστοποίηση πολλών στόχων για όσες αξιολογήσεις απαιτεί ο χρήστης, βελτιώνοντας και εμπλουτίζοντας το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που έλαβε αρχικά.

5.1 Η Συμπεριφορά της Παραλλαγής της Μεθόδου EA–NASH στις Αρχικές Αξιολογήσεις

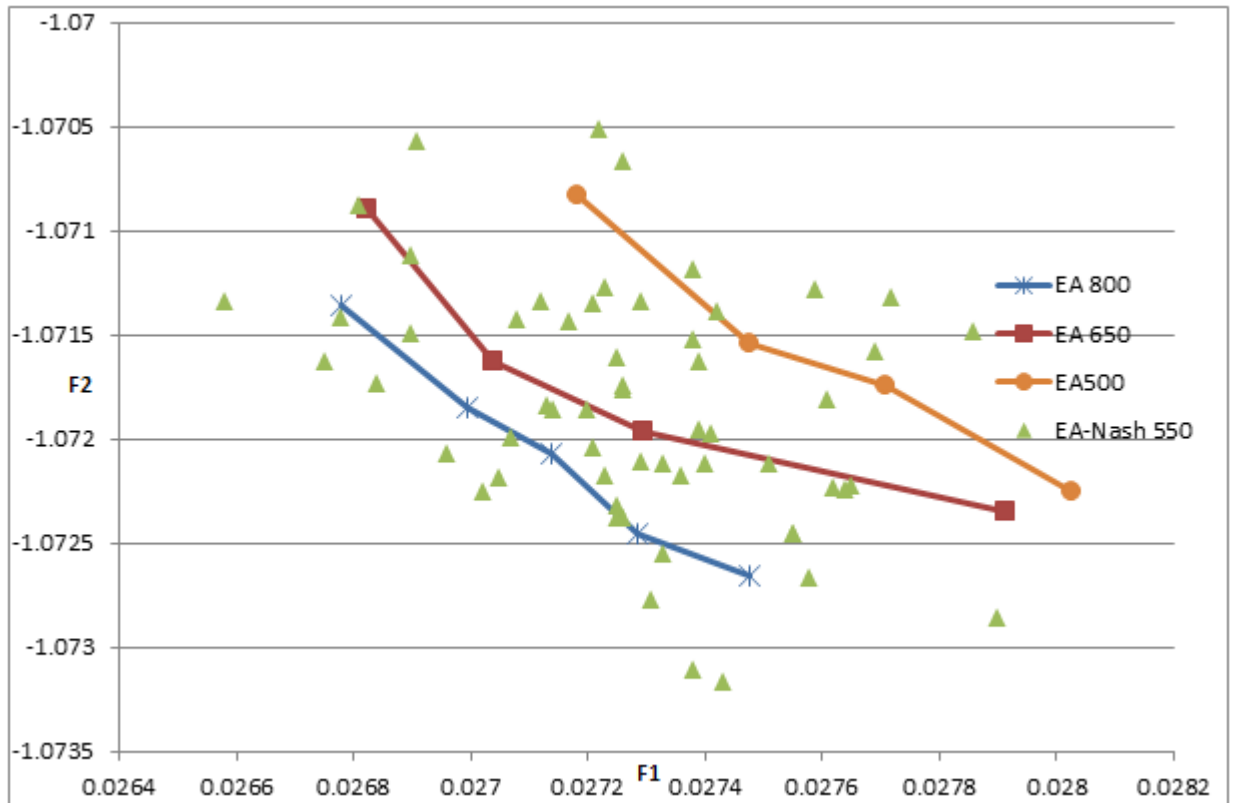
Αρχικά, έγιναν πολλά τρεξίματα για την εφαρμογή σχεδιασμού βέλτιστης αεροτομής πτέρυγας συμπίεστη, για να κατανοηθεί το πώς συμπεριφέρεται η μέθοδος EA–Nash, ανάλογα με τον συνολικό αριθμό των αξιολογήσεων.

Από τα αποτελέσματα είναι φανερό ότι η μέθοδος βελτιώνει ταχύτατα τις λύσεις στις αρχικές αξιολογήσεις υπερτερώντας σημαντικά έναντι του απλού EA κατά τις πρώτες γενιές. Παρα ταύτα, όσο αυξάνεται ο αριθμός των συνολικών αξιολογήσεων μειώνεται και η ικανότητα της μεθόδου να παράγει λύσεις καλύτερης ή ίδιας ποιότητας με τον απλό EA. Έτσι, με 340 αξιολογήσεις, οι περισσότερες λύσεις που προκύπτουν είναι καλύτερης ποιότητας από το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων του απλού EA με 500 αξιολογήσεις. Αντίθετα, όταν ο αριθμός των αξιολογήσεων της μεθόδου αυξηθεί στις 900 μέχρι και στις 3000, όλες οι λύσεις κυριαρχούνται από αυτές του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων του απλού EA με 1650 αξιολογήσεις, παρότι πολλές λύσεις έχουν πραγματοποιήσει αρκετά περισσότερες από 1650 αξιολογήσεις. Αυτό φαίνεται



Σχήμα 5.1: Πρόβλημα AΠ1. Δοκιμή παραλλαγής EA-Nash και σύγκριση με EA. Μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων του απλού EA μετά από 800 (μπλε γραμμή με αστερίσκους), 650 (κόκκινη γραμμή με τετράγωνα) και 500 (πορτοκαλί γραμμή με κύκλους) αξιολογήσεις. Τα σημεία με τρίγωνο δείκτη είναι τα αποτελέσματα τρεξιμάτων της μεθόδου EA-Nash τα οποία χρειάστηκαν 340 αξιολογήσεις χωρίς να καταλήξουν στο ΣΙΝ, ενώ ο χωρισμός των μεταβλητών για τα διάφορα σημεία είναι τυχαίος. Από το σύνολο των 34 σημείων της μεθόδου EA-Nash τα 30% των σημείων είναι χειρότερα από αυτά του μετώπου μη κυριαρχούμενων λύσεων των 500 αξιολογήσεων, τα 40% των σημείων βρίσκονται ανάμεσα στα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων των 500 και των 650 αξιολογήσεων, τα 20% των σημείων βρίσκονται ανάμεσα στα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων των 650 και 800 αξιολογήσεων, ενώ το 10% είναι καλύτερα απ' το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων των 800 αξιολογήσεων.

Ξεκάθαρα στα σχήματα 5.1, 5.2.5.4 Έτσι προέκυψε η ιδέα, αφού η μέθοδος EA-Nash φαίνεται να υπολογίζει με λίγες αξιολογήσεις καλύτερες λύσεις από τον απλό EA για τον ίδιο αριθμό αξιολογήσεων, να λειτουργήσει ως τρόπος αρχικοποίησης του απλού EA.

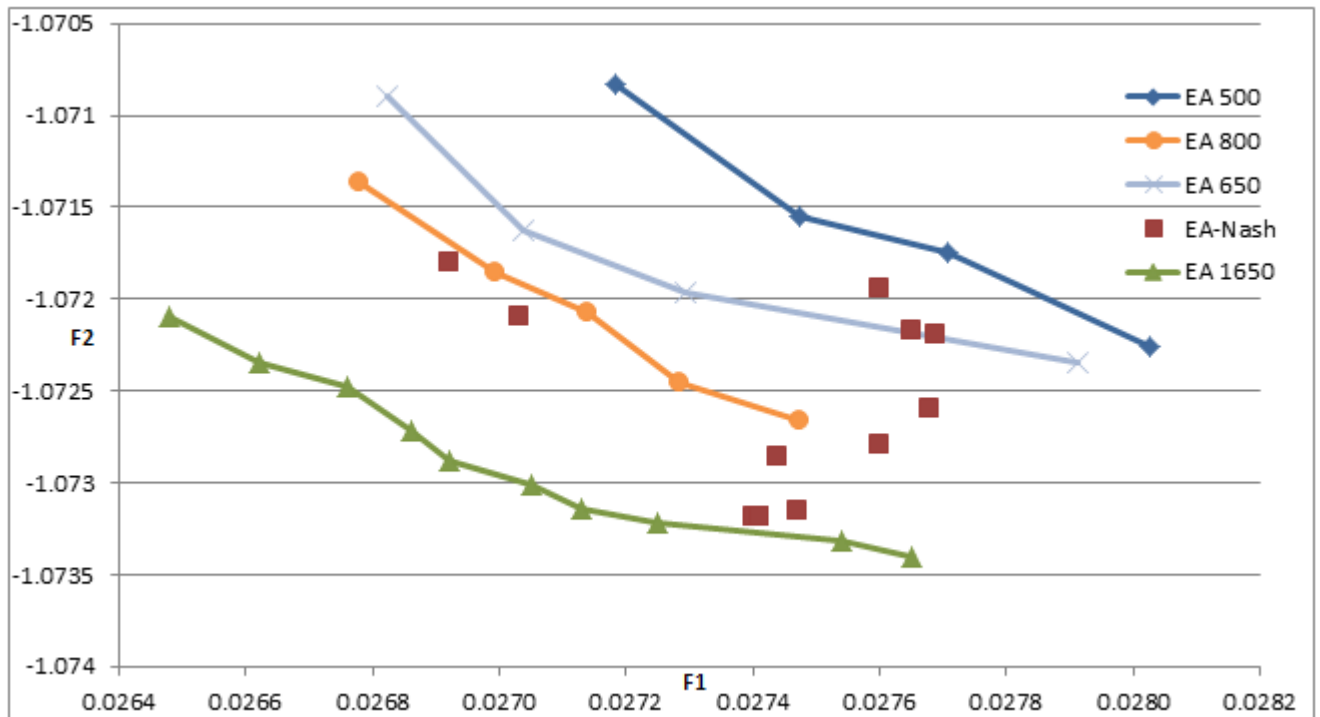


Σχήμα 5.2: Πρόβλημα ΑΠ1. Δοκιμή παραλλαγής EA-Nash και σύγκριση με EA. Σύμβολα όπως στο σχήμα 5.1. Ο χωρισμός των μεταβλητών για τα διάφορα σημεία είναι τυχαίος. Από το σύνολο των 58 σημείων της μεθόδου EA-Nash τα 17% των σημείων είναι χειρότερα από αυτά του μετώπου μη κυριαρχούμενων λύσεων των 500 αξιολογήσεων, τα 28% των σημείων βρίσκονται ανάμεσα στα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων των 500 και των 650 αξιολογήσεων, τα 31% των σημείων βρίσκονται ανάμεσα στα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων των 650 και 800 αξιολογήσεων, ενώ το 24% είναι καλύτερα από το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων των 800 αξιολογήσεων.

5.2 Υβριδική Μέθοδος EA-Nash με EA-Pareto

Σύμφωνα με αυτήν τη μέθοδο, ο αλγόριθμος του EA-Nash πραγματοποιεί τα αρχικά βήματα της βελτιστοποίησης, με μία ανταλλαγή μεταβλητών σχεδιασμού ανάμεσα στους Παίχτες, ενώ θα αξιοποιεί λιγότερες από τις μισές αξιολογήσεις από τις συνολικές που αξιοποιεί η μέθοδος, με τον απλό EA να βελτιστοποιεί για έναν αρκετά μεγαλύτερο αριθμό αξιολογήσεων

Κάθε φορά που στη μέθοδο EA-Nash ένας Παίκτης ολοκληρώνει τη βελτιστοποίησή του ως προς το ένα κριτήριο, η βάση δεδομένων (data base) του EA αποθηκεύεται. Αυτό γίνεται συνολικά δύο φορές, μέχρι δηλαδή, και οι δύο Παίχτες να βελτιστοποιήσουν ως προς το κριτήριό τους μία φορά. Έτσι λαμβάνει χώρα μόνο μία ανταλλαγή



Σχήμα 5.3: Πρόβλημα AIP1. Δοκιμή παραλλαγής EA-Nash και σύγκριση με EA. Σύμβολα όπως στο σχήμα 5.1. Ο χωρισμός των μεταβλητών για τα διάφορα σημεία είναι τυχαίος. Από το σύνολο των 15 σημείων της μεθόδου EA-Nash το 0% των σημείων είναι χειρότερα από αυτά του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων των 500 αξιολογήσεων, τα 25% των σημείων βρίσκονται ανάμεσα στα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων των 500 και των 650 αξιολογήσεων, τα 8% των σημείων βρίσκονται ανάμεσα στα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων των 650 και 800 αξιολογήσεων, τα 67% των σημείων βρίσκονται ανάμεσα στα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων των 800 και 1650 αξιολογήσεων, ενώ κανένα σημείο δεν κυριαρχεί σε κάποιες λύσεις του μετώπου των 1650 αξιολογήσεων.

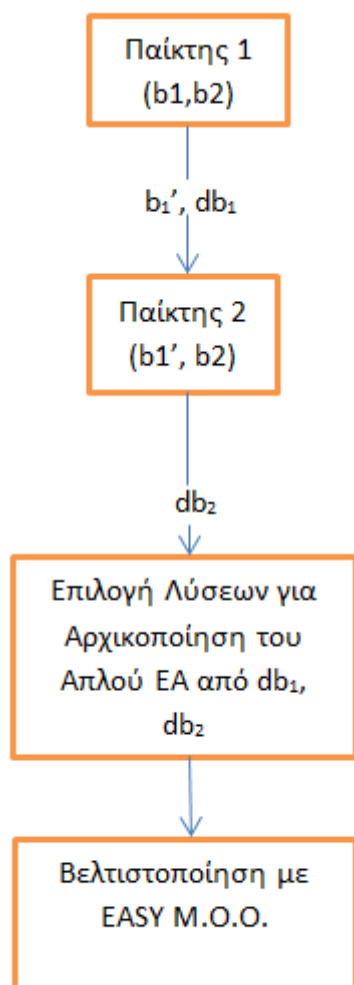
μεταβλητών ανάμεσα στους Παίκτες, ενώ αποθηκεύονται δύο βάσεις δεδομένων (data bases). Στη συνέχεια η μέθοδος βρίσκει το μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων από όλες τις λύσεις που αποτελούν τις δύο βάσεις δεδομένων. Τα άτομα που αποτελούν το μέτωπο αυτό θα είναι και αυτά που θα αρχικοποιήσουν τον απλό EA. Σε περίπτωση που ο αριθμός των μη-κυριαρχούμενων ατόμων είναι μεγαλύτερος από αυτόν που χρειάζεται ο EA για αρχικοποίηση, επιλέγονται τα άτομα τυχαία.

Έστω πρόβλημα ελαχιστοποίησης 2 κριτηρίων, με μία υποψήφια λύση να ορίζεται ως \vec{b}_1, \vec{b}_2 , όπου \vec{b}_1 , το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού που χειρίζεται ο Παίκτης 1 και \vec{b}_2 το διάνυσμα των μεταβλητών σχεδιασμού που χειρίζεται ο Παίκτης 2.

Στα πρώτα του βήματα ο αλγόριθμος της μεθόδου EA-Nash-EA είναι παρόμοιος με αυτόν της EA-Nash. Η διαφορά τους είναι ότι, όταν ένας Παίκτης ολοκληρώσει τη βελτιστοποίηση ως προς κάποιο κριτήριο, αποθηκεύεται η βάση δεδομένων του EA.

Έτσι, στην μέθοδο EA-Nash-EA, αφαιρείται το κριτήριο τερματισμού (βήμα τέσσερα) της μεθόδου EA-Nash και προστίθενται τα παρακάτω βήματα:

- Βήμα 4 Εύρεση Μετώπου Μη-Κυριαρχούμενων Λύσεων για Αρχικοποίηση. Βρίσκεται το μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων από όλες τις λύσεων των δύο βάσεων δεδομένων.
- Βήμα 5 Αρχικοποίηση του EA. Αρχικοποιείται ο EA, με ένα μέρος του αρχικού πληθυσμού του να είναι άτομα από το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που βρέθηκε στο βήμα 4, ενώ τα υπόλοιπα άτομα του αρχικού πληθυσμού επιλέγονται τυχαία.



Σχήμα 5.4: Σχηματικά η μέθοδος αρχικοποίησης με EA -Nash. Με τα γράμματα db_1 και db_2 δηλώνονται οι βάσεις δεδομένων μετά τη βελτιστοποίηση του κάθε Παίκτη.

5.3 Εφαρμογή της Μεθόδου Nash–Pareto (EA–Nash–EA) στο Τρίτο Μαθηματικό Πρόβλημα (ΜΠ3)

Αρχικά, εφαρμόστηκε η μέθοδος στο μαθηματικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης με δύο συναρτήσεις –στόχους που ορίζεται από τις συναρτήσεις 4.11 και 4.12,

Τα αποτελέσματα της μεθόδου φαίνονται στα σχήματα 5.5,5.6 και είναι για δύο περιπτώσεις με διαφορετικό χωρισμό μεταβλητών ανάμεσα στους Παίκτες. Στο 5.5 φαίνονται τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων που προμηθεύεται ο EA και τα οποία συγκρίνονται με δύο μέτωπα από μία βελτιστοποίηση με απλό EA. Τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων που προμηθεύονται για αρχικοποίηση του EA αποτελούνται, και στις δύο περιπτώσεις, αποκλειστικά από λύσεις της βάσης δεδομένων του δεύτερου Παίκτη, καθώς όλες οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις από την πρώτη βάση δεδομένων κυριαρχούνται από λύσεις της δεύτερης. Γίνεται επίσης φανερό η ιδιαίτερη βελτίωση στις λύσεις που πετυχαίνει ο δεύτερος Παίκτης κατά τη βελτιστοποίησή των μεταβλητών.

Στο 5.6 φαίνονται τα δύο μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων από τη βελτιστοποίηση με τη μέθοδο EA–Nash–EA σε σύγκριση με δύο μέτωπα βελτιστοποίησης με απλό EA.

Για τον EA στο συγκεκριμένο πρόβλημα, ως δεδομένα βελτιστοποίησης επιλέχθηκε SPEA 2 με πληθυσμό απογόνων $\lambda = 40$ και γονέων $\mu = 15$. Οι πιθανότητες μετάλλαξης (mutation) και διασταύρωσης (Crossover) επιλέχθηκαν 0,02 και 0,9, αντίστοιχα. Οι ίδιες επιλογές έγιναν και για τη βελτιστοποίηση του δεύτερου τμήματος της μεθόδου EA–Nash–EA, που περιλαμβάνει βελτιστοποίηση με απλό EA.

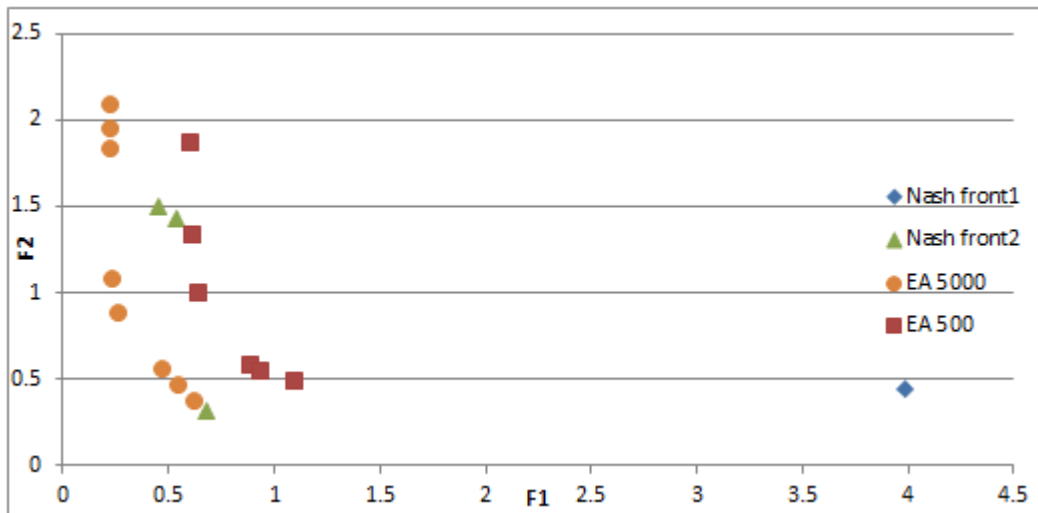
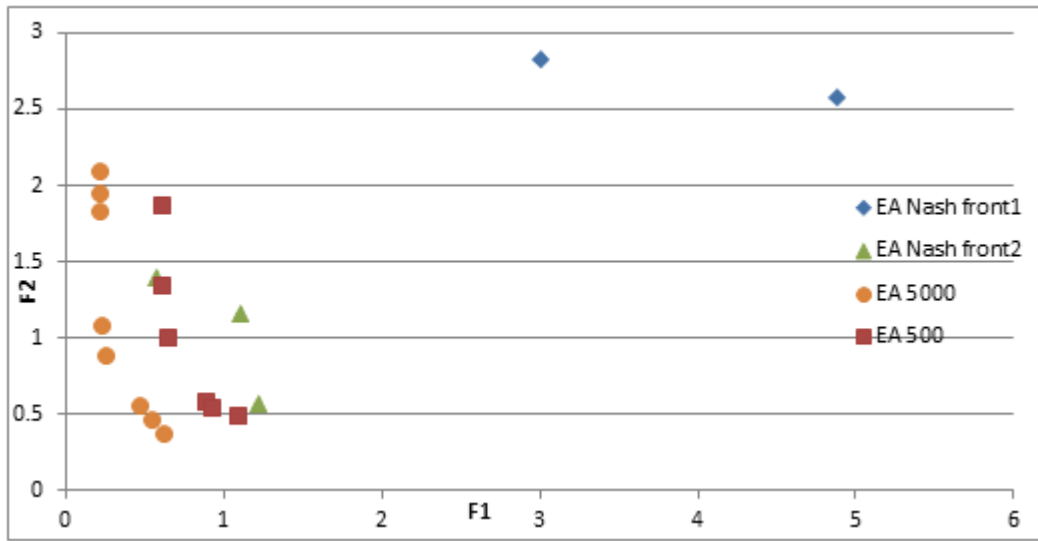
Για τα τρεξίματα EA–Nash επιλέχθηκαν και για τους δύο Παίκτες πληθυσμός απογόνων $\lambda = 20$ και γονέων $\mu = 7$. Επιπλέον, για την πιθανότητα μετάλλαξης (mutation) διασταύρωσης (Crossover) επιλέχθηκαν οι τιμές 0,01 και 0,95, αντίστοιχα. Τέλος ο EA πραγματοποίησε βελτιστοποίηση με δυαδική κωδικοποίηση.

5.3.1 Σύγκριση Δεικτών Υπερόγκου

Για τις δύο αυτές περιπτώσεις υπολογισμού του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων με τη μέθοδο EA–Nash–EA υπολογίστηκε ο ΔΥ ώστε να υπάρχει ένα ποσοτικοποιημένο μέγεθος σύγκρισης των μετώπων αυτών με μέτωπα που βρίσκει ο απλός EA.

Πιο συγκεκριμένα, τα μέτωπα τα οποία συγκρίνει ο ΔΥ με τα μέτωπα της μεθόδου EA–Nash–EA, είναι μέτωπα απλού EA για 700 και για 5000 αξιολογήσεις, τα οποία φαίνονται και στα σχήμα 5.6. Επιπλέον, επιλέχθηκε ως σημείο Ναδύρ στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων το σημείο $(1, 2.5)$ τέτοιο ώστε να κυριαρχείται απ' όλα τα σημεία των μετώπων που συγκρίνονται.

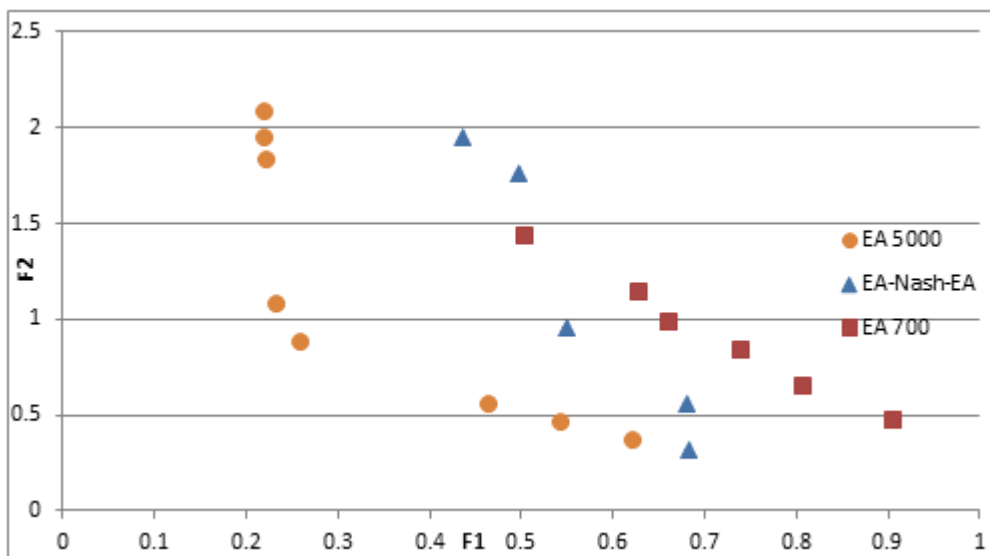
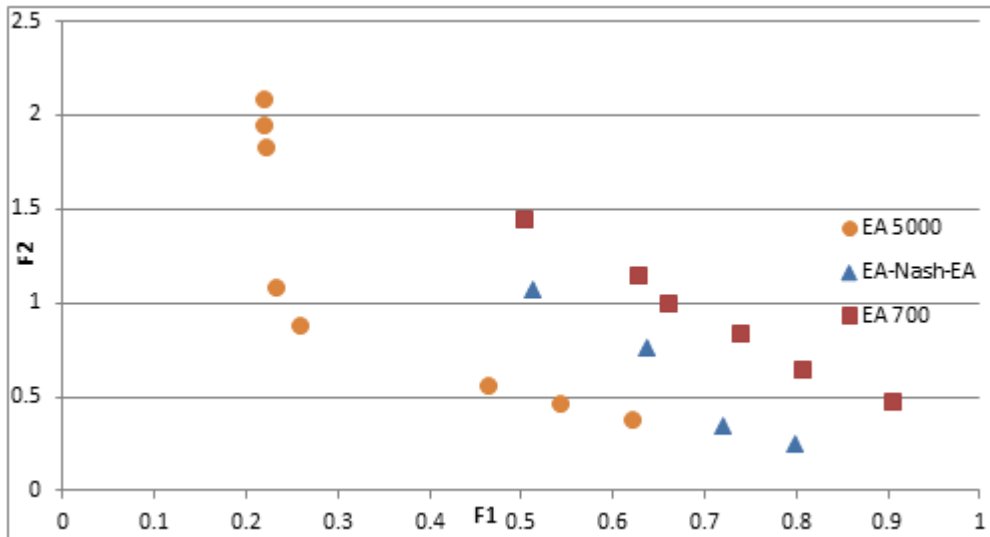
Έτσι υπολογίστηκαν οι τιμές του ΔΥ που φαίνονται στον πίνακα 5.1 .



Σχήμα 5.5: Πρόβλημα MIP3. Μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων για αρχικοποίηση, μέθοδος EA-Nash-EA. Με πορτοκαλί κύκλους και καφέ τετράγωνα φαίνονται τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων μετά από 5000 και 500 αξιολογήσεις αντίστοιχα. Με πράσινα τρίγωνα φαίνεται το μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων από τη δεύτερη βάση δεδομένων (db_2), ενώ με μπλε ρόμβους φαίνεται το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της πρώτης βάσης δεδομένων (db_1).

Μέτωπα λύσεων	Δείκτης Υπερόγκου
EA5000	1,494
EA700	0,781
EA – Nash – EA1	0,945
EA – Nash – EA2	0,972

Πίνακας 5.1: Τιμές $\Delta\gamma$ των μετώπων της EA-Nash-EA και των μετώπων του απλού EA στο MIP3.



Σχήμα 5.6: Πρόβλημα MIP3. Δοκιμή EA-Nash-EA και σύγκριση με EA. Μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου EA-Nash-EA με 650 συνολικά αξιολογήσεις με μπλε τρίγωνα. Για το μέτωπο αυτό δαπανήθηκαν 150 αξιολογήσεις με Nash-EA και άλλες 500 αξιολογήσεις με απλό EA. Με πορτοκαλί κύκλους και καφέ τετράγωνα φαίνονται τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων απλού EA μετά από 5000 και 700 αξιολογήσεις, αντίστοιχα.

Από τις τιμές του ΔY φαίνεται ότι, αδιαμφισβήτητα, το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων του απλού EA με 5000 αξιολογήσεις υπερτερεί σημαντικά έναντι των άλλων μετώπων.

Το ενδιαφέρον όμως είναι ότι τα μέτωπα που βρέθηκαν με τη μέθοδο EA-Nash-EA υπερτερούν έναντι του μετώπου απλού EA για 700 αξιολογήσεις.

Το αποτέλεσμα δείχνει επίσης ότι, παρ' ότι η μέθοδος EA-Nash-EA απαίτησε συνολικά 650 αξιολογήσεις (150 EA-Nash και 500 EA), δηλαδή 50 λιγότερες, βρίσκει τελικά καλύτερα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων.

5.4 Εφαρμογή της Μεθόδου Nash–Pareto (EA–Nash–EA) στον Σχεδιασμό Βέλτιστης Αεροτομής Πτερύγωσης Συμπιεστή (ΑΠ1)

Αυτό το πρόβλημα βελτιστοποίησης αποτελεί το ίδιο πρόβλημα με αυτό της παραγράφου 4.4. Ζητείται ο βέλτιστος σχεδιασμός αεροτομής πτερύγωσης συμπιεστή ως προς τον συντελεστή απωλειών και την αύξηση της στατικής πίεσης, σε διδιάστατο πεδίο ροής. Το λογισμικό αξιολόγησης είναι το X-FOIL.

Τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων που βρέθηκαν από τη μέθοδο EA–Nash–EA συγκρίνονται με ένα μέτωπο από τον απλό EA για 1500 αξιολογήσεις και με το μέτωπο Superfront. Το μέτωπο Superfront είναι το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που προκύπτει από τις λύσεις τριών μετώπων απλού EA για 2000 αξιολογήσεις. Επιπλέον, όλα τα τρεξίματα της μεθόδου EA–Nash–EA πραγματοποίησαν περίπου 360 αξιολογήσεις κατά τον EA–Nash και 500 αξιολογήσεις κατά τον απλό EA, δηλαδή σύνολο 860 αξιολογήσεις.

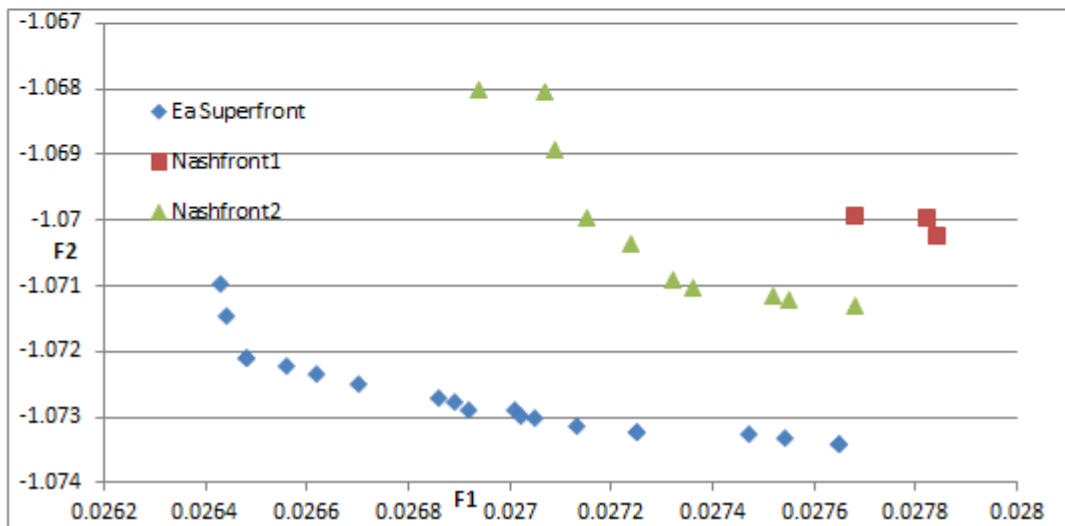
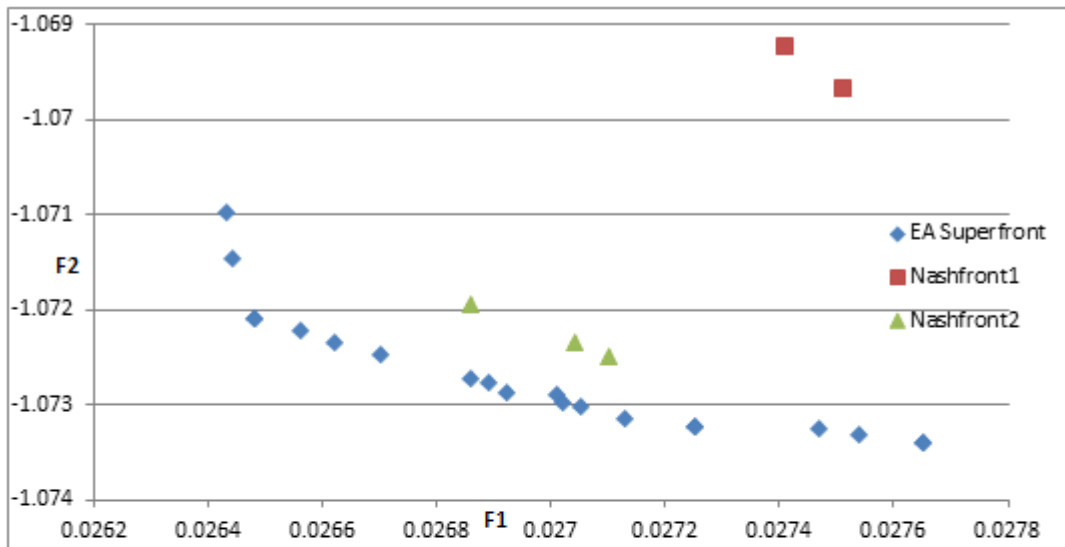
Έγιναν συνολικά πέντε τρεξίματα της μεθόδου EA–Nash–EA και τα αποτελέσματα φαίνονται στα σχήματα 5.7 έως 5.11.

Για τα τρεξίματα EA για MOO επιλέχθηκε πληθυσμός απογόνων $\lambda = 40$ και γονέων $\mu = 15$. Για την πιθανότητα μετάλλαξης (mutation) και διασταύρωσης (Crossover) επιλέχθηκαν οι τιμές 0,02 και 0,95 αντίστοιχα. Η κωδικοποίηση στη βελτιστοποίηση του EA για MOO είναι δυαδική. Όσον αφορά τη βαθμωτή συνάρτηση κόστους, αυτή προκύπτει με την τεχνική SPEA 2.

Όσον αφορά τα δεδομένα βελτιστοποίησης της μεθόδου EA–Nash, ο πληθυσμός απογόνων και γονέων επιλέχθηκαν $\lambda = 20$ και $\mu = 7$ αντίστοιχα. Επίσης, η πιθανότητα μετάλλαξης και διασταύρωσης επιλέχθηκαν ίσες με 0,08 και 0,95 αντίστοιχα, και για τους δύο Παίχτες.

5.4.1 Μέτωπα Αρχικοποίησης Απλού EA

Αρχικά, στα σχήματα 5.7, 5.8 φαίνονται τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων από τις δύο βάσεις δεδομένων της μεθόδου EA–Nash. Από αυτά τα δύο μέτωπα επιλέγονται οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις, οι οποίες και θα αρχικοποιήσουν τον απλό EA. Σε όλα τα τρεξίματα που λαμβάνουν χώρα σε αυτήν την εφαρμογή, όλες οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις, οι οποίες περιέχονται στην πρώτη βάση δεδομένων (db_1), κυριαρχούνται κατά Pareto από τις μη-κυριαρχούμενες λύσεις που περιέχονται στη δεύτερη (db_2). Έτσι, οι λύσεις που αρχικοποιούν τον απλό EA, ύστερα από τη βελτιστοποίηση με EA–Nash, έχουν προκύψει αποκλειστικά από τη δεύτερη βάση δεδομένων. Αυτό μπορεί να θεωρηθεί ιδιομορφία του προβλήματος, καθώς στην επόμενη εφαρμογή που εφαρμόζεται η μέθοδος, το μέτωπο που αρχικοποιεί τον EA περιέχει λύσεις και από τις δύο βάσεις δεδομένων.

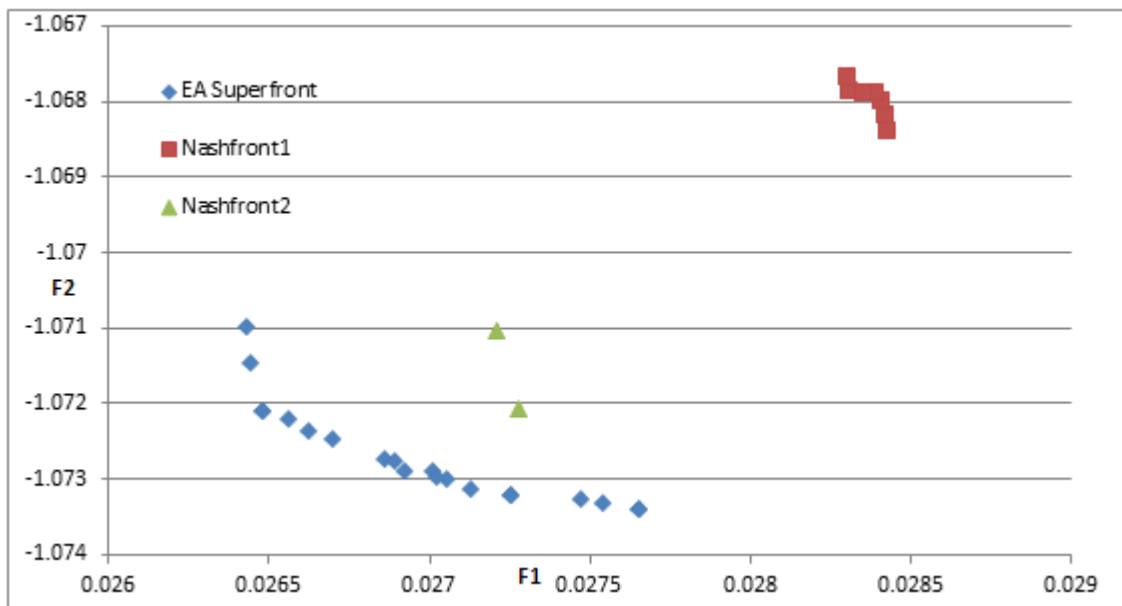


Σχήμα 5.7: Πρόβλημα AIP1. Μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων για αρχικοποίηση απλού EA της μεθόδου EA-Nash-EA, για δύο περιπτώσεις σχεδιασμού βέλτιστης αεροτομής. Με μπλε ρόμβους φαίνεται το μέτωπο Superfront. Με πράσινα τρίγωνα φαίνονται τα μέτωπα των μη-κυριαρχούμενων λύσεων από τις δεύτερες βάσεις δεδομένων (db_2), ενώ με καφέ τετράγωνα φαίνονται τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων των πρώτων βάσεων δεδομένων (db_1). Η db_1 χρειάστηκε 180 ενώ η db_2 360 αξιολογήσεις

5.4.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων EA-Nash-EA

Τα αποτελέσματα της μεθόδου EA-Nash-EA φαίνονται στα σχήματα 5.9, 5.10 και 5.11. Τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων που βρέθηκαν με τη μέθοδο αυτή συγκρίνονται με το μέτωπο Superfront και με ένα μέτωπο EA για 1500 αξιολογήσεις.

Τα μέτωπα της μεθόδου EA-Nash-EA αξιοποιούν περίπου 860 αξιολογήσεις. Όπως



Σχήμα 5.8: Πρόβλημα ΑΠ1. Σύμβολα όπως στο σχήμα 5.7. Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων για αρχικοποίηση απλού EA της μεθόδου EA-Nash-EA, για σχεδιασμό βέλτιστης αεροτομής. Η db_1 χρειάστηκε 180, ενώ η db_2 360 αξιολογήσεις

φαίνεται στα σχήματα 5.9, 5.10 και 5.11 όλα τα μέτωπα της μεθόδου περιέχουν λύσεις οι οποίες κυριαρχούν σε κάποιες λύσεις του EA για 1500 αξιολογήσεις. Ειδικότερα, στο κάτω διάγραμμα του σχήματος 5.11, το μέτωπο της μεθόδου EA-Nash-EA κυριαρχεί καθολικά του μετώπου EA για 1500 αξιολογήσεις.

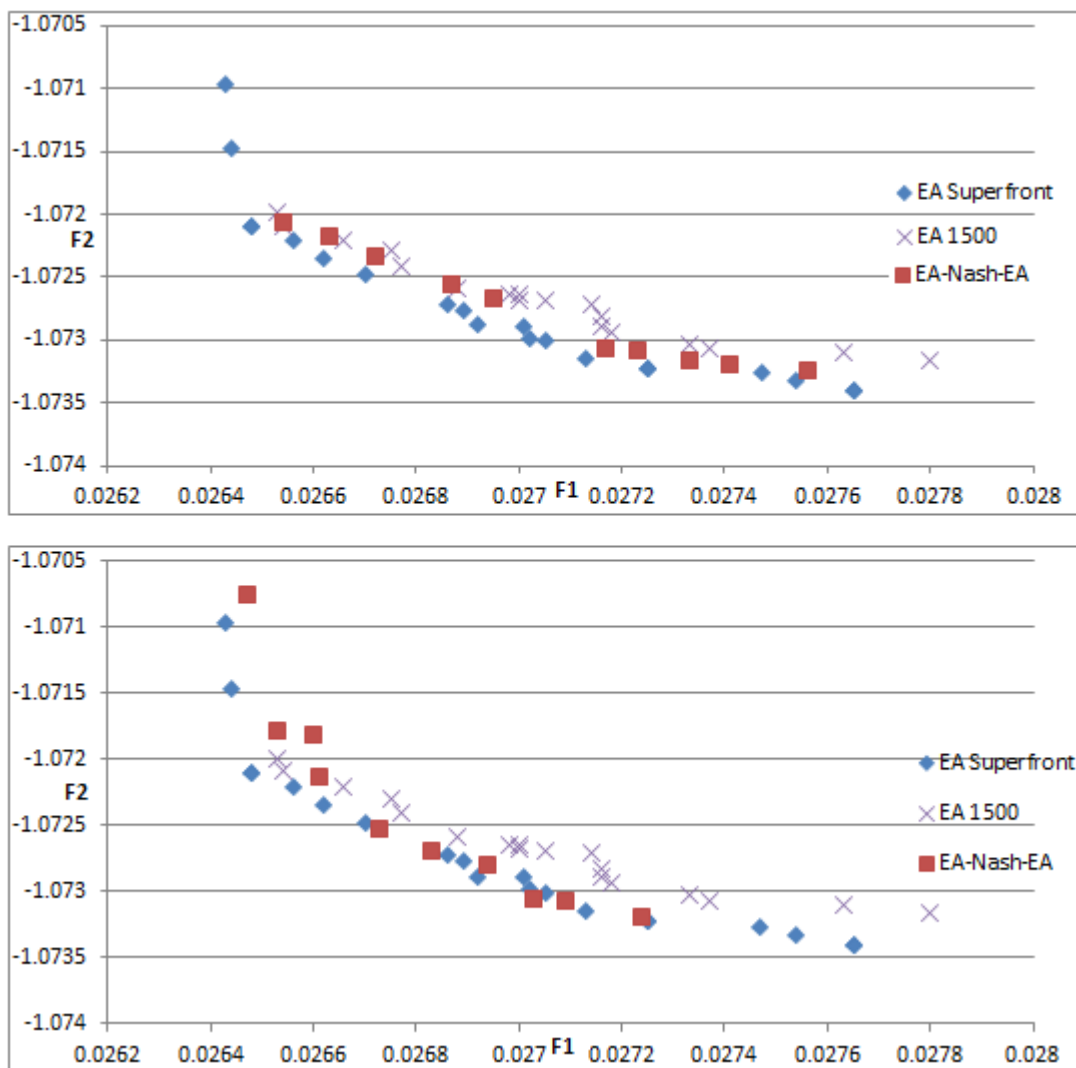
Επιπλέον, κάποια από τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου έχουν κάποιες λύσεις, που είτε δεν κυριαρχούνται, είτε κυριαρχούν στο μέτωπο Superfront, παρά τον εξαιρετικά μικρότερο αριθμό αξιολογήσεων.

Στη συνέχεια, στο σχήμα 5.12 φαίνονται τρεις αεροτομές, οι οποίες αντιστοιχούν σε τρεις λύσεις του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου EA-Nash-EA του σχήματος 5.11. Τέλος, στο σχήμα 5.13 γίνεται μια σύγκριση του σχήματος δύο αεροτομών. Η αεροτομή αποτελεί λύσεις του EA-Nash-EA με τη μία να είναι η λύση με το μικρότερο συντελεστή αντίστασης, και η άλλη να αποτελεί την λύση με το μεγαλύτερο συντελεστή άνωσης.

Αναμενόμενα, η αεροτομή με τον μικρότερο συντελεστή απωλειών είναι, κατά μέσο όρο, πιο λεπτή ως προς τον άξονα των τεταγμένων (y).

5.4.3 Σύγκριση Δεικτών Υπερόγκου

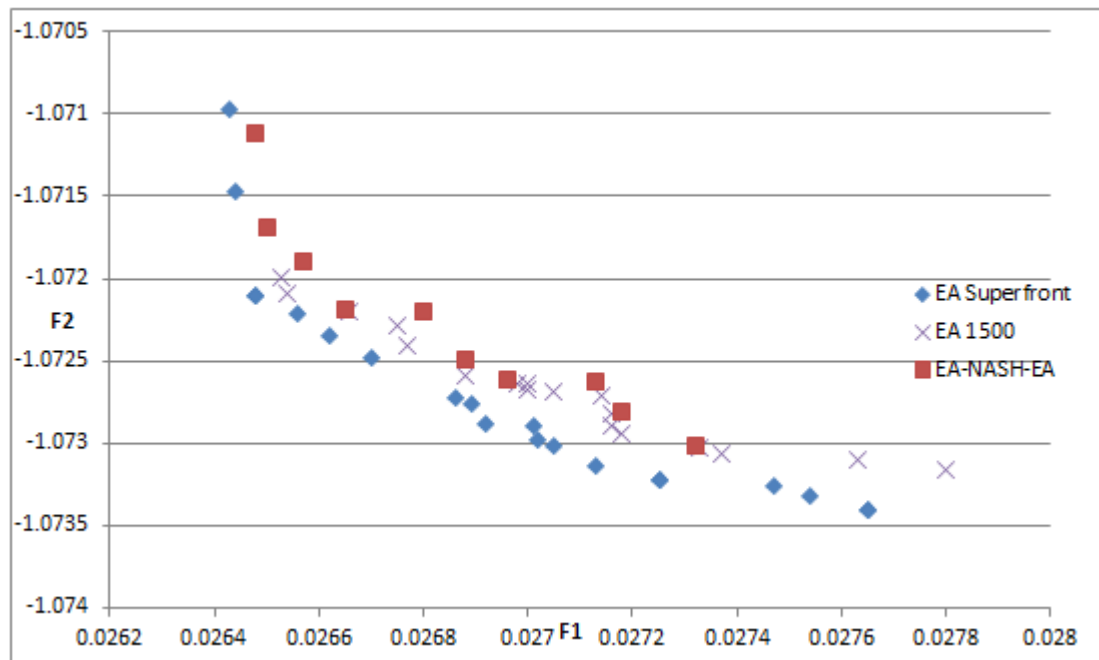
Για τις πέντε αυτές περιπτώσεις υπολογισμού του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων με τη μέθοδο EA-Nash-EA υπολογίστηκε ο ΔΥ.



Σχήμα 5.9: Πρόβλημα AIP1. Δοκιμή της EA-Nash-EA και σύγκριση με EA. Με μπλε ρόμβους φαίνεται το μέτωπο Superfront. Με μπλε × φαίνεται το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων μετά από 1500 αξιολογήσεις. Με καφέ τετράγωνα φαίνονται τα μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων μετά από 860 συνολικά αξιολογήσεις, 360 από το Nash-EA και άλλες 500 από τον EA για MOO.

Πιο συγκεκριμένα, τα μέτωπα με τα οποία γίνεται σύγκριση του ΔΥ, είναι το μέτωπο Superfront και ένα μέτωπο απλού EA για 1500 αξιολογήσεις. Τα διάφορα αυτά μέτωπα φαίνονται στα σχήματα 5.6. Επιπλέον, επιλέχθηκε ως σημείο Ναδάρ στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων το σημείο $(0.028, -1.07)$, τέτοιο ώστε να κυριαρχείται από όλα τα σημεία των μετώπων. Το αποτέλεσμα του ΔΥ πολλαπλασιάστηκε με έναν παράγοντα 10^4 για να μην είναι οι τελικές τιμές υψωμένες σε μεγάλη αρνητική τιμή.

Έτσι υπολογίστηκαν οι τιμές του ΔΥ που φαίνονται στον πίνακα 5.2.



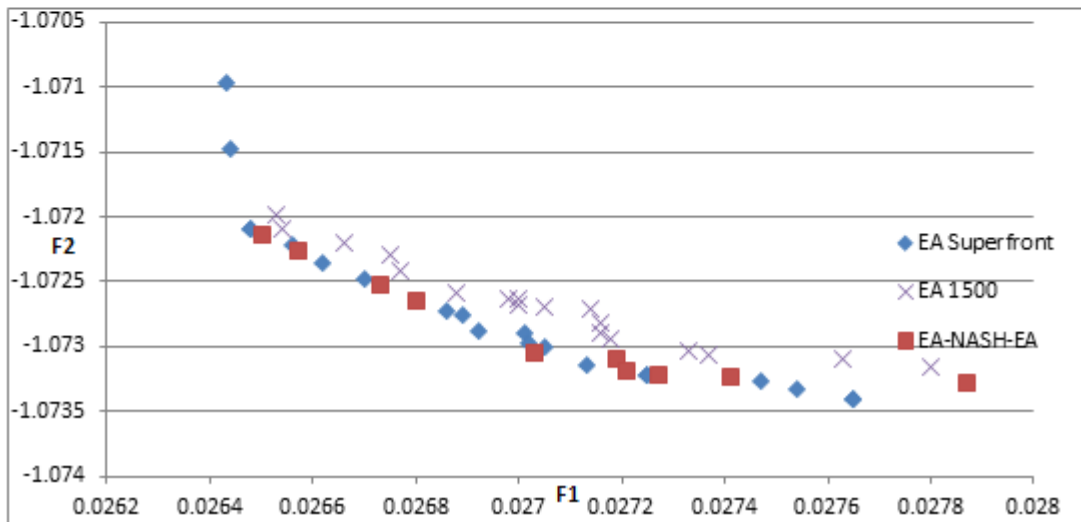
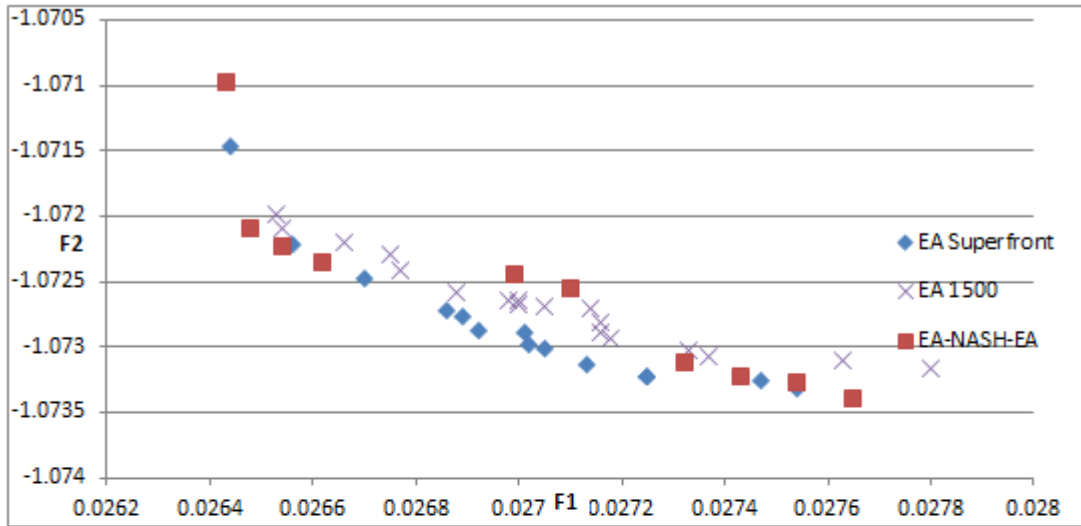
Σχήμα 5.10: Πρόβλημα ΑΠ1. Δοκιμή της EA-Nash-EA και σύγκριση με EA. Σύμβολα όπως στο σχήμα 5.9. Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου EA-Nash-EA με 860 συνολικά αξιολογήσεις.

Μέτωπα λύσεων	Δείκτης Υπερόγκου
<i>EASuperfront</i>	0,0460
<i>EA1500</i>	0,04098
<i>EA – Nash – EA1</i>	0,0418
<i>EA – Nash – EA2</i>	0,0431
<i>EA – Nash – EA3</i>	0,04015
<i>EA – Nash – EA4</i>	0,04302
<i>EA – Nash – EA5</i>	0,0441

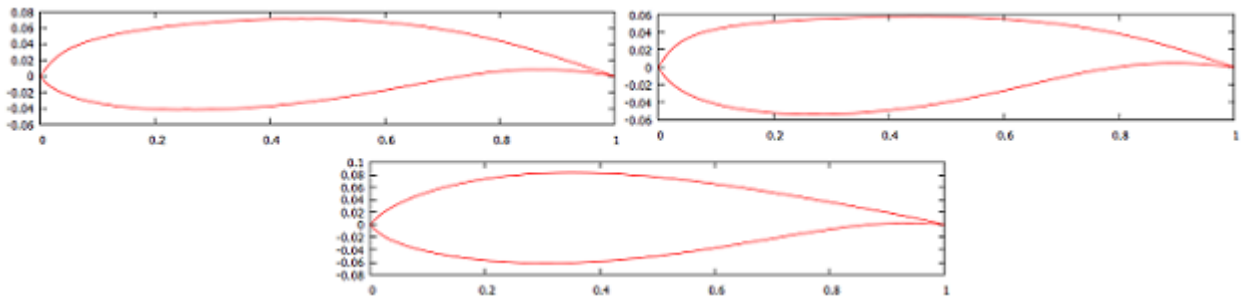
Πίνακας 5.2: Τιμές ΔΥ των μετώπων της EA-Nash-EA και των μετώπων του απλού EA στο βέλτιστο σχεδιασμό αεροτομών συμπιεστή.

Από τις τιμές του ΔΥ στον πίνακα 5.2, φαίνεται ότι στις τέσσερις από τις πέντε περιπτώσεις, τα μέτωπα των μη-κυριαρχούμενων λύσεων που προκύπτουν από τη μέθοδο EA-Nash-EA δίνουν μια καλύτερη τιμή του ΔΥ από αυτήν του μετώπου του EA για MOO για 1500 αξιολογήσεις. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό όσον αφορά την αποτελεσματικότητα της μεθόδου, καθώς αυτή χρειάστηκε λιγότερες από 900 αξιολογήσεις.

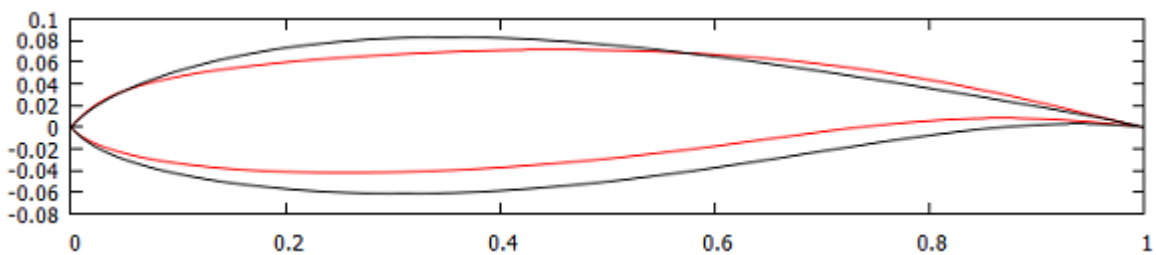
Έτσι αξιοποιώντας περίπου το 60% των αξιολογήσεων η μέθοδος EA-Nash-EA είναι ικανή να βρει ένα μέτωπο πιο κοντά στο μέτωπο Pareto από τον απλό EA.



Σχήμα 5.11: Πρόβλημα ΑΠ1. Δοκιμή της EA-Nash-EA και σύγκριση με EA. Σύμβολα όπως στο σχήμα 5.9. Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου EA-Nash-EA με 860 συνολικά αξιολογήσεις.



Σχήμα 5.12: Πρόβλημα ΑΠ1. Τρεις αεροτομές συμπίεστη που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση με EA–Nash–EA. Αποτελούν τρεις λύσεις του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου, του σχήματος 5.11. Η πάνω αριστερά αεροτομή αποτελεί την αριστερότερη λύση του μετώπου με $\omega_1 = 0,0265$, $\frac{P_2}{P_1} = 1,0721$, $\alpha_2 = 30,51^\circ$. Η πάνω δεξιά αεροτομή αποτελεί την κεντρική (πέμπτη από αριστερά) λύση του μετώπου με $\omega_1 = 0,0270$, $\frac{P_2}{P_1} = 1,0731$, $\alpha_2 = 30,35^\circ$. Η κάτω αεροτομή αποτελεί την δεξιότερη λύση του μετώπου με $\omega_1 = 0,0279$, $\frac{P_2}{P_1} = 1,0733$, $\alpha_2 = 30,2^\circ$ (Χωρίς κλίμακα στους δύο άξονες).



Σχήμα 5.13: Πρόβλημα ΑΠ1. Σύγκριση δύο βελτιστοποιημένων αεροτομών πτέρυγας συμπίεστη του σχήματος 5.11 της μεθόδου EA–Nash–EA. Με κόκκινη–ανοιχτόχρωμη φαίνεται η αεροτομή που αντιστοιχεί στην αριστερότερη λύση του μετώπου. Με μαύρη γραμμή φαίνεται η αεροτομή που αντιστοιχεί στη δεξιότερη λύση του μετώπου.

5.5 Εφαρμογή της Μεθόδου Nash–Pareto (EA–Nash–EA) στο Σχεδιασμό Βέλτιστης Μεμονωμένης Αεροτομής (ΑΠ2)

Η μέθοδος EA–Nash–EA εφαρμόστηκε και σε πρόβλημα σχεδιασμού βέλτιστης μεμονωμένης (isolated) αεροτομής, όπου το λογισμικό αξιολόγησης λύνει τις εξισώσεις Euler στο πεδίο γύρω από την αεροτομή. Τα ζητούμενα προς βελτιστοποίηση είναι η μεγιστοποίηση του συντελεστή άνωσης και η ελαχιστοποίηση του συντελεστή αντίστασης.

Στην εφαρμογή αυτή εφαρμόζεται η μέθοδος EA–Nash–EA και τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων που βρίσκει συγκρίνονται με το μέτωπο Superfront. Όλα τα τρεξίματα της μεθόδου EA–Nash–EA πραγματοποιούν περίπου 450 αξιολογήσεις, με 150 από αυτές για το τμήμα του EA–Nash και 300 για το τμήμα του EA. Το μέτωπο Superfront, σε αυτήν την εφαρμογή, αποτελείται από τις μη-κυριαρχούμενες λύσεις δύο μετώπων απλού EA για 600 και 800 αξιολογήσεις.

Κατά τη διερεύνηση του προβλήματος λαμβάνουν χώρα αρχικά δύο τρεξίματα της μεθόδου EA–Nash, τα οποία παράγουν μια πληθώρα μη-κυριαρχούμενων λύσεων από τις δύο βάσεις δεδομένων. Σε αντίθεση με την εφαρμογή στην αεροτομή πτέρυγας συμπίεστη, όπου η μέθοδος EA–Nash έδινε εξαιρετικά λίγα σημεία για αρχικοποίηση του EA, σε αυτήν την εφαρμογή τα σημεία που προκύπτουν είναι σχεδόν διπλάσια από τον αριθμό των απογόνων μιας γενιάς. Έτσι, ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να επιλέξει το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων με το οποίο θα αρχικοποιήσει τον EA.

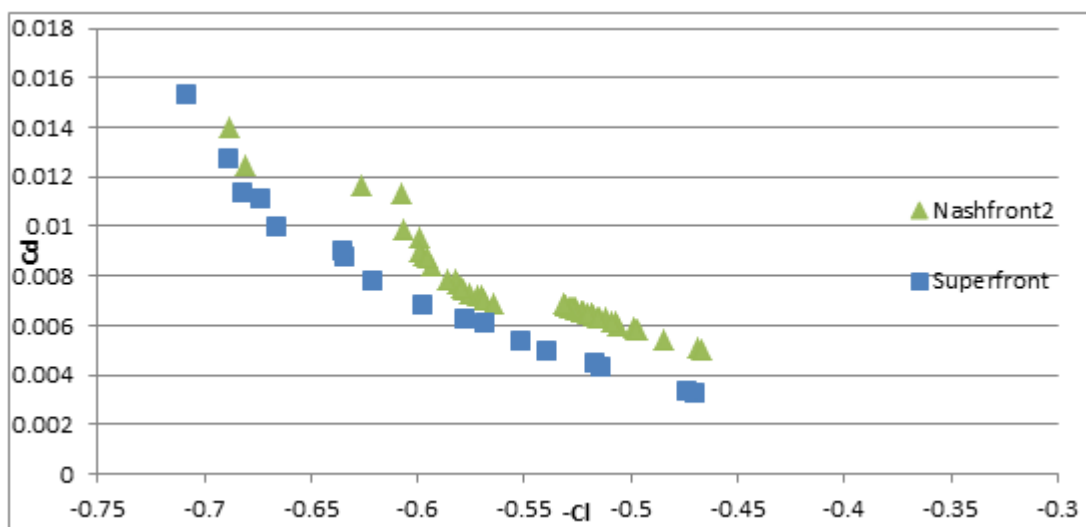
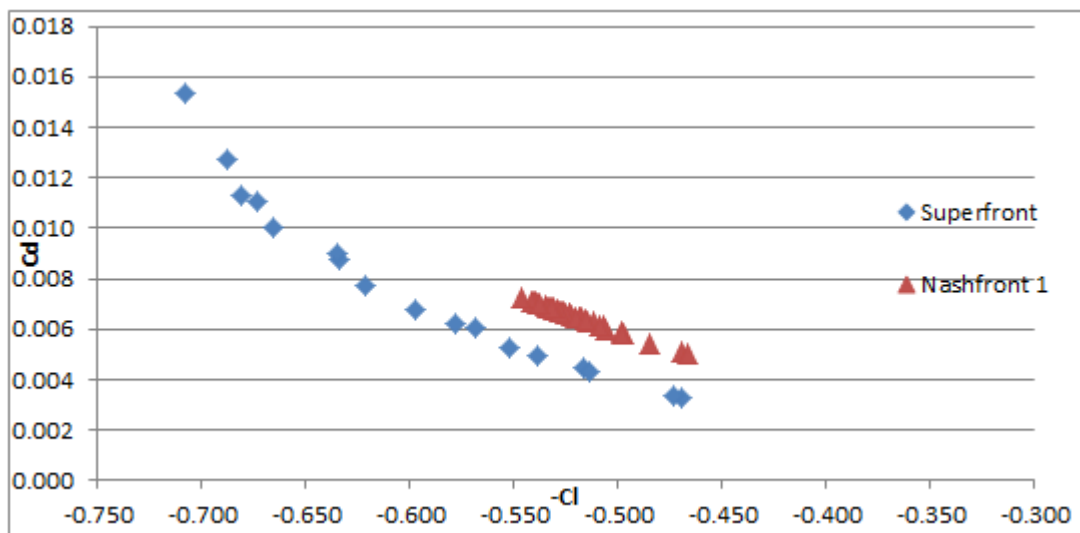
Σε όλα τα τρεξίματα EA για MOO επιλέχθηκε πληθυσμός απογόνων $\lambda = 40$ και γονέων $\mu = 15$. Για την πιθανότητα μετάλλαξης (mutation) και διασταύρωσης (Xover) επιλέχθηκαν οι τιμές 0,02 και 0,95 αντίστοιχα. Επίσης, έλαβε χώρα πραγματική (Real) κωδικοποίηση. Όσον αφορά τη βαθμωτή συνάρτηση κόστους, αυτή προκύπτει με την τεχνική SPEA 2.

Τέλος, για τα τρεξίματα EA–Nash επιλέχθηκαν και για τους 2 Παίχτες πληθυσμός απογόνων $\lambda = 12$ και γονέων $\mu = 6$. Επιπλέον, για την πιθανότητα μετάλλαξης (mutation) και διασταύρωσης (Xover) επιλέχθηκαν οι τιμές 0,08 και 0,95 αντίστοιχα.

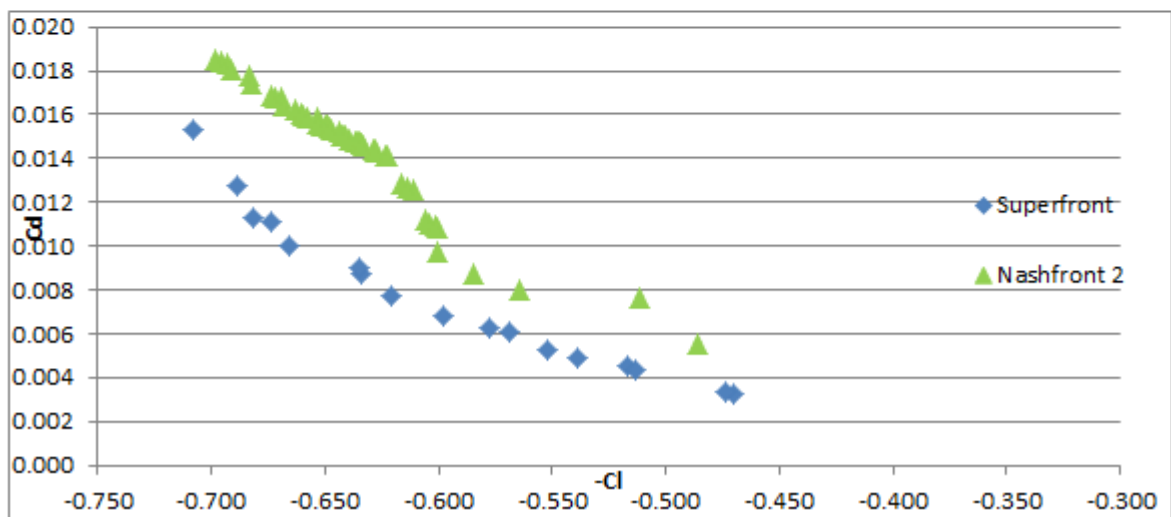
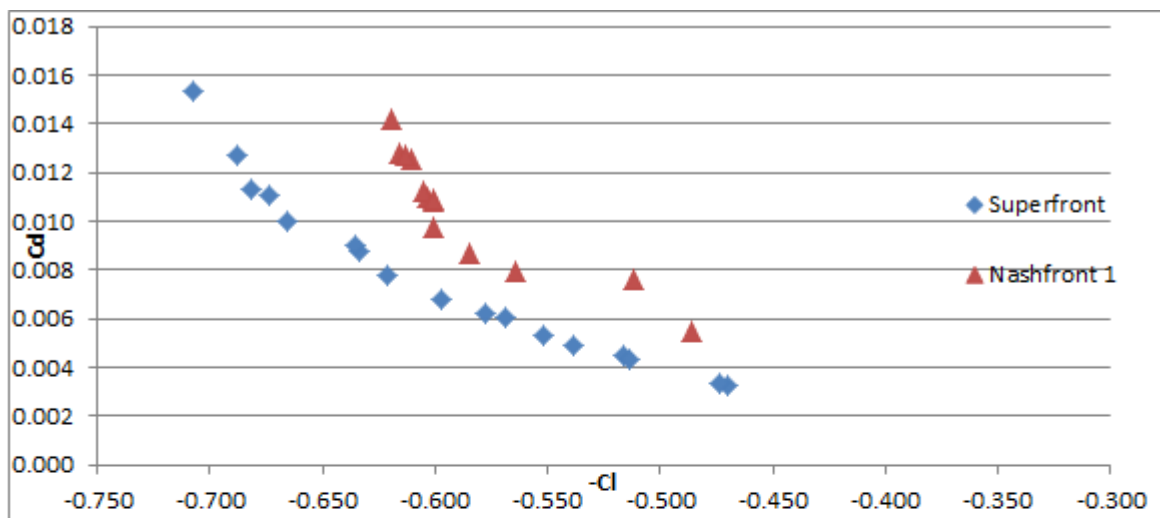
5.5.1 Μέτωπα Αρχικοποίησης Απλού EA

Στα σχήματα 5.14, 5.15 φαίνονται τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων από τις δύο βάσεις δεδομένων της μεθόδου EA–Nash. Από το σύνολο των λύσεων των μετώπων, επιλέγονται οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις, οι οποίες και θα αρχικοποιήσουν τον EA. Όμως, όπως φαίνεται και στα σχήματα, υπάρχουν πολλές μη-κυριαρχούμενες λύσεις υποψήφιες για αρχικοποίηση, περισσότερες από τα 20 άτομα που αποτελούν τους απογόνους μιας γενιάς και που απαιτούνται για αρχικοποίηση.

Στα σχήματα φαίνεται επίσης και το μέτωπο Superfront ώστε να είναι δυνατόν να γίνει μία πρώτη εκτίμηση της ποιότητας των μετώπων από τις δύο βάσεις δεδομένων.



Σχήμα 5.14: Πρόβλημα ΑΠ2. Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων για αρχικοποίηση, όπως προκύπτουν από την μέθοδο EA-Nash-EA, βέλτιστου σχεδιασμού αεροτομής για 80 αξιολογήσεις (πάνω) και 150 αξιολογήσεις (κάτω). Με μπλε ρόμβους φαίνεται το μέτωπο Superfront. Με τρίγωνα φαίνονται το μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων από τις βάσεις δεδομένων, με το κάτω διάγραμμα να περιέχει το μέτωπο της δεύτερης βάσης δεδομένων (db_2), ενώ στο πάνω διάγραμμα φαίνεται τα μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της πρώτης βάσης δεδομένων (db_1).



Σχήμα 5.15: Πρόβλημα ΑΠ2. Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων για αρχικοποίηση, όπως προκύπτουν από την μέθοδο EA-Nash-EA, για σχεδιασμού βέλτιστης αεροτομής με 80 αξιολογήσεις (πάνω) και 150 αξιολογήσεις (κάτω). Σύμβολα όπως στο σχήμα 5.14. Το κάτω διάγραμμα να περιέχει το μέτωπο της δεύτερης βάσης δεδομένων (db_2), ενώ το πάνω περιέχει το μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της πρώτης βάσης δεδομένων (db_1).

5.5.2 Σύγκριση αποτελεσμάτων EA-Nash-EA

Τα αποτελέσματα της μεθόδου EA-Nash-EA φαίνονται στα σχήματα 5.16, 5.17 και 5.18. Τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων που βρέθηκαν συγκρίνονται με το μέτωπο Superfront.

Στα σχήματα φαίνεται, επίσης, και το μέτωπο αρχικοποίησης του απλού EA (πάνω), καθώς και το τελικό μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων που προκύπτει από τη μέθοδο

EA–Nash–EA (κάτω). Επιπλέον, τα σχήματα 5.16 και 5.17 χρησιμοποιούν για αρχικοποίησης κάποια από τα μη-κυριαρχούμενα σημεία των μετώπων του σχήματος 5.14. Ομοίως, στο σχήμα 5.18 χρησιμοποιούνται ως αντίστοιχα σημεία αρχικοποίησης κάποια από τα μη-κυριαρχούμενα σημεία του σχήματος 5.15.

Τα μέτωπα της μεθόδου EA–Nash–EA πραγματοποιούν συνολικά γύρω στις 450 αξιολογήσεις. Από αυτές περίπου οι 150 πραγματοποιούνται από τον αλγόριθμο EA–Nash ώστε να βρεθούν λύσεις για αρχικοποίηση του απλού EA. Οι υπόλοιπες 300 αξιολογήσεις πραγματοποιούνται από τον απλό EA. Όπως φαίνεται στα σχήματα 5.16, 5.17 και 5.18 όλα τα μέτωπα της μεθόδου περιέχουν λύσεις, οι οποίες ή απλώς δεν κυριαρχούνται από κάποια λύση ή ακόμα και κυριαρχούν σε κάποιες λύσεις του Superfront.

Επιπλέον, το βασικότερο χαρακτηριστικό των αποτελεσμάτων, είναι το πόσο πιο απλωμένο είναι το τελικό μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου EA–Nash–EA. Αυτό είναι ένα πάρα πολύ σημαντικό χαρακτηριστικό που ζητείται από ένα καλό μέτωπο, καθώς έτσι αυξάνεται η ποικιλομορφία των λύσεων και συνάμα οι επιλογές που είναι διαθέσιμες από τον μηχανικό.

Στη συνέχεια, στο σχήμα 5.19 φαίνονται τρεις αεροτομές, οι οποίες αντιστοιχούν σε τρεις λύσεις του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων, της μεθόδου EA–Nash–EA, του σχήματος 5.18. Στη συνέχεια, στο σχήμα 5.20 γίνεται μια σύγκριση του σχήματος δύο αεροτομών. Η αεροτομές αποτελούν λύσεις του EA–Nash–EA με τη μία να είναι η λύση με το μικρότερο συντελεστή αντίστασης, και η άλλη να αποτελεί την λύση με το μεγαλύτερο συντελεστή άνωσης.

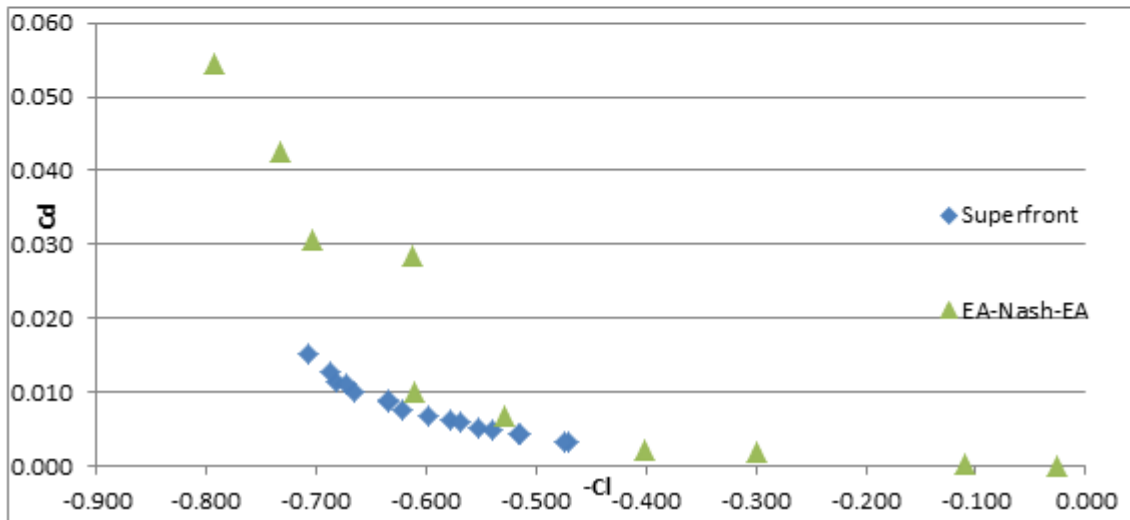
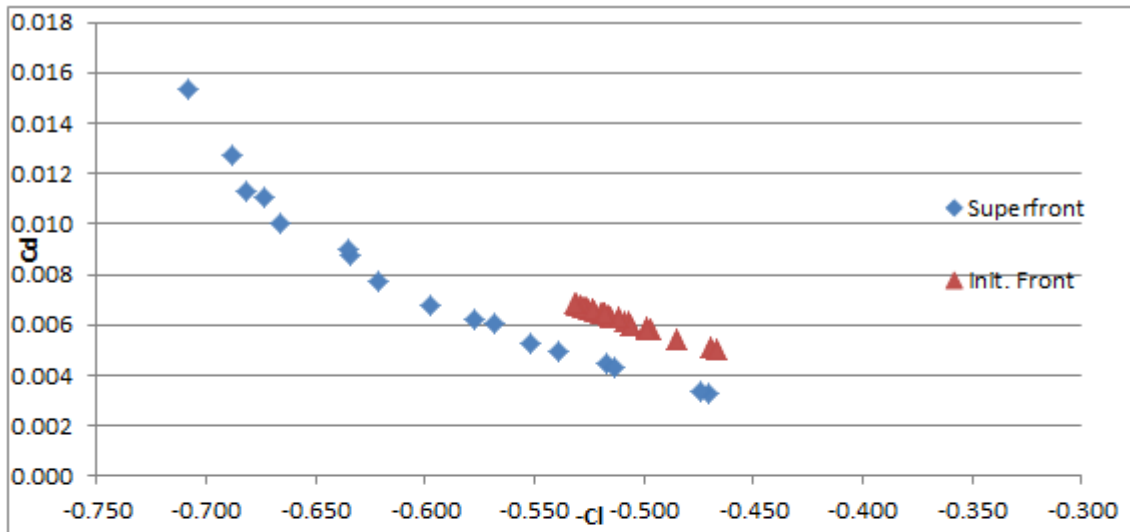
Αναμενόμενα, όπως και στη προηγούμενη αεροδυναμική εφαρμογή, η αεροτομή με τον μικρότερο συντελεστή αντίστασης είναι, κατά μέσο όρο, πιο λεπτή ως προς τον άξονα των τεταγμένων (y).

Τέλος, στο σχήμα 5.21 φαίνεται το πεδίο ροής της πίεσης γύρω από μία αεροτομή του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου EA–Nash–EA του σχήματος 5.18. Όπως είναι αναμενόμενο, η πίεση στη πλευρά υπερπίεσης φαίνεται να έχει μέση τιμή μεγαλύτερη από τη μέση τιμή στη πλευρά υποπίεσης. Στη διαφορά αυτή οφείλεται η δύναμη άνωσης που ασκείται από το ρευστό στην αεροτομή.

5.5.3 Σύγκριση Δεικτών Υπερόγκου

Για τις τρεις αυτές περιπτώσεις υπολογισμού των μετώπων μη-κυριαρχούμενων λύσεων με τη μέθοδο EA–Nash–EA υπολογίστηκε ο $\Delta\Upsilon$ ώστε να υπάρχει ένα ποσοτικοποιημένο μέγεθος σύγκρισης των μετώπων αυτών, με τα μέτωπα του απλού EA.

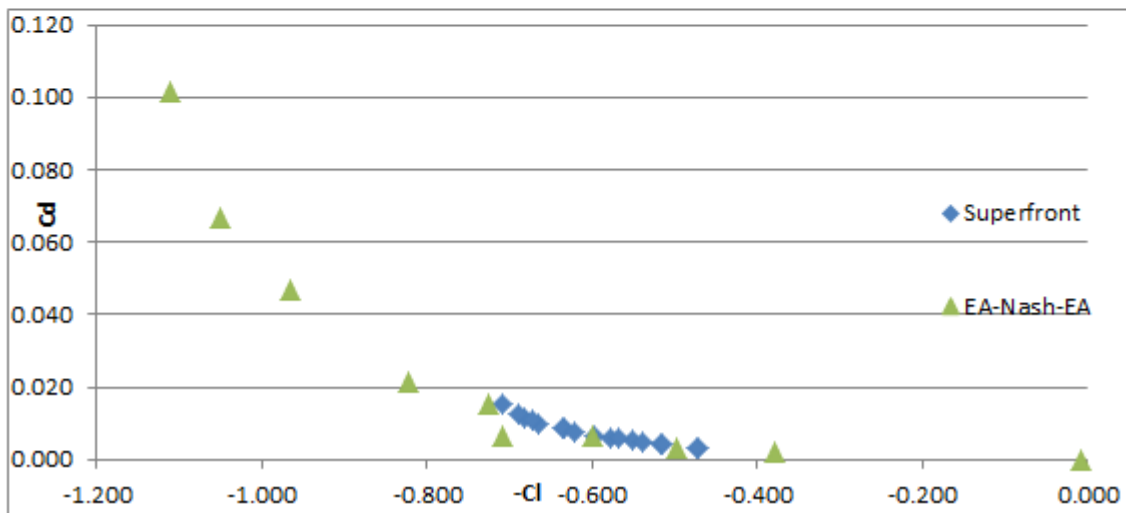
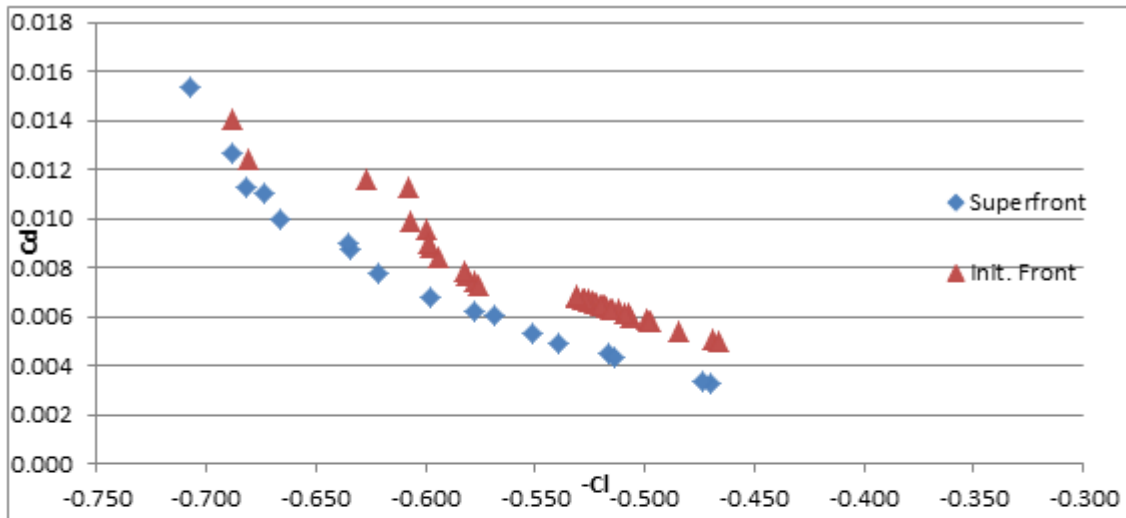
Πιο συγκεκριμένα, το μέτωπο EA με τα οποία γίνεται σύγκριση $\Delta\Upsilon$, είναι το μέτωπο Superfront. Επιπλέον, επιλέγεται ως σημείο Ναδέρ στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων το σημείο $(0, 0.12)$ τέτοιο ώστε να κυριαρχείται από όλα τα σημεία των μετώπων.



Σχήμα 5.16: Πρόβλημα AP2. Δοκιμή EA-Nash-EA και σύγκριση με EA. Πάνω: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων για αρχικοποίηση απλού EA. Με μπλε ρόμβους φαίνεται το μέτωπο Superfront. Με πράσινα τρήγωνα το μέτωπο για αρχικοποίηση το οποίο αποτελείται από κάποιες μη-κυριαρχούμενες λύσεις των μετώπων της πρώτης και της δεύτερης βάσης δεδομένων του σχήματος 5.14. Κάτω: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου EA-Nash-EA για 450 συνολικά αξιολογήσεις. Με μπλε ρόμβους φαίνεται το μέτωπο Superfront. Με πράσινα τρήγωνα φαίνεται το μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων μετά από 150 αξιολογήσεις του EA-Nash και άλλες 300 αξιολογήσεις του απλού EA.

Έτσι υπολογίστηκαν οι ΔΥ που φαίνονται στον πίνακα 5.3.

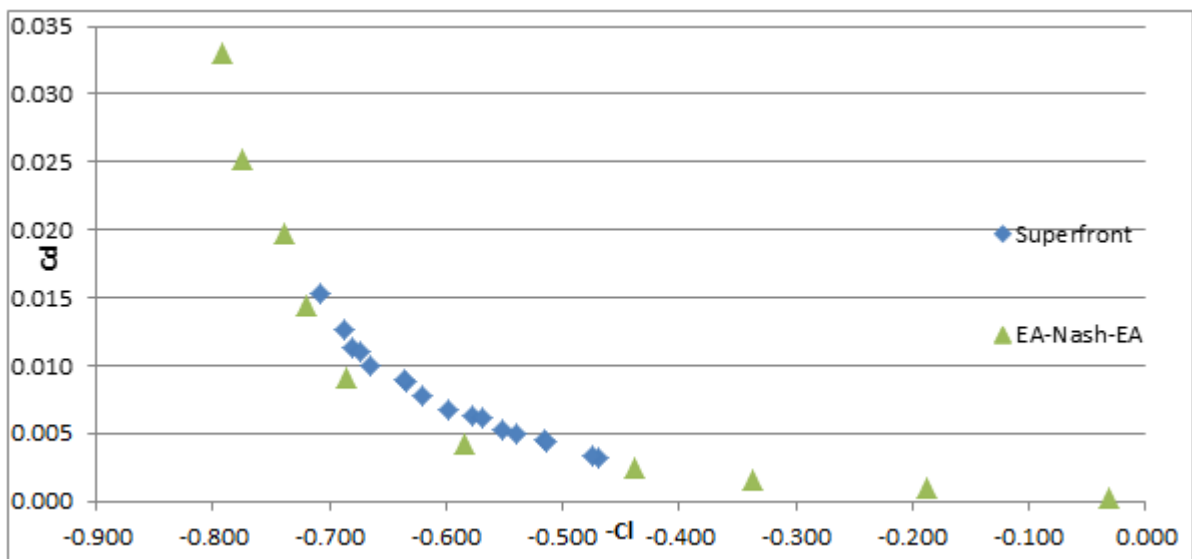
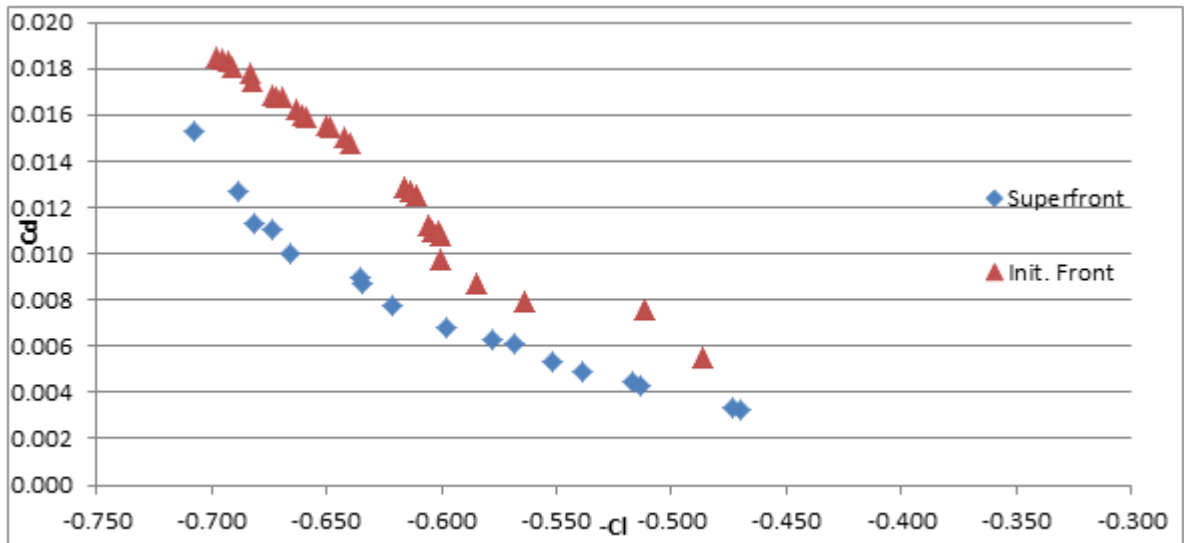
Από τις παραπάνω τιμές του ΔΥ φαίνεται η καθαρή υπεροχή των μετώπων της μεθόδου EA-Nash-EA έναντι του μετώπου Superfront. Επιπλέον, τα αποτελέσματα



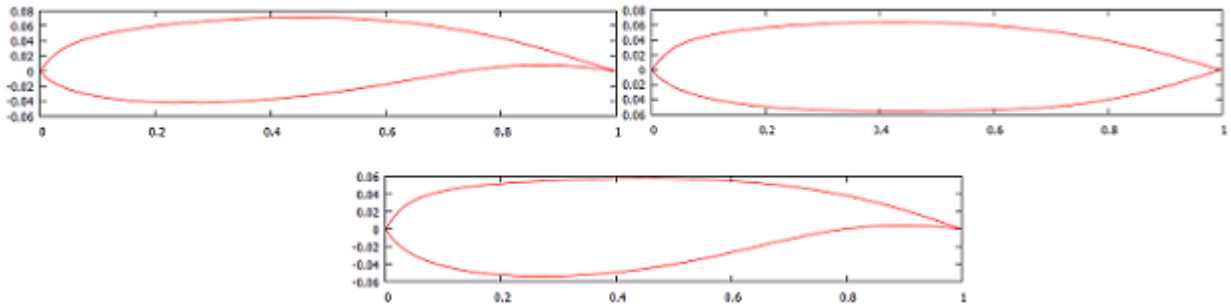
Σχήμα 5.17: Πρόβλημα AP2. Δοκιμή EA-Nash-EA και σύγκριση με EA. Πάνω: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων για αρχικοποίηση απλού EA. Με μπλε ρόμβους φαίνεται το μέτωπο Superfront. Με πράσινα τρίγωνα φαίνεται το μέτωπο για αρχικοποίηση του EA, το οποίο αποτελείται από κάποιες μη-κυριαρχούμενες λύσεις των μετώπων της πρώτης και της δεύτερης βάσης δεδομένων 5.14.

Κάτω: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου EA-Nash-EA για 450 συνολικά αξιολογήσεις. Με μπλε ρόμβους φαίνεται το μέτωπο Superfront. Με πράσινα τρίγωνα φαίνεται το μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων μετά από 150 αξιολογήσεις του EA-Nash και άλλες 300 αξιολογήσεις του απλό EA.

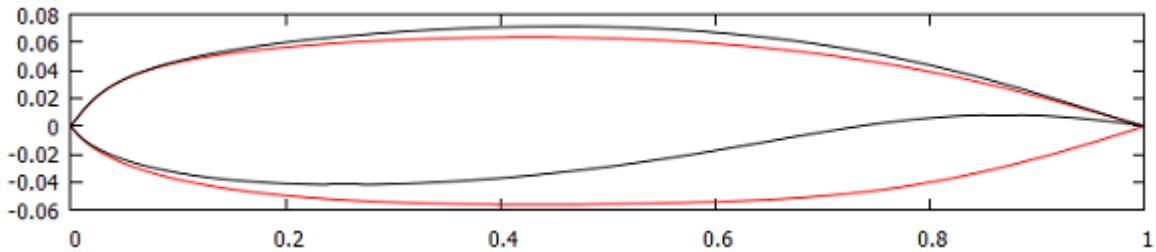
προκύπτουν με αξιοποίηση πολύ λιγότερων αξιολογήσεων (450) σε σχέση με το Superfront το οποίο απαιτεί συνολικά $600+800=1400$ αξιολογήσεις. Η μέθοδος βρίσκει, δηλαδή, μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων που απέχουν λιγότερο από το μέτωπο Pareto στο 30% του συνολικού υπολογιστικού χρόνου.



Σχήμα 5.18: Πρόβλημα AP2. Δοκιμή EA-Nash-EA και σύγκριση με EA. Πάνω: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων για αρχικοποίηση απλού EA. Με μπλε ρόμβους φαίνεται το μέτωπο Superfront. Με πράσινα τρίγωνα το μέτωπο για αρχικοποίηση το οποίο αποτελείται από κάποιες μη-κυριαρχούμενες λύσεις των μετώπων της πρώτης και της δεύτερης βάσης δεδομένων του σχήματος 5.15. Κάτω: Μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου EA-Nash-EA με 450 συνολικά αξιολογήσεις. Με μπλε ρόμβους φαίνεται το μέτωπο Superfront. Με πράσινα τρίγωνα φαίνεται το μέτωπο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων μετά από 150 αξιολογήσεις του EA-Nash και 300 αξιολογήσεις του απλό EA.



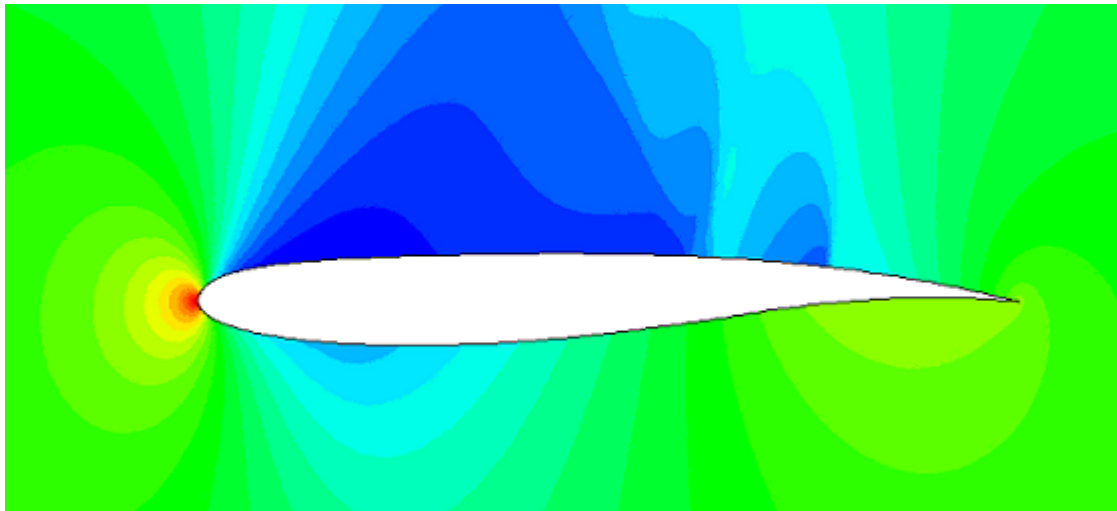
Σχήμα 5.19: Πρόβλημα ΑΠ2. Τρεις μεμονωμένες αεροτομές που προέκυψαν από τη βελτιστοποίηση με *EA-Nash-EA*. Αποτελούν τρεις λύσεις του μετώπου μη-κυριαρχούμενων λύσεων της μεθόδου, του σχήματος 5.18. Η πάνω αριστερά αεροτομή αποτελεί την αριστερότερη λύση του μετώπου και δίνει $C_l = 0,79, C_d = 0,033$. Η πάνω δεξιά αεροτομή αποτελεί την δεξιότερη λύση του μετώπου και δίνει $C_l = 0,031, C_d = 0,00025$. Η κάτω αεροτομή αποτελεί μία κεντρική (πέμπτη από δεξιά) λύση του μετώπου και δίνει $C_l = 0,58, C_d = 0,0042$.



Σχήμα 5.20: Πρόβλημα ΑΠ2. Σύγκριση δύο βελτιστοποιημένων μεμονωμένων αεροτομών του σχήματος 5.18 της μεθόδου *EA-Nash-EA*. Με κόκκινους-ανοιχτόχρωμη γραμμή φαίνεται η αεροτομή που αντιστοιχεί στην αριστερότερη λύση του μετώπου. Με μαύρη γραμμή φαίνεται η αεροτομή που αντιστοιχεί στη δεξιότερη λύση του μετώπου.

Μέτωπα λύσεων	Δείκτης Υπερόγκου
<i>EASuperfront</i>	0,0816
<i>EA - Nash - EA1</i>	0,0855
<i>EA - Nash - EA2</i>	0,1099
<i>EA - Nash - EA3</i>	0,0905

Πίνακας 5.3: Πρόβλημα ΑΠ2. Τιμές $\Delta\gamma$ των μετώπων της *EA-Nash-EA* και των μετώπων του απλού *EA* στο δεύτερο πρόβλημα βέλτιστου σχεδιασμού αεροτομών.



Σχήμα 5.21: Πρόβλημα ΑΠ2. Το πεδίο της πίεσης γύρω από την μεμονωμένη αεροτομή που αντιστοιχεί στην πέμπτη από δεξιά λύση του μετώπου EA-Nash-EA του σχήματος 5.18 .

Κεφάλαιο 6

Ανακεφαλαίωση—Συμπεράσματα

6.1 Ανακεφαλαίωση

Ο στόχος μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι η σταδιακή βελτίωση των υπάρχουσών λύσεων, με τελικό στόχο την εύρεση της βέλτιστης λύσης σε προβλήματα ενός στόχου, ή των βέλτιστων λύσεων σε προβλήματα πολλών στόχων. Επιπλέον, σήμερα υπάρχει η ανάγκη να λύνονται προβλήματα βελτιστοποίησης στη βιομηχανία, για τα οποία, με τις υπάρχουσες μεθόδους και υποδομή, ο υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται τα καθιστά απαγορευτικά για τον μηχανικό. Γι' αυτό το λόγο, υπάρχει σήμερα η ανάγκη ανάπτυξης νέων μεθόδων, οι οποίες θα βελτιώνουν τις λύσεις, φτάνοντας τελικά στη βέλτιστη όσον το δυνατό πιο γρήγορα. Ζητείται δηλαδή, η βελτίωση των ίδιων των μεθόδων βελτιστοποίησης. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με παραλλαγές των κλασικών, αλλά καθόλα αξιόπιστων μεθόδων βελτιστοποίησης όπως οι ΕΑ, οι οποίοι ναι μεν πλεονεχτούν έναντι άλλων μεθόδων καθώς χειρίζονται πληθυσμούς και όχι μεμονωμένες λύσεις, αλλά απαιτούν μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων για να δώσουν τη βέλτιστη λύση. Αυτό, σε πολλά προβλήματα σχεδιασμού, στα οποία η αξιολόγηση μιας λύσης έχει αυξημένο υπολογιστικό κόστος, είναι σχεδόν ασύμφορο. Έτσι η παρούσα διπλωματική εργασία είχε ως στόχο την ανάπτυξη μεθόδων βελτιστοποίησης, οι οποίες βασίζονται στους απλούς ΕΑ, αλλά υπερτερούν ως προς κάποια χαρακτηριστικά.

Αρχικά, αναπτύσσεται η μέθοδος ΕΑ–Nash, που βρίσκει εφαρμογή σε προβλήματα βελτιστοποίησης δύο στόχων, η οποία βασίζεται στον απλό ΕΑ και στο σημείο ισορροπίας κατά Nash. Η μέθοδος αυτή, έρχεται σε αντίθεση με την πολυκριτηριακή βελτιστοποίηση του ΕΑ και την εύρεση μετώπου λύσεων, καθώς αποτελεί ένα μη–συνεργατικό παίγνιο ανάμεσα στους παίκτες που βελτιστοποιούν ως προς τα κριτήρια του προβλήματος.

Η μέθοδος ΕΑ–Nash εφαρμόστηκε σε τρία προβλήματα βελτιστοποίησης, από τα οποία τα δύο αποτελούν μαθηματικά προβλήματα και το άλλο αποτελεί κλασικό πρόβλημα σχεδιασμού βέλτιστης αεροτομής. Σκοπός ήταν να αποδειχθεί η αποτελεσματικότητά

της μεθόδου στις εφαρμογές αυτές αλλά και να εξαχθούν συμπεράσματα σχετικά με το τρόπο που συμπεριφέρεται, ανάλογα με τις επιλογές που κάνει ο χρήστης.

Στη συνέχεια, αναπτύχθηκε και εφαρμόστηκε μια παραλλαγή της μεθόδου EA-Nash οι οποία εφαρμόστηκε σε αυτά τα 3 προβλήματα και σε άλλο ένα πρόβλημα σχεδιασμού βέλτιστης αεροτομής.

Στο δεύτερο τμήμα της διπλωματικής εργασίας αναπτύχθηκε μία υβριδική μέθοδος, η Nash-Pareto (EA-Nash-EA), η οποία είναι στην ουσία ένας συνδυασμός των μεθόδων EA-Nash με κατά Pareto EA. Κατά τη μέθοδο αυτή, λαμβάνει χώρα αρχικά μια βελτιστοποίηση με την παραλλαγή της EA-Nash ενώ, στη συνέχεια, οι καλύτερες λύσεις που έχουν βρεθεί χρησιμοποιούνται για να αρχικοποιήσουν έναν Pareto EA. Γίνεται σαφές ο λόγος που οδήγησε στην ανάπτυξη της μεθόδου, ενώ αυτή εφαρμόζεται σε τρία προβλήματα βελτιστοποίησης, ένα μαθηματικό και δύο προβλήματα βέλτιστου σχεδιασμού αεροτομής. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα, ενώ λαμβάνει χώρα και μία σύγκριση, και στα τρία προβλήματα, με τ' αντίστοιχα αποτελέσματα για βελτιστοποίηση με απλό EA.

6.2 Συμπεράσματα

Τα συμπεράσματα που μπορούν εξαχθούν στην παρούσα διπλωματική εργασία, αφορούν τις τρεις μεθόδους που αναπτύχθηκαν και μελετήθηκαν, την EA-Nash, την παραλλαγή της EA-Nash και την EA-Nash-EA. Η EA-Nash είναι μια μέθοδος μη-συνεργατικής βελτιστοποίησης που υπολογίζει το ΣΙΝ σε ένα πρόβλημα. Οι Παίκτες βελτιστοποιούν ταυτόχρονα ως προς το κριτήριό τους τις μεταβλητές σχεδιασμού που χείζονται, και τις ανταλλάσσουν όταν ουδείς μπορεί να βελτιστοποιήσει περαιτέρω. Στην παραλλαγή της EA-Nash λαμβάνει χώρα σειριακή βελτιστοποίηση από τους Παίκτες, ενώ υπάρχει κριτήριο τερματισμού, που είναι ο αριθμός των συνολικών ανταλλαγών ανάμεσα στους Παίκτες. Τέλος, η μέθοδος EA-Nash-EA αποτελεί ένα συνδυασμό της παραλλαγής της EA-Nash και του EA. Η παραλλαγή της EA-Nash πραγματοποιεί τις αρχικές αξιολογήσεις της βελτιστοποίησης και με τα αποτελέσματα που προκύπτουν αρχικοποιεί τον EA, ο οποίος συνεχίζει τη διαδικασία της βελτιστοποίησης.

6.2.1 EA-Nash

Τα συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν από την παρούσα διπλωματική εργασία, για τη μέθοδο EA-Nash αλλά και για την παραλλαγή της είναι τα εξής:

- Η EA-Nash έχει το μειονέκτημα ότι δεν βρίσκει μέτωπα λύσεων σε αντίθεση με τον απλό EA, αλλά μία λύση, η οποία ενδέχεται να βρίσκεται κοντά στο μέτωπο Pareto. Επιπλέον, το υπολογιστικό κόστος για την εύρεση το ΣΙΝ, στα προβλήματα που εφαρμόστηκε είναι μεγάλο, και μερικές φορές μεγαλύτερο από

αυτό του απλού ΕΑ για να εντοπίσει μέτωπο λύσεων αντίστοιχης ποιότητας με το ΣΙΝ.

Η παραλλαγή της ΕΑ–Nash που αναπτύχθηκε έδειξε, ότι μπορεί να είναι πολύ πιο “οικονομική” όσον αφορά τον υπολογιστικό χρόνο από τον απλό ΕΑ. Ειδικότερα, και στα τρία προβλήματα που εφαρμόζεται, φαίνεται ότι η μέθοδος είναι ικανή με λιγότερες απ’ τις μισές αξιολογήσεις, να βρει μια λύση αντίστοιχης ποιότητας με αυτές του τελικού μετώπου του απλού ΕΑ.

- Στο μαθηματικό πρόβλημα, έγινε φανερός ο τρόπος που επηρεάζεται η ποιότητα της τελικής λύσης της μεθόδου από τον τρόπο χωρισμού των μεταβλητών σχεδιασμού ανάμεσα στους Παίχτες. Έγινε φανερό ότι ο διαφορετικός χωρισμός μεταβλητών οδηγεί σε διαφορετικές τελικές λύσεις της μεθόδου, με κάποιους χωρισμούς να καταλήγουν σε γενικά καλύτερες λύσεις από άλλους. Ειδικότερα, στο μαθηματικό πρόβλημα που οι μαθηματικές συναρτήσεις–στόχοι που το διέπουν είναι αναλυτικά γνωστοί, ένας “λογικός” τρόπος χωρισμού των μεταβλητών στους Παίχτες ανάλογα με το πως φαίνεται να τους επηρεάζουν, έχει σαφώς καλύτερη τελική λύση από έναν τυχαίο χωρισμό.
- Στην πρώτη αεροδυναμική εφαρμογή στην ΕΑ–Nash και στην παραλλαγή της φάνηκε ότι αρχικός χωρισμός των μεταβλητών σχεδιασμού στους Παίχτες επηρεάζει τη θέση της τελικής λύσης στο χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων.
- Στην πρώτη αεροδυναμική εφαρμογή, όσον αφορά την παραλλαγή της ΕΑ–Nash γίνεται φανερή η σχέση μεταξύ του συνολικού αριθμού γενιών (δηλαδή αξιολογήσεων) που λαμβάνει χώρα πριν την ανταλλαγή μεταβλητών μεταξύ των παικτών, με την ποιότητα της λύσης. Πιο συγκεκριμένα, φαίνεται ότι, στο συγκεκριμένο πρόβλημα, όσο περισσότερες γενιές–αξιολογήσεις γίνουν από κάθε Παίκτη πριν την ανταλλαγή τόσο καλύτερη θα είναι η τελική λύση. Επιπλέον, φαίνεται ότι για λίγες αξιολογήσεις ανά ανταλλαγή, ακόμα και για πολλές συνολικές αξιολογήσεις (δηλαδή πολλές ανταλλαγές), η τελική λύση δεν θα είναι αντίστοιχης ποιότητας με άλλες λύσεις της μεθόδου για ίδιο αριθμό αξιολογήσεων.
- Φαίνεται ότι ο βέλτιστος αριθμός ανταλλαγών μεταβλητών της παραλλαγής της μεθόδου ΕΑ–Nash, δεδομένου ότι υπάρχει ένας επαρκής αριθμός αξιολογήσεων ανά ανταλλαγή, είναι, στο συγκεκριμένο πρόβλημα, περίπου τρεις. Αυτό προκύπτει, καθώς στα περισσότερα τρεξίματα έχουν βρεθεί οι τελικές λύσεις μετά από τρεις ανταλλαγές μεταβλητών σχεδιασμού ανάμεσα στους Παίχτες. Έτσι, τις περισσότερες φορές μετά τις τρεις ανταλλαγές έχει βρεθεί η τελική λύση και η τιμή της δεν μεταβάλλεται. Αυτό βέβαια συμβαίνει για τη περίπτωση που η αρχικοποίηση της γεννήτριας τυχαίων αριθμών παραμένει σταθερή σε κάθε βελτιστοποίηση που πραγματοποιούν οι Παίχτες.

6.2.2 Nash–Pareto

Τα συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν από την παρούσα διπλωματική εργασία, για τη μέθοδο Nash–Pareto είναι τα εξής:

- Η μέθοδος Nash–Pareto, στα τρία προβλήματα που εφαρμόζεται βρίσκει πολύ καλά μέτωπα λύσεων, ενώ είναι ιδιαίτερα “οικονομική” σε υπολογιστικό χρόνο. Πιο συγκεκριμένα στο μαθηματικό πρόβλημα βελτιστοποίησης, η μέθοδος με 650 αξιολογήσεις βρίσκει ένα μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων, με μια καλύτερη τιμή του δείκτη υπερόγκου, από το μέσο μέτωπο του απλού ΕΑ για 700 αξιολογήσεις.

Στη πρώτη αεροδυναμική εφαρμογή, δοκιμάστηκε η μέθοδος πέντε φορές αξιοποιώντας, συνολικά, περίπου 860 αξιολογήσεις ανά τρέξιμο. Στις τέσσερις από τις πέντε φορές, δηλαδή στο 80% των περιπτώσεων, η μέθοδος βρήκε ένα μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων σημαντικά καλύτερο ως προς την τιμή του δείκτη υπερόγκου από ένα μέτωπο απλού ΕΑ για 1500 αξιολογήσεις. Δηλαδή στο 60% του συνολικού υπολογιστικού χρόνου η μέθοδος βρήκε ένα καλύτερο μέτωπο.

Τέλος, στη δεύτερη αεροδυναμική εφαρμογή, η μέθοδος δοκιμάστηκε τρεις φορές. Τα μέτωπα μη-κυριαρχούμενων λύσεων που βρέθηκαν συγκρίθηκαν με ένα μέτωπο ,το οποίο αποτελείται από το σύνολο των μη-κυριαρχούμενων λύσεων ενός τρεξίματος για 600 και ενός για 800 αξιολογήσεις απλού ΕΑ. Σε αυτήν την εφαρμογή, τα μέτωπα της μεθόδου έχουν το χαρακτηριστικό ότι είναι ιδιαίτερα πιο απλωμένα από το μέτωπο με τα οποία συγκρίνονται, προσφέροντας μεγαλύτερη ποικιλομορφία λύσεων. Τέλος, και ο δείκτης υπερόγκου των μετώπων της μεθόδου έχει αρκετά καλύτερη τιμή.

- Στη δεύτερη αεροδυναμική εφαρμογή υπάρχει η δυνατότητα επιλογής διαφορετικών λύσεων για αρχικοποίηση του ΕΑ. Έτσι, γίνεται μια πρώτη μελέτη πώς η επιλογή διαφορετικών ατόμων για αρχικοποίηση του απλού ΕΑ μπορεί να επηρεάσει το τελικό του μέτωπο μη-κυριαρχούμενων λύσεων.

6.3 Ιδέες για Μελλοντική Έρευνα

Ολοκληρώνοντας την παρούσα διπλωματική εργασία αξίζει να επισημανθούν κάποιες προτάσεις για μελλοντική έρευνα και μελέτη αξιοποιώντας και βελτιώνοντας τις μεθόδους που αναπτύχθηκαν.

Ειδικότερα, η μέθοδος Nash–Pareto θα μπορούσε να εφαρμοστεί σε περισσότερα προβλήματα, όχι κατ’ ανάγκη αεροδυναμικής, ώστε να καταγραφεί ακόμα περισσότερο η συμπεριφορά της και τα πλεονεκτήματά της έναντι του “παραδοσιακό” ΕΑ.

Επιπλέον, σε εφαρμογές που οι μη-κυριαρχούμενες λύσεις που προκύπτουν από τις δύο βάσεις δεδομένων της ΕΑ–Nash είναι περισσότερες από τον αριθμό των απογόνων,

θα μπορούσε να γίνει μία μελέτη σχετικά με το ποια άτομα από τις λύσεις αυτές θα ήταν καλύτερο να αρχικοποιήσουν τον EA, δίνοντας ίσως περισσότερο έμφαση στην αρχικοποίηση από άτομα που είναι όσον το δυνατόν πιο απλωμένα στον χώρο των αντικειμενικών συναρτήσεων.

Όσον αφορά τη μέθοδο EA-Nash, είναι δυνατό να βελτιωθεί σημαντικά ως προς την ποιότητα της τελικής λύσης αλλά και ως προς τη δυνατότητα κατεύθυνσής της προς μια συγκεκριμένη θέση του χώρου αντικειμενικών συναρτήσεων, αν με κάποιο μεθοδευμένο και συστηματικό τρόπο ο χρήστης αποκτά κάποια πληροφορία σχετικά με το ποιες μεταβλητές σχεδιασμού επηρεάζουν περισσότερο τις συναρτήσεις-στόχους.

Τέλος, θα μπορούσαν οι παραπάνω μέθοδοι να εφαρμοστούν σε προβλήματα με περισσότερους περιορισμούς και να καταγραφεί και εκεί ο τρόπος συμπεριφοράς τους.

Παράρτημα Α΄

Λογισμικά Αξιολόγησης

Στην παρούσα διπλωματική εργασία τα λογισμικά αξιολόγησης εφαρμόζονται ως 'κλειστά εκτελέσιμα αρχεία', καθώς τροφοδοτούνται με μια γνωστή γεωμετρία αεροτομής και παράγουν ως έξοδο τον συντελεστή αντίστασης και άνωσης, χωρίς να υπάρχει η δυνατότητα επέμβασης στον πηγαίο τους κώδικα. Σε αυτό το σημείο θα γίνει μια γενική περιγραφή του μοντέλου ροής εφαρμόζοντας τα λογισμικά αξιολόγησης ώστε να υπολογίσουν τη ροή γύρω απ' την αεροτομή. Στη συνέχεια, θα γίνει και μία γενική περιγραφή του λογισμικού X-Foil που εφαρμόστηκε στη παρούσα διπλωματική εργασία.

Α΄.1 Λογισμικό X-FOIL

Στη διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό X-FOIL [33], [34], το οποίο χρησιμοποιεί το διζωνικό μοντέλο ροής και ένα άλλο λογισμικό το οποίο λύνει της εξισώσεις Euler στο πεδίο της αεροτομής.

Α΄.1.1 Διζωνικό Μοντέλο Ροής

Το λογισμικό αξιολόγησης, X-FOIL για τον υπολογισμό της ροής στους κόμβους του πλέγματος εφαρμόζει το διζωνικό μοντέλο ροής. Κατά το διζωνικό μοντέλο μια ροή μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από δύο ζώνες με διακριτά χαρακτηριστικά. Η πρώτη ζώνη είναι αυτή που σχηματίζεται κοντά στα στερεά τοιχώματα και στην οποία τα συνεκτικά φαινόμενα παίζουν πρωτεύοντα ρόλο. Η ζώνη αυτή φέρεται συνήθως με το όνομα οριακό ή συνεκτικό στρώμα. Η δεύτερη ζώνη είναι εκείνη, στην οποία τα συνεκτικά φαινόμενα έχουν μια πάρα πολύ μικρή σημασία και για το λόγο, αυτά μπορούν να αμεληθούν χωρίς ιδιαίτερα σφάλματα στην τελική λύση.

Η διάκριση της ροής σε δύο ζώνες επιτρέπει τη χρήση διαφορετικών υπολογιστικών

μεθόδων για κάθε μία από αυτές. Οι ολοκληρωματικές μέθοδοι υπολογισμού οριακών στρωμάτων επιτρέπουν, στη βάση ενός όγκου εμπειρικής πληροφορίας που προέρχεται από σειρά πειραμάτων και έχει ενσωματωθεί κατάλληλα σε αυτές, να δώσουν ταχύτατες απαντήσεις για τη συμπεριφορά του οριακού στρώματος.

Στο λογισμικό X-FOIL η εξωτερική ροή επιλύεται με ένα απλούστερο μοντέλο ροής από αυτό των εξισώσεων Navier–Stokes. Οι συνεκτικοί όροι της εξωτερικής ροής θεωρούνται αμελητέοι και έτσι, για τον υπολογισμό της εξωτερικής ροής γίνεται επίλυση των διαφορικών εξισώσεων ατρίβους ροής (εξισώσεις Euler) [35]. Το λογισμικό X-FOIL αναπτύχθηκε, ώστε να δίνεται η δυνατότητα υπολογισμού του πεδίου ροής γύρω από την αεροτομή, αλλά και η δυνατότητα για αντίστροφο σχεδιασμό, δηλαδή, γνωρίζοντας τα επιθυμητά μεγέθη στους κόμβους του πλέγματος, να είναι δυνατός ο υπολογισμός της ζητούμενης γεωμετρίας της αεροτομής. Εφαρμόζεται σε διηχητικές ροές με μικρούς αριθμούς Reynolds, και τις επιλύει με ακρίβεια και “οικονομικά” [33], [34].

Εφαρμόζει το διζωνικό μοντέλο ροής, λύνοντας για την εξωτερική ροή τις εξισώσεις Euler σε ολοκληρωτική μορφή (εξισώσεις A'.1, A'.2, A'.3), διακριτοποιημένες στους κόμβους ενός πλέγματος. Οι εξισώσεις αυτές περιλαμβάνουν την εξίσωση διατήρησης της μάζας, της ορμής και της ενέργειας.

$$\oint_{\partial V} \rho(q \cdot n) dl = 0 \quad (A'.1)$$

$$\oint_{\partial V} (\rho(q \cdot n)q + np) dl = 0 \quad (A'.2)$$

$$\oint_{\partial V} \rho(q \cdot n)h_0 dl = 0 \quad (A'.3)$$

Με την ολοκλήρωση να λαμβάνει χώρα σε μια κλειστή καμπύλη ∂V , όπου n το κάθετο σε αυτήν διάνυσμα.

Για την συνεκτική ροή κοντά στο τοίχωμα, λύνει δύο ολοκληρωτικές εξισώσεις του οριακού στρώματος. Οι εξισώσεις αυτές, που είναι η ολοκληρωτική εξίσωση της ορμής και η ολοκληρωτική εξίσωση της κινητικής ενέργειας, διακριτοποιούνται στους κόμβους του πλέγματος που βρίσκονται κοντά στα στερεά τοιχώματα τις αεροτομής, εκεί, δηλαδή, που οι συνεκτικές δυνάμεις παίζουν ουσιαστικό ρόλο.

Η κύρια διαφορά του λογισμικού X-FOIL με το άλλο λογισμικά αξιοποιήθηκε στην εργασία έγκειται στο ότι, το πρώτο χρησιμοποιεί το διζωνικό μοντέλο ροής, επιλύοντας ταυτόχρονα τις εξισώσεις Euler εξωτερικής ροής και τις ολοκληρωτικές εξισώσεις οριακού στρώματος ως ένα πλήρως συνδεδεμένο μη-γραμμικό σύστημα εξισώσεων. Για την αριθμητική επίλυση χρησιμοποιείται μια μέθοδος Newton–Raphson. Αντίθετα, το δεύτερο λογισμικό λύνει της εξισώσεις Euler παντού γύρω από την αεροτομή.

Ως δεδομένα το λογισμικό X-FOIL λαμβάνει το σχήμα της αεροτομής, τη γωνία εισόδου της ροής, τον αριθμό Mach της επί άπειρου ροής, και τον αριθμό Reynolds της ροής.

Βιβλιογραφία

- [1] Axelrod, R.: *The Evolution of Cooperation*. Basic books, New York, NY, 2006.
- [2] J.Periaux, L. F. Gonzales, D.S Lee: *Hybridized evolutionary optimization with game strategies for multidisciplinary design, applications to aeronautics : Theoretical aspects*. Von Karman Lecture Series on Introduction to Optimization and Multidisciplinary Design in Aeronautics and Turbomaschinery, April 7-11, 2014.
- [3] J.Periaux, L. F. Gonzales, E. J. Whitney K. Srinivas: *Moo methods for multidisciplinary design using parallel evolutionary algorithms, game theory and hierarchical topology: Theoretical background (part 1)*. Von Karman Lecture series on Introduction to Opitmization Methods and Multidisciplinary Design, 6-10, March 2006.
- [4] Πάππου, Θ.: *Ανάπτυξη αριθμητικής μεθοδολογίας τεχνητής συμπεριστότητας για τον υπολογισμό μη μόνιμων ροών σε κινούμενα όρια*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Αεροδυναμικής, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 1998.
- [5] D.E.Goldberg.: *Genetic algorithms in search, optimization & machine learning*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc Boston, MA, USA, 1989.
- [6] M. Schoenauer, Z. Michalewicz: *Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems*. Evolutionary Computation, 4, 1, 1-32, 1996.
- [7] Darwin, C: *On the origin of species by means of natural selection*. Murray, London, 1859.
- [8] Γιαννάκογλου, Κ.: *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2006.
- [9] Βλάμης, Π.: *Σχεδιασμός - Βελτιστοποίηση Μορφών στη Μηχανική των Ρευστών με Εξελικτικούς Αλγορίθμους και Διεπίπεδα Σχήματα- Εφαρμογή σε Δρομέα Στροβίλου*. Διπλωματική Εργασία. Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., 2011.
- [10] Γιώτης, Α.: *Χρήση εξελικτικών τεχνικών, υπολογιστικής ευφυίας και μεθόδων υπολογιστικής ρευστομηχανικής στη βελτιστοποίηση-αντίστροφη σχεδίαση πτε-*

ρυγώσεων στροβιλομηχανών, μέσω παράλληλης επεξεργασίας. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2003.

- [11] Καρακάσης, Μ.: *Ιεραρχικοί, κατανεμημένοι εξελικτικοί αλγόριθμοι και υπολογιστική ευφύια στη σχεδίαση βέλτιστων αεροδυναμικών μορφών σε περιβάλλον πολυεπεξεργασίας*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2006.
- [12] Καμπόλης, Ι.: *Πολυεπίπεδοι, πολυεπεξεργαστικοί αλγόριθμοι αεροδυναμικής βελτιστοποίησης στις στροβιλομηχανές*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2009.
- [13] B.Tutkun, F. Edis: *An efficient constraint handling method for genetic algorithms*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 186, 2-4, 311-338, 2000.
- [14] Κυριακού, Στυλιανός Α.: *Μέθοδοι Σχεδιασμού- Βελτιστοποίησης στις Στροβιλομηχανές βασισμένες στους Εξελικτικούς Αλγορίθμους*. Διδακτορική διατριβή, Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών, Ε.Μ.Π., Αθήνα, 2013.
- [15] J. Knowles, D. Corne: *On metrics for comparing non-dominated sets*. In Proceedings of the 2002 congress on evolutionary computation conference (CECO2), IEEE Press, 711-716, 2001.
- [16] G. Mitsuo, L. Lin: *Multi-objective hybrid genetic algorithm for bicriteria network design problem*. Complexity International, 11, 73-83, 2005.
- [17] M. Joern, W. Tobias, G. Ruedolph: *Evolutionary optimization of dynamic multi-objective test functions*. 2nd Italian Workshop of Evolutionary Computation (GSICE2), 1-16, 2000.
- [18] E. Zitzler, M. Laumanns and Thiele, L.: *Spea2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm*. Technical Report 43, Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich, Gloriastrasse 35, CH-8092 Zurich, Switzerland, 2001.
- [19] M. Sefrioui, J. Periaux: *Genetic algorithms, game theory and hierarchical models: Some theoretical background. application to cfd and cem problems*. Von Karman Institute Lectures Series on Genetic Algorithms for Optimization in Aeronautics and Turbomachinery, May 15-19, 2000.
- [20] E.Zitzler, M.Laumanns, L.Thiele: *Spea 2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm*. in EUROGEN 2001— Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems, 182-197, Athens, Greece, Sept., 2001.
- [21] K.Deb, A.Pratap, S.Agarwal T.A.Meyarivan: *Fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga ii*. Transactions on Evolutionary Computation, IEEE, 6, 2, 182-197, 2001.

- [22] A. Auger, J. Bader, D. Brockhoff, E. Zitzler: *Theory of the hypervolume indicator: μ -distributions and the choice of the reference point*. Proceedings of the tenth ACM SIGEVO workshop on foundations of genetic algorithms, 87-102, Jan., 2009.
- [23] H. Lebesgue: *Intégrale, longueur, aire*. University of Paris, 1902.
- [24] E. Zitzler, D. Brockhoff, L. Thiele: *The hypervolume indicator revisited: On the design of pareto-compliant indicators via weighted integration*. Evolutionary Multi-Criterion Optimization, Vol. 44013, 2, 862-876, Berlin, 2007.
- [25] Myerson, B. Roger: *Game theory: Analysis of conflict*. Harvard University Press., 1991.
- [26] M. Osborne, A. Rubinstein: *A course in game theory*. The MIT Press, 1994.
- [27] Kreps, D. M.: *Game theory and economic modelling*. Oxford University Press, USA, 1990.
- [28] R. Aumann, S. Hart: *Handbook of game theory with economic applications*. North Holland, 2002.
- [29] Βλαχοπούλου, Α.: *Εμπειρική Προσέγγιση της Nash Ισορροπίας*. Μεταπτυχιακή Εργασία, Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στα Πληροφορικά Συστήματα, Πανεπιστήμιο Μακεδονίας, Θεσσαλονίκη, 2010.
- [30] Αθανασίου, Ν.: *Αλγοριθμική και Εξελικτική Θεωρία Παγνίων*. Μεταπτυχιακή Διατριβή, Τμήμα πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Πειραιώς, Αθήνα, 2012.
- [31] Pediroda, V. and Poloni, C.: *Robust design, approximation methods and self organizing map techniques for mdo problems*. Von karman Institute Lecture Series For Fluid Dynamics.
- [32] Chatain, O.: *Cooperative and non-cooperative game theory*. Macmillan Publishers, 2014.
- [33] M. Drela, M.I B. Giles: *Viscous-inviscid analysis of transonic and low reynolds number airfoils*. AIAA Journal, 25 (10), 1347-1355, Oct, 1987.
- [34] Drela, M.: *Xfoil: An analysis and design system for low reynolds number airfoils*. Low Reynolds Number Aerodynamics, Springer-Verlag Lec. Notes in Eng, MIT Dept. of Aeronautics and Astronautics, Cambridge, Massachusetts, 1989.
- [35] Γιαννάκογλου, Κ.: *Συνεκτικές Ροές στις Στροβιλομηχανές*. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2004.