

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Μηχανολόγων Μηχανικών

Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών

Μονάδα Παράλληλης Υπολογιστικής Ρευστοδυναμικής & Βελτιστοποίησης

Διπλωματική Εργασία

Βελτιωμένη μέθοδος επίλυσης του προβλήματος οικονομικής
ανάθεσης φορτίου για χρήση κατά τη βελτιστοποίηση του
προγράμματος λειτουργίας σταθμών ηλεκτροπαραγωγής
μέσω Εξελικτικών Αλγορίθμων

Ιωάννης Ιάσωνας Αμωράτης

Επιβλέπων: Κυριάκος Χ. Γιαννάκογλου
Καθηγητής ΕΜΠ

Μάρτιος 2012



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΡΕΥΣΤΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΘΕΡΜΙΚΩΝ ΣΤΡΟΒΙΛΟΜΗΧΑΝΩΝ
ΜΟΝΑΔΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΡΕΥΣΤΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ & ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ

Βελτιωμένη μέθοδος επίλυσης του προβλήματος οικονομικής ανάθεσης φορτίου για χρήση κατά τη βελτιστοποίηση του προγράμματος λειτουργίας σταθμών ηλεκτροπαραγωγής μέσω Εξελικτικών Αλγορίθμων

Διπλωματική Εργασία
Ιωάννη Ιάσονα Αμωράτη
Επιβλέπων: Κ.Χ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ
Μάρτιος 2012

Το πρόβλημα της βέλτιστης ανάθεσης φορτίου (Unit Commitment Problem) σε συγκεκριμένο πλήθος αεριο-/ατμοστροβιλικών μονάδων για την κάλυψη δεδομένης χρονοσειράς της ζήτησης είναι ένα υπολογιστικά απαιτητικό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Κάθε μέθοδος/λογισμικό επίλυσής του με πολύ μικρό υπολογιστικό κόστος, μπορεί να αποτελέσει σημαντικό εργαλείο ελαχιστοποίησης του κόστους της ηλεκτροπαραγωγής. Η παρούσα διπλωματική εργασία βασίζεται, βελτιώνει και επεκτείνει προϋπάρχοντα κώδικα επίλυσης του προβλήματος UCP που αναπτύχθηκε στο ΕΘΣ/ΕΜΠ. Ο προϋπάρχων κώδικας λύνει το πρόβλημα μέσω Εξελικτικού Αλγόριθμου, ο οποίος απαιτεί την αξιολόγηση μεγάλου αριθμού υποψηφίων λύσεων (πιθανών προγραμμάτων λειτουργίας των μονάδων). Κάθε αξιολόγηση απαιτεί την επίλυση ενός δεύτερου προβλήματος βελτιστοποίησης, αυτού της οικονομικής ανάθεσης φορτίου (Economic Dispatch Problem, EDP). Στόχος της εργασίας είναι ο προγραμματισμός ενός ταχύτερου, αιτιοκρατικού αλγορίθμου επίλυσης του EDP, ώστε να μειωθεί το συνολικό υπολογιστικό κόστος. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος επίλυσης του EDP λύνει, στην πιο γενική περίπτωση, ένα μη-κυρτό πρόβλημα ελαχιστοποίησης του κόστους ηλεκτροπαραγωγής. Βασίζεται σε μέθοδο της βιβλιογραφίας, η οποία χωρίζει τις μονάδες παραγωγής ενέργειας σε δύο σύνολα, ανάλογα με την κυρτότητα των συναρτήσεων κόστους τους και προσδιορίζει το βέλτιστο επιμερισμό της ζήτησης στα σύνολα λύνοντας πολλές φορές ζεύγη επιμέρους προβλημάτων ελαχιστοποίησης. Για την επίλυση του υποπροβλήματος για τις μονάδες με κυρτές συναρτήσεις κόστους υλοποιήθηκε μια γρήγορη παραλλαγή της μεθόδου της λ-επανάληψης, ενώ για την επίλυση του μη-κυρτού προβλήματος προγραμματίστηκε μια μέθοδος πλήρους απαρίθμησης όλων των υποψηφίων λύσεων που αντιστοιχούν στις κορυφές του αποδεκτού χώρου. Μέσω του επιμερισμού του αρχικού προβλήματος ελαχιστοποίησης επιτυγχάνεται η μείωση της διάστασης του απαιτητικού σε υπολογιστικό χρόνο μη-κυρτού προβλήματος, με αποτέλεσμα τη σημαντική επιτάχυνση του αλγορίθμου επίλυσης του EDP. Έμφαση δίνεται στην καλή συμπεριφορά του προτεινόμενου αλγορίθμου καθώς αυξάνεται ο αριθμός των μονάδων του συστήματος. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος πιστοποιείται και συγκρίνεται με τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο του εργαστηρίου σε εφαρμογές/παραδείγματα, όπου αποδεικνύεται σημαντικά ταχύτερος.

National Technical University of Athens

School of Mechanical Engineering

FLUID SECTION

LABORATORY OF THERMAL TURBOMACHINES

UNIT OF PARALLEL COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS & OPTIMIZATION

An improved solution method for the economic dispatch problem in Evolutionary Algorithms based Unit Commitment solution process

Diploma Thesis

Ioannis Iason Amoratis

Supervisor: K.C. Giannakoglou, NTUA Professor

March 2012

The Unit Commitment problem (UCP) is a computationally demanding optimization problem. Efficient solution techniques may allow significant reductions in electricity production costs. This diploma thesis builds on, extends and improves an existing LTT/NTUA UCP solution software. The existing code relies upon an Evolutionary Algorithm, in order to find the optimal UCP solution but requires the evaluation of the cost function for a large number of candidate solutions. In order to compute each cost function's value, an Economic Dispatch Problem (EDP) must be solved for each hour. The purpose of this thesis is the implementation of an improved solution method for the EDP. The proposed algorithm solves, in the general case, a mixed convex-concave optimization problem, implementing a method described in the corresponding literature. The units are divided in two groups, depending on whether their corresponding cost curves are convex or concave. The algorithm computes the minimal generation cost for several possible divisions of the electric load between the two groups of units. To compute the optimal solution for each division, a pair of minimization subproblems is solved, one for the convex and one for the concave group of units. To solve the convex subproblem, an improved version of the λ -iteration method has been implemented. For the concave subproblem's solution a complete enumeration method, that searches among the vertices of the feasible space, has been programmed. The proposed method reduces the dimension of the computationally difficult non-convex problem, resulting in an important reduction in the computational cost. Moreover, the proposed algorithm exhibits better asymptotic behaviour, remaining computationally cheap as the number of units increases. The proposed algorithm is certified and compared to the existing EDP solving code in a number of test cases. The results demonstrate that the proposed method is significantly faster than the existing one.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου, Κυριάκο Γιαννάκογλου, για την ευκαιρία που μου έδωσε να εργαστώ πάνω σε αυτό το πολύ ενδιαφέρον θέμα, για τη συνεχή, προσωπική και υπομονετική καθοδήγηση της δουλειάς μου, καθώς και για τις γνώσεις και ικανότητες που έχω αποκτήσει μέσα από τα μαθήματά του κατά τη διάρκεια της φοίτησης μου στο ΕΜΠ. Θέλω επίσης να ευχαριστήσω τη διδάκτορα Βαρβάρα Ασούτη για την πολύτιμη βοήθειά της τόσο κατά τον προγραμματισμό του κώδικα, όσο και κατά τη συγγραφή της εργασίας.

Θα ήθελα, επίσης, να ευχαριστήσω τη μητέρα μου και τον πατέρα μου για την υποστήριξη μου που παρείχαν κατά τη διάρκεια των σπουδών μου και κατά τη συγγραφή αυτής της εργασίας. Τον Σωτήρη που με φιλοξένησε σχεδόν ένα μήνα κατά τον οποίο γράφαμε παράλληλα ο καθένας τη διπλωματική του. Θέλω να ευχαριστήσω και την αδερφή μου Σταυρούλα, για τον ίδιο, περίπου, λόγο. Την Πατρίτσια και τους φίλους μου που έδειξαν υπομονή και κατανόηση κατά τη διάρκεια του τελευταίου χρόνου. Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω τον Ξενοφώντα και την Ευγενία που συνέβαλαν στη δημιουργία μιας ευχάριστης και ευνοϊκής για δουλειά ατμόσφαιρας κατά τις ώρες που εργάστηκα στο εργαστήριο.

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
1.1	Κόστος παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας	4
1.1.1	Μονάδες παραγωγής ενέργειας	4
1.1.2	Λειτουργικό κόστος ηλεκτροπαραγωγικών μονάδων	5
1.1.3	Συναρτήσεις μεταβλητού λειτουργικού κόστους μονάδων	7
1.2	Η διαχείριση του συστήματος παραγωγής ενέργειας	8
1.2.1	Η καμπύλη φορτίου	9
1.2.2	Η πρόβλεψη του φορτίου	10
1.2.3	Ρύθμιση συχνότητας και στρεφόμενη εφεδρεία	11
2	Το πρόβλημα της βέλτιστης ανάθεσης φορτίου - UCP	15
2.1	Ορισμός του UCP και περιορισμοί	15
2.1.1	Ορισμός του προβλήματος	15
2.1.2	Περιορισμοί για το UCP	16
2.2	Μέθοδοι επίλυσης του UCP	17
2.2.1	Αιτιοκρατικές Μέθοδοι επίλυσης του UCP	18
2.2.2	Στοχαστικές μέθοδοι επίλυσης του UCP	19
2.2.3	Εισαγωγή στους Εξελικτικούς Αλγορίθμους	20
2.2.4	Το EDP, υποπρόβλημα του UCP	22
2.3	Το πρόβλημα της οικονομικής ανάθεσης - EDP	23
2.3.1	Ορισμός του προβλήματος	23
2.3.2	Μορφή των συναρτήσεων κόστους	23
2.4	Μέθοδοι επίλυσης του EDP	24
2.4.1	Τα αποδεκτά σενάρια	26
3	Η μέθοδος επίλυσης του UCP του ΕΘΣ με τη χρήση Εξελικτικού Αλγορίθμου	28
3.1	Δημιουργία λίστας αποδεκτών σεναρίων	30
3.2	Δημιουργία πίνακα αναφοράς	32
3.3	Αρχικοποίηση του EA, Δημιουργία πρώτης γενιάς	33
3.3.1	Εισαγωγή της λύσης με τα οικονομικότερα σενάρια στον αρχικό πληθυσμό υποψηφίων	33
3.3.2	Ακέραια κωδικοποίηση των ελεύθερων παραμέτρων του προβλήματος στο χρωμόσωμα	33
3.4	Αξιολόγηση	34
3.5	Δημιουργία νέας γενιάς	35
3.6	Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μεθόδου	37
4	Περιγραφή του προϋπάρχοντος αλγορίθμου επίλυσης του EDP	38
4.1	Ορισμοί - ορολογία	38
4.2	Περιγραφή της δομής του αλγορίθμου	39
4.2.1	Δημιουργία πίνακα αναφοράς	39
4.2.2	Λύση του EDP για ένα σενάριο και μία ώρα	40

4.3	Σχολιασμός και εφαρμογή της μεθόδου	44
5	Ο προτεινόμενος αλγόριθμος επίλυσης του EDP	48
5.1	Δομή του προτεινόμενου αλγόριθμου	51
5.2	Ταξινόμηση των πινάκων αναφοράς κατά αύξουσα τιμή του φορτίου D	58
5.3	Λύση του EDP για κυρτές συναρτήσεις κόστους με τη μέθοδο της λ -επανάληψης	60
5.3.1	Διατύπωση του προβλήματος για κυρτές συναρτήσεις κόστους	60
5.3.2	Ελαχιστοποίηση υπό περιορισμούς - Συνθήκες KKT - Εισαγωγή των μεταβλητών Lagrange	60
5.3.3	Η μέθοδος της λ -επανάληψης	62
5.3.4	Φυσική ερμηνεία της μεταβλητής λ	67
5.3.5	Περιγραφή του προτεινόμενου αλγορίθμου λ -επανάληψης	68
5.3.6	Αποτελέσματα	72
5.3.7	Συμπεράσματα	72
5.4	Λύση του EDP για κυρτές τετραγωνικές συναρτήσεις κόστους χρησιμοποιώντας ταξινομημένους πίνακες λ	74
5.4.1	Περιγραφή και θεμελίωση της μεθόδου	75
5.4.2	Σύγκριση και αποτελέσματα	79
5.5	Λύση του EDP για κοίλες συναρτήσεις κόστους μονάδων	81
5.5.1	Η μέθοδος της πλήρους απαρίθμησης στις κορυφές του αποδεκτού χώρου	81
5.5.2	Εφαρμογή της μεθόδου πλήρους απαρίθμησης σε πρόβλημα μόνο με κοίλες συναρτήσεις κόστους μονάδων	85
5.5.3	Αποτελέσματα - συμπεράσματα	86
5.6	Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της προτεινόμενης μεθόδου	87
6	Πιστοποίηση της προτεινόμενης μεθόδου	88
6.1	1η Εφαρμογή - Επίλυση του UCP σε πρόβλημα 5 μονάδων - 72 ωρών	88
6.2	Εφαρμογή 2η - Εικονικό ελληνικό νησί - EDP μονάδων με κυρτές συναρτήσεις κόστους	94
6.3	3η Εφαρμογή - Μεικτό πρόβλημα EDP, κοίλων και κυρτών συναρτήσεων κόστους	99
7	Ανακεφαλαίωση, συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα	102

1 Εισαγωγή

Η παγκόσμια οικονομική και περιβαλλοντική κρίση, που χαρακτηρίζει τους καιρούς μας, δημιουργεί περισσότερο από ποτέ την ανάγκη ανάπτυξης σύγχρονων τεχνολογικών λύσεων στον τομέα παραγωγής ενέργειας, που ταυτόχρονα μειώνουν το κόστος αλλά και βοηθούν στην εξοικονόμηση μη-ανανεώσιμων ενεργειακών πόρων. Η μείωση του κόστους και η χρήση λιγότερων μη-ανανεώσιμων μορφών ενέργειας κατά την ηλεκτροπαραγωγή είναι μια διπλή τεχνολογική πρόκληση καίριας οικονομικής και περιβαλλοντικής σημασίας.

Ένας τρόπος επίτευξης των δύο παραπάνω στόχων που δεν απαιτεί μεγάλες επενδύσεις για τη δημιουργία νέων σταθμών ή για την αναβάθμιση της υπάρχουσας τεχνολογίας είναι η μείωση του λειτουργικού κόστους των μονάδων ηλεκτροπαραγωγής μέσω της βελτιστοποίησης του προγράμματος της παραγωγής ενέργειας από τις διαθέσιμες μονάδες. Η ελαχιστοποίηση του λειτουργικού κόστους μέσω αυτής της μεθόδου μπορεί να αποφέρει σημαντικά οικονομικά και περιβαλλοντικά οφέλη.

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η βελτίωση ενός υπολογιστικού εργαλείου που επιλύει το πρόβλημα του βέλτιστου προγραμματισμού (Unit Commitment Problem - UCP) της ανά ώρα παραγόμενης ισχύος ηλεκτροπαραγωγικών μονάδων σε βραχυχρόνιο χρονικό ορίζοντα, έστω T ωρών. Το βέλτιστο πρόγραμμα ηλεκτροπαραγωγής είναι αυτό για το οποίο ελαχιστοποιείται το συνολικό λειτουργικό κόστος (TOC - Total Operating Cost) ενός συνόλου M ηλεκτροπαραγωγικών μονάδων, ώστε να καλύπτεται η προβλεπόμενη ζήτηση ή φορτίο D , τηρώντας παράλληλα τους περιορισμούς που τίθενται από το σύστημα ηλεκτροπαραγωγής και τους κανονισμούς ασφαλείας. Με επίλυση του UCP προσδιορίζεται το πρόγραμμα λειτουργίας των μονάδων, δηλαδή το αν θα είναι σε λειτουργία ή όχι καθώς και η παραγόμενη ισχύς αυτών για κάθε ώρα του χρονικού ορίζοντα του προβλήματος.

Ο κώδικας που χρησιμοποιείται και επεκτείνεται σε αυτή τη διπλωματική εργασία αναπτύχθηκε στο Εργαστήριο Θερμικών Στροβιλομηχανών του ΕΜΠ βασίζεται στον αλγόριθμο που περιγράφεται στη διδακτορική διατριβή της Χ. Γεωργοπούλου [43] ο οποίος σταδιακά εξελίχθηκε στον αλγόριθμο που περιγράφεται στη δημοσίευση [2]. Σε αυτόν, το UCP λύνεται με τη χρήση Εξελικτικού Αλγορίθμου (EA). Οι EA, παρότι παρουσιάζουν εξαιρετική απόδοση στη λύση προβλημάτων όπως το UCP, όπου το πλήθος των δυνατών διαφορετικών προγραμμάτων είναι τεράστιο, έχουν το μειονέκτημα ότι απαιτούν την αξιολόγηση της τιμής της συνάρτησης στόχου για μεγάλο αριθμό υποψήφιων λύσεων.

Η αξιολόγηση της τιμής της συνάρτησης στόχου, δηλαδή του TOC , για ένα υποψήφιο πρόγραμμα, απαιτεί τον προσδιορισμό της τιμής της παραγόμενης ισχύος κάθε ανοικτής μονάδας για κάθε ώρα του χρονικού ορίζοντα του προβλήματος. Απαιτείται, δηλαδή, μεγάλος αριθμός επιλύσεων ενός υποπροβλήματος βελτιστοποίησης που υπολογίζει το βέλτιστο επίπεδο παραγωγής κάθε μονάδας ώστε να καλύπτεται η ζήτηση και έχοντας ως δεδομένο το σύνολο των ανοικτών μονάδων. Το υποπρόβλημα αυτό ονομάζεται πρόβλημα οικονομικής ανάθεσης φορτίου ή Economic Dispatch Problem (EDP).

Η επίλυση του EDP μπορεί να είναι απαιτητική σε υπολογιστικό χρόνο και γι' αυτό προκαλείται σημαντική καθυστέρηση στον EA, ο οποίος καλεί τον αλγόριθμο επίλυσης του EDP T φορές σε κάθε αξιολόγηση. Αν ο EA χρειάζεται μερικές χιλιάδες αξιολογήσεις για να συγκλίνει στη βέλτιστη λύση, αντιλαμβάνεται κανείς πως ο συνολικός αριθμός των επιλύσεων του EDP είναι ιδιαίτερα μεγάλος. Για αυτό το λόγο στην πιο πρόσφατη επέκταση του κώδικα επίλυσης του UCP,

που περιγράφεται στη δημοσίευση των Β.Ασούτη και Κ.Γιαννάκογλου [2], υιοθετήθηκε η τακτική της δημιουργίας, κατά την έναρξη του αλγορίθμου, ενός πίνακα αναφοράς για κάθε ώρα του χρονικού ορίζοντα που περιέχει τις λύσεις του EDP για κάθε δυνατό συνδυασμό ανοικτών μονάδων. Ο αλγόριθμος, που περιγράφει αυτή η δημοσίευση, είναι ο αλγόριθμος που επεκτάθηκε για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας και εφεξής θα αναφέρεται ως ο προϋπάρχων αλγόριθμος.

Η χρήση των πινάκων αναφοράς επιτρέπει στον ΕΑ να συγκλίνει ταχύτατα, με αμελητέο υπολογιστικό κόστος. Φυσικά, το πρόβλημα πλέον μετατίθεται στο κόστος της δημιουργίας του πίνακα αναφοράς, που αποδείχτηκε ιδιαίτερα μεγάλο, ειδικά για προβλήματα με σχετικά μεγάλο αριθμό μονάδων, M . Σημαντικό πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι ο πίνακας αναφοράς χρειάζεται να δημιουργηθεί μόνο μία φορά για κάθε τιμή της ζήτησης και να αποθηκευτεί σε βάση δεδομένων. Σε κάθε μελλοντική επίλυση του UCP ο πίνακας αναφοράς μπορεί να φορτωθεί στη μνήμη, με αποτέλεσμα η κάθε αξιολόγηση να απαιτεί πλέον αμελητέο χρόνο.

Η μέθοδος παρουσιάζει το μειονέκτημα πως το μέγεθος του πίνακα αναφοράς είναι εκθετική συνάρτηση του αριθμού M των μονάδων και συνεπώς για μεγάλα προβλήματα ο χρόνος δημιουργίας του πίνακα αναφοράς είναι ιδιαίτερα μεγάλος. Για τον ίδιο λόγο, πολύ μεγάλα προβλήματα έχουν μεγάλες απαιτήσεις σε μνήμη, η οποία μπορεί να μην επαρκέσει για να φορτωθεί ο πίνακας σε αυτή.

Συγκεκριμένα, στον προϋπάρχοντα αλγόριθμο χρησιμοποιείτο ένας αλγόριθμος επίλυσης του EDP που είχε υπολογιστικό κόστος που αυξανόταν σημαντικά σε προβλήματα με μεγάλο αριθμό μονάδων, M . Παρατηρήθηκε ότι, για αυτό το λόγο, απαιτείτο πολύς χρόνος για τη δημιουργία του πίνακα αναφοράς κάνοντας τη χρήση του αλγορίθμου μη-πρακτική για προβλήματα με μεγάλο αριθμό μονάδων. Κρίθηκε πως για την επέκταση και βελτίωση του προϋπάρχοντος αλγορίθμου έπρεπε να μειωθεί ο απαιτούμενος χρόνος για τη δημιουργία του πίνακα αναφοράς.

Για τις ανάγκες αυτής της διπλωματικής εργασίας δημιουργήθηκε ένας γρήγορος αιτιοκρατικός αλγόριθμος επίλυσης του EDP, που δεν λαμβάνει επιπλέον απλοποιήσεις ή παραδοχές στη μοντελοποίηση του συστήματος παραγωγής ενέργειας σε σχέση με τον αρχικό αλγόριθμο. Στην προτεινόμενη μέθοδο, οι M μονάδες χωρίζονται σε δύο υποσύνολα ανάλογα με την κυρτότητα που παρουσιάζουν οι συναρτήσεις του λειτουργικού τους κόστους. Ενώ η ελαχιστοποίηση για προβλήματα με μονάδες κυρτών και γραμμικών συναρτήσεων κόστους μπορεί να γίνει με μικρό υπολογιστικό κόστος, η ελαχιστοποίηση για μη-κυρτές συναρτήσεις κόστους είναι ένα δύσκολο υπολογιστικά (NP-complete) πρόβλημα, στο οποίο ο χρόνος επίλυσης του αυξάνει εκθετικά σε σχέση με το μέγεθος του προβλήματος.

Ο χωρισμός των μονάδων σε δύο σύνολα, όχι μόνο μειώνει αποτελεσματικά το μέγεθος του προβλήματος ελαχιστοποίησης για το σύνολο των μη-κυρτών συναρτήσεων, αλλά και επιτρέπει τη χρήση αλγορίθμων που εξειδικεύονται στην ελαχιστοποίηση κυρτών ή κοίλων συναρτήσεων. Από την άλλη, προκύπτει ένα επιπλέον πρόβλημα ελαχιστοποίησης, αυτό της εύρεσης του καλύτερου δυνατού καταμερισμού της ζήτησης ανάμεσα στα δύο υποσύνολα των μονάδων, το οποίο και λύνεται με την πλήρη απαρίθμηση όλων των δυνατών καταμερισμών. Επιπλέον, στην περίπτωση που ένα πρόβλημα περιέχει μόνο κυρτές συναρτήσεις κόστους, κάτι που συνηθίζεται στη βιβλιογραφία, ο προτεινόμενος αλγόριθμος παρουσιάζει μεγάλη μείωση του υπολογιστικού κόστους.

Ο αλγόριθμος που προγραμματίστηκε χρησιμοποιεί μεθόδους γνωστές από τη βιβλιογραφία για την επίλυση των επιμέρους προβλημάτων ελαχιστοποίησης. Επιπρόσθετα, προτείνονται μικρές τροποποιήσεις στους αλγόριθμους που χρησιμοποιήθηκαν, ώστε αυτοί να εκμεταλλεύονται το ότι λύνεται το πρόβλημα πολλές φορές στο πλαίσιο της δημιουργίας ενός πίνακα αναφοράς. Η

προτεινόμενη μέθοδος πιστοποιείται χρησιμοποιώντας προβλήματα-παραδείγματα και συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της με αυτά του προϋπάρχοντος αλγορίθμου.

Στα επόμενα εισαγωγικά κεφάλαια γίνεται περιγραφή των στοιχείων του συστήματος παραγωγής και κατανάλωσης ηλεκτρικής ενέργειας που σχετίζονται με το πρόβλημα βέλτιστης ανάθεσης φορτίου - UCP. Στη δεύτερη ενότητα αναφέρονται γνωστές μέθοδοι επίλυσης του UCP, καθώς και ο ρόλος του EDP κατά την επίλυση του. Στην τρίτη ενότητα αναλύεται η μέθοδος επίλυσης του UCP με χρήση EA που έχει αναπτυχθεί στο ΕΘΣ/ΕΜΠ, τμήμα της οποίας αποτελεί ο αλγόριθμος EDP που βελτιώθηκε στο πλαίσιο αυτής της εργασίας. Στην τέταρτη ενότητα παρουσιάζεται ο προϋπάρχων αλγόριθμος επίλυσης του EDP ο οποίος βελτιώθηκε και στην πέμπτη ενότητα αναλύεται ο προτεινόμενος αλγόριθμος επίλυσης του EDP που προγραμματίστηκε, συνοδευόμενος από το σχετικό θεωρητικό υπόβαθρο και δοκιμές σε περιπτώσεις-παραδείγματα για κάθε τμήμα του προτεινόμενου αλγορίθμου ξεχωριστά. Στην έκτη και τελευταία ενότητα πιστοποιείται ο προτεινόμενος αλγόριθμος και συγκρίνεται η απόδοση του με αυτή του προϋπάρχοντος αλγορίθμου.

1.1 Κόστος παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας

Το UCP είναι πρόβλημα που επιλύεται από το διαχειριστή¹ του δικτύου ώστε να προσδιοριστεί το οικονομικότερο πρόγραμμα λειτουργίας των μονάδων που σέβεται τους τεχνικούς περιορισμούς του συστήματος και άλλους περιορισμούς ασφαλείας. Στην παρούσα ενότητα, περιγράφονται τα βασικά στοιχεία της λειτουργίας του ηλεκτρικού δικτύου από την παραγωγή μέχρι και την κατανάλωση που σχετίζονται με τη λειτουργία της διαχείρισης του δικτύου, το βέλτιστο προγραμματισμό της παραγωγής και τους τεχνικούς περιορισμούς στους οποίους υπόκεινται τα UCP και EDP.

1.1.1 Μονάδες παραγωγής ενέργειας

Οι μονάδες παραγωγής ενέργειας παρουσιάζουν μεγάλη ποικιλία ως προς το εύρος της παρεχόμενης ισχύος, τον τρόπο που παράγουν την ενέργεια, το κόστος κτήσης τους, το βαθμό απόδοσής τους καθώς και το βαθμό που αξιοποιούνται από το σύστημα (capacity factor). Αναφορικά με τον τρόπο παραγωγής ενέργειας οι μονάδες χωρίζονται σε θερμικές, που μπορεί να είναι ατμοπαραγωγικές, συνδυασμένου κύκλου ή αεριοστροβιλικές, σε υδροηλεκτρικές μονάδες και σε εκαταστάσεις αιολικής ή ηλιακής ενέργειας. Ως προς το ρόλο που έχουν κατά τον προγραμματισμό του συστήματος οι μονάδες παραγωγής ενέργειας χωρίζονται στις εξής κατηγορίες:

- **Μονάδες βάσης** είναι μονάδες που προγραμματίζονται ανοικτές κατά τη διάρκεια ενός 24-ώρου χωρίς να διακόπτουν τη λειτουργία τους. Είναι μονάδες μεγάλης ισχύος που έχουν συνήθως μεγάλο βαθμό απόδοσης και χαμηλό κόστος ηλεκτροπαραγωγής. Εξαιτίας του μεγέθους τους οι μονάδες βάσεις χρειάζονται πολλές ώρες για να τεθούν από κατάσταση αδρανείας, σε λειτουργία. Το μεγαλύτερο ποσοστό της ηλεκτρικής ενέργειας σε ένα σύστημα παράγεται από μονάδες βάσης. Βασικό χαρακτηριστικό των μονάδων βάσης είναι ότι η παραγόμενη ισχύς δεν πρέπει να παρουσιάζει μεγάλες αυξομειώσεις, όπως λχ παρουσιάζει η ισχύς που παράγεται από την αιολική ενέργεια. Στις μονάδες βάσεις συγκαταλέγονται μεγάλες ατμοπαραγωγικές θερμικές μονάδες, μονάδες συνδυασμένου κύκλου, μονάδες πυρηνικής ενέργειας και κάποιες μονάδες παραγωγής ενέργειας από βιομάζα.
- **Μονάδες αιχμής** είναι, σε πλήρη αντιδιαστολή με τις μονάδες βάσης, μικρές μονάδες που σκοπό έχουν την παραγωγή ισχύος σε συνθήκες πολύ μεγάλης ζήτησης σε ηλεκτρική ισχύ. Οι μονάδες αιχμής μπορεί να λειτουργούν πολύ λίγες ώρες το χρόνο και γι' αυτό το λόγο κατασκευάζονται με σχετικά χαμηλό βαθμό απόδοσης, έτσι ώστε να παραμένει χαμηλό το κόστος αγοράς τους. Βασικό χαρακτηριστικό των μονάδων αιχμής είναι ότι μπορούν να συνδεθούν εύκολα και γρήγορα στο δίκτυο και να παράσχουν την απαιτούμενη ισχύ μέσα σε χρόνο λίγων λεπτών. Οι μονάδες αιχμής είναι συνήθως αεριοστροβιλικές μονάδες που λειτουργούν με φυσικό αέριο ή προϊόντα πετρελαίου.
- **Μονάδες μεταβλητού φορτίου** είναι οι μονάδες που παρουσιάζουν χαρακτηριστικά ενδιάμεσα των μονάδων βάσης και αιχμής. Μπορούν δηλαδή να παρακολουθήσουν σχετικά μεγάλες αλλαγές του φορτίου, ενώ είναι σχετικά οικονομικές.

¹ Η εταιρία ή οργανισμός διαχείρισης ενός ηλεκτρικού δικτύου μεταφοράς ενέργειας είναι υπεύθυνος για τον συντονισμό/προγραμματισμό της παραγωγής και την καθημερινή λειτουργία του δικτύου μεταφοράς ώστε να διασφαλίζεται η παροχή ενέργειας επαρκώς, ασφαλώς, οικονομικά και αξιόπιστα. Στην Ελλάδα διαχειριστής του δικτύου είναι ο Διαχειριστής Ελληνικού Συστήματος Μεταφοράς Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΔΕΣΜΗΕ).

Οι ΑΠΕ δεν συμπεριλαμβάνονται σε αυτή την ταξινόμηση εξαιτίας των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών τους. Η υδροηλεκτρική ενέργεια μπορεί να αξιοποιηθεί για την εξομάλυνση του φορτίου, ειδικά αν υπάρχει αντλιοσταμειωτικό σύστημα, όπου η περισσευούμενη ενέργεια χρησιμοποιείται για την άντληση νερού από τη χαμηλή στάθμη στην υψηλή, ώστε να χρησιμοποιηθεί αργότερα όταν θα υπάρχει κάποια αιχμή στο φορτίο. Αντίθετα η αιολική και η ηλιακή ενέργεια προκαλούν αστάθεια στο σύστημα εξαιτίας της ευαισθησίας της παραγόμενης ισχύος σε στοχαστικούς παράγοντες όπως η ένταση του ανέμου και η νέφωση, αντίστοιχα.

Συνήθως, η αιολική και ηλιακή παραγωγή αντιστοιχεί σε ένα μικρό ποσοστό της συνολικής ενέργειας, ενώ τη μερίδα του λέοντος καταλαμβάνουν οι θερμικές μονάδες. Στο πλαίσιο του UCP οι αιολικές και ηλιακές εγκαταστάσεις μπορούν να απαλειφθούν από τη διαδικασία της βελτιστοποίησης αφαιρώντας την προβλεπόμενη ισχύ τους από το προβλεπόμενο φορτίο σύμφωνα με τη σχέση:

$$D = D_{total} - P_{wind\&solar} \quad (1)$$

όπου D το φορτίο που συμμετέχει στους υπολογισμούς του UCP, D_{total} η συνολική προβλεπόμενη ζήτηση και $P_{wind\&solar}$ η αθροιστική προβλεπόμενη ισχύς από αιολικές και ηλιακές εγκαταστάσεις. Για το λόγο αυτό, στην παρούσα εργασία, δίνεται βάρος στη συμπεριφορά και τα χαρακτηριστικά των θερμικών μονάδων.

1.1.2 Λειτουργικό κόστος ηλεκτροπαραγωγικών μονάδων

Το κόστος συντήρησης και διαχείρισης, δηλαδή το λειτουργικό κόστος αποτελείται από δύο μέρη, το σταθερό λειτουργικό κόστος και το μεταβλητό λειτουργικό κόστος. Το σταθερό λειτουργικό κόστος αναφέρεται στο κόστος που δεν επηρεάζεται από το ύψος της παραγόμενης ισχύος, όπως το κόστος μισθοδοσίας των μόνιμων εργαζομένων, ενώ το μεταβλητό αναφέρεται στο επιπλέον κόστος για την παραγωγή ενέργειας, που αποτελείται κυρίως από το κόστος του καυσίμου.

Ο σημαντικότερος παράγοντας για τον καθορισμό του οικονομικότερου προγράμματος της παραγωγής είναι το μεταβλητό λειτουργικό κόστος κάθε μονάδας i , έστω C_i . Το λειτουργικό μεταβλητό κόστος της μονάδας, OC_i , συμπεριλαμβάνει εκτός από το κόστος απόκτησης καυσίμου και άλλα κόστη όπως το κόστος έναυσης και σβέσης. Τα κόστη εκκίνησης και σβέσης, C_{STUP} και C_{SHDN} αντίστοιχα, είναι σημαντικά και οφείλονται στο ότι μία μονάδα δεν μπορεί να ξεκινήσει ή να σταματήσει απότομα τη λειτουργία της και γ' αυτό το λόγο είναι αναγκαία η χρήση καυσίμου ενώ δεν είναι συνδεδεμένη με το δίκτυο. Εκτός από το κόστος που έχουν, οι συχνές εκκινήσεις και σβέσεις μιας μονάδας πρέπει να αποφεύγονται για την αποφυγή της αύξησης του κόστους συντήρησης της μονάδας που θα προέκυπτε λόγω της αυξημένης θερμικής καταπόνησης. Για αυτό το λόγο, συχνά, τίθεται ένα όριο στον ελάχιστο χρόνο που μία μονάδα πρέπει να παραμείνει ανοικτή κατά τη λειτουργία της [38].

Το αθροιστικό μεταβλητό λειτουργικό κόστος των M μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία αποτελεί την *προς ελαχιστοποίηση ποσότητα TOC*. Εξ ορισμού οι μονάδες που δεν βρίσκονται σε λειτουργία δεν έχουν μεταβλητό λειτουργικό κόστος.

Ξεκαθαρίζεται πως, κατά την επίλυση των UCP και EDP, δεν έχει σημασία και δε λαμβάνεται υπόψη το συνολικό κόστος παραγωγής ενέργειας ή συνολικό ανηγμένο κόστος, που συμπεριλαμβάνει, μεταξύ άλλων, το κόστος αρχικής επένδυσης και το κόστος συντήρησης και διαχείρισης. Αυτό έχει σημαντικές προεκτάσεις κατά την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης, καθώς

μονάδες που έχουν σχετικά μικρό λειτουργικό κόστος, αλλά μεγάλο κόστος αρχικής επένδυσης, όπως για παράδειγμα μεγάλες λιγνιτικές ή πυρηνικές μονάδες, προτιμώνται και εντάσσονται κατά προτεραιότητα σε σχέση με άλλες μονάδες που μπορεί να έχουν μικρό κόστος επένδυσης, αλλά μεγαλύτερο μεταβλητό λειτουργικό κόστος. Ένας συγκεντρωτικός πίνακας με στοιχεία για το κόστος της ηλεκτροπαραγωγής ανάλογα με τον τύπο της μονάδας παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.

Το πρόβλημα του UCP που λύνεται στην παρούσα εργασία, βασίζεται στο μοντέλο μιας κε-

Plant Type	Capacity Factor (%)	U.S. Average Levelized Costs (2009 \$/megawatthour) for Plants Entering Service in 2016				
		Levelized Capital Cost	Fixed O&M	Variable O&M (including fuel)	Transmission Investment	Total System Levelized Cost
Conventional Coal	85	65.3	3.9	24.3	1.2	94.8
Advanced Coal	85	74.6	7.9	25.7	1.2	109.4
Advanced Coal with CCS	85	92.7	9.2	33.1	1.2	136.2
Natural Gas-fired						
Conventional Combined Cycle	87	17.5	1.9	45.6	1.2	66.1
Advanced Combined Cycle	87	17.9	1.9	42.1	1.2	63.1
Advanced CC with CCS	87	34.6	3.9	49.6	1.2	89.3
Conventional Combustion Turbine	30	45.8	3.7	71.5	3.5	124.5
Advanced Combustion Turbine	30	31.6	5.5	62.9	3.5	103.5
Advanced Nuclear	90	90.1	11.1	11.7	1.0	113.9
Wind	34	83.9	9.6	0.0	3.5	97.0
Wind – Offshore	34	209.3	28.1	0.0	5.9	243.2
Solar PV ¹	25	194.6	12.1	0.0	4.0	210.7
Solar Thermal	18	259.4	46.6	0.0	5.8	311.8
Geothermal	92	79.3	11.9	9.5	1.0	101.7
Biomass	83	55.3	13.7	42.3	1.3	112.5
Hydro	52	74.5	3.8	6.3	1.9	86.4

¹ Costs are expressed in terms of net AC power available to the grid for the installed capacity.

Σχήμα 1: Κατανομή του κόστους ηλεκτροπαραγωγής στα στοιχεία που το απαρτίζουν για διάφορους τύπους μονάδων. Το μεταβλητό λειτουργικό κόστος που ελαχιστοποιείται στο πρόβλημα UCP και EDP στην παρούσα εργασία αναγράφεται στον πίνακα ως “Variable O&M (including fuel)”. Πηγή: US Energy Information Administration [39]

ντρικά οργανωμένης αγοράς ενέργειας, ανάλογο με αυτό που ίσχυε στην Ελλάδα πριν την ίδρυση του ΔΕΣΜΗΕ. Στο μοντέλο αυτό ελαχιστοποιείται το λειτουργικό κόστος των μονάδων ηλεκτροπαραγωγής (“Variable O&M (including fuel)” στο Σχήμα 1) ¹.

¹ Αντιθέτως, σε ένα απορρυθμισμένο σύστημα αγοράς ενέργειας ελαχιστοποιείται το κόστος αγοράς της παραγόμενης ενέργειας από τους παραγωγούς. Το κόστος αυτό βασίζεται σε προσφορές που καταθέτουν οι παραγωγοί, οι οποίοι καθορίζουν τις τιμές πώλησης της ενέργειας με βάση το συνολικό ανηγμένο κόστος (Total System Levelized Cost) που συμπεριλαμβάνει εκτός από το μεταβλητό λειτουργικό κόστος, τις αποσβέσεις του αρχικού κόστους επένδυσης και το σταθερό λειτουργικό κόστος. Συγκρίνοντας κανείς τις τιμές του ενός και του άλλου κόστους στο Σχήμα 1 αντιλαμβάνεται πως η προτεραιότητα που εντάσσονται στο σύστημα οι μονάδες συχνά διαφέρει, ανάλογα με το μοντέλο οργάνωσης της αγοράς ενέργειας.

1.1.3 Συναρτήσεις μεταβλητού λειτουργικού κόστους μονάδων

Από τη στιγμή που κύριος σκοπός είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους ηλεκτροπαραγωγής, οι σημαντικότεροι παράμετροι των UCP και EDP είναι οι συναρτήσεις που ορίζουν το μεταβλητό λειτουργικό κόστος των μονάδων συναρτήσει της ανά ώρα παραγόμενης ισχύος. Διακρίνονται οι ακόλουθες συναρτήσεις μεταβλητού κόστους των μονάδων:

1. Η συνάρτηση $C_i(P_i)$, που αποτελεί τη συνάρτηση του μεταβλητού λειτουργικού κόστους της μονάδας i , πλην του κόστους εκκίνησης ($C_{STUP,i}$) και σβέσης ($C_{SHDN,i}$) της μονάδας. P είναι η παραγόμενη ισχύς της μονάδας μετρημένη συνήθως σε MW , ενώ η συνάρτηση αντιπροσωπεύει το μεταβλητό λειτουργικό κόστος σε δολάρια [\$], για παραγόμενη ισχύ P , μέσα σε μία ώρα.

Η συνάρτηση $C_i(P_i)$ έχει κεντρικό ρόλο στην επίλυση του προβλήματος της οικονομικής ανάθεσης, EDP. Σε θερμικές μονάδες αντιστοιχεί κυρίως στο κόστος καυσίμου. Για λόγους οικονομίας, η συνάρτηση $C_i(P_i)$ θα αναφέρεται εφεξής ως “συνάρτηση κόστους” της μονάδας.

2. Η συνάρτηση μεταβλητού λειτουργικού κόστους της μονάδας i , $C_i(P_i)$. Αποτελείται από τη συνάρτηση κόστους της μονάδας προσαυξημένη με το κόστος εκκίνησης και σβέσης, C_{STUP} και C_{SHDN} .
3. Η συνάρτηση του συνολικού μεταβλητού λειτουργικού κόστους, $TOC(OC_{i,j})$, που εφεξής θα αναφέρεται ως συνάρτηση συνολικού λειτουργικού κόστους και αποτελεί το άθροισμα του λειτουργικού κόστους $OC_{i,j}$ των M μονάδων, για κάθε ώρα, j , του χρονικού ορίζοντα:

$$TOC = \sum_{j=1}^T \left(\sum_{i=1}^M OC_{i,j} \right) \quad (2)$$

Το κόστος απόκτησης καυσίμου, για παράδειγμα σε θερμικές μονάδες, μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας την καμπύλη της ειδικής κατανάλωσης καυσίμου, H , σε σχέση με την παραγόμενη ισχύ [12, 48]. Η ειδική κατανάλωση καυσίμου μετράει την ενέργεια του καυσίμου που χρησιμοποιείται προς την παραγόμενη ηλεκτρική ενέργεια και εξαρτάται από το επίπεδο παραγωγής της μονάδας. Η ειδική κατανάλωση καυσίμου μετριέται συνήθως σε [MBTU/MWh] και είναι αντίστροφα ανάλογη με τη θερμική απόδοση η , σύμφωνα με τη σχέση $H = c \cdot \frac{1}{\eta}$, όπου $c = 3.41$ για H σε [MBTU/MWh] και $c = 2.77 \cdot 10^{-4}$ για H σε [MJ/MWh].

Η ειδική κατανάλωση του καυσίμου μπορεί να προσδιοριστεί για κάθε μονάδα μέσω μετρήσεων ή κατά περίπτωση να χρησιμοποιηθούν τα στοιχεία που παρέχει ο κατασκευαστής της μονάδας. Συχνά, η ειδική κατανάλωση του καυσίμου δίνεται σε ένα πίνακα για διακριτές τιμές της παραγόμενης ισχύος της μονάδας. Αν είναι γνωστή η κατώτερη θερμογόνος ικανότητα, LHV ,

καθώς και το κόστος απόκτησης του καυσίμου, CF , είναι δυνατό να υπολογιστεί το κόστος ηλεκτροπαραγωγής για κάθε μία από τις τιμές της ισχύος που έχει μετρηθεί η ειδική κατανάλωση του καυσίμου, μέσω της σχέσης $C(P^*) = P^* \cdot \frac{CF}{LHV} \cdot H$, όπου P^* συμβολίζει την ισχύ που πραγματοποιήθηκε κάθε μία από τις γνωστές μετρήσεις. Από τα γνωστά σημεία $(P^*, C(P^*))$, μέσω κατάλληλης παρεμβολής προκύπτει η συνάρτηση κόστους της μονάδας $C(P)$, προκύπτει μια προσέγγιση του λειτουργικού κόστους που χρησιμοποιείται από το λογισμικό βελτιστοποίησης.

Εκτός από τη συνάρτηση κόστους $C_i(P_i)$, πολύ σημαντική για τη βελτιστοποίηση, για λόγους που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια, είναι και η παράγωγος της ή συνάρτηση του οριακού κόστους $MC(P_i)$:

$$MC_i(P_i) = \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} \quad (3)$$

Το οριακό κόστος αντιπροσωπεύει την αύξηση του συνολικού λειτουργικού κόστους παραγωγής για την αύξηση της παραγόμενης ισχύος κατά μία μονάδα ισχύος και δεν πρέπει να συγχέεται με το μέσο κόστος $AC_i P_i = \frac{C_i(P_i)}{P_i}$.

Σε συστήματα θερμικών μονάδων, όπου οι συναρτήσεις του οριακού κόστους είναι αύξουσες συναρτήσεις της παραγόμενης ισχύος, η επίλυση του EDP περιστρέφεται γύρω από τον προσδιορισμό της οριακής τιμής του συστήματος, λ. Η οριακή τιμή του συστήματος, η οποία εξαρτάται από τη ζήτηση, σε μια δεδομένη στιγμή, και τα χαρακτηριστικά των μονάδων που είναι συνδεδεμένες με το σύστημα, μπορεί απλουστευτικά να περιγραφεί ως:

“Οριακή τιμή του συστήματος είναι το ελάχιστο επιλέον κόστος της παραγωγής ενέργειας από μονάδα ή σύνολο μονάδων που έχουν τη δυνατότητα να προσδώσουν ενέργεια στο δίκτυο, αν η ζήτηση αυξηθεί κατά μία μονάδα ενεργείας”.

Η οριακή τιμή του συστήματος, άμεσα συνδεδεμένη με τις συναρτήσεις του οριακού κόστους των μονάδων, θα οριστεί με ακρίβεια στη συνέχεια, κατά τη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος ελαχιστοποίησης. Ο τρόπος που υπολογίζεται, καθώς και ο κεντρικός της ρόλος παρουσιάζονται αναλυτικά σε επόμενη ενότητα.

1.2 Η διαχείριση του συστήματος παραγωγής ενέργειας

Αντίστοιχα εργαλεία επίλυσης του UCP χρησιμοποιούνται για το προσδιορισμό του βέλτιστου προγράμματος παραγωγής από τις εταιρείες ή οργανισμούς διαχείρισης του δικτύου όπως ο ΔΕ-ΣΜΗΕ. Ο διαχειριστής ενός δικτύου έχει ως στόχο τον εφοδιασμό του συστήματος με ενέργεια κατά τρόπο επαρκή, ασφαλή, οικονομικά αποδοτικό και αξιόπιστο. Για να το επιτύχει αυτό, βασιζόμενος σε κατάλληλη πρόβλεψη του φορτίου¹, ο διαχειριστής προγραμματίζει ποιες μονάδες θα παράξουν ενέργεια και για ποιες ώρες, μέσα σε βραχυπρόθεσμο χρονικό ορίζοντα, συνήθως μίας μέρας. Ο προγραμματισμός αυτός λαμβάνει υπόψη του δύο κύριους παράγοντες.

- Η ηλεκτρική ενέργεια πρέπει να παρέχεται επαρκώς και αξιόπιστα. Ο διαχειριστής πρέπει να λαμβάνει υπόψη του πιθανές βλάβες ή πιθανώς λανθασμένη πρόβλεψη του φορτίου και αν συμβεί κάτι αντίστοιχο είναι ευθύνη του διαχειριστή του δικτύου να κάνει διορθωτικές ενέργειες για να αποφευχθεί πιθανή διακοπή της ηλεκτροδότησης.

¹ Ζήτηση σε ηλεκτρική ενέργεια

- Η ηλεκτρική ενέργεια πρέπει να παρέχεται με τον οικονομικότερο δυνατό τρόπο¹. Κατά την κατανομή της απαιτούμενης προς παραγωγή ισχύος στους παραγωγούς, πρέπει να λαμβάνονται υπόψη, μεταξύ άλλων, το κόστος του καυσίμου, το κόστος που ενέχει στο άνοιγμα και στο κλείσιμο κάθε μονάδας και από το 2013 στην Ε.Ε. το κόστος της αγοράς δικαιωμάτων παραγωγής διοξειδίου του άνθρακα.

Ο διαχειριστής συνήθως ελέγχεται από κάποιου είδους ελεγκτική αρχή, όπως για παράδειγμα στην Ελλάδα τη Ρυθμιστική Αρχή Ενέργειας. Η ελεγκτική αρχή, σε συνδυασμό με τις ισχύουσες νομοθετικές διατάξεις² θέτουν όρια στη διαχείριση του συστήματος, τα οποία αποτυπώνονται ως περιορισμοί στο πρόβλημα εύρεσης του βέλτιστου προγράμματος λειτουργίας. Ένας τέτοιος περιορισμός είναι ο περιορισμός της θερμής ή στρεφόμενης εφεδρείας που εξασφαλίζει την απρόσκοπτη παραγωγή ενέργειας σε περίπτωση που υπάρξουν αποκλίσεις ανάμεσα στην πραγματική και προβλεπόμενη ζήτηση του συστήματος. Η στρεφόμενη εφεδρεία είναι αχρησιμοποίητη δυναμική παραγωγική ισχύς μίας ή περισσότερων μονάδων, που μπορεί να αποδοθεί άμεσα στο σύστημα σε περίπτωση που χρειαστεί.

1.2.1 Η καμπύλη φορτίου

Ο προγραμματισμός της παραγωγής αποσκοπεί, μεταξύ άλλων, στην επαρκή κάλυψη της ζήτησης σε ηλεκτρική ενέργεια. Το γράφημα της συνολικής ζήτησης ενός δικτύου για κάθε ώρα, μέσα σε ένα εικοσιτετράωρο ονομάζεται *καμπύλη φορτίου*. Η καμπύλη του φορτίου παρουσιάζει ασθενώς περιοδική μορφή, διατηρώντας ορισμένα ποιοτικά χαρακτηριστικά από μέρα σε μέρα, που έχουν σημαντική επίδραση στον προγραμματισμό της παραγωγής. Μια χαρακτηριστική καμπύλη φορτίου του Ελληνικού διασυνδεδεμένου συστήματος απεικονίζεται στο Σχήμα 2.

Συνήθως, η καμπύλη φορτίου παρουσιάζει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά:

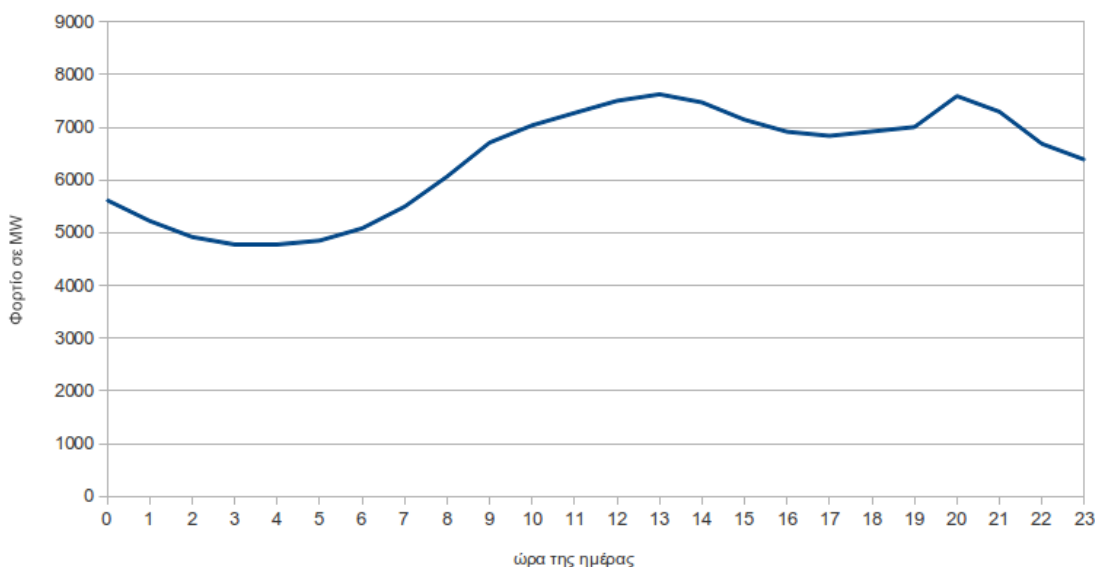
- Παρουσιάζει δύο αιχμές μέσα στη μέρα, η πρώτη μετά το μεσημέρι και η δεύτερη περίπου στις οκτώ η ώρα το απόγευμα. Η αιχμή του μεσημεριού είναι ιδιαίτερα έντονη το καλοκαίρι λόγω αυξημένων φορτίων για ψύξη από κλιματιστικές συσκευές, ενώ παράλληλα είναι ώρες που λειτουργούν κανονικά οι βιομηχανικές εγκαταστάσεις. Η δεύτερη αιχμή προκαλείται από τη χρήση οικιακών ηλεκτρικών συσκευών από τους ανθρώπους που επιστρέφουν από την εργασία τους.
- Η καμπύλη φορτίου παρουσιάζει την πιο απότομη αύξηση από τις 6 ως τις 9 το πρωί καθώς αυτές τις ώρες ξεκινούν όλες οι παραγωγικές δραστηριότητες. Ο διαχειριστής του συστήματος, που ορίζει το πρόγραμμα λειτουργίας των μονάδων, πρέπει να έχει αρκετές μονάδες σε ετοιμότητα ώστε να μπορέσουν να ανταποκριθούν στην αύξηση του φορτίου.
- Τις νυχτερινές ώρες το φορτίο παραμένει χαμηλό σε σχέση με τις πρωινές.

¹ Από αυτή την απαίτηση στην Ελλάδα εξαιρούνται οι ΑΠΕ οι οποίες σύμφωνα με το ειδικό νομικό πλαίσιο (Νόμος 3468/2006) εντάσσονται στο δίκτυο κατά προτεραιότητα [47]

² Στην Ελλάδα η ΡΑΕ εκδίδει τον “Κώδικα Διαχείρισης του Συστήματος και Συναλλαγών Ηλεκτρικής Ενέργειας”

Φορτίο Ελληνικού Διασυνδεδεμένου Συστήματος

την Δευτέρα 5/9/2011

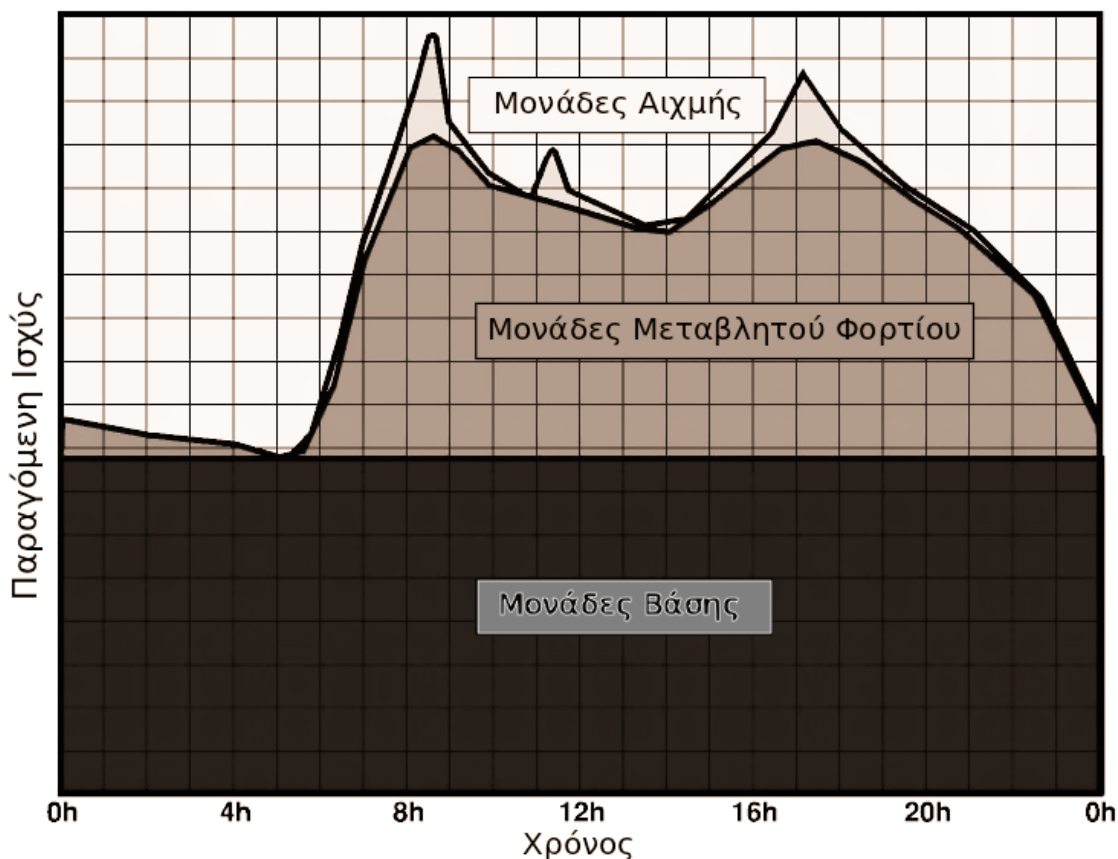


Σχήμα 2: Η καμπύλη του φορτίου για τη Δευτέρα 5/9/2011, σύμφωνα με τα στοιχεία του ΔΕΣΜΗΕ.

Η μορφή που παρουσιάζει η καμπύλη ζήτησης επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό τον προγραμματισμό των διαθέσιμων μονάδων. Ένας απλός κανόνας για τον προγραμματισμό της παραγωγής είναι ότι οι μονάδες βάσεις χρησιμοποιούνται συνεχώς, οι μονάδες μεταβλητού φορτίου κατανέμονται τις πρώτες πρωινές ώρες που αυξάνεται η ζήτηση και οι αιχμακές μονάδες χρησιμοποιούνται μόνο στις ώρες αιχμής, λόγω του μεγάλου κόστους τους. Αυτή η απλοποιημένη αρχή προγραμματισμού απεικονίζεται στο Σχήμα 3. Φυσικά ο βέλτιστος προγραμματισμός της παραγωγής, ενώ συχνά ακολουθεί αυτή τη βασική αρχή, δεν είναι τόσο απλός και απαιτεί τη χρήση εξειδικευμένων αλγορίθμων για να προσδιοριστεί το πρόγραμμα με το ελάχιστο κόστος.

1.2.2 Η πρόβλεψη του φορτίου

Σε κάθε περίπτωση, η ακριβής πρόβλεψη του φορτίου είναι κομβικής σημασίας για τον εύστοχο προγραμματισμό της ηλεκτροπαραγωγής. Η πρόβλεψη του φορτίου γίνεται σε βραχυχρόνιο χρονικό ορίζοντα, συνήθως μίας μέρας. Οι παράμετροι που λαμβάνονται συνήθως υπόψη για να γίνει η πρόβλεψη είναι η πρόβλεψη του καιρού, τα ιστορικά δεδομένα του φορτίου, η μέρα της εβδομάδας και το αν η πρόβλεψη γίνεται σε ημέρα αργίας [8]. Οι σημαντικότερες παράμετροι που προκύπτουν από την πρόβλεψη του καιρού είναι η θερμοκρασία και η υγρασία, καθώς επηρεάζουν το φορτίο που προορίζεται για ανάγκες ψύξης και θέρμανσης. Επίσης λαμβάνονται υπόψη σημαντικά γεγονότα όπως θα μπορούσε να είναι μια προγραμματισμένη απεργία στις δημόσιες συγκοινωνίες. Στο Σχήμα 4 απεικονίζεται ως παράδειγμα η πραγματική και η προβλεπόμενη ζήτηση του δικτύου για το Ελληνικό διασυνδεδεμένο σύστημα, για την αυθαίρετα επιλεγμένη εβδομάδα



Σχήμα 3: Η αρχή κατανομής του ημερήσιου φορτίου σε μονάδες βάσης, μεταβλητού φορτίου και αιχμής. Η παραγόμενη ισχύς ισούται με τη ζήτηση σε ηλεκτρική ενέργεια

από τη Δευτέρα 5/09/2011 έως την Κυριακή 11/9/2011.

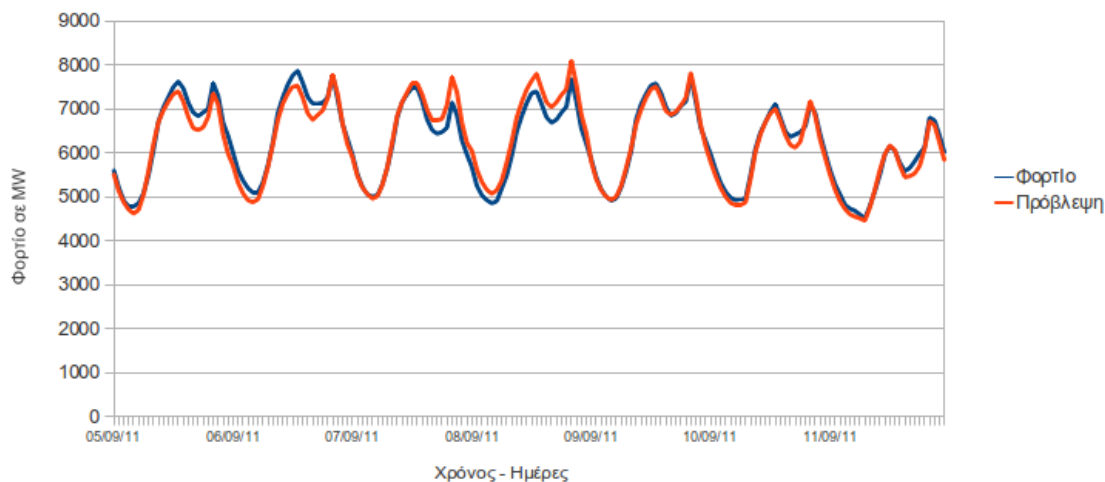
Το μέγιστο σφάλμα της πρόβλεψης για την ίδια περίοδο ήταν περίπου 8% ενώ το μέγιστο σφάλμα όπου η πρόβλεψη ήταν χαμηλότερη ήταν περίπου 6% από τις 23:00 ως τις 23:59 τη Δευτέρα 5/09. Αν τη νύχτα της συγκεκριμένης Δευτέρας όλες οι ανοικτές μονάδες λειτουργούσαν στο μέγιστο δυνατό όριο της παραγωγικότητας τους, το *τεχνικό μέγιστο*, τότε θα υπήρχε έλλειμμα στην προσφερόμενη ισχύ και χωρίς άμεσες διορθωτικές ενέργειες ίσως να οδηγούσε στη διακοπή της παροχής του ηλεκτρικού ρεύματος σε κάποιες περιοχές. Φυσικά, ποτέ δεν λειτουργούν οι μονάδες, στο σύνολο τους, στο τεχνικό μέγιστο, καθώς, μεταξύ άλλων, είναι αναμενόμενο πως η πρόβλεψη του φορτίου παρουσιάζει ένα μικρό σφάλμα. Υπάρχουν, δηλαδή, πάντα ανοικτές μονάδες που δεν λειτουργούν στο τεχνικό τους μέγιστο και είναι ανά πάσα στιγμή έτοιμες να δώσουν στο σύστημα επιπλέον ισχύ αν αυτό χρειαστεί. Αυτή η τακτική ονομάζεται διατήρηση θερμής εφεδρείας.

1.2.3 Ρύθμιση συχνότητας και στρεφόμενη εφεδρεία

Όπως έγινε φανερό στην προηγούμενη ενότητα, η ζήτηση σε ενέργεια δεν είναι δυνατό να προβλέπεται με απόλυτη ακρίβεια και εκτός αυτού, από τη φύση της, παρουσιάζει στοχαστικές αυξο-

Φορτίο και Πρόβλεψη Φορτίου του Ελληνικού Διασυνδεδεμένου Συστήματος

Από την Δευτέρα 5/09/2011 έως την Κυριακή 11/9/2011



Σχήμα 4: Η πραγματική και προβλεπόμενη ζήτηση του δικτύου για το Ελληνικό διασυνδεδεμένο σύστημα από τη Δευτέρα 5/09/2011 έως την Κυριακή 11/9/2011. Κατά τη διάρκεια του Σαββατοκύριακου το φορτίο είναι μειωμένο σε σχέση με τις εργάσιμες. Πηγή: ΔΕΣΜΗΕ

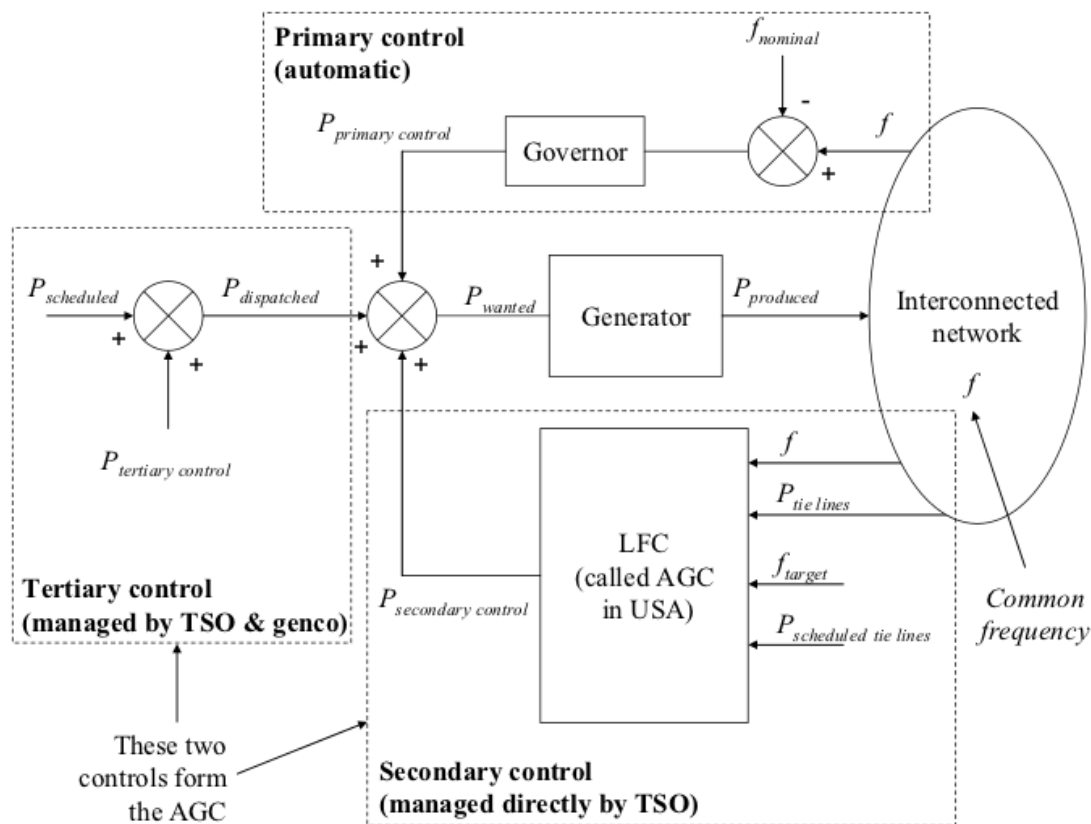
μειώσεις. Μικρές ανισορροπίες, όμως, στο ισοζύγιο παραγόμενης ενέργειας - φορτίου δημιουργούν αυξομειώσεις στη συχνότητα του διοχετευόμενου στο σύστημα εναλλασσόμενου ρεύματος, σύμφωνα με τον ακόλουθο μηχανισμό. Έστω ένας ατμοστρόβιλος σε θερμική μονάδα που είναι σε λειτουργία παρέχοντας ισχύ σε σύγχρονη γεννήτρια που βρίσκεται στον ίδιο άξονα και είναι συνδεδεμένη με το δίκτυο. Αύξηση του φορτίου από τη μεριά της γεννήτριας θα μειώσει την ταχύτητα περιστροφής του στρόβιλου αν η ισχύς που παρέχει ο στρόβιλος μείνει σταθερή, προκαλώντας μείωση της συχνότητας του παραγόμενου ρεύματος. Μείωση του φορτίου, αντίστοιχα, τείνει να αυξήσει τη συχνότητα του ρεύματος [1, 38].

Η συχνότητα είναι ιδιαίτερα σημαντικό να παραμένει σταθερή, καθώς οι περισσότερες ηλεκτρικές συσκευές και μηχανήματα είναι ευαίσθητες ακόμα και σε μικρές αποκλίσεις της συχνότητας από το σημείο σχεδιασμού (50 Hz στην Ευρώπη). Για αυτό το λόγο, βασικό καθήκον του διαχειριστή του συστήματος είναι να ισοσκελίζει το ισοζύγιο παραγόμενης ισχύος - φορτίου ώστε να διατηρείται η συχνότητα σταθερή. Παράλληλα η παραγωγή κάθε μονάδας πρέπει να είναι στο βέλτιστο επίπεδο που καθορίζεται από την επίλυση του EDP. Η παραγόμενη ισχύς κάθε μονάδας ελέγχεται με ένα σύστημα που διαρθρώνεται σε τρία επίπεδα [27] και απεικονίζεται στο Σχήμα 5:

- **Πρωτεύων έλεγχος.** Για μικρές αυξομειώσεις του φορτίου υπάρχει *τοπικό* σύστημα Αυτόματης Ρύθμισης Παραγωγής (ΑΡΠ) που χρησιμοποιεί αυτόματο έλεγχο με ανάδραση στην τιμή της συχνότητας, για να διορθώνει μικρές αποκλίσεις της τελευταίας.
- **Δευτερεύων έλεγχος.** Πρόκειται για κεντρικό σύστημα αυτομάτου ελέγχου που δίνει εντολές για τη μεταβολή της ισχύος κάθε μονάδας, τέτοιες ώστε να αντισταθμίζονται στις αυξομειώ-

σεις της συχνότητας.

- **Τριτεύων έλεγχος.** Εντολές που δίνονται από χειριστές, ώστε να επιστρέφει η παραγωγή κάθε μονάδας στα επιθυμητά επίπεδα που ορίζονται από τη βελτιστοποίηση, να αποσυμφορίζονται γραμμές μεταφοράς κοκ.



Σχήμα 5: Διάγραμματική απεικόνιση των τριών επιπέδων που ασκείται ο έλεγχος της ισχύος κάθε μονάδας [27].

Η αχρησιμοποίητη ισχύς των μονάδων που δεν λειτουργούν στο τεχνικό τους μέγιστο και μπορεί να εγχυθεί άμεσα στο σύστημα για να ασκηθεί ο δευτερεύων και ο τριτεύων έλεγχος αποτελεί τη στρεφόμενη εφεδρεία. Η στρεφόμενη εφεδρεία σύμφωνα με το [27] ορίζεται ως “η αχρησιμοποίητη ισχύς που μπορεί να ενεργοποιηθεί με απόφαση του διαχειριστή του συστήματος και παρέχεται από μονάδες που έχουν συγχρονιστεί με το σύστημα και έχει την ικανότητα να επηρεάσει τη συνολική ισχύ του συστήματος”.

Η στρεφόμενη εφεδρεία αποτελεί την ασφαλιστική δικλείδα για την όχι τόσο σπάνια περίπτωση που κάποια μονάδα ή κάποιο τμήμα του δικτύου μεταφοράς βρεθεί απρόοπτα εκτός λειτουργίας. Ένας απλός τρόπος καθορισμού της απαιτούμενης στρεφόμενης εφεδρείας είναι ότι η στρεφόμενη εφεδρεία πρέπει να είναι τουλάχιστον όσο μεγάλη όσο και η παραγωγή της “μεγαλύτερης μονάδας” που βρίσκεται σε λειτουργία σε μία συγκεκριμένη ώρα. Ως “μεγαλύτερη μονάδα”

ορίζεται η μονάδα που σύμφωνα με το πρόγραμμα έχει οριστεί να παράγει τη μεγαλύτερη παραγόμενη ισχύ σε μία συγκεκριμένη ώρα.

Με αυτό τον τρόπο, ακόμα και σε απρόοπτη διακοπή λειτουργίας της “μεγαλύτερης μονάδας” η παροχή ενέργειας συνεχίζεται αδιάκοπα. Συνήθως η πιθανότητα να πάθουν βλάβη ταυτόχρονα δύο μεγάλες μονάδες θεωρείται πολύ μικρή ώστε να δικαιολογηθεί το κόστος της επιπλέον στρεφόμενης εφεδρείας, αλλά τέτοια γεγονότα έχουν παρατηρηθεί, όπως για παράδειγμα στην Ελλάδα τον Ιούλιο του 2004, που η απρόοπτη διακοπή της λειτουργίας της μονάδας του Λαυρίου και της Μεγαλόπολης μέσα σε διάστημα 12 ωρών έθεσε εκτός λειτουργίας το δίκτυο στο μεγαλύτερο μέρος της νότιας Ελλάδας [1].

Οι περισσότερες χώρες χρησιμοποιούν κανονισμούς για τον καθορισμό της στρεφόμενης εφεδρείας, όπως οι κανονισμοί της UCTE, της ευρωπαϊκής ένωσης διαχειριστών δικτύου. Οι κανονισμοί διαφέρουν από χώρα σε χώρα, αλλά συνήθως χρησιμοποιούν ως παράμετρο το μέγιστο φορτίο του συστήματος για μια δεδομένη περίοδο[27]. Ένας εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού της απαιτούμενης εφεδρείας είναι η χρήση στοχαστικής ανάλυσης, όπως η ανάλυση Monte Carlo που χρησιμοποιεί η μεγάλη αμερικανική εταιρεία διαχείρισης δικτύων PJM [27, 37].

2 Το πρόβλημα της βέλτιστης ανάθεσης φορτίου - UCP

Στην παρούσα ενότητα, παρουσιάζονται γνωστές μέθοδοι επίλυσης του UCP και αναλύεται σε μεγαλύτερο βάθος η μέθοδος επίλυσης του UCP με EA που χρησιμοποιείται στον κώδικα του ΕΘΣ/ΕΜΠ που βελτιώθηκε. Τέλος, παρουσιάζεται ο κομβικός ρόλος που έχει το EDP κατά την επίλυση του UCP με τη χρήση EA.

2.1 Ορισμός του UCP και περιορισμοί

2.1.1 Ορισμός του προβλήματος

Έστω ένα σύνολο που περιέχει M μονάδες u_i , $i \in (1, M)$. Ζητείται ο προσδιορισμός του προγράμματος λειτουργίας και της παραγόμενης ισχύος για κάθε μονάδα για ένα χρονικό ορίζοντα T ωρών, έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το κόστος, τηρώντας, παράλληλα, τους περιορισμούς που τίθενται για τεχνικούς λόγους και λόγους ασφαλείας.

Το πρόγραμμα λειτουργίας μιας μονάδας μπορεί να οριστεί πλήρως μέσω μιας στοιχειοσειράς, μήκους T , που αποτελείται από τις δυαδικές μεταβλητές $s_{i,j} = \{0 \text{ ή } 1\}$ που καθορίζουν την κατάσταση, ανοικτή ή κλειστή, μιας μονάδας για κάθε ώρα του προβλήματος. Η τιμή $s = 1$ αντιστοιχεί σε μονάδα που για τη συγκεκριμένη ώρα είναι συνδεδεμένη και προσφέρει ενέργεια στο δίκτυο, ενώ η τιμή $s = 0$ αντιστοιχεί σε μονάδα που είτε είναι σε κράτηση (δηλαδή εκτός λειτουργίας), είτε βρίσκεται κατά τη διαδικασία έναρξης ή σβέσης, όπου δεν θεωρείται ότι παρέχει ενέργεια στο δίκτυο.

Οι ελεύθερες μεταβλητές που ορίζουν το πρόγραμμα λειτουργίας των μονάδων είναι, δηλαδή, συνολικά T στοιχειοσειρές, έστω S_j , μία για κάθε ώρα. Η κάθε στοιχειοσειρά S_j περιέχει M δυαδικές μεταβλητές s_i και ορίζει πλήρως το σύνολο των μονάδων που είναι ανοικτές σε μία ώρα j . Το σύνολο των μονάδων σε λειτουργία, που ορίζεται από μία στοιχειοσειρά S_j , ονομάζεται *σενάριο* και συμβολίζεται με U_{sce} . Για παράδειγμα, σε ένα πρόβλημα με $M = 5$, δύο δυνατά σενάρια που προκύπτουν από τις αντίστοιχες στοιχειοσειρές S_j είναι:

$$\begin{aligned} S_{A,j} &= 10111 \rightarrow U_A = \{1, 3, 4, 5\} \\ S_{B,j} &= 10011 \rightarrow U_B = \{1, 4, 5\} \end{aligned}$$

όπου το σενάριο U_A ορίζει ότι οι μονάδες 1,3,4 και 5 είναι σε λειτουργία, ενώ το σενάριο U_B ορίζει ότι για την ίδια ώρα, αντίστοιχα, μόνο οι μονάδες 1,4 και 5, βρίσκονται σε λειτουργία. Το βέλτιστο πρόγραμμα μπορεί, δηλαδή, να οριστεί προσδιορίζοντας τα αντίστοιχα σενάρια για κάθε ώρα του χρονικού ορίζοντα.

Εκτός από την εύρεση του βέλτιστου προγράμματος πρέπει να καθοριστεί και η παραγόμενη ισχύς για κάθε μονάδα και σε κάθε ώρα του χρονικού ορίζοντα, $P_{i,j}$. Επειδή οι ελεύθερες μεταβλητές του προβλήματος UCP είναι και ακέραιες ($s_{i,j}$) και πραγματικές ($P_{i,j}$), το UCP αποτελεί πρόβλημα μικτών ακεραίων-πραγματικών (mixed integer real problem).

Το UCP χωρίζεται σε δύο υποπροβλήματα. Το πρώτο πρόβλημα αναφέρεται στην εύρεση των σεναρίων S_j για καθε ώρα του χρονικού ορίζοντα, για τα οποία, αν η συνολική ισχύς καταναμηθεί

βέλτιστα ανάμεσα στις εν λειτουργία μονάδες, προκύπτει το ελάχιστο TOC . Το δεύτερο πρόβλημα, το πρόβλημα της οικονομικής ανάθεσης - EDP, αναφέρεται στην εύρεση των βέλτιστων $P_{i,j}$, έχοντας δεδομένα τα σενάρια S_j , για κάθε ώρα του χρονικού ορίζοντα. Στην παρούσα εργασία το UCP λύνεται με τη χρήση Εξελικτικού Αλγόριθμου (EA) που ελαχιστοποιεί το συνολικό μεταβλητό λειτουργικό κόστος, TOC , για το σύνολο του χρονικού ορίζοντα:

$$\min TOC = \sum_{j=1}^T \left(\sum_{i=1}^M OC_{i,j} \right) \quad (4)$$

όπου $OC_{i,j}$ είναι το συνολικό λειτουργικό κόστος για τη μονάδα i την ώρα j . Το συνολικό μεταβλητό λειτουργικό κόστος κάθε μονάδας $OC_{i,j}$ περιλαμβάνει το μεταβλητό λειτουργικό κόστος της μονάδας $C_i(P_i)$ που εξαρτάται μόνο από την παραγόμενη ισχύ, καθώς και το κόστος εκκίνησης και σβέσης μιας μονάδας C_{STUP} και C_{SHDN} . Το κόστος της εκκίνησης C_{STUP} μπορεί να εξαρτάται από το χρόνο που μία μονάδα έχει παραμείνει κλειστή [43], αλλά για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας θεωρήθηκε σταθερό χωρίς βλάβη της γενικότητας. Συνολικά, το λειτουργικό κόστος κάθε μονάδας προκύπτει:

$$OC_{i,j} = C_i(P_i) + C_{STUP} + C_{SHDN} \quad (5)$$

όπου $C_i(P_i)$ η συνάρτηση κόστους της μονάδας και C_{STUP} και C_{SHDN} τα κόστη εκκίνησης και σβέσης, τέτοια ώστε:

$$C_{STUP} = \begin{cases} C_{STUP} & \text{αν } s_{i,j-1} = 0 \\ 0 & \text{αν } s_{i,j-1} = 1 \end{cases} \quad (6)$$

$$C_{SHDN} = \begin{cases} C_{SHDN} & \text{αν } s_{i,j-1} = 1 \\ 0 & \text{αν } s_{i,j-1} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

2.1.2 Περιορισμοί για το UCP

Μια από τις δυσκολίες που παρουσιάζει το UCP είναι ότι οι μονάδες δεν μπορούν να εκκινούν και να να σβήνουν οποτεδήποτε, αλλά τα πιθανά προγράμματα υπόκεινται σε περιορισμούς [33, 38, 43]:

- Ελάχιστος χρόνος που χρειάζεται μια μονάδα να εκκινήσει - T_{STUP} , δηλαδή αν η κατάσταση $s_{i,j} = 0$ αλλάξει σε $s'_{i,j'} = 1$, να ισχύει

$$j' - j \geq T_{STUP} \quad (8)$$

- Ελάχιστος χρόνος που χρειάζεται μια μονάδα να σβήσει - T_{SHDN} , δηλαδή αν η κατάσταση $s_{i,j} = 1$ αλλάξει σε $s'_{i,j'} = 0$, να ισχύει

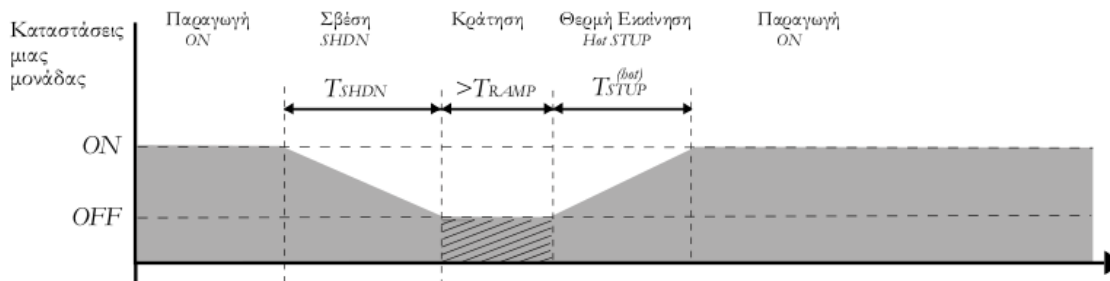
$$j' - j \geq T_{SHDN} \quad (9)$$

- Ελάχιστος χρόνος που η μονάδα πρέπει να παραμείνει σε κατάσταση κράτησης, ανάμεσα σε μια διαδοχική σβέση και εκκίνηση - T_{RAMP} , ή να ισχύει

$$T_{unit-off} \geq T_{RAMP} + T_{STUP} + T_{SHDN} + 2 \quad (10)$$

όπου $T_{unit-off}$ είναι το μήκος κάθε στοιχειοσειράς που περιέχει τουλάχιστον ένα 0 ανάμεσα σε δύο 1, $(10 \dots 01)$

- Συμβατότητα προγράμματος με τις αρχικές συνθήκες. Είναι, δηλαδή, γνωστό το πρόγραμμα για τις ώρες πριν αρχίσει ο χρονικός ορίζοντας επίλυσης του UCP, ώστε να ελεγχθούν οι παραπάνω περιορισμοί για τις πρώτες ώρες του χρονικού ορίζοντα του προβλήματος.



Σχήμα 6: Ο συνολικός απαραίτητος χρόνος που πρέπει να παραμείνει εκτός λειτουργίας μια μονάδα ανάμεσα σε μία διαδοχική σβέση και εκκίνηση, $T \geq T_{STUP} + T_{RAMP} + T_{SHDN}$, [43]

Ο ελάχιστος συνολικός χρόνος που απαιτείται μία μονάδα να είναι εκτός λειτουργίας ανάμεσα σε μια διαδοχική σβέση και εκκίνηση απεικονίζεται στο Σχήμα 6. Άλλοι περιορισμοί, που δεν λαμβάνονται υπόψη στην παρούσα εργασία, μπορεί να περιλαμβάνουν:

- Περιορισμό στο μέγιστο αριθμό των μονάδων που μπορούν να εκκινήσουν ταυτόχρονα, σε εγκαταστάσεις με πολλές μονάδες, λόγω των περιορισμένων δυνατοτήτων του διαθέσιμου προσωπικού (crew constraint) [25].
- Περιορισμό στον ελάχιστο χρόνο που πρέπει μια μονάδα να παραμείνει σε λειτουργία. Ο περιορισμός του ελάχιστου χρόνου λειτουργίας βασίζεται στην προστασία από θερμικές καταπονήσεις, ώστε να μειωθεί η κόπωση του εξοπλισμού [34].

Ας σημειωθεί ότι οι παραπάνω περιορισμοί είναι εύκολο να προστεθούν στον αλγόριθμο που υλοποιήθηκε, έχουν μικρό αντίκτυπο στο συνολικό χρόνο που απαιτεί ο αλγόριθμος και εν γένει σπάνια χρησιμοποιούνται από τη βιβλιογραφία.

2.2 Μέθοδοι επίλυσης του UCP

Στην παρούσα εργασία το UCP λύνεται με τη χρήση ΕΑ. Το UCP είναι ένα πρόβλημα που έχει μελετηθεί σε μεγάλο βαθμό τις δύο τελευταίες δεκαετίες και έχουν αναπτυχθεί πολλές διαφορετικές μέθοδοι για την επίλυση του, μεταξύ των οποίων και ο ΕΑ. Οι μέθοδοι αυτοί μπορούν να διαχωριστούν σε αιτιοκρατικές και σε στοχαστικές μεθόδους. Στις αιτιοκρατικές μεθόδους συγκαταλέγονται η εξαντλητική απαρίθμηση, η κατάταξη κατά σειρά προτεραιότητας, η μέθοδος χαλάρωσης Lagrange και ο δυναμικός προγραμματισμός. Στις στοχαστικές περιλαμβάνονται μέθοδοι όπως η προσομοιούμενη απόπτηση, η αναζήτηση ταμπού, η χρήση νευρωνικών δικτύων και φυσικά μέθοδοι που αξιοποιούν στοχαστικές μεθόδους όπως οι Εξελικτικοί Αλγόριθμοι.

2.2.1 Αιτιοκρατικές Μέθοδοι επίλυσης του UCP

Συνήθως, οι αιτιοκρατικές μέθοδοι βελτιστοποίησης χρησιμοποιούν την παράγωγο της συνάρτησης κόστους για να συγκλίνουν με ταχύτητα στη βέλτιστη λύση. Σε προβλήματα που οι ελεύθερες μεταβλητές είναι ακέραιοι αριθμοί (οι ακέραιες μεταβλητές $s_{i,j}$ καθορίζουν πλήρως κάθε δυνατό πρόγραμμα ηλεκτροπαραγωγής) δεν μπορεί να οριστεί κάποια χρήσιμη παράγωγος της ελαχιστοποιούμενης συνάρτησης κόστους. Ως αποτέλεσμα, οι αιτιοκρατικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του UCP βασίζονται είτε στον υπολογισμό πολύ μεγάλου αριθμού δυνατών προγραμμάτων (εξαντλητική απαρίθμηση, δυναμικός προγραμματισμός), είτε στη χρήση ευρετικών μεθόδων που προσφέρουν αυξημένη ταχύτητα σύγκλισης αλλά δεν εντοπίζουν αναγκαστικά τη βέλτιστη λύση. Τέλος, υπάρχουν ιδιαίτερα αποδοτικές αιτιοκρατικές μέθοδοι για την επίλυση του UCP, αλλά προϋποθέτουν την παραδοχή γραμμικών συναρτήσεων κόστους των μονάδων (μέθοδος χαλάρωσης Lagrange)

Εξαντλητική απαρίθμηση Η εξαντλητική απαρίθμηση [38] υπολογίζει την τιμή της προς ελαχιστοποίησης συνάρτησης για κάθε δυνατό πρόγραμμα. Αυτή η μέθοδος δουλεύει καλά για προβλήματα μικρού μεγέθους αλλά το υπολογιστικό της κόστος γίνεται απαγορευτικό για μεγαλύτερα προβλήματα που το πλήθος των δυνατών λύσεων αυξάνεται εκθετικά.

Δυναμικός Προγραμματισμός Στη μέθοδο επίλυσης του UCP που αξιοποιεί τις αρχές του δυναμικού προγραμματισμού ο χώρος των δυνατών λύσεων αναλύεται σε ένα δέντρο αποφάσεων. Στη συνέχεια, λύνονται υποπροβλήματα βελτιστοποίησης και αποκλείονται κλάδοι του δέντρου που αποδεικνύεται ότι δίνουν μη-βέλτιστες λύσεις. Ο συνολικός αριθμός των πιθανών λύσεων που αξιολογούνται, όμως, εξακολουθεί να αυξάνεται εκθετικά με το μέγεθος του προβλήματος, κάνοντας τη μέθοδο μη-πρακτική για μεγάλα προβλήματα. Γι' αυτό το λόγο έχουν αναπτυχθεί παραλλαγές της μεθόδου που χρησιμοποιούν ευρετικές τεχνικές [4, 22].

Κατάταξη κατά σειρά προτεραιότητας (Priority Listing) Σε αυτή τη μέθοδο οι μονάδες κατατάσσονται με κριτήριο την αύξουσα τιμή του κόστους ηλεκτροπαραγωγής [16]. Το κόστος μπορεί να προσδιορίζεται ως το μέσο λειτουργικό κόστος ή ως κάποιος ειδικός δείκτης που να προκύπτει συνυπολογίζοντας τα κόστη έναρξης και σβέσης ή άλλες παραμέτρους. Στη συνέχεια, χρησιμοποιείται μια απλή ευρετική τεχνική προγραμματισμού των μονάδων που κατανέμει τις μονάδες με σειρά προτεραιότητας, φροντίζοντας, όμως, παράλληλα να ικανοποιούνται οι περιορισμοί του προβλήματος. Η μέθοδος παρότι γρήγορη υπολογιστικά, κάνει σημαντικές απλοποιήσεις και συνεπώς προσδιορίζει μη-βέλτιστες λύσεις.

Μέθοδος χαλάρωσης Lagrange Πρόκειται για διαδεδομένη μέθοδο επίλυσης του UCP, που όμως σύμφωνα με το [30] παρουσιάζει συχνά μειονέκτημα λόγω ασταθούς και αργής σύγκλισης.

Η βέλτιστη λύση προσεγγίζεται ελαχιστοποιώντας επαναληπτικά μια επαυξημένη συνάρτηση κόστους στην οποία συμπεριλαμβάνονται εκφράσεις των περιορισμών συνοδευόμενες από τους αντίστοιχους πολλαπλασιαστές Lagrange [28].

Μέθοδος Διάσχισης-Διαχώρισης (Branch and Bound) Η μέθοδος της διάσχισης και διαχώρισης παρουσιάζει ομοιότητες με το δυναμικό προγραμματισμό από την άποψη ότι δημιουργεί και ανατρέχει μια δενδροειδή λίστα υποψήφιων λύσεων. Η μέθοδος εξερευνεί συστηματικά το δένδρο των λύσεων και ελέγχοντας υποψήφιες λύσεις στους κόμβους είναι σε θέση να αποκλείσει με σιγουριά μεγάλο αριθμό πιθανών λύσεων ως μη-βέλτιστες. Το τελευταίο επιτυγχάνεται προσδιορίζοντας κατάλληλα ένα άνω και κάτω όριο της τιμής της συνάρτησης στόχου [43].

2.2.2 Στοχαστικές μέθοδοι επίλυσης του UCP

Προσομοιούμενη ανόπτηση - Simulated Annealing Πρόκειται για στοχαστική μέθοδο που παραλληλίζεται με την τεχνική της ανόπτησης στη μεταλλουργία. Κατά την ανόπτηση αυξάνεται η θερμοκρασία ενός μετάλλου και τα μόρια του αποκολλώνται από την αρχική τους θέση και περιφέρονται τυχαία στο κρυσταλλικό πλέγμα. Όπως μειώνεται η θερμοκρασία τα μόρια σταδιακά ισορροπούν σε νέους σχηματισμούς που αντιστοιχούν σε χαμηλότερη ενεργειακή στάθμη από τους αρχικούς. Στον αλγόριθμο η θέση κάθε μορίου αντιπροσωπεύει μια υποψήφια λύση που αξιολογείται και η ενεργειακή στάθμη αντιπροσωπεύει την τιμή της συνάρτησης στόχου.

Στον αλγόριθμο αρχικά επιλέγεται τυχαία ένα σετ υποψήφιων λύσεων. Ύστερα ο αλγόριθμος επαναληπτικά προσδιορίζει νέες υποψήφιες λύσεις, διαταράσσοντας τις παλιές από την αρχική τους θέση. Το μέτρο της διαταραχής προσδιορίζεται από το μέτρο της παραμέτρου της θερμοκρασίας T , η οποία μειώνεται σταδιακά μέχρι τον τερματισμό του αλγορίθμου. Μετά από κάθε διαταραχή κάθε νέα υποψήφια λύση αξιολογείται και είτε γίνεται δεκτή ή απορρίπτεται [30].

Αναζήτηση ταμπού Όπως και η προσομοιούμενη ανόπτηση πρόκειται για μέθοδο που εντοπίζει λύσεις στη γειτονιά ήδη αξιολογημένων λύσεων [10]. Η μέθοδος χρησιμοποιείται με επιτυχία σε προβλήματα με ακέραιες ελεύθερες παραμέτρους. Στην αναζήτηση ταμπού η εξερεύνηση μιας νέας υποψήφιας λύσης στη γειτονιά μιας γνωστής υποψήφιας λύσης ονομάζεται “κίνηση”. Βασικά στοιχεία της μεθόδου είναι η “δομή μνήμης γειτονιάς” (neighbourhood memory structure) και η λίστα ταμπού. Οι πιθανές νέες κινήσεις ορίζονται χρησιμοποιώντας στοιχεία από τη δομή μνήμης γειτονιάς αλλά απαγορεύονται κινήσεις που περιέχονται στη λίστα ταμπού (όπως οι λύσεις που έχουν αξιολογηθεί ήδη).

Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα Πρόκειται για αλγόριθμο εκμάθησης μηχανής που προσομοιάζει τη λειτουργία των εγκεφαλικών νευρώνων. Οι γνωστές λύσεις χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό των παραμέτρων των νευρωνικών δικτύων που ονομάζονται βάρη μέσω κατάλληλης διαδικασίας εκπαίδευσης. Η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την απευθείας προσέγγιση της συνάρτησης κόστους ή μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους όπως στο [14].

Εξελικτικός προγραμματισμός Μέθοδοι που υπάγονται στην ευρύτερη κατηγορία του εξελικτικού προγραμματισμού παρουσιάζουν αποτελεσματικότητα κατά την επίλυση προβλημάτων με πολύ μεγάλο πλήθος δυνατών λύσεων και πολλούς περιορισμούς, όπως το UCP [13]. Οι μέθοδοι αυτές βασίζονται σε ένα πληθυσμό υποψηφίων λύσεων που εξελίσσεται μέσα από ένα μηχανισμό αξιολόγησης των λύσεων και επιλογής των καλύτερων από αυτές για τη δημιουργία νέων, χρησιμοποιώντας διάφορες τεχνικές.

2.2.3 Εισαγωγή στους Εξελικτικούς Αλγορίθμους

Ο ΕΑ είναι μια στοχαστική μέθοδος βελτιστοποίησης που βασίζεται στην αξιολόγηση, συνδυασμό και βελτίωση ενός πληθυσμού υποψηφίων λύσεων. Η αρχή λειτουργίας των ΕΑ δανείζεται ιδέες και ορολογία από το μηχανισμό της εξέλιξης των ειδών στη φύση. Ένας “πληθυσμός” υποψηφίων λύσεων εξελίσσεται και αξιολογείται διαδοχικά, έως ότου ο αλγόριθμος συγκλίνει στη βέλτιστη λύση, ή τερματιστεί μέσω ενός κριτηρίου τερματισμού. Κάθε υποψήφια λύση αποτελείται από μια στοιχειοσειρά που αποκαλείται “χρωμόσωμα” και αποτελεί μια αμφιμονοσήμαντη κωδικοποίηση των ελεύθερων παραμέτρων του προβλήματος που αντιπροσωπεύει η λύση.

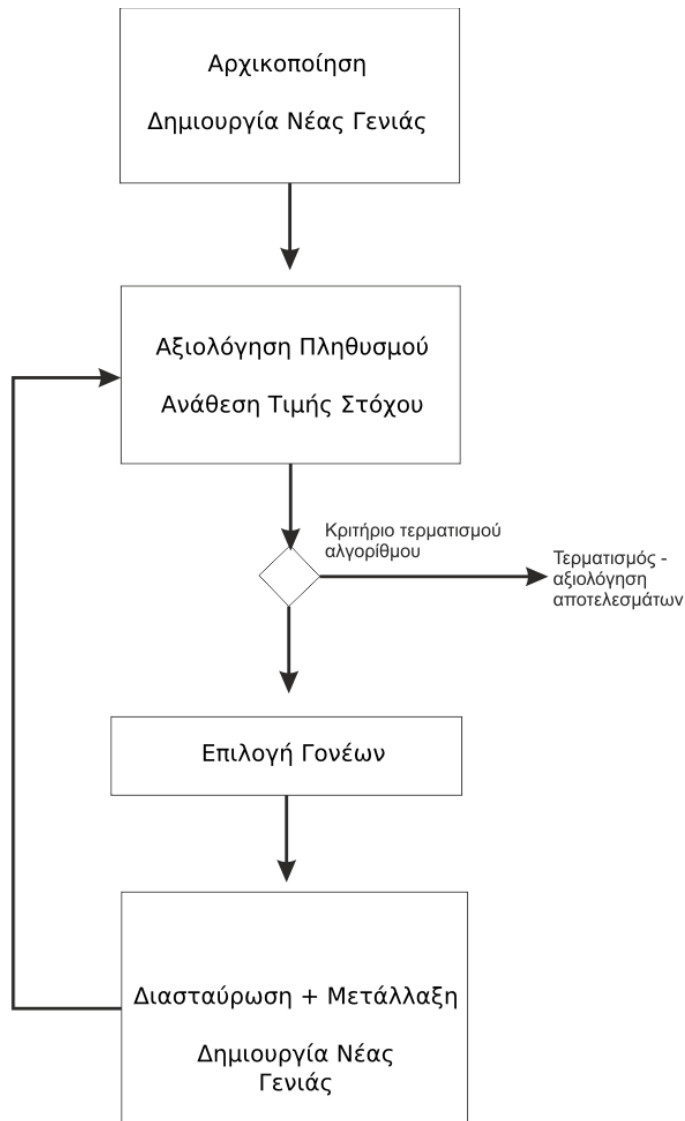
Κατά την εκκίνηση του αλγορίθμου δημιουργείται ένας πληθυσμός, L ατόμων¹, με τυχαία χρωμοσώματα ή χρωμοσώματα που αντιστοιχούν σε προεπιλεγμένες από το σχεδιαστή λύσεις. Ύστερα οι υποψήφιας αυτές λύσεις αξιολογούνται συνήθως από ένα λογισμικό αξιολόγησης. Στη φάση αξιολόγησης σε κάθε υποψήφια λύση ανατίθεται μια τιμή της συνάρτησης στόχου, που για τον αλγόριθμο UCP είναι η TOC . Ο αλγόριθμος, έπειτα, επιλέγει με στοχαστικό τρόπο ένα αριθμό μ ατόμων από τον πληθυσμό, έτσι ώστε να έχουν μεγαλύτερη πιθανότητα να επιλεγούν οι υποψήφιας λύσεις που παρουσιάζουν χαμηλότερες τιμές της προς ελαχιστοποίησης συνάρτησης TOC . Αυτά τα άτομα είναι το σύνολο των γονέων (parents). Κάποιοι από τους γονείς δύναται να είναι οι υποψήφιοι που έχουν ιστορικά τις χαμηλότερες τιμές TOC ακόμα και αν μην ήταν άτομα της ακριβώς προηγούμενης γενιάς. Ο αριθμός αυτών των ατόμων είναι ϵ , ονομάζονται επίλεκτοι, και η χρήση τους αποτελεί την τεχνική της επιλεκτικότητας (elitism), η οποία αυξάνει την ταχύτητα σύγκλισης.

Στο σύνολο των γονέων εφαρμόζονται εξελικτικοί τελεστές που σκοπό έχουν κυρίως να συνδυάσουν το γενετικό υλικό των γονέων (τελεστής διασταύρωσης - crossover) για τη δημιουργία L απογόνων που αποτελούν και τη νέα γενιά. Άλλος ρόλος των εξελικτικών τελεστών είναι να κατευθύνουν την αναζήτηση σε νέες περιοχές αλλάζοντας τυχαία μεμονωμένα στοιχεία του χρωμοσώματος (τελεστής μετάλλαξης - mutation).

Η ίδια διαδικασία της αξιολόγησης, επιλογής γονέων και εφαρμογής τελεστών για τη δημιουργία ενός νέου πληθυσμού υποψηφίων λύσεων επαναλαμβάνεται για πολλές γενιές, μέχρις ότου κάποιο κριτήριο σύγκλισης. Ένα κριτήριο σύγκλισης που χρησιμοποιείται συχνά είναι η συμπλήρωση κάποιου συγκεκριμένου αριθμού αξιολογήσεων. Το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.

Το κύριο μειονέκτημα που παρουσιάζουν οι ΕΑ είναι πως απαιτείται συνολικά μεγάλος αριθμός αξιολογήσεων, για να εντοπιστεί εγγυημένα η βέλτιστη λύση, κάτι που ενέχει σημαντικό υπο-

¹ Παραδοσιακά χρησιμοποιείται το σύμβολο λ για τον ορισμό του μεγέθους του αρχικού πληθυσμού του ΕΑ, αλλά στην παρούσα εργασία χρησιμοποιείται το αντίστοιχο κεφαλαίο αγγλικό γράμμα, προς αποφυγή σύγχυσης με τον πολλαπλασιαστή Lagrange που προκύπτει κατά την επίλυση του προβλήματος βελτιστοποίησης.



Σχήμα 7: Διάγραμμα ροής μιας γενιάς του ΕΑ

λογιστικό κόστος. Ο αριθμός των αξιολογήσεων που χρειάζεται ένας εξελικτικός αλγόριθμος για να συγκλίνει με μεγάλη πιθανότητα στη βέλτιστη λύση εξαρτάται από το πρόβλημα και το μέγεθός του, που στην παρούσα περίπτωση καθορίζεται από τον αριθμό των ωρών T και τον αριθμό των μονάδων M . Ο απαραίτητος αριθμός αξιολογήσεων μπορεί να προσεγγιστεί εμπειρικά [46]. Σε περίπτωση που επιλεγεί μικρός αριθμός αξιολογήσεων, ο αλγόριθμος συχνά εντοπίζει μια πολύ καλή λύση, η οποία όμως μπορεί να μην είναι η βέλτιστη.

2.2.4 Το EDP, υποπρόβλημα του UCP

Στον ΕΑ που επιλύει το UCP, κάθε αξιολόγηση αναφέρεται στην εύρεση του συνολικού κόστους TOC , που αποτελείται από το λειτουργικό κόστος κάθε ώρας OC_j ¹. Για να υπολογιστεί η τιμή του λειτουργικού κόστους OC_j απαιτείται ο προσδιορισμός της παραγόμενης ισχύος $P_{i,j}$, κάθε μονάδας για κάθε ώρα, τέτοια ώστε να ελαχιστοποιείται το κόστος. Απαιτείται δηλαδή η επίλυση του EDP για κάθε μία από τις ώρες του χρονικού ορίζοντα του προβλήματος.

Κατά την εκτέλεση του ΕΑ ο αλγόριθμος EDP καλείται συνολικά $N_{EDP} = T \cdot N_{evals}$, όπου N_{evals} είναι ο συνολικός αριθμός των αξιολογήσεων που προσδιορίζεται από το κριτήριο σύγκλισης τυπικά η τάξη μεγέθους του είναι 10^4 αξιολογήσεις. Επιπλέον, κάθε κλήση του EDP, απαιτεί σημαντικό υπολογιστικό χρόνο, ανάλογα βέβαια με το μέγεθος και τη φύση του προβλήματος. Ο συνολικός χρόνος που απαιτεί ο ΕΑ για τις λειτουργίες του είναι πρακτικά αμελητέος σε σχέση με το χρόνο που απαιτεί ο αλγόριθμος της αξιολόγησης. Σε παλαιότερες εφαρμογές του αλγορίθμου, όπως αυτή που περιγράφεται στη διατριβή [43], βρέθηκε πως ο ΕΑ παρουσίαζε σημαντική καθυστέρηση εξαιτίας της επίλυσης του EDP. Άμεσο συμπέρασμα των παραπάνω είναι πως μείωση του χρόνου επίλυσης του EDP θα επιτάχυνε σημαντικά τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης.

¹Στην τιμή του TOC που προκύπτει μετά από κάθε αξιολόγηση προστίθενται ενδεχόμενοι όροι ποινής για τους περιορισμούς του προβλήματος της βέλτιστης ανάθεσης που παραβιάστηκαν. Η τεχνητή προσαύξηση της τιμής της συνάρτησης στόχου έχει αμελητέο υπολογιστικό κόστος

2.3 Το πρόβλημα της οικονομικής ανάθεσης - EDP

2.3.1 Ορισμός του προβλήματος

Το πρόβλημα της οικονομικής ανάθεσης EDP είναι ένα κλασικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης. Για ένα γνωστό σενάριο προσδιορίζεται το βέλτιστο επίπεδο της παραγόμενης ισχύος για όλες τις εν λειτουργία μονάδες ώστε να καλύπτεται η προβλεπόμενη ζήτηση για τη συγκεκριμένη ώρα, D_j . Τα σενάρια καθορίζονται από το χρωμόσωμα της υποψήφιας λύσης που αξιολογείται, S . Η επίλυση του EDP για την ώρα j τροφοδοτεί τον EA με το OC_j , από το οποίο προκύπτει η τιμή της συνάρτησης στόχου κάθε υποψήφιας λύσης. Στον ορισμό του προβλήματος που ακολουθεί παραλείπεται ο δείκτης j καθώς κάθε επίλυση του EDP αναφέρεται σε μία μόνο ώρα κάθε φορά, αυτή στην οποία αντιστοιχεί η ζήτηση D_j .

Για ένα δεδομένο σενάριο U_{sce} , όπου υπάρχουν συνολικά N_u μονάδες σε λειτουργία, ζητείται η εύρεση της παραγόμενης ισχύος κάθε μονάδας, P_i , ώστε να ελαχιστοποιείται η συνάρτηση κόστους

$$\min C_{tot} = \sum_{i=1}^{N_u} C_i(P_i) \quad (11)$$

όπου $C(P_i)$ η συνάρτηση κόστους κάθε μονάδας.

Στο πρόβλημα αυτό τίθενται ο περιορισμός *ισότητας* ως προς την κάλυψη της ζήτησης και οι *ανισοϊσοτικοί* περιορισμοί από τα όρια ελάχιστης και μέγιστης παραγωγής κάθε μονάδας. Οι περιορισμοί μπορούν να περιγραφούν από γραμμικές εξισώσεις της μορφής:

$$\sum_{i=1}^{N_u} P_i - D = 0 \quad (12)$$

$$P_{i,min} \leq P_i \leq P_{i,max} \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^{N_u} (P_{i,max} - P_i) \geq SR \quad (14)$$

όπου D η προβλεπόμενη ζήτηση της ώρας για την οποία λύνεται το πρόβλημα, $P_{i,min}$ και $P_{i,max}$ το τεχνικό μέγιστο και ελάχιστο κάθε μονάδας και SR η απαιτούμενη στρεφόμενη εφεδρεία.

2.3.2 Μορφή των συναρτήσεων κόστους

Στη βιβλιογραφία για τη συνάρτηση του κόστους παραγωγής κάθε μονάδας συνήθως χρησιμοποιείται παρεμβολή πολυωνύμου δευτέρου βαθμού ως προς την παραγωγή P_i [3, 7, 31, 38, 40], ή και προσέγγιση με κατά τμήματα γραμμικές συναρτήσεις [38]. Οι παραπάνω παραδοχές οδηγούν σε σημαντική μείωση του απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου, αλλά δεν αποτυπώνουν αναγκαστικά την πραγματική συνάρτηση κόστους με την επιθυμητή ακρίβεια.

Οι Walter και Sheble [36], για παράδειγμα, χρησιμοποιούν, για θερμικές μονάδες, μία μη γραμμική συνάρτηση κόστους με ένα δευτεροβάθμιο όρο και ένα ημιτονοειδή όρο. Ο ημιτονοειδής όρος θεωρείται πως προσφέρει καλύτερη προσέγγιση σε σημεία όπου, σε θερμικές μονάδες, ανοίγουν επιπλέον βαλβίδες προς αύξηση της παραγωγής [5]. Άλλοι θεωρούν πως στην περιοχή κοντά

στα σημεία όπου υπάρχουν απότομες αλλαγές στη συνάρτηση κόστους λόγω χρήσης βαλβίδων ή λόγω κραδασμών στις στηρίξεις του άξονα παρουσιάζονται μη συμφέρουσες για ηλεκτροπαραγωγή συνθήκες [3, 17]. Οι τελευταίοι προτείνουν αλγόριθμους όπου απαγορεύεται η παραγωγή να πάρει τιμές στις παραπάνω απαγορευμένες ζώνες.

Ως προς την κυρτότητα των συναρτήσεων κόστους $C_i(P_i)$ κάθε μονάδας, συνήθως υποτίθεται κυρτές συναρτήσεις κόστους [3, 7, 31, 38, 40]. Σε γενικότερα οικονομικά προβλήματα εύρεσης της βέλτιστης παραγωγής (πχ ενός προϊόντος) κάθε μονάδας για την κάλυψη της ζήτησης η οικονομική θεωρία σχεδόν πάντα υποθέτει κυρτές συναρτήσεις κόστους για το βραχυχρόνιο ορίζοντα [35], υπόθεση που συνάδει με τη νεοκλασική θεώρηση της μικροοικονομικής θεωρίας [1, 29], και το νόμο των φθινουσών αποδόσεων¹. Οι σταθμοί παραγωγής ενέργειας, όμως, παρουσιάζουν ιδιαιτερότητες και κατά περιπτώσεις ο νόμος των φθινουσών αποδόσεων δεν ισχύει. Σύμφωνα με το [38] στους θερμικούς, πυρηνικούς² και υδροηλεκτρικούς σταθμούς αντιστοιχούν κυρτές ή γραμμικές συναρτήσεις κόστους μονάδων, ενώ σε σταθμούς συνδυασμένου κύκλου συνήθως αντιστοιχούν *κοίλες* συναρτήσεις κόστους [7, 9].

2.4 Μέθοδοι επίλυσης του EDP

Η μορφή που έχουν οι συναρτήσεις $C_i(P_i)$ έχουν ιδιαίτερη σημασία κατά την επίλυση του EDP. Ο λόγος είναι, ότι διαφορετικές τεχνικές ελαχιστοποίησης χρησιμοποιούνται αν η συνάρτηση κόστους, C_{tot} , που χρησιμοποιείται είναι γραμμική ή μη-γραμμική και στην τελευταία περίπτωση αν είναι κυρτή ή μη-κυρτή. Οι μέθοδοι επίλυσης του EDP μπορούν να χωριστούν στις ακόλουθες κατηγορίες ανάλογα με το είδος της συνάρτησης κόστους C_{tot} .

Γραμμική συνάρτηση κόστους Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την επίλυση αυτής της οικογένειας των προβλημάτων του EDP είναι, συνήθως, μέθοδοι Γραμμικού Προγραμματισμού που βασίζονται στη μέθοδο Simplex [32]. Η επίλυση του προβλήματος είναι ταχύτατη αλλά η χαμηλής ακρίβειας προσέγγιση της συνάρτησης κόστους είναι σημαντικό μειονέκτημα.

Κυρτή συνάρτηση κόστους Κυρτή C_{tot} προκύπτει αν όλες οι μεμονωμένες συναρτήσεις κόστους των μονάδων $C_i(P_i)$ είναι κυρτές ή γραμμικές συναρτήσεις κόστους, καθώς το άθροισμα κυρτών συναρτήσεων παράγει μια κυρτή συνάρτηση. Η εύρεση της βέλτιστης λύσης σε αυτήν την οικογένεια προβλημάτων συνήθως στηρίζεται στον υπολογισμό της οριακής τιμής του συστήματος, λ , ή εν γένει στη χρήση της παραγώγου για τον εντοπισμό του ολικού ελάχιστου. Μια δημοφιλής και απλή μέθοδος που χρησιμοποιείται σε πολλά εμπορικά πακέτα λογισμικού επίλυσης του EDP [42] είναι η μέθοδος της λ -επανάληψης, που περιγράφεται στο [38] και αναλύεται σε

¹Law of diminishing returns: Η παράγωγος της παραγωγής ως προς ένα παραγωγικό συντελεστή είναι φθίνουσα, δηλαδή η ανά μονάδα επιπλέον παραγωγή μειώνεται για σταδιακή αύξηση ενός μόνο παραγωγικού συντελεστή κρατώντας όλους τους υπόλοιπους σταθερούς.

²Με την επιφύλαξη ότι συνάρτηση κόστους μιας πυρηνικής μονάδας είναι ιδιαίτερα περίπλοκη καθώς πρέπει να συνυπολογιστεί μεταξύ άλλων το μεγάλο κόστος απόθεσης των πυρηνικών καυσίμων

επόμενη ενότητα καθώς αποτελεί μέρος του κώδικα που προγραμματίστηκε. Αν η συνάρτηση κόστους είναι πολυώνυμο δευτέρου βαθμού τότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατάλληλη μέθοδος του τετραγωνικού προγραμματισμού όπως μέθοδοι SQP (Sequential Quadratic Programming) [15]. Άλλες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται είναι ο αλγόριθμος του εσωτερικού σημείου [41] και παραλλαγές της απότομης καθόδου.

Μη-κυρτή συνάρτηση κόστους Μη-κυρτή C_{tot} προκύπτει αν έστω και μια συνάρτηση κόστους $C_i(P_i)$ είναι κοίλη. Σε αυτή την περίπτωση το πρόβλημα είναι υπολογιστικά περισσότερο απαιτητικό, καθώς παρουσιάζονται πλήθος τοπικά ελάχιστα εντός του δυνατού χώρου. Το πρόβλημα της οικονομικής ανάθεσης ανήκει, πλέον, στην κλάση προβλημάτων NP-hard [24], δηλαδή ο χρόνος επίλυσης του αυξάνεται εκθετικά όσο αυξάνεται το μέγεθος του προβλήματος, δηλαδή ο αριθμός των μονάδων. Σε αυτά τα προβλήματα υπάρχουν, συνήθως, πολλά τοπικά ελάχιστα, ενώ παράλληλα η παράγωγος δεν παρέχει πάντα χρήσιμη πληροφορία για τη θέση του ολικού ελάχιστου, αντίθετα από τα κυρτά προβλήματα. Παρόλα αυτά, τα προβλήματα όπου όλες οι συναρτήσεις κόστους είναι κοίλες, είναι κάπως πιο εύκολα στη λύση τους εξαιτίας κάποιων γενικών ιδιοτήτων που παρουσιάζουν [11].

Για το απαιτητικότερο είδος προβλημάτων, όπου συνυπάρχουν μονάδες με κυρτές και μη-κυρτές συναρτήσεις κόστους, έχουν προταθεί πολλές μέθοδοι επίλυσης, στοχαστικές και αιτιοκρατικές. Μεταξύ των στοχαστικών συμπεριλαμβάνονται η μέθοδος της προσομοιούμενης απόπτωσης [18], μέθοδοι που χρησιμοποιούν γενετικούς αλγόριθμους [3, 36] και η μέθοδος αναζήτησης ταμπού [19]. Η κεντρική ιδέα των μεθόδων αυτών έχει περιγραφεί στην ενότητα 2.2.2.

Εκτός από στοχαστικές μεθόδους η επίλυση του μη-κυρτού EDP είναι δυνατή με τη μέθοδο της πλήρους απαρίθμησης ή με ευρετικές μεθόδους όπως η μέθοδος Merit Order Loading [21]. Ο αλγόριθμος MOL είναι ένας γρήγορος αλγόριθμος που παρουσιάζεται στο [21] και χρησιμοποιεί μια προσέγγιση των μη-κυρτών συναρτήσεων κόστους θεωρώντας το οριακό κόστος των μονάδων σταθερό με αποτέλεσμα το EDP να μετατρέπεται σε εύκολα επιλύσιμο κυρτό πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Τέλος, στο [9], προτείνεται μια αιτιοκρατική υβριδική μέθοδος στην οποία χωρίζονται οι συναρτήσεις κόστους των μονάδων σε δύο σύνολα, ένα που περιέχει μόνο μονάδες με κυρτές και γραμμικές συναρτήσεις κόστους και ένα που περιέχει κοίλες. Η συνολική παραγόμενη ισχύς κατανέμεται στα δύο σύνολα και για κάθε ένα από αυτά γίνεται ελαχιστοποίηση του κόστους χρησιμοποιώντας εξειδικευμένους για κάθε σύνολο αλγόριθμους. Στο “κυρτό σύνολο” μονάδων χρησιμοποιείται η μέθοδος της λ-επανάληψης, ενώ στο σύνολο μονάδων με κοίλες συναρτήσεις κόστους εκτελείται πλήρης απαρίθμηση σε όλο τον αποδεκτό χώρο που ορίζεται από τα τεχνικά ελάχιστα και μέγιστα των μονάδων. Η μέθοδος έχει το πλεονέκτημα ότι προσφέρει σημαντική μείωση του μεγέθους του μη-κυρτού προβλήματος που είναι υπολογιστικά απαιτητικό. Σε αντιστάθμιση, πρέπει να βρέθει η βέλτιστη κατανομή του φορτίου D ανάμεσα στα δύο σύνολα, το οποίο γίνεται ελέγχοντας μεγάλο αριθμό κατανομών ανάμεσα στα δύο σύνολα. Μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι παρέχει πάντα τη βέλτιστη λύση, σε αντίθεση με τις περισσότερες ευρετικές και στοχαστικές μεθόδους.

Η αιτιοκρατική υβριδική μέθοδος υλοποιήθηκε με κάποιες τροποποιήσεις σε σχέση με αυτή

που περιγράφεται στο [9] και στο πλαίσιο αυτής της διπλωματικής εργασίας αναφέρεται ως *αλγόριθμος συγχώνευσης*. Επίσης μια βελτιωμένη παραλλαγή της πλήρους απαρίθμησης χρησιμοποιείται στον προϋπάρχοντα αλγόριθμο επίλυσης του EDP. Αναλυτική περιγραφή των δύο αλγορίθμων, καθώς και συγκριτική ανάλυση του υπολογιστικού κόστους της κάθε μεθόδου, ακολουθεί σε επόμενες ενότητες.

2.4.1 Τα αποδεκτά σενάρια

Το EDP υπόκειται στους περιορισμούς που ορίζουν οι εξισώσεις (12),(13) και (14). Ο περιορισμός των τεχνικών ελαχίστων και μεγίστων (13) αναφέρεται σε κάθε μονάδα ξεχωριστά, ενώ ο περιορισμός της στρεφόμενης εφεδρείας (14) και ο περιορισμός κάλυψης της ζήτησης (12) δεν επηρεάζονται από τη λύση του EDP. Με άλλα λόγια, ένα σενάριο είτε θα μπορεί να καλύψει αυτούς τους περιορισμούς για κάποια αποδεκτή κατανομή της απαιτούμενης ισχύος ανάμεσα στις μονάδες του, είτε δεν θα μπορεί να καλύψει αυτούς τους περιορισμούς για καμία αποδεκτή κατανομή της ισχύος. Για παράδειγμα, ένα σενάριο μπορεί να μη διαθέτει αρκετή ισχύ για να καλύψει το φορτίο και να διατηρήσει παράλληλα την απαιτούμενη στρεφόμενη εφεδρεία, ή το άθροισμα της ισχύος των μονάδων στο τεχνικό ελάχιστο να είναι μεγαλύτερο από την τιμή του φορτίου. Οι περιορισμοί (12) και (14) είναι δυνατό να ελεγχθούν χωρίς να επιλυθεί πρώτα το EDP ώστε να αποκλειστούν σενάρια που δεν μπορούν να παράξουν αποδεκτές λύσεις.

Ως *αποδεκτά σενάρια* ορίζονται τα σενάρια για τα οποία, τη συγκεκριμένη ώρα που λύνεται το EDP, υπάρχει τουλάχιστον ένας επιμερισμός της παραγόμενης ισχύος που να ικανοποιεί τους περιορισμούς του EDP, (12),(13),(14).

Τα αποδεκτά σενάρια είναι δυνατό να ελεγχθούν χωρίς την επίλυση του EDP. Ορίζεται η ελάχιστη και η μέγιστη παραγωγική δυναμικότητα σεναρίου ως άθροισμα των τεχνικών ελαχίστων και μεγίστων, αντίστοιχα, των εν λειτουργία μονάδων:

$$P_{min,sce} = \sum_{i=1}^{N_u} P_{i,min} \quad (15)$$

$$P_{max,sce} = \sum_{i=1}^{N_u} P_{i,max} \quad (16)$$

$$(17)$$

Τα *αποδεκτά σενάρια* ορίζονται, ισοδύναμα, ως τα σενάρια για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις:

$$P_{min,sce} \leq D \quad (18)$$

$$P_{max,sce} \geq D + SR \quad (19)$$

Για κάθε αποδεκτό σενάριο είναι δυνατό να προσδιοριστεί από τον αλγόριθμο επίλυσης του EDP το βέλτιστο σενάριο παραμέτρων P_i τηρώντας όλους τους περιορισμούς του EDP.

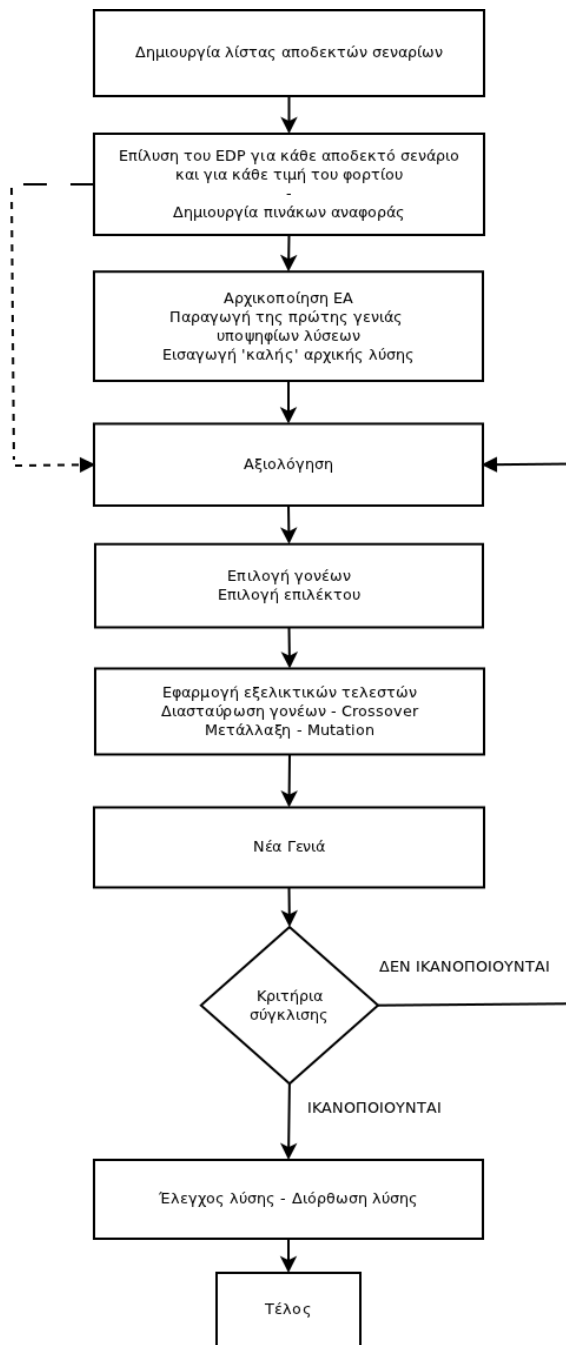
3 Η μέθοδος επίλυσης του UCP του ΕΘΣ με τη χρήση Εξελικτικού Αλγορίθμου

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται η δομή του ΕΑ που χρησιμοποιείται για να επιλύσει το πρόβλημα της βέλτιστης ανάθεσης φορτίου στον αρχικό, αλλά και στον προτεινόμενο αλγόριθμο. Ο ΕΑ που χρησιμοποιείται έχει μικρές αλλαγές από τον αλγόριθμο που παρουσιάζεται σε προηγούμενη διπλωματική εργασία του ΕΘΣ/ΕΜΠ [46].

Ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του ΕΑ είναι ο αποκλεισμός των μη-αποδεκτών σεναρίων από το χώρο των πιθανών λύσεων. Αυτό επιτυγχάνεται με τη δημιουργία μιας λίστας μόνο με τα αποδεκτά σενάρια, σε κάθε ένα από τα οποία ανατίθεται ένας αύξων αριθμός. Το χρωμόσωμα του ΕΑ μπορεί πλέον να κωδικοποιηθεί χρησιμοποιώντας έναν ακέραιο αριθμό που αντιστοιχεί μόνο σε αποδεκτά σενάρια, μειώνοντας σημαντικά το υπολογιστικό κόστος του ΕΑ. Για το λόγο αυτό, ο αλγόριθμος παίρνει την ονομασία Integer Coded Evolutionary Algorithm - ICEA.

Εισαγωγή στις γενικές αρχές λειτουργίας του ΕΑ έγινε στην ενότητα 2.2.3. Σε αυτή την ενότητα περιγράφεται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια η δομή του ICEA και δίνεται βάρος στα μέρη του αλγορίθμου που αλληλεπιδρούν με τον αλγόριθμο επίλυσης του EDP, όπως ο τρόπος δημιουργίας της λίστας των αποδεκτών σεναρίων, η ακέραια κωδικοποίηση και ο τρόπος που αξιολογούνται οι υποψηφίες λύσεις. Τέλος, αναλύεται ο ρόλος του αλγορίθμου επίλυσης του EDP σε αυτό τον κώδικα επίλυσης του UCP και η επίδραση του στο συνολικό υπολογιστικό κόστος.

Το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου παρουσιάζεται στο Σχήμα 26 και ακολουθεί η περιγραφή των μερών του ICEA.



Σχήμα 8: Διάγραμμα ροής του ICEA

3.1 Δημιουργία λίστας αποδεκτών σεναρίων

Κατά την εκκίνηση του αλγορίθμου δημιουργείται μια λίστα με όλα τα αποδεκτά σενάρια. Για να δημιουργηθεί αυτή η λίστα πρέπει να προσδιοριστούν τα αποδεκτά σενάρια μέσα από το σύνολο όλων των πιθανών σεναρίων. Το σύνολο των πιθανών σεναρίων αποτελείται από σενάρια που αντιστοιχούν σε κάθε δυνατό συνδυασμό μονάδων σε λειτουργία, συνολικά 2^M , όπου M ο αριθμός των μονάδων.

Ο προσδιορισμός των αποδεκτών σεναρίων γίνεται ελέγχοντας αν κάθε ένα από τα 2^M πιθανά σενάρια ικανοποιεί τις ανισότητες (18) και (19)¹.

Αρχικά δημιουργείται μια λίστα με όλα τα σενάρια, $U_{N_{sce}}$, με $N_{sce} = (1, 2, \dots, 2^M)$. Κάθε σενάριο αντιστοιχεί στον αριθμό σεναρίου N_{sce} που προσδιορίζει μονοσήμαντα το σύνολο των μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία. Ο αριθμός σεναρίου N_{sce} αν μετατραπεί σε δυαδικό δίνει τη στοιχειοσειρά S που αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο σενάριο. Μέσω της στοιχειοσειράς S προκύπτουν οι μονάδες που βρίσκονται σε λειτουργία για το συγκεκριμένο σενάριο. Για κάθε σενάριο υπολογίζεται η αθροιστική μέγιστη και ελάχιστη παραγωγική δυνατότητα των εν λειτουργία μονάδων για να ελεγχθούν οι ανισότητες (18) και (19) που προσδιορίζουν αν το σενάριο είναι αποδεκτό. Αφού ελεγχθούν όλα τα δυνατά σενάρια, σε κάθε αποδεκτό σενάριο ανατίθεται ένας *αύξων αριθμός σεναρίου*, n_{feas} .

Ο συνολικός αριθμός των αποδεκτών σεναρίων είναι $N_{feas} = p_{feas} \cdot 2^M$, όπου p_{feas} ένας συντελεστής από 0 μέχρι 1 που αποτελεί το λόγο των αποδεκτών σεναρίων προς το σύνολο των πιθανών σεναρίων.

Για καλύτερη κατανόηση δίνεται ένα παράδειγμα του τρόπου δημιουργίας της λίστας για ένα σύστημα 3 μονάδων στον Πίνακα 1. Έστω ότι η πρώτη μονάδα που αντιστοιχεί στο αριστερό ψηφίο της στοιχειοσειράς S έχει $(P_{1,min}, P_{1,max}) = (15, 60)$, η δεύτερη που αντιστοιχεί στο μεσαίο έχει, αντίστοιχα, $(12, 50)$ και η τρίτη $(20, 100)$. Αν για τη συγκεκριμένη ώρα του χρονικού ορίζοντα η ζήτηση είναι $D_j = 105[MW]$, τότε μπορεί εύκολα να ελέγξει κανείς πως τα σενάρια στα οποία μόνο μία μονάδα είναι ανοικτή δεν μπορούν να καλύψουν τη ζήτηση και άρα δεν είναι αποδεκτά. Αντιθέτως, τα σενάρια στα οποία δύο ή περισσότερες μονάδες βρίσκονται σε λειτουργία είναι αποδεκτά.

Η λίστα των αποδεκτών σεναρίων που αποθηκεύεται στη μνήμη αποτελείται από ζεύγη n_{feas}, n_{sce} , όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 2 για το ίδιο παράδειγμα. Σημειώνεται πως με κεφαλαίο γράμμα (N_{sce}) συμβολίζεται το συνολικό πλήθος των σεναρίων, ενώ με μικρό (n_{sce}) συμβολίζεται κάθε σενάριο ξεχωριστά. Ο συντελεστής p_{feas} σε αυτό το παράδειγμα είναι ίσος με το λόγο του αριθμού των αποδεκτών σεναρίων ως προς το συνολικό αριθμό των πιθανών σεναρίων, $\frac{4}{8} = 0.5$.

¹Ο έλεγχος 2^M σεναρίων είναι ένα δύσκολο υπολογιστικά πρόβλημα, συγγενές πρόβλημα του γνωστού προβλήματος του αθροίσματος υποσυνόλων- Subset Sum Problem [23]. Το τελευταίο ανήκει στην κατηγορία προβλημάτων NP-complete και ορίζεται ως εξής: “Έχοντας ένα σύνολο ακεραίων A να βρεθεί αν κάποιο υποσύνολο έχει άθροισμα ίσο με τον ακέραιο K ”. Το πρόβλημα του ελέγχου των σεναρίων ανήκει επίσης στην κλάση NP-complete καθώς η επίλυση των προβλημάτων

$$find \sigma_1 : \sum_i INT_i < K \text{ και}$$

$$find \sigma_2 : \sum_i INT_i > K$$

προσδιορίζει τη λύση: Όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί ακεραίων που δεν ανήκουν στα σ_1 και σ_2 έχουν άθροισμα ίσο με K .

n_{sce}	S	$P_{max,sce}[MW]$	Σενάριο αποδεκτό;	n_{feas}
0	000	0	OXI	-
1	001	60	OXI	-
2	010	50	OXI	-
3	011	110	NAI	1
4	100	100	OXI	-
5	101	160	NAI	2
6	110	150	NAI	3
7	111	210	NAI	4

Πίνακας 1: Παράδειγμα προσδιορισμού της λίστας των αποδεκτών σεναρίων, ανατρέχοντας όλα τα αποδεκτά σενάρια από $n_{sce} = 1$ έως 7. Το σενάριο $n_{sce} = 0$ είναι πάντα μη-αποδεκτό, καθώς σε αυτό όλες οι μονάδες βρίσκονται εκτός λειτουργίας. Από τα χαρακτηριστικά των μονάδων και το ύψος της ζήτησης για τη συγκεκριμένη ώρα προκύπτει πως καμία μονάδα δεν μπορεί μεμονωμένα να καλύψει τη ζήτηση και πως αποδεκτά είναι τα σενάρια στα οποία λειτουργούν δύο ή περισσότερες μονάδες.

n_{feas}	n_{sce}
1	3
2	4
3	6
4	7

Πίνακας 2: Η λίστα των αποδεκτών σεναρίων που αποθηκεύεται στη μνήμη, από το προηγούμενο παράδειγμα.

Ο προσδιορισμός των αποδεκτών σεναρίων μειώνει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος του ΕΑ, αλλά και του αλγορίθμου επίλυσης του EDP. Ο ΕΑ χρησιμοποιεί τη λίστα των αποδεκτών σεναρίων για να περιορίσει το χώρο σχεδιασμού που ορίζουν οι ελεύθερες μεταβλητές του χρωμοσώματός του, αποκλείοντας μη-αποδεκτές πιθανές λύσεις. Ο αλγόριθμος επίλυσης του EDP δημιουργεί έναν πίνακα αναφοράς που περιέχει τη λύση του προβλήματος EDP μόνο για τα αποδεκτά σενάρια και για κάθε ξεχωριστή τιμή του φορτίου στο χρονικό ορίζοντα του προβλήματος.

3.2 Δημιουργία πίνακα αναφοράς

Αφού προσδιοριστούν τα αποδεκτά σενάρια, το EDP επιλύεται για κάθε αποδεκτό σενάριο και για κάθε ώρα. Δημιουργείται ένας “πίνακας αναφοράς” για κάθε ώρα που περιέχει το ελάχιστο κόστος, C_{tot} , για κάθε αποδεκτό σενάριο και τη βέλτιστη τιμή της παραγόμενης ισχύος για κάθε μονάδα.

Οι πίνακες αναφοράς εξαρτώνται από τις τιμές της ζήτησης D , τα χαρακτηριστικά των μονάδων και των συναρτήσεων κόστους τους. Είναι εύλογο να υποθέσει κανείς ότι σε ένα σύστημα τα χαρακτηριστικά των μονάδων δεν αλλάζουν ιδιαίτερα συχνά. Γι’ αυτό το λόγο είναι δυνατή η αποθήκευση μεγάλου αριθμού πινάκων αναφοράς για πολλές διαφορετικές τιμές της προβλεπόμενης ζήτησης. Πριν αρχίσει ο ICEA ελέγχει αν υπάρχει έτοιμος πίνακας αναφοράς για το συγκεκριμένο πρόβλημα. Αν δεν υπάρχει, καλείται ο αλγόριθμος επίλυσης του EDP για να το δημιουργήσει.

Η δημιουργία κάθε πίνακα αναφοράς απαιτεί πολύ μεγάλο αριθμό κλήσεων του αλγορίθμου επίλυσης του EDP, ίσο με $p_{feas} \cdot 2^M$, και συνολικά δημιουργούνται T πίνακες αναφοράς, ένας για κάθε ώρα του χρονικού ορίζοντα του προβλήματος. Ο υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται για τη δημιουργία των πινάκων αναφοράς είναι εκθετική συνάρτηση του αριθμού των μονάδων M , και γραμμική συνάρτηση του αριθμού των ωρών του χρονικού ορίζοντα του προβλήματος T . Με βάση τα παραπάνω, μπορούν να γίνουν δύο σημαντικές παρατηρήσεις.

Πρώτον, το μέγεθος του προβλήματος, δηλαδή ο υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται για τη δημιουργία των πινάκων αναφοράς εξαρτάται κυρίως από τον αριθμό των μονάδων, και αυξάνεται εκθετικά όπως αυξάνεται ο M . Για μεγάλο αριθμό μονάδων ο απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος γίνεται ιδιαίτερα μεγάλος, περιορίζοντας το φάσμα των ηλεκτροπαραγωγικών συστημάτων στα οποία ο αλγόριθμος θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί, λόγω των σχετικά στενών χρονικών πλαισίων που υπαγορεύει ο τακτικός, συχνά ημερήσιος, προγραμματισμός της παραγωγής.

Δεύτερον, η εκτέλεση των πράξεων του ΕΑ, εκτός της αξιολόγησης, όταν για κάθε αξιολόγηση πρέπει να επιλυθεί το EDP, απαιτεί αμελητέο υπολογιστικό χρόνο. Παράλληλα, ο απαιτούμενος αριθμός των αξιολογήσεων του ΕΑ, παρουσιάζει μικρή αύξηση καθώς αυξάνεται ο αριθμός των μονάδων.

Συνεπώς, η δημιουργία των πινάκων αναφοράς απορροφά τη μερίδα του λέοντος των υπολογιστικών πόρων κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου. Πράγματι, ακόμα και κατά την επίλυση μεγάλων προβλημάτων με τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο, που η επαναλαμβανόμενη επίλυση του EDP για τη δημιουργία των πινάκων αναφοράς απαιτεί χρόνο της τάξης των ωρών, η επίλυση του UCP από τον ICEA απαιτεί λίγα δευτερόλεπτα.

3.3 Αρχικοποίηση του EA, Δημιουργία πρώτης γενιάς

3.3.1 Εισαγωγή της λύσης με τα οικονομικότερα σενάρια στον αρχικό πληθυσμό υποψηφίων

Κατά την αρχικοποίηση του ICEA δημιουργείται η πρώτη γενιά των υποψηφίων λύσεων. Συνήθως, στους EA, επιλέγονται τυχαία οι μεταβλητές του προβλήματος για κάθε αρχική λύση. Στον ICEA, εισάγεται στον αρχικό πληθυσμό μία λύση που προκύπτει αν για κάθε ώρα ληφθεί το σενάριο το οποίο έχει το ελάχιστο $C_{tot, j}$. Αν δεν είχαν δημιουργηθεί οι πίνακες αναφοράς το “φθινότερο σενάριο” για κάθε ώρα δεν θα ήταν γνωστό. Φυσικά, η λύση αυτή δεν είναι σχεδόν ποτέ αποδεκτή καθώς παραβιάζει συνήθως τους περιορισμούς του UCP. Παρέχει, όμως, ένα καλό σημείο εκκίνησης και συνδυασμός της με άλλες, αποδεκτές λύσεις μπορεί να αποδώσει γρήγορα καλές και αποδεκτές λύσεις, αυξάνοντας, τελικά, την ταχύτητα σύγκλισης του αλγορίθμου.

3.3.2 Ακέραια κωδικοποίηση των ελεύθερων παραμέτρων του προβλήματος στο χρωμόσωμα

Όπως παρουσιάστηκε σε προηγούμενες ενότητες, στους EA κάθε υποψήφια λύση αντιστοιχεί σε ένα χρωμόσωμα, το οποίο καθορίζει πλήρως τις ελεύθερες μεταβλητές του προβλήματος. Το χρωμόσωμα, συνήθως, αποτελείται από μια στοιχειοσειρά από δυαδικούς αριθμούς, που στην περίπτωση του UCP θα μπορούσε να αποτελείται από τις ενωμένες στοιχειοσειρές S_j (βλ. ενότητα 2.1.1). Η χρήση δυαδικών μεταβλητών στο χρωμόσωμα του EA ονομάζεται δυαδική κωδικοποίηση.

Στον αλγόριθμο επίλυσης του UCP που χρησιμοποιήθηκε ακέραια κωδικοποίηση του χρωμοσώματος, το οποίο αποτελείται από τους αριθμούς n_{feas} για κάθε ώρα του χρονικού ορίζοντα. Η ακέραια κωδικοποίηση υπερέρχει της δυαδικής για δύο λόγους. Πρώτον, επειδή με αυτή τη μέθοδο κωδικοποιούνται μόνο τα αποδεκτά σενάρια για κάθε ώρα, ο χώρος των πιθανών λύσεων μειώνεται σε μεγάλο βαθμό. Δεύτερον, η εφαρμογή των εξελικτικών τελεστών πάνω στα χρωμοσώματα των γονέων για τον προσδιορισμό των νέων υποψηφίων λύσεων είναι αδύνατο να παράξει λύσεις που χρησιμοποιούν μη-αποδεκτά σενάρια. Ως αποτέλεσμα ο EA λύνει πρόβλημα με μικρότερο χώρο σχεδιασμού και αξιολογεί λιγότερους μη-αποδεκτές υποψήφιες λύσεις, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η ταχύτητα σύγκλισής του.

Ανάλογα με τη ζήτηση και τα χαρακτηριστικά των μονάδων, οι περιπτώσεις προς εξέταση μειώνονται σημαντικά κατά τον παράγοντα p_{feas} :

$$N_{feas} = p_{feas} \cdot 2^M$$

όπου $p_{feas} \in (0, 1)$. Ο παράγοντας p_{feas} εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά των μονάδων (μέγιστη και ελάχιστη παραγωγική δυναμικότητα), τις τιμές του φορτίου και N_{feas} το πλήθος των μονάδων. Σε εφαρμογές που πραγματοποιήθηκαν για διάφορα φορτία, χρησιμοποιώντας χαρακτηριστικά μονάδων που δίνονται στο [7], βρέθηκε πως $p_{feas} \sim 0.5$. Χρήση ακέραιας κωδικοποίησης μειώνει τον αριθμό των πιθανών λύσεων του UCP κατά $(p_{feas})^T$, όπου T ο αριθμός των ωρών του χρονικού ορίζοντα. Για παράδειγμα αν $p_{feas} \sim 0.6$ και $T = 24$ ο αριθμός των πιθανών υποψηφίων λύσεων μειώνεται 6 τάξεις μεγέθους (!), καθώς πολλαπλασιάζεται με ένα παράγοντα της τάξης του $4.7 \cdot 10^{-6}$, χωρίς να αποκλειστεί ούτε μία αποδεκτή υποψήφια λύση του UCP.

Εκτός αυτού, μειώνεται η πιθανότητα παραγωγής μη-αποδεκτών υποψηφίων λύσεων κατά την

εφαρμογή των εξελικτικών τελεστών. Κατά τη δημιουργία της νέας γενιάς δημιουργούνται τα χρωμοσώματα των νέων υποψήφιων λύσεων εφαρμόζοντας εξελικτικούς τελεστές στα χρωμοσώματα του σύνολου των γονέων. Ένας από τους τελεστές είναι η μετάλλαξη (mutation) που αλλάζει ένα τυχαίο στοιχείο του χρωμοσώματος. Αν χρησιμοποιείται δυαδική κωδικοποίηση ένα τυχαίο στοιχείο αλλάζει από 0 σε 1, ή από 1 σε 0 με αποτέλεσμα να αλλάζει η κατάσταση της αντίστοιχης μονάδας για τη συγκεκριμένη ώρα. Υπάρχει δηλαδή πιθανότητα στο νέο χρωμόσωμα να αλλάξει ένα αποδεκτό σενάριο σε ένα μη-αποδεκτό. Όταν, σε αντίθεση, χρησιμοποιείται ακέραια κωδικοποίηση, κάθε στοιχείο του χρωμοσώματος αποτελείται από ένα ακέραιο n_{feas} που αντιστοιχεί σε αποδεκτό σενάριο και επιτρέπεται να αλλάξει μόνο σε άλλους ακέραιους n'_{feas} που αντιστοιχούν σε αποδεκτά σενάρια.

Ακολουθεί ένα παράδειγμα (Πίνακας 3) δυαδικής και ακέραιας κωδικοποίησης για την ίδια υποψήφια λύση, που αντιστοιχεί στο παράδειγμα των Πινάκων 1 και 2 της προηγούμενης ενότητας. Ενώ για το συγκεκριμένο παράδειγμα έχει υποτεθεί πως η λίστα των αποδεκτών σεναρίων είναι η ίδια για κάθε ώρα, στην πραγματικότητα αλλάζει, καθώς η λίστα των αποδεκτών σεναρίων εξαρτάται από το φορτίο κάθε ώρας.

ώρα	1	2	3	4	5	6	7	8	9
δυαδική κωδικοποίηση	011	011	110	110	110	110	111	011	011
ακέραια κωδικοποίηση	1	1	3	3	3	3	4	1	1

Πίνακας 3: Παράδειγμα χρωμοσώματος υποψήφιας λύσης για σύστημα 3 μονάδων. Στη δυαδική κωδικοποίηση η τιμή 0 αντιστοιχεί σε κλειστή μονάδα και η τιμή 1 σε μονάδα σε λειτουργία για τη συγκεκριμένη ώρα. Σε κάθε ώρα αντιστοιχεί μία τριπλέτα της οποίας η πρώτη θέση αναφέρεται στην πρώτη μονάδα, η δεύτερη στη δεύτερη κοκ. Στην ακέραια κωδικοποίηση σε κάθε ώρα αντιστοιχεί ο αύξων αριθμός του αντίστοιχου σεναρίου που προκύπτει από τη λίστα των αποδεκτών σεναρίων. Για την αντιστοίχιση των σεναρίων από τη δυαδική στην ακέραια κωδικοποίηση έχει χρησιμοποιηθεί η λίστα αποδεκτών σεναρίων από προηγούμενο παράδειγμα (Πίνακας 2).

3.4 Αξιολόγηση

Κάθε υποψήφια λύση αξιολογείται και της ανατίθεται η τιμή της συνάρτησης στόχου, TOC_{obj} , η οποία αποτελείται από το συνολικό λειτουργικό κόστος για όλο το χρονικό ορίζοντα του προβλήματος, TOC , τεχνητά προσαυξημένο με όρους ποινών V για τις μη-αποδεκτές υποψήφιες λύσεις. Για τις αποδεκτές λύσεις ισχύει $TOC \equiv TOC_{obj}$.

Η τιμή της συνάρτησης TOC_{obj} έχει κεντρικό ρόλο κατά τη ροή του ΕΑ καθώς υποψήφιες λύσεις με χαμηλή τιμή αυτής της συνάρτησης έχουν αυξημένη πιθανότητα να ενταχθούν στο σύνολο των γονέων. Η συνάρτηση στόχου, TOC_{obj} , αποτελείται από το συνολικό λειτουργικό κόστος για όλο το χρονικό ορίζοντα του προβλήματος, TOC , που προσαυξάνεται τεχνητά μεσω ποινών V για τις μη αποδεκτές υποψήφιες. Η τιμή του TOC_{obj} ταυτίζεται με αυτή του TOC για μία μη-αποδεκτή λύση. Η συνάρτηση στόχου υπολογίζεται ως εξής:

$$TOC_{obj} = TOC + V_{Pmin} + V_{demand} + V_{SR} \quad (20)$$

όπου

- TOC το συνολικό λειτουργικό μεταβλητό κόστος, όπως ορίζεται από την εξίσωση (4) στην ενότητα 2.1.1 και επαναλαμβάνεται για διευκόλυνση του αναγνώστη:

$$\min TOC = \sum_{j=1}^T \left(\sum_{i=1}^M OC_{i,j} \right)$$

όπου

$$OC_{i,j} = \begin{cases} C_i(P_{i,j}) + C_{STUP} & \text{αν } s_{i,j} = 1 \\ C_{SHDN} & \text{αν } s_{i,j} = 0 \end{cases}$$

- V_{Pmin} είναι η ποινή που δίδεται σε υποψήφιες λύσεις που δεν ικανοποιούν τους περιορισμούς του UCP που περιγράφονται από τις εξισώσεις (8), (9) και (10) και αντιστοιχούν στον ελάχιστο χρόνο έναρξης, σβέσης και αναγκαστικής παραμονής σε κατάσταση κράτησης ανάμεσα σε δύο διαδοχικές ενάρξεις και σβέσεις. Για τον υπολογισμό της ποινής προσδιορίζεται ο αριθμός των ωρών που αν η μονάδα που προκαλεί την παραβίαση των περιορισμών ήταν ανοικτή αντί για κλειστή οι παραβιάσεις θα αίρονταν. Έστω ο αριθμός ότι αυτός των ωρών για τη μονάδα i είναι $N_{0,i}$, τότε η ποινή προσδιορίζεται από τη σχέση

$$V_{Pmin} = \sum_{i=1}^{N_u} N_{0,i} \cdot C_i(P_{i,min}) \quad (21)$$

- V_{demand} είναι η ποινή που αντιστοιχεί στην περίπτωση που η συνολική μέγιστη παραγωγή, $P_{max,sce}$, για μία ώρα είναι χαμηλότερη από το φορτίο και επιβάλλεται η αγορά ενέργειας από εξωτερικό προμηθευτή, ή η συνολική ελάχιστη παραγωγή ενός σεναρίου, $P_{min,sce}$ για μια ώρα είναι υψηλότερη από το φορτίο. Η ποινή προσδιορίζεται ως η απόκλιση πολλαπλασιαζόμενη με μία ποινή που τίθεται από το χρήστη.
- V_{SR} είναι η ποινή που αντιστοιχεί στη μη-κάλυψη της απαιτούμενης αντίστοιχης εφεδρείας, και προσδιορίζεται πάλι από το έλλειμμα στην τηρούμενη στρεφόμενη εφεδρεία πολλαπλασιαζόμενη με ένα συντελεστή που τίθεται από το χρήστη.

Οι πίνακες αναφοράς που δημιουργούνται από τον αλγόριθμο επίλυσης του EDP χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό του TOC , ο οποίος γίνεται άμεσα, καθώς το ελάχιστο κόστος κάθε ώρας $C_i(P_i, j)$, για το αντίστοιχο σενάριο, έχει ήδη υπολογιστεί. Σε αντίθετη περίπτωση θα απαιτείτο T επιλύσεις του EDP για την αξιολόγηση κάθε υποψηφίας λύσης. Χωρίς τους πίνακες αναφοράς, κάθε αξιολόγηση θα απαιτούσε σημαντικό υπολογιστικό χρόνο και θα επιβράδυνε σημαντικά τον ΕΑ.

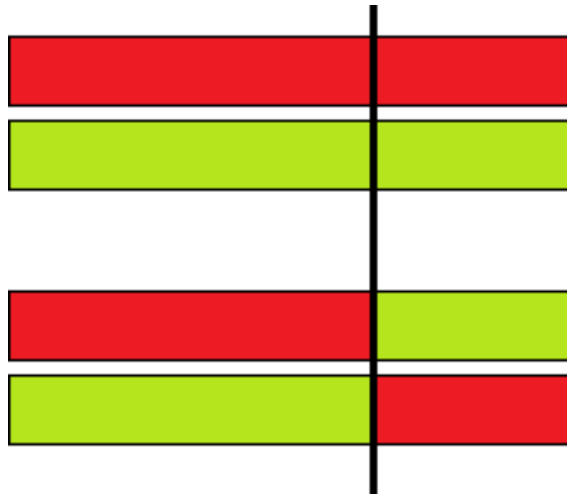
3.5 Δημιουργία νέας γενιάς

Από το σύνολο των υποψηφίων επιλέγεται ένας μικρότερος αριθμός υποψηφίων που αποτελούν το σύνολο των γονέων. Το πλήθος των γονέων, μ , είναι συνήθως τρεις με τέσσερις φορές μικρότερο από το συνολικό πληθυσμό. Κριτήριο επιλογής των γονέων είναι η τιμή της συνάρτησης στόχου

τους. Κατά την επιλογή των γονέων χρησιμοποιείται γεννήτρια τυχαίων αριθμών έτσι ώστε να επιλέγονται με μεγαλύτερη πιθανότητα οι υποψήφιοι που έχουν μικρή τιμή της TOC_{obj} , αλλά και να μην αποκλείονται εντελώς υποψήφιοι με μέτρια ή και κακή τιμή της συνάρτησης στόχου.

Στον αλγόριθμο χρησιμοποιείται η τεχνική του ελιτισμού. Ενώ συνήθως οι υποψήφιες λύσεις έχουν διάρκεια ζωής μόνο μίας γενιάς, στην τεχνική του ελιτισμού η ιστορικά καλύτερη λύση αποθηκεύεται και χρησιμοποιείται σε κάθε γενιά ως γονέας. Η διατήρηση επιλέκτου επιταχύνει τη σύγκλιση του αλγορίθμου και βεβαιώνει πως η καλύτερη λύση που έχει εντοπίσει ο αλγόριθμος δεν θα χαθεί.

Στο σύνολο των γονέων εφαρμόζονται οι εξελικτικοί τελεστές διασταύρωσης - Crossover και της μετάλλαξης - mutation. Στόχος της διασταύρωσης είναι ο συνδυασμός των χαρακτηριστικών δύο ή περισσότερων γονέων για τη δημιουργία ενός απογόνου. Στο πιο απλό είδος διασταύρωσης, στη διασταύρωση ενός σημείου (one point crossover) επιλέγεται τυχαία ένα σημείο διασταύρωσης κατά το μήκος του χρωμοσώματος και παράγεται απόγονος που μέχρι εκείνο το σημείο διατηρεί το χρωμόσωμα ενός γονέα ενώ μετά από το σημείο διασταύρωσης αποκτά το χρωμόσωμα του δεύτερου γονέα. Στο Σχήμα 9 δίνεται ένα παράδειγμα διασταύρωσης ενός σημείου και οι δυνατοί απόγονοι που μπορούν να προκύψουν.



Σχήμα 9: Παράδειγμα διασταύρωσης ενός σημείου. Τα δύο χρωμοσώματα που βρίσκονται ψηλότερα αντιπροσωπεύουν τους 2 γονείς και τα δύο χαμηλότερα τους παραγόμενους απογόνους.

Είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν περισσότερα σημεία διασταύρωσης. Στον αλγόριθμο επίλυσης του UCP χρησιμοποιείται διασταύρωσης 3 σημείων στον οποίο συμμετέχουν δύο γονείς και παράγονται δύο απόγονοι. Είναι, όμως, δυνατό να χρησιμοποιηθούν και άλλα είδη διασταύρωσης.

Όσο αφορά τη μετάλλαξη, κάθε στοιχείο του ακεραία κωδικοποιημένου χρωμοσώματος ενός απογόνου έχει μια καθοριζόμενη από το χρήστη πιθανότητα να αλλάξει. Κάθε “αποδεκτό σενάριο” μπορεί να αλλάξει σε οποιοδήποτε άλλο “αποδεκτό σενάριο” για τη συγκεκριμένη ώρα, τέτοιο ώστε

$$n'_{feas} \neq n_{feas}$$

Αν χρησιμοποιείται δυαδική κωδικοποίηση, η μετάλλαξη θα ήταν δυνατό να δημιουργήσει υποψήφιους που χρησιμοποιούν “μη-αποδεκτά σενάρια”, και τα χρωμοσώματα τους θα έπρεπε στη συνέχεια, με κάποιο τρόπο, να διορθωθούν.

Αφού δημιουργηθεί η νέα γενιά, ελέγχονται τα κριτήρια σύγκλισης και αν δεν ικανοποιούνται η νέα γενιά οδηγείται στη φάση της αξιολόγησης και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Το κριτήριο σύγκλισης συνήθως είναι απλά η πραγματοποίηση ενός συγκεκριμένου αριθμού αξιολογήσεων. Συνήθως και ανάλογα με το πρόβλημα απαιτούνται εκατοντάδες ή και χιλιάδες επαναλήψεις για να επιτευχθεί η σύγκλιση. Στον παρόντα αλγόριθμο που χρησιμοποιεί πίνακες αναφοράς, επειδή το κόστος των αξιολογήσεων είναι αμελητέο μπορεί ο αλγόριθμος να εκτελεστεί χωρίς μεγάλο επιπλέον υπολογιστικό κόστος για δεκάδες χιλιάδες αξιολογήσεις, ώστε να εξασφαλιστεί η εύρεση της βέλτιστης λύσης.

3.6 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της μεθόδου

Η μέθοδος επίλυσης του UCP που έχει αναπτυχθεί από το ΕΘΣ/ΕΜΠ *επιλύει με πολύ μεγάλη ταχύτητα το UCP*, αν έχουν ήδη δημιουργηθεί οι πίνακες αναφοράς. Αυτό συμβαίνει επειδή η, συνήθως, υπολογιστικά απαιτητική, για τους ΕΑ, διαδικασία της αξιολόγησης πραγματοποιείται με την απλή ανάγνωση της τιμής του κόστους των σεναρίων που αντιστοιχούν σε κάθε ώρα από τους πίνακες αναφοράς.

Από την άλλη, η μέθοδος που παρουσιάστηκε μπορεί να παρουσιάζει μεγάλη ταχύτητα σύγκλισης του ΕΑ, *αλλά μεταθέτει το υπολογιστικό κόστος στη δημιουργία των πινάκων αναφοράς*. Ο προϋπάρχων αλγόριθμος υπολογισμού του EDP βασίζεται σε μία μέθοδο πλήρους απαρίθμησης του χώρου των λύσεων, που συνδυάζεται με μία μέθοδο απότομης καθόδου. Ο αλγόριθμος, ενώ βρίσκει πάντοτε τη βέλτιστη λύση, παρουσιάζει σημαντικό υπολογιστικό κόστος. Επιπροσθέτως, επειδή το μέγεθος των πινάκων αναφοράς είναι εκθετική συνάρτηση του αριθμού M των μονάδων, παρατηρήθηκε ότι ο υπολογιστικός χρόνος που απαιτείται για τη δημιουργία πινάκων αναφοράς γίνεται υπολογιστικά ασύμφορος για μεγάλες τιμές του M .

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η βελτίωση του αλγορίθμου επίλυσης του EDP με στόχο την ταχύτερη δημιουργία των πινάκων αναφοράς. Προγραμματίστηκε ένας νέος, ταχύτερος αλγόριθμος επίλυσης του EDP που αντικατέστησε τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος παρέχει ίδιες ή καλύτερες λύσεις με τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο, χωρίς να χρησιμοποιεί επιπλέον απλοποιήσεις κατά τη μοντελοποίηση του συστήματος που διευκολύνουν την επίλυση του προβλήματος. Στις επόμενες ενότητες παρουσιάζονται αναλυτικά ο προϋπάρχων αλγόριθμος επίλυσης του EDP και ο προτεινόμενος αλγόριθμος προς αντικατάσταση αυτού.

4 Περιγραφή του προϋπάρχοντος αλγορίθμου επίλυσης του EDP

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται ο αλγόριθμος δημιουργίας των πινάκων αναφοράς, οποίος βελτιώθηκε, αντικαθιστώντας τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο επίλυσης του EDP με την προτεινόμενη μέθοδο. Ο προϋπάρχων αλγόριθμος αναλύθηκε σε σχέση με το υπολογιστικό κόστος που ενέχει κάθε τμήμα του. Η ανάλυση αυτή οδηγεί στον προσδιορισμό των αιτιών της αργής σύγκλισης που παρουσιάζει, ειδικά για προβλήματα με μεγάλο αριθμό μονάδων. Στο τέλος της ενότητας παρουσιάζονται αποτελέσματα ως προς το χρόνο δημιουργίας των πινάκων αναφοράς σε πρόβλημα - παράδειγμα.

4.1 Ορισμοί - ορολογία

Κατά την ανάλυση του υπολογιστικού κόστους των μερών του αλγορίθμου χρησιμοποιούνται όροι που προέρχονται από τη θεωρία υπολογιστικής πολυπλοκότητας. Η υπολογιστική πολυπλοκότητα αναφέρεται στην ανάλυση των υπολογιστικών πόρων που χρησιμοποιεί ένας αλγόριθμος καθώς το προς επίλυση πρόβλημα μεγαλώνει. Στην παρούσα εργασία ο πόρος που αναλύεται είναι ο συνολικός υπολογιστικός χρόνος, εκτός και αν προσδιοριστεί διαφορετικά. Παρακάτω αναφέρονται κάποιοι από τους όρους που χρησιμοποιούνται:

- Σημειογραφία $O(n)$, $f = O(n)$ σημαίνει πως $|f| < A \cdot n$, όπου A μια θετική σταθερά. Η συνάρτηση f αντιπροσωπεύει τον προς εξέταση πόρο, συνήθως τον υπολογιστικό χρόνο. Η μεταβλητή n είναι σταθερά που επηρεάζει το μέγεθος του προβλήματος, συγκεκριμένα συνήθως ο αριθμός των μονάδων M ή ο αριθμός των ωρών εντός του χρονικού οριζοντα T .

Για παράδειγμα, ο πίνακας αναφοράς έχει μέγεθος $p_{feas} \cdot 2^M \cdot T$ και η κάθε επίλυση του κάθε προβλήματος EDP απαιτεί χρόνο ανεξάρτητο από τον αριθμό των ωρών του χρονικού οριζοντα. Μπορεί κανείς να πει πως η δημιουργία του πίνακα αναφοράς, για σταθερό αριθμό μονάδων, απαιτεί χρόνο $O(T)$.

- Πολυωνυμικός χρόνος, προβλήματα που μπορούν να λυθούν σε χρόνο $O(n) = P(n)$ όπου $P(n)$ πολυώνυμο με πεπερασμένο αριθμό όρων και πραγματικούς συντελεστές.
- NP - complete, κλάση προβλημάτων τα οποία παρουσιάζουν μεγάλη υπολογιστική δυσκολία καθώς, για όλους τους έως σήμερα γνωστούς αλγορίθμους ο χρόνος υπολογισμού αυξάνεται εκθετικά σε σχέση με το μέγεθος τους.

Επίσης, η αναφορά σε “αποδεκτά σενάρια” αναφέρεται στα σενάρια που είναι σε θέση να καλύψουν τη ζήτηση και έχουν συμπεριληφθεί στην αντίστοιχη λίστα αποδεκτών σεναρίων σύμφωνα με τα κριτήρια του αντίστοιχου τμήματος του αλγορίθμου που περιγράφονται στην προηγούμενη ενότητα.

4.2 Περιγραφή της δομής του αλγορίθμου

4.2.1 Δημιουργία πίνακα αναφοράς

Ο αλγόριθμος καλείται να δημιουργήσει ένα πίνακα αναφοράς για κάθε ώρα. Σε κάθε ώρα αντιστοιχεί διαφορετική τιμή της ζήτησης D . Για κάθε ώρα, πριν ξεκινήσει ο αλγόριθμος υπολογίζεται η λίστα με τα αποδεκτά σενάρια, έτσι ώστε να αποκλείονται τα σενάρια που δεν έχουν δυνατότητα κάλυψης της ζήτησης D .

Στη συνέχεια, και για κάθε αποδεκτό σενάριο, ο αλγόριθμος επιλύει το πρόβλημα της οικονομικής ανάθεσης, EDP. Από την επίλυση του προβλήματος προκύπτουν τα βέλτιστα $P_{i,j}^{sce}$ που αντιστοιχούν στο συγκεκριμένο σενάριο και ώρα. Επίσης, μέσω των $P_{i,j}^{sce}$ υπολογίζονται και τα ελάχιστα κόστη για κάθε σενάριο και ώρα, μέσω της σχέσης (11) που επαναλαμβάνεται για λόγους ευκολίας:

$$C_{tot,j}^{sce} = \sum_{i=1}^{N_u} C_i(P_{i,j}^{sce})$$

όπου ο δείκτης i αναφέρεται σε μονάδες, j σε ώρες και ο sce στον αριθμό n_{feas} του αποδεκτού σεναρίου. Υπενθυμίζεται πως N_u είναι το σύνολο των μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία για ένα συγκεκριμένο σενάριο. Επισημαίνεται πως σε κάθε επίλυση του EDP το σενάριο και η ώρα παραμένουν σταθερά.

Η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης C_{tot} γίνεται χωρίζοντας τον χώρο των λύσεων, που ορίζεται από τα τεχνικά ελάχιστα και μέγιστα των μονάδων, σε πλέγμα και υπολογίζοντας την τιμή της C_{tot} σε κάθε κόμβο του πλέγματος. Η ελάχιστη τιμή του κόστους αποθηκεύεται μαζί με το βέλτιστο σετ των μεταβλητών P_i . Ακολουθεί μια επιδιόρθωση της λύσης ώστε η συνολική παραγωγή να συμπίπτει με το φορτίο και, τέλος, ακολουθεί μια τοπική μέθοδος ελαχιστοποίησης με χρήση της παραγώγου που βελτιώνει τη λύση αναζητώντας ένα τοπικό ελάχιστο.

Τέλος, αποθηκεύονται στον πίνακα αναφοράς το ελάχιστο C_{tot} που υπολογίστηκε, καθώς και η βέλτιστη παραγόμενη ισχύς $P_{i,j}^{sce}$, για κάθε σενάριο, ώστε να χρησιμοποιηθούν αργότερα από τον ΕΑ.

Ακολουθεί ο ψευδοκώδικας που περιγράφει τον τρόπο δημιουργίας του πίνακα αναφοράς. Στο εσωτερικό των βρόχων που ανατρέχουν όλες τις ώρες και όλα τα σενάρια βρίσκεται η κλήση του αλγορίθμου επίλυσης του EDP, που εκτελείται $N_{feas} \cdot T$ φορές.

Δημιουργία πινάκων αναφοράς

```
1: for  $j \leftarrow 1, T$  do
2:   for  $n_{sce} \leftarrow 1, N_{feas}$  do ▷  $N_{feas} \sim 2^M$ 
3:     Economic Load Dispatch( $D_j, n_{sce}$ )
4:     Αποθήκευση βέλτιστου  $C_{tot,j}^{sce}$  στον πίνακα αναφοράς
5:     for  $i \leftarrow 1, N_u$  do
6:       Αποθήκευση  $P_{i,j}^{sce}$  στον πίνακα αναφοράς
7:     end for
8:   end for
9: end for
```

4.2.2 Λύση του EDP για ένα σενάριο και μία ώρα

Για κάθε αποδεκτό σενάριο n_{feas} και ώρα j καλείται ο αλγόριθμος επίλυσης του EDP. Στον αρχικό αλγόριθμο χρησιμοποιούνται τετραγωνικές συναρτήσεις κόστους, $C_i(P_i)$, και συνεπώς το πρόβλημα παίρνει τη μορφή:

$$C_{tot} = \sum_{i=1}^{N_u} a_{2,i} \cdot P_i^2 + a_{1,i} \cdot P_i + a_{0,i} \quad (22)$$

Η ελαχιστοποίηση για αυτού του είδους συναρτήσεις κόστους αποτελεί πρόβλημα τετραγωνικού προγραμματισμού. Ο αποδεκτός χώρος του προβλήματος καθορίζεται από τους περιορισμούς ανισότητας των τεχνικών ελαχίστων και τον περιορισμό ισότητας της κάλυψης της ζήτησης. Η δομή του αλγορίθμου απεικονίζεται στο Σχήμα 10 και ακολουθεί αναλυτική περιγραφή κάθε τμήματός της.

Δημιουργία Πλέγματος Το βέλτιστο σημείο παραγωγής προσεγγίζεται αρχικά αναζητώντας την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης κόστους στα σημεία ενός πλέγματος (lattice). Το πλέγμα παράγεται υποδιαιρώντας το εύρος της ισχύος που μπορεί να παράξει κάθε εν λειτουργία μονάδα, $P_{i,max} - P_{i,min}$, $i = (1, N_u)$, σε $K-1$ ίσα διαστήματα. Αν $\Delta P_i = \frac{P_{i,max} - P_{i,min}}{k-1}$, η τιμή της συνάρτησης κόστους ελέγχεται για $P_i = P_{i,min} + k \cdot \Delta P_i$, για κάθε συνδυασμό με $i = [1, N_u]$, $k = [1, K]$. Το πλέγμα αποτελείται συνολικά από k^{N_u} σημεία, όπου N_u είναι ο αριθμός των ανοικτών μονάδων σε κάθε σενάριο.

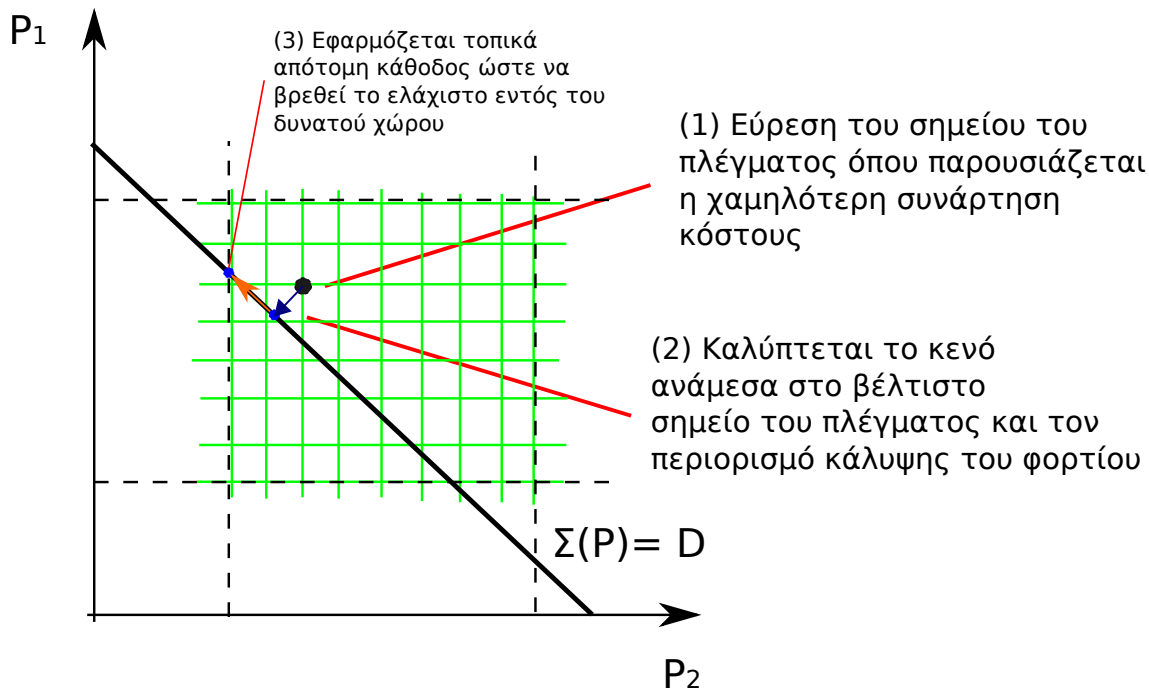
Έλεγχος του C_{tot} σε κάθε σημείο του πλέγματος Κατά τη ροή του αλγορίθμου υπολογίζεται διαδοχικά η τιμή του κόστους σε όλα τα k^{N_u} σημεία και η λύση με το χαμηλότερο κόστος, για την οποία η παραγωγή είναι μεγαλύτερη από τη ζήτηση, αποθηκεύεται.

Στη μέθοδο αναζήτησης σε πλέγμα που περιγράφηκε μπορούν να γίνουν δύο σημαντικές παρατηρήσεις. Πρώτον, ο αριθμός των σημείων του πλέγματος είναι και αυτός εκθετική συνάρτηση του αριθμού των μονάδων. Αν η σταθερά διαμέρισης, K που επιλέγεται από το χρήστη παίρνει τυπικά την τιμή $K = 10$, αντιλαμβάνεται κανείς πως για κάθε επιπλέον μονάδα το κόστος υπολογισμού κάθε προβλήματος EDP αυξάνεται περίπου κατά μία τάξη μεγέθους. Αυτός είναι και ο κύριος λόγος που ο προϋπάρχων αλγόριθμος επίλυσης του EDP ενέχει τόσο μεγάλο υπολογιστικό κόστος για μεγάλο αριθμό μονάδων.

Δεύτερον, τα σημεία του πλέγματος που ελέγχονται δεν ικανοποιούν αναγκαστικά τον περιορισμό της ισότητας¹. Βέβαια, η λύση με το ελάχιστο κόστος που προσδιορίζεται από την αναζήτηση

¹Υπενθυμίζεται πως ο περιορισμός ισότητας είναι ο περιορισμός που απαιτεί επακριβώς την κάλυψη της ζήτησης:

$$\sum_{i=1}^{N_u} N_u = D_j$$



Σχήμα 10: Διαγραμματική απεικόνιση του προϋπάρχοντος αλγορίθμου επίλυσης του EDP. Αρχικά ελέγχονται όλα τα σημεία του πλέγματος. Από τα σημεία του πλέγματος που η παραγωγή είναι μεγαλύτερη της ζήτησης (πάνω και δεξιά από την ευθεία που ορίζει ο περιορισμός ισότητας) επιλέγεται η λύση με το χαμηλότερο κόστος. Στη συνέχεια, η λύση διορθώνεται ώστε να καλυφθεί επακριβώς η ζήτηση. Τέλος, λύνεται ένα τοπικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης, εντός του αποδεκτού χώρου, αξιοποιώντας την πρώτη παράγωγο του κόστους.

σε πλέγμα, συνήθως παρουσιάζει μόνο ένα μικρό πλεόνασμα της συνολικής παραγωγής σε σχέση με τη ζήτηση. Αυτό συμβαίνει επειδή δεν λαμβάνονται υπόψη οι λύσεις που παρουσιάζουν έλλειμμα παραγωγής ($\sum P_i < D$) και οι λύσεις που παρουσιάζουν μεγάλο πλεόνασμα παραγωγής δεν είναι οικονομικές.

Διόρθωση της λύσης ώστε να ικανοποιεί τον περιορισμό ισότητας Η λύση, όπως αναφέρθηκε, συνήθως παρουσιάζει ένα μικρό πλεόνασμα παραγωγής σε σχέση με τη ζήτηση και γι' αυτό το λόγο διορθώνεται ώστε να καλύπτει επακριβώς τη ζήτηση. Εντοπίζεται η μονάδα με το μεγαλύτερο οριακό κόστος παραγωγής, $\frac{\partial C_i(P_i^*)}{P_i^*}$, που δεν βρίσκεται στο τεχνικό ελάχιστο και ελαττώνεται η παραγόμενη ισχύς της ώστε η συνολική παραγωγή να εξισωθεί με τη ζήτηση.

Τοπικός εντοπισμός βέλτιστης λύσης με τη χρήση της παραγώγου του κόστους Στη συνέχεια, η λύση βελτιώνεται τοπικά χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο μηχανισμό. Αρχικά εντοπίζεται η “ακριβότερη” και “φθηνότερη” μονάδα. Ως “ακριβότερη” ορίζεται η μονάδα με το υψηλότερο

οριακό κόστος ($\frac{\partial C_i(P_i^*)}{P_i^*}$) που δεν βρίσκεται στο τεχνικό ελάχιστό της και, αντίστοιχα, ως “φθηνότερη” ορίζεται η μονάδα που έχει το χαμηλότερο οριακό κόστος και δεν βρίσκεται στο τεχνικό της μέγιστο. Ελέγχεται αν είναι δυνατή μείωση του επιπέδου της παραγωγής της ακριβότερης μονάδας κατά μία ποσότητα ΔP , με παράλληλη αντίστοιχη αύξηση του επιπέδου της παραγωγής της φθηνότερης μονάδας. Αν είναι δυνατή και η αλλαγή αποφέρει μείωση του C_{tot} η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Ο ψευδοκώδικας της μεθόδου παρουσιάζεται εδώ:

Τοπική βελτίωση της λύσης στον προϋπάρχοντα αλγόριθμο επίλυσης του EDP

```
done ← 0
repeat
  Υπολογισμός  $C_{tot}$ 
  for  $i \leftarrow 1, N_u$  do ▷ Εύρεση φθηνότερης μονάδας
5:   if  $P_i < P_{min} + \Delta P$  then
     cycle
   end if
   Αποθήκευση του  $i$  της μονάδας με το χαμηλότερο  $\frac{\partial C_i(P_i)}{P_i}$ 
  end for
10:  for  $l \leftarrow 1, N_u$  do ▷ Εύρεση ακριβότερης μονάδας
     if  $P_l > P_{max} - \Delta P$  then
       cycle
     end if
     Αποθήκευση του  $l$  της μονάδας με το μεγαλύτερο  $\frac{\partial C_l(P_l)}{P_l}$ 
15:  end for
      $P_{i,new} \leftarrow P_i + \Delta P$ 
      $P_{l,new} \leftarrow P_l - \Delta P$ 
     Υπολογισμός  $C_{tot,new}$ 
     if  $C_{tot} \leq C_{tot,new}$  then
20:       done ← 1
     end if
until done = 1
```

Κατά τον τερματισμό της τοπικής βελτιστοποίησης που περιγράφηκε *όσες μονάδες δεν παράγουν στο τεχνικό ελάχιστο ή μέγιστο έχουν την ίδια τιμή του οριακού κόστους*, έστω λ . Αυτό συμβαίνει επειδή το επίπεδο παραγωγής κάθε “ακριβότερης” και “φθηνότερης” μονάδας που επιλέγεται θα μειώνεται και θα αυξάνεται, αντίστοιχα, μέχρι να εξισωθούν τα οριακά κόστη των δύο μονάδων ή μέχρι να φτάσει η παραγόμενη ισχύς κάθε μονάδας στο παραγόμενο ελάχιστο και μέγιστο, αντίστοιχα. Στο ίδιο συμπέρασμα φτάνει κανείς στα κυρτά προβλήματα EDP λαμβάνοντας τις συνθήκες Karush-Kuhn-Tucker που όταν ικανοποιούνται εξασφαλίζεται ότι η λύση είναι βέλτιστη. Οι συνθήκες KKT αναλύονται σε επόμενη ενότητα, κατά την περιγραφή του προτεινόμενου αλγορίθμου.

Σημαντικό είναι πως, μέσω της μεθόδου που περιγράφηκε, η υπάρχουσα μέθοδος επίλυσης του EDP συγκλίνει σχεδόν πάντα στη βέλτιστη λύση με μικρό περιθώριο λάθους¹.

¹Το επιχείρημα αυτό αν και δεν υποστηρίζεται στιβαρά με κάποια απόδειξη, μπορεί να υποστηριχθεί από το γεγονός ότι για όλες τις εκτελέσεις που συγκρίθηκε ο προτεινόμενος με τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο επίλυσης του EDP δεν παρουσιάστηκαν διαφοροποιήσεις στους παραγόμενους πίνακες αναφοράς. Η σύγκλιση της προτεινόμενης μεθόδου στη βέλτιστη λύση έχει μαθηματική υποστήριξη που παρουσιάζεται σε επόμενη ενότητα

4.3 Σχολιασμός και εφαρμογή της μεθόδου

Ο προϋπάρχων αλγόριθμος επίλυσης του EDP είναι δομημένος έτσι ώστε να συγκλίνει σχεδόν πάντοτε στη βέλτιστη λύση, αλλά η μέθοδος της πλήρους απαρίθμησης που χρησιμοποιεί έχει μεγάλο υπολογιστικό κόστος. Σε κάθε σενάριο το C_{tot} υπολογίζεται σε K^{N_u} σημεία του πλέγματος. Το πλήθος των σεναρίων NS που έχουν N_u πλήθος μονάδων σε λειτουργία είναι:

$$NS = \binom{M}{N_u} \quad (23)$$

Κατ' επέκταση ο αριθμός των συνολικών υπολογισμών της συνάρτησης κόστους για όλα τα σημεία του πλέγματος και για όλα τα σενάρια είναι:

$$N_{calc} = P_{infeas} \cdot \sum_{N_u=1}^M \binom{M}{N_u} \cdot k^{N_u} \quad (24)$$

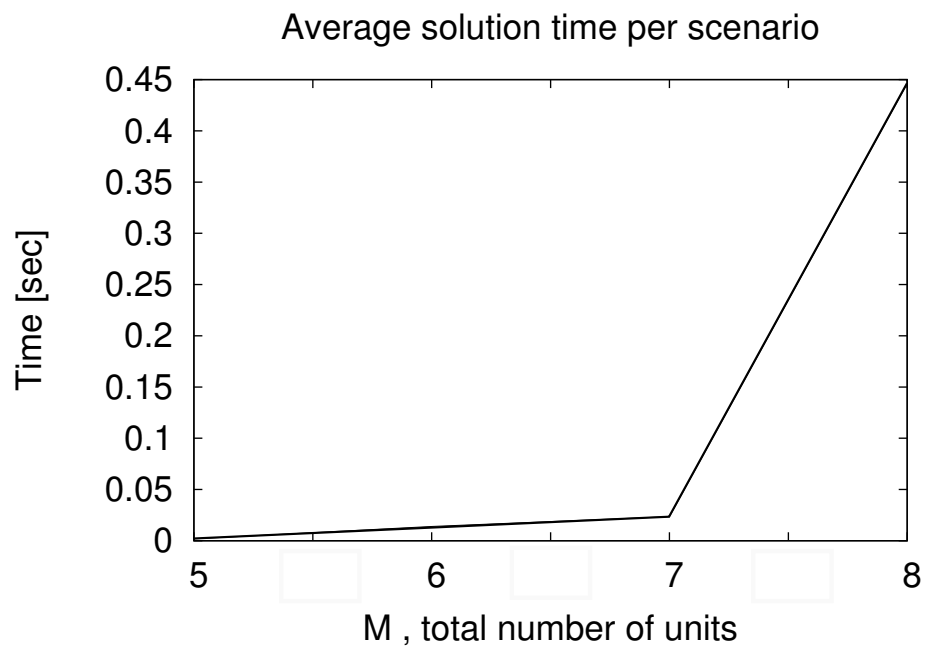
όπου P_{infeas} είναι διορθωτικός συντελεστής από το 0 μέχρι το 1, ώστε να ληφθούν υπόψη τα μη-αποδεκτά σενάρια, στα οποία δεν γίνονται υπολογισμοί.

Συμπερασματικά, το πλήθος των υπολογισμών που απαιτούνται είναι, προφανώς, ιδιαίτερα μεγάλο και ο χρόνος επίλυσης κάθε EDP είναι εκθετική συνάρτηση του αριθμού των μονάδων, M . Πράγματι, εκτέλεση του αλγορίθμου για διαφορετικούς αριθμούς μονάδων σε περίπτωση-παράδειγμα και χρονικό ορίζοντα 9 ώρων, Πίνακας 4, έδειξε πως ο χρόνος εκτέλεσης αυξάνεται εκθετικά σε σχέση με τον αριθμό των μονάδων (Σχήμα 12). Στοιχεία για τα χαρακτηριστικά των μονάδων λήφθηκαν από τη δημοσίευση [7] και κατ' επέκταση το πρόβλημα που λύθηκε αντιστοιχεί σε εικονικό σύστημα ηλεκτροπαραγωγής παρόμοιο με αυτό ενός ελληνικού νησιού.

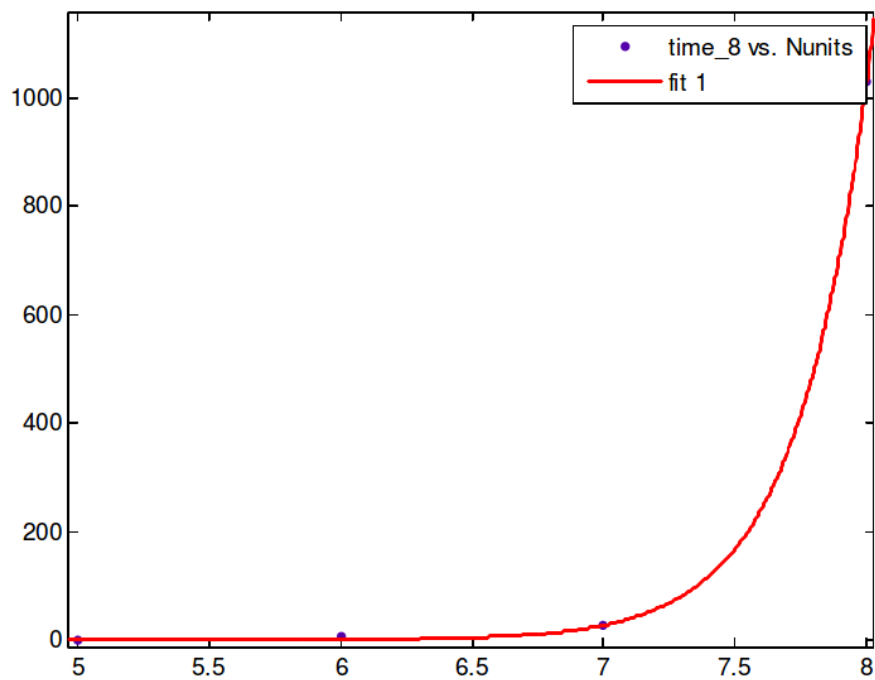
Τα αποτελέσματα φανερώνουν πως ο χρόνος δημιουργίας των πινάκων αναφοράς μεγαλώνει κατά μία τάξη μεγέθους κάθε φορά που το μέγεθος του προβλήματος αυξάνεται κατά μία μονάδα. Επίσης ο μέσος χρόνος επίλυσης ανά σενάριο αυξάνεται και αυτός εκθετικά όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 11.

M	Χρόνος[sec]	Μέσος χρόνος ανά σενάριο [sec]
5	0.54	0.0019
6	8.03	0.0139
7	27.06	0.0235
8	1028.11	0.4462

Πίνακας 4: Χρόνος επίλυσης του EDP και μέσος χρόνος επίλυσης ανά σενάριο ανάλογα με τον αριθμό M , των μονάδων, με χρήση του προϋπάρχοντος αλγορίθμου. Ο χρόνος εκτέλεσης αυξάνει εκθετικά όσο αυξάνεται ο αριθμός των μονάδων και γίνεται απαγορευτικός για μεγαλύτερα προβλήματα. Ο αλγόριθμος εκτελέστηκε σε προσωπικό υπολογιστή 2GHz



Σχήμα 11: Μέσος χρόνος εκτέλεσης του προϋπάρχοντος αλγορίθμου ανά σενάριο σε σχέση με τον αριθμό των μονάδων M .



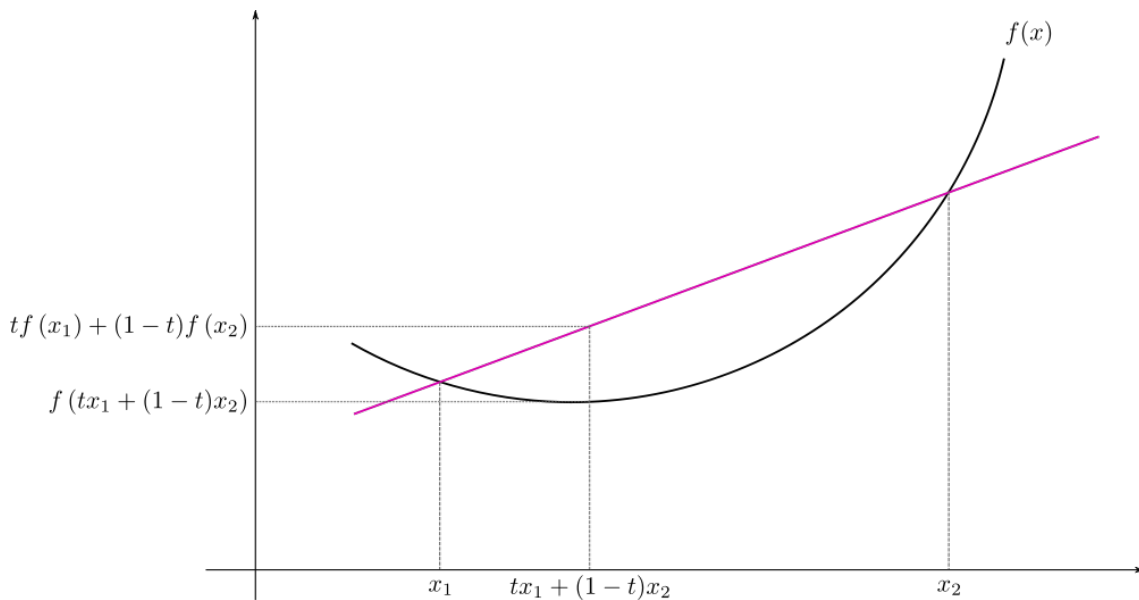
Σχήμα 12: Εκθετική παρεμβολή στο χρόνο εκτέλεσης του αρχικού αλγορίθμου σε σχέση με τον αριθμό των μονάδων. Χρησιμοποιείται εκθετική παρεμβολή καθώς παρουσιάζει μικρό σφάλμα στην προσέγγιση και παράλληλα συνάδει με τη μορφή της καμπύλης που αναμένεται από τη θεωρητική ανάλυση της πολυπλοκότητας του αλγορίθμου

Βασικός σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η επιτάχυνση της επίλυσης του EDP ώστε να μπορούν να υποστηριχθούν προβλήματα με περισσότερες μονάδες, παρέχοντας τη λύση μέσα σε αποδεκτά χρονικά πλαίσια. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος, που παρουσιάζεται στη συνέχεια, παράγει γρήγορα, αξιόπιστα αποτελέσματα για μεγαλύτερο αριθμό μονάδων.

5 Ο προτεινόμενος αλγόριθμος επίλυσης του EDP

Ορισμοί

- *Κυρτή συνάρτηση.* Μία πραγματική συνάρτηση κόστους f ορίζεται ως κυρτή αν για οποιαδήποτε δύο σημεία x_1, x_2 στο πεδίο ορισμού της και για οποιοδήποτε $t \in [0, 1]$ ισχύει πως $f(tx_1 + (1-t)x_2) \leq tf(x_1) + (1-t)f(x_2)$, ότι δηλαδή κάθε σημείο μιας ευθείας που ενώνει δύο σημεία του γραφήματος της f βρίσκεται ψηλότερα ή ταυτίζεται με το σημείο του γραφήματος της συνάρτησης για την ίδια τεταμημένη (Σχήμα 13). Σημειώνεται πως σύμφωνα με αυτό τον ορισμό οι γραμμικές συναρτήσεις θεωρούνται οριακά κυρτές.



Σχήμα 13: Ορισμός κυρτής συνάρτησης. Τα σημεία των ευθειών που άκρα τους έχουν σημεία του γραφήματος της κοίλης συνάρτησης βρίσκονται ψηλότερα ή ταυτίζονται με το γράφημα της.

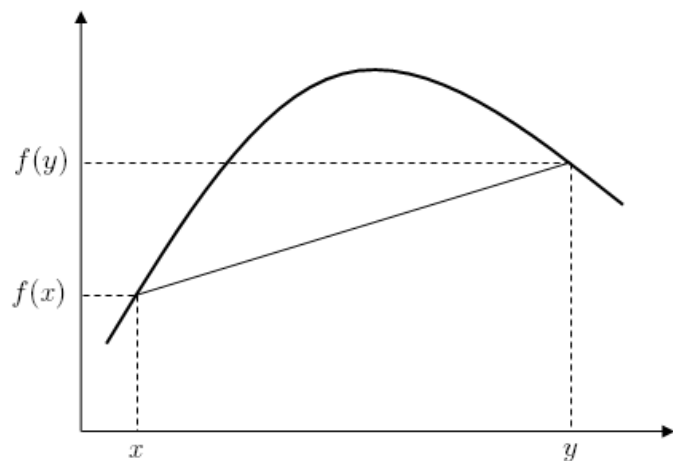
- *Κυρτός Υποχώρος.* Υποσύνολο του Ευκλείδειου N -διάστατου χώρου όπου για κάθε 2 σημεία που ανήκουν σε αυτόν, το ευθύγραμμο τμήμα που τα συνδέει ανήκει εξ ολοκλήρου στον ίδιο υποχώρο.
- *Χώρος Σχεδιασμού.* Το σύνολο των σημείων που ορίζεται από όλους τους δυνατούς συνδυασμούς που μπορούν να πάρουν οι ελεύθερες μεταβλητές ενός προβλήματος ελαχιστοποίησης. Για παράδειγμα, στο EDP ο χώρος σχεδιασμού είναι το εσωτερικό του M -διάστατου πολύγωνου που ορίζουν οι περιορισμοί ανισότητας για τα τεχνικά ελάχιστα και μέγιστα των μονάδων.

- *Υπερεπίπεδο.* Το υποσύνολο του N -διάστατου χώρου που ορίζεται από μία εξίσωση της μορφής

$$w \cdot \vec{x} = b$$

όπου w μη μηδενικό διάνυσμα μήκους N , x οι μεταβλητές του ορθοκανονικού διανύσματος αξόνων και $b \in \mathbb{R}$. Σε δύο διαστάσεις τα υπερεπίπεδα είναι ευθείες, σε τρεις επίπεδα κοκ.

- *Αποδεκτός Χώρος.* Το υποσύνολο του χώρου σχεδιασμού για το οποίο προκύπτουν λύσεις που ικανοποιούν τους περιορισμούς του προβλήματος ελαχιστοποίησης. Για παράδειγμα, ο αποδεκτός χώρος του EDP είναι το $(M - 1)$ διαστάσεων υπερεπίπεδο που ορίζεται από την τομή του αποδεκτού χώρου που ορίζουν οι ανισοτικοί περιορισμοί με το υπερεπίπεδο που ορίζει ο περιορισμός ισότητας
- *Σύνоро του αποδεκτού χώρου.* Το σύνολο ∂F όπου F ο αποδεκτός χώρος. Αποτελείται από την ένωση των υπερεπιπέδων που ορίζουν οι περιορισμοί ισότητας και οι ισότητες των ανισοτικών περιορισμών.
- *Κορυφή κυρτού υποχώρου.* Ένα σημείο στο N -διάστατο χώρο που προκύπτει από την τομή N υπερεπιπέδων που ορίζουν το σύνολο του κυρτού υποχώρου.
- *Κυρτό πρόβλημα ελαχιστοποίησης* Ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης στο οποίο η συνάρτηση στόχος είναι κυρτή και ο χώρος σχεδιασμού του προβλήματος είναι ένας κυρτός υποχώρος.
- *Ενεργός περιορισμός.* Ένας περιορισμός $g(P_i) \leq 0$ ονομάζεται ενεργός όταν στο βέλτιστο σημείο ισχύει $g(P_i^*) = 0$. Όταν $g(P_i^*) < 0$, ο περιορισμός ονομάζεται αντίστοιχα μη-ενεργός. Για παράδειγμα αν η βέλτιστη λύση ενός προβλήματος EDP για δύο μονάδες είναι $P_1^* = 20MW$, και $P_2^* = 17MW$ και ισχύει $7MW \leq P_1 \leq 20MW$ και $8MW \leq P_2 \leq 25MW$ τότε ο περιορισμός $P_1 \leq 20MW$ είναι ενεργός. Όταν ένας ή περισσότεροι περιορισμοί είναι ενεργοί, τότε η βέλτιστη λύση βρίσκεται σε μία κορυφή, ακμή, επιφάνεια, ή υπερεπιφάνεια που ανήκει στο σύνολο του δυνατού χώρου. Οι περιορισμοί ισότητας είναι πάντοτε ενεργοί.
- *Κοίλη συνάρτηση κόστους.* Μία πραγματική συνάρτηση κόστους f θα αναφέρεται στην παρούσα εργασία ως κοίλη αν για οποιαδήποτε δύο σημεία x, y στο πεδίο ορισμού της και για οποιοδήποτε $t \in [0, 1]$ ισχύει πως $f(tx + (1-t)y) > tf(x) + (1-t)f(y)$, ότι δηλαδή κάθε σημείο μιας ευθείας που ενώνει δύο σημεία του γραφήματος της f βρίσκεται χαμηλότερα από το σημείο του γραφήματος της συνάρτησης για την ίδια τετμημένη (Σχήμα 14).
- *Κοίλο πρόβλημα ελαχιστοποίησης* Ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης στο οποίο η συνάρτηση στόχος είναι κοίλη και ο χώρος σχεδιασμού του προβλήματος είναι ένας κυρτός υποχώρος.



Σχήμα 14: Ορισμός κοίλης συνάρτησης. Τα σημεία των ευθειών που άκρα τους έχουν σημεία του γραφήματος της κοίλης συνάρτησης βρίσκονται χαμηλότερα από το γράφημα της.

- *Μη-κυρτό πρόβλημα ελαχιστοποίησης.* Στη παρούσα εργασία σε κάθε αναφορά μη-κυρτού προβλήματος ελαχιστοποίησης θα εννοείται ένα πρόβλημα ελαχιστοποίησης στο οποίο η συνάρτηση στόχος είναι κυρτή σε ένα σύνολο $B \subset A$, $B \neq \emptyset$, όπου A το πεδίο ορισμού της συνάρτησης στόχου, και κοίλη στο σύνολο $C = A \setminus B$.

5.1 Δομή του προτεινόμενου αλγόριθμου

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται η προτεινόμενη μέθοδος επίλυσης του EDP. Η κεντρική ιδέα της μεθόδου που υλοποιήθηκε αναφέρεται στο [9]. Η μέθοδος εκμεταλλεύεται τα εξής χαρακτηριστικά που παρουσιάζουν οι αλγόριθμοι επίλυσης του προβλήματος οικονομικής ανάθεσης:

- Κυρτά προβλήματα οικονομικής ανάθεσης, δηλαδή αυτά που έχουν κυρτή συνάρτηση κόστους C_{tot} , μπορούν να λυθούν γρήγορα, σε πολυωνυμικό χρόνο. Η C_{tot} είναι κυρτή αν όλες οι συναρτήσεις $C_i(P_i)$ που την απαρτίζουν είναι επίσης κυρτές.
- Μη-κυρτά EDP απαιτούν χρόνο επίλυσης που είναι εκθετική συνάρτηση του αριθμού των μονάδων, M . Αν έστω και μία συνάρτηση κόστους μονάδας $C_i(P_i)$ είναι μη-κυρτή, η παραγόμενη $C_{tot} = \sum C_i(P_i)$ είναι επίσης μη-κυρτή.
- Τέλος, ένα πρόβλημα EDP που η συνάρτηση κόστους C_{tot} αποτελείται μόνο από κοίλες συναρτήσεις $C_i(P_i)$ είναι ευκολότερο να λυθεί σε σχέση με ένα μεικτό, μη-κυρτό πρόβλημα που αποτελείται από κοίλες και κυρτές συναρτήσεις κόστους $C_i(P_i)$.

Ο κύριος λόγος που η επίλυση του EDP στον προϋπάρχοντα αλγόριθμο έχει μεγάλο υπολογιστικό κόστος είναι ότι ο χρόνος επίλυσης κάθε προβλήματος είναι εκθετική συνάρτηση του M .

Στον προτεινόμενο αλγόριθμο ακολουθήθηκε η εξής τακτική για τη μείωση του χρόνου επίλυσης του EDP. Οι μονάδες χωρίζονται σε δύο υποσύνολα, το “κυρτό” και το “κοίλο” σύνολο μονάδων, U_{cnv} και U_{cnc} αντίστοιχα. Στο “κυρτό σύνολο” καταχωρούνται οι μονάδες με κυρτές ή γραμμικές συναρτήσεις κόστους, πλήθους M_{cnv} . Στο “κοίλο σύνολο” καταχωρούνται οι μονάδες με κοίλες συναρτήσεις κόστους, πλήθους M_{cnc} .

Ένας εξωτερικός αλγόριθμος επιμερίζει τη ζήτηση D στα δύο σύνολα, αναθέτοντας στο “κυρτό σύνολο” ζήτηση ίση με D_{cnv} και στο “κοίλο σύνολο” την D_{cnc} αντίστοιχα, έτσι ώστε

$$D = D_{cnv} + D_{cnc}$$

Το φάσμα όλων των δυνατών επιμερισμών της ζήτησης - δηλαδή όλων των δυνατών ζευγών (D_{cnv}, D_{cnc}) - διακριτοποιείται, με βήμα διακριτοποίησης που επιλέγει ο χρήστης, λ.χ. 1 MW. Στη συνέχεια, για κάθε επιμερισμό και σε κάθε σύνολο ξεχωριστά, λύνεται το πρόβλημα της βελτιστοποίησης.

Τελικά, προσδιορίζεται ο επιμερισμός της ζήτησης που παρουσιάζει το ελάχιστο άθροισμα κόστους ηλεκτροπαραγωγής των δύο συνόλων. Από αυτό, το βέλτιστο, επιμερισμό της ζήτησης προκύπτουν οι τιμές της παραγόμενης ισχύος της κάθε μονάδας που αποτελούν και τη βέλτιστη λύση του EDP. Διευκρινίζεται πως στον προτεινόμενο αλγόριθμο η βέλτιστη λύση που προκύπτει από τον επιμερισμό της ζήτησης δεν βελτιώνεται μέσω επιπλέον τοπικής διακριτοποίησης.

Παράδειγμα εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου Έστω ένα πρόβλημα EDP, για μία συγκεκριμένη ώρα με $D = 200MW$, με 10 μονάδες να βρίσκονται σε λειτουργία, εκ των οποίων

6 έχουν κυρτές συναρτήσεις κόστους και 4 έχουν κοίλες συναρτήσεις κόστους. Οι μονάδες χωρίζονται στο κυρτό και το κοίλο σύνολο. Το αθροιστικό τεχνικό ελάχιστο του κυρτού συνόλου είναι

$$\sum_i^{M_{cnu}} P_{i,min} = P_{cnu,min} = 60$$

και, αντίστοιχα, $P_{cnu,max} = 180$, $P_{cnc,min} = 40$ και $P_{cnc,max} = 200$. Αν D_{cnu} και D_{cnc} είναι η ζήτηση που καλύπτεται από το κυρτό και το κοίλο σύνολο μονάδων και $D = D_{cnu} + D_{cnc}$ τότε η D_{cnu} μπορεί να πάρει τιμές από 40 ως $160MW$ ¹ - αντίστοιχα η D_{cnc} μπορεί να πάρει τιμές από 40 έως $140MW$:

$$D_{cnu} \in [60, 160] \quad D_{cnc} \in [40, 140]$$

και

$$D = D_{cnu} + D_{cnc} \quad (25)$$

Στη συνέχεια, διακριτοποιούνται και σαρώνονται όλες οι αποδεκτές τιμές της ζήτησης D_{cnu} , η ζήτηση του κοίλου συνόλου προκύπτει από την εξίσωση (25) ώστε $D = 200MW$. Ο αριθμός των διακριτών σημείων εξαρτάται από την επιθυμητή ακρίβεια, στο παράδειγμα αυτό θα επιλεγούν $k = 101$ σημεία, ώστε να ελέγχονται όλες οι αποδεκτές τιμές της ζήτησης που αντιστοιχούν σε ακέραιο αριθμό MW : $D_{cnu} = \{60, 61, 62, \dots, 140\}$. Για κάθε ένα από τους k αποδεκτούς επιμερισμούς της ζήτησης λύνεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης για κάθε σύνολο ξεχωριστά, έτσι ώστε να καλύπτεται η ζήτηση που έχει επιμεριστεί στο κάθε σύνολο.

Με τη λύση του EDP, γίνεται γνωστό το ελάχιστο κόστος ηλεκτροπαραγωγής για κάθε ένα από τα δύο σύνολα, $\sum C_i(P_{i,cnu})$, $\sum C_i(P_{i,cnc})$ καθώς και η βέλτιστη παραγόμενη ισχύς κάθε μονάδας που αντιστοιχεί σε αυτό. Το κόστος ηλεκτροπαραγωγής για το συγκεκριμένο επιμερισμό της ζήτησης είναι:

$$C_{tot,k} = \sum_i^{N_u} C_i P_i = \sum_i^{M_{cnu}} C_i(P_{i,cnu}) + \sum_i^{M_{cnc}} C_i(P_{i,cnc})$$

Αφού υπολογιστεί το ελάχιστο κόστος για όλες τις τιμές του k , επιλέγεται ως βέλτιστη η λύση με το χαμηλότερο συνολικό κόστος $C_{tot,k}$ και μαζί με τις αντίστοιχες τιμές της παραγόμενης ισχύος, αποθηκεύεται στον πίνακα αναφοράς.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η επιτάχυνση του αλγορίθμου επίλυσης του EDP, ώστε να μειωθεί το υπολογιστικό κόστος επίλυσης του UCP. Ο προϋπάρχων αλγόριθμος επίλυσης του EDP έχει συγκριτικά μεγάλο υπολογιστικό κόστος επειδή λύνει ένα *μη-κυρτό* πρόβλημα βελτιστοποίησης *μεγάλης διάστασης*, ίσης με τον αριθμό των μονάδων σε λειτουργία N_u .

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος επίλυσης του EDP, αντιθέτως, “σπάει” το πρόβλημα ελαχιστοποίησης σε δύο ευκολότερα προβλήματα. Το μεν κυρτό πρόβλημα έχει συγκριτικά ελάχιστο υπολογιστικό κόστος, καθώς αξιοποιεί τις γνωστές μερικές παραγώγους της συνάρτησης κόστους. Το

¹ Η D_{cnu} δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από $160MW$ καθώς το κοίλο σύνολο θα αναγκαστεί να παραλάβει ζήτηση κάτω από το τεχνικό του ελάχιστο.

δε κοίλο πρόβλημα ελαχιστοποίησης μπορεί να είναι δύσκολο υπολογιστικά, αλλά αφενός είναι μικρότερης διάστασης από το αρχικό μη-κυρτό πρόβλημα ελαχιστοποίησης και αφετέρου αξιοποιεί το γεγονός ότι η συνάρτηση κόστους είναι κοίλη σε όλο το πεδίο ορισμού της για να περιορίσει τα πιθανά σημεία στα οποία βρίσκονται οι βέλτιστες λύσεις μόνο στις κορυφές του αποδεκτού χώρου. Υπενθυμίζεται πως μη-κυρτό πρόβλημα ελαχιστοποίησης είναι αυτό που η συνάρτηση κόστους του είναι, στη γενική περίπτωση, ανά περιοχές κυρτή και ανά περιοχές κοίλη.

Για την επίλυση του κυρτού προβλήματος έχουν αναπτυχθεί δύο αλγόριθμοι. Ο πρώτος αλγόριθμος είναι ο αλγόριθμος της λ-επανάληψης ο οποίος εντοπίζει τη βέλτιστη λύση μέσω μιας επαναληπτικής μεθόδου προσδιορισμού της οριακής τιμής του συστήματος, λ . Η μέθοδος είναι ταχύτατη, χρησιμοποιείται ευρύτατα [42] και μπορεί να λύσει το EDP για μεγάλο φάσμα διαφορετικών κυρτών συναρτήσεων κόστους. Η μέθοδος της λ-επανάληψης που προγραμματίστηκε περιγράφεται στο [38].

Ο δεύτερος αλγόριθμος, περιορίζεται σε προβλήματα με κυρτές, τετραγωνικές συναρτήσεις κόστους. Κατά την εκκίνηση της μεθόδου δημιουργείται ένας *ταξινομημένος πίνακας* λ , που χρησιμοποιείται για κάθε σενάριο μίας συγκεκριμένης ώρας. Μέσω του ταξινομημένου πίνακα λ προσδιορίζεται άμεσα η οριακή τιμή του συστήματος χρησιμοποιώντας μια γραμμική παρεμβολή ανάμεσα σε σημεία του πίνακα. Από τη βέλτιστη οριακή τιμή του συστήματος προκύπτουν άμεσα οι βέλτιστες τιμές της παραγόμενης ισχύος. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται περιγράφεται στο [42] και εκμεταλλεύεται τη γραμμικότητα των $\frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i}$ για να εντοπίσει ταχύτατα τη βέλτιστη λύση.

Τέλος, ο αλγόριθμος επίλυσης του κοίλου προβλήματος οικονομικής ανάθεσης χρησιμοποιεί τη μέθοδο της πλήρους απαρίθμησης όπως και ο προϋπάρχων αλγόριθμος επίλυσης του EDP. Παρόλα αυτά αντί να ελέγχει κάθε λύση σε ένα πλέγμα με μεγάλο αριθμό σημείων, περιορίζει την αναζήτηση στις κορυφές του αποδεκτού χώρου, όπου αποδεικνύεται ότι βρίσκεται η βέλτιστη λύση.

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος έχει την ακόλουθη δομή, η οποία παρουσιάζεται και στο Σχήμα 15:

Προτεινόμενος αλγόριθμος επίλυσης του EDP

Ταξινόμηση των πινάκων αναφοράς κατά αύξοντα αριθμό $D_l, l \in (1, 2, \dots, N_{dem})$

for $l \leftarrow 1, N_{dem}$ **do** ▷ Για κάθε διαφορετική τιμή του φορτίου

if Μέθοδος = ‘Ταξινομημένοι πίνακες λ’ **then**

 Δημιουργία ταξινομημένου πίνακα λ

5: **end if**

for $nsce \leftarrow 1, N_{feas}$ **do** ▷ Για κάθε αποδεκτό σενάριο

 Καταμέτρηση των M_{cnv}, M_{cnc} μονάδων σε λειτουργία

if $M_{cnc} = 0$ **then**

 Solve Convex EDP(D, U_{nsce}, C_{tot})

10: Αποθήκευση βέλτιστης λύσης (C_{tot} και $P_i, \forall i \in U_{nsce}$) στον πίνακα αναφοράς

else if $M_{cnc} = 0$ **then**

 Solve Concave EDP(D, U_{nsce}, C_{tot})

 Αποθήκευση βέλτιστης λύσης (C_{tot} και $P_i, \forall i \in U_{nsce}$) στον πίνακα αναφοράς

else

15: Αντιστοίχιση των μονάδων στα σύνολα U_{cnv}, U_{cnc}

for $k \leftarrow 1, K_{max}$ **do**

$t \leftarrow \frac{k-1}{K_{max}-1}$

$D_{cnv} \leftarrow D_{cnv,min} + t \cdot DRange$

$D_{cnc} \leftarrow D_l - D_{cnv}$

20: Solve Convex EDP($D_{cnv}, U_{cnv}, C_{cnv}$)

 Solve Concave EDP($D_{cnc}, U_{cnc}, C_{cnc}$)

 Υπολογισμός συνολικού κόστους $C_{tot,temp} = C_{cnv} + C_{cnc}$

if $C_{tot,temp} < C_{tot,opt}$ **then**

$C_{tot,opt} \leftarrow C_{tot,temp}$ ▷ Προσωρινή αποθήκευση

25: $P_{i,opt} \leftarrow P_{i,temp}, \forall i \in U_{nsce}$ ▷ της βέλτιστης ως τώρα λύσης

end if

 Αποθήκευση βέλτιστης λύσης $C_{tot,opt}$ και $P_{i,opt}, \forall i \in U_{nsce}$

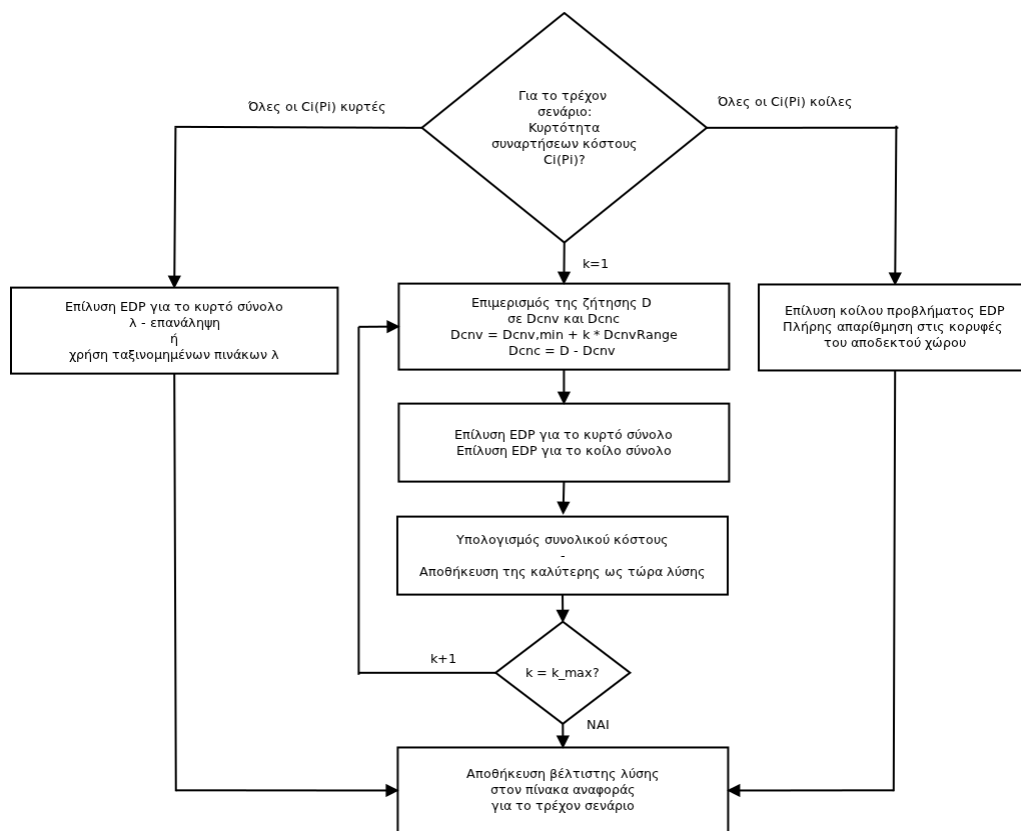
end for

end if

30: **end for**

end for

Ακολουθεί η θεμελίωση και η αναλυτική περιγραφή της προτεινόμενης μεθόδου και κάθε αλγορίθμου που προγραμματίστηκε. Επίσης παρουσιάζονται μικρές βελτιώσεις που έγιναν στον ιεραρχικά ανώτερο αλγόριθμο που δημιουργεί τους πίνακες αναφοράς, όπως η λύση του EDP για κάθε ξεχωριστή τιμή του φορτίου και όχι για κάθε ώρα.



Σχήμα 15: Διάγραμμα ροής του προτεινόμενου αλγόριθμου για κάθε σενάριο.

Ανάλυση του τρόπου διακριτοποίησης - επιμερισμού της ζήτησης

Ο επιμερισμός της ζήτησης στα δύο σύνολα διακριτοποιείται χρησιμοποιώντας τη βοηθητική μεταβλητή $t \in [0, 1]$ όπου

$$\begin{aligned}D_{cnv} &= D_{cnv,min} + t \cdot (D_{cnv,max} - D_{cnv,min}) \\D_{cnc} &= D - D_{cnv}\end{aligned}$$

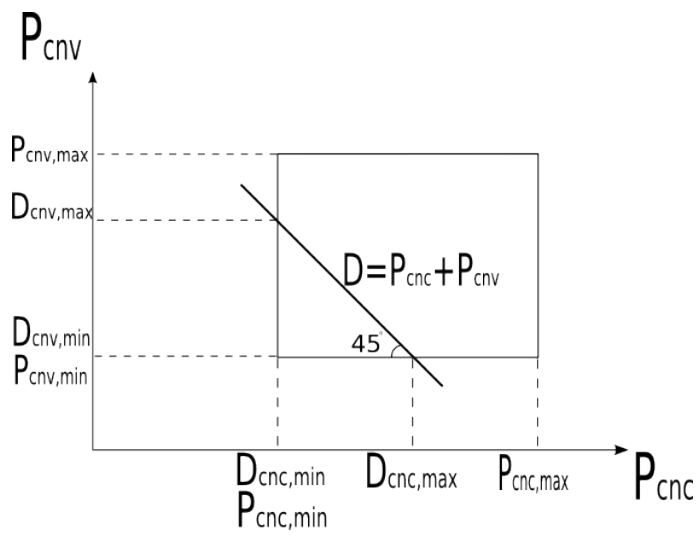
Τα όρια $D_{cnv,max}$ και $D_{cnc,min}$ αναφέρονται στο ελάχιστο και το μέγιστο δυνατό επίπεδο παραγωγής του κυρτού συνόλου μονάδων, έτσι ώστε να υπάρχει τουλάχιστον μία δυνατή λύση που να μην παραβιάζει τους περιορισμούς. Τα όρια της παραγωγής προσδιορίζονται βρίσκοντας τα σημεία τομής της ευθείας

$$D = \sum_{i,cnv=1}^{N_{u,cnv}} P_{i,cnv} + \sum_{i,cnc=1}^{N_{u,cnc}} P_{i,cnc}$$

με τις ευθείες που ορίζουν οι περιορισμοί μέγιστης και ελάχιστης παραγωγής των δύο συνόλων:

$$\begin{aligned}P_{cnv} &= D_{cnv,max} \\P_{cnc} &= D_{cnc,max}\end{aligned}$$

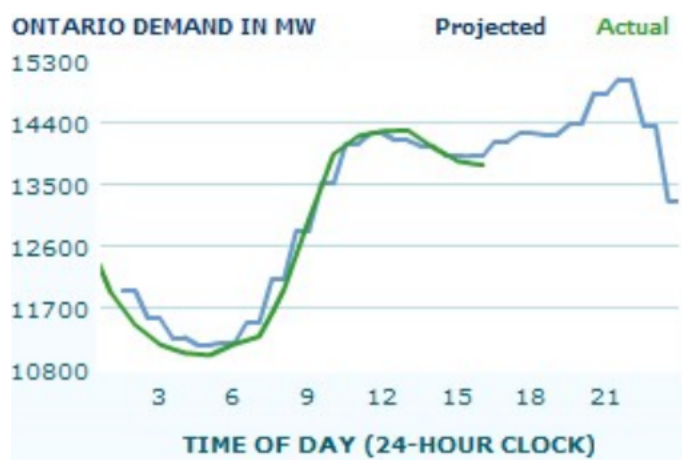
$N_{u,cnv}$ και $N_{u,cnc}$ αποτελούν τον αριθμό των μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία, στο τρέχον σενάριο, για το κυρτό και το κοίλο σύνολο αντίστοιχα. Ο τρόπος προσδιορισμού των αποδεκτών ορίων της παραγόμενης ισχύος για κάθε σύνολο φαίνεται γραφικά στο Σχήμα 16.



Σχήμα 16: Τα αποδεκτά όρια της συνολικής παραγωγής του κυρτού και του κοίλου σύνολου μονάδων για ένα σενάριο προσδιορίζονται από τα σημεία τομής του περιορισμού της ζήτησης (περιορισμός ισότητας, η ευθεία με κλίση -45 μοιρών από τον οριζόντιο άξονα) και του περιορισμού των συνολικών τεχνικών ελαχίστων και μεγίστων για καθένα από τα δύο σύνολα.

5.2 Ταξινόμηση των πινάκων αναφοράς κατά αύξουσα τιμή του φορτίου D

Είναι δυνατό στο προβλεπόμενο φορτίο ενός συστήματος να υπάρχουν τιμές του φορτίου που επαναλαμβάνονται, σε διαφορετικές ώρες ¹ (Σχήμα 17). Ο προϋπάρχων αλγόριθμος έλυνε το πρόβλημα της οικονομικής ανάθεσης για όλες τις ώρες, ανεξαρτήτως αν το πρόβλημα είχε ξαναλυθεί προηγουμένως σε κάποια προηγούμενη ώρα για την ίδια τιμή του φορτίου, D .



Σχήμα 17: Η πραγματική και προβλεπόμενη ζήτηση του δικτύου για το Οντάριο στον Καναδά. Το φορτίο ακολουθεί περιοδικές μορφές φόρτισης από μέρα σε μέρα. Πηγή: <http://www.theimo.com/>

Για να λυθεί το πρόβλημα προγραμματίστηκε ένα μικρό τμήμα κώδικα που, αφού ταξινομήσει τις ώρες σε πίνακα κατά αύξουσα σειρά της τιμής του φορτίου D , αναγνωρίζει τις ώρες που έχουν την ίδια τιμή του φορτίου. Γι' αυτές τις ώρες, προφανώς, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο ίδιος πίνακας αναφοράς. Με αυτό τον τρόπο εξοικονομείται υπολογιστικός χρόνος για τον υπολογισμό της πλεονάζουσας λύσης.

Παράλληλα με την ταξινόμηση των ωρών, δημιουργείται ένα πίνακας αντιστοίχισης δεικτών (index) που επιτρέπει την αντιστοίχιση κάθε ώρας από τον ταξινομημένο πίνακα στην αρχική χρονολογική σειρά και το ανάποδο. Ο αλγόριθμος ταξινόμησης που χρησιμοποιήθηκε είναι ο Insertion Sort [6] καθώς είναι ένας σχετικά απλός και γρήγορος για μικρές λίστες αλγόριθμος που έχει τη δυνατότητα να δουλεύει on-line, δηλαδή μπορεί να προσθέσει γρήγορα ένα αντικείμενο σε μια ήδη ταξινομημένη λίστα.

Αυτή η μικρή και απλή προσθήκη στον κώδικα δημιουργεί σημαντική εξοικονόμηση χρόνου, που εξαρτάται από τον αριθμό των τιμών του φορτίου που επαναλαμβάνονται εντός του χρονικού ορίζοντα. Επιπλέον, μπορεί πλέον να χρησιμοποιηθεί για να δημιουργηθεί μια ταξινομημένη βάση

¹ Αυτό συμβαίνει αν οι τιμές της ζήτησης είναι στρογγυλοποιημένες, πχ στο κοντινότερο MW. Αν οι τιμές δεν είναι στρογγυλοποιημένες, ένα όριο ε μπορεί να οριστεί ώστε οι τιμές D και D_{old} να θεωρούνται ίσες:

$$D \simeq D_{old} \text{ iff } D \in (D_{old} - \varepsilon, D_{old} + \varepsilon)$$

Στην Ελλάδα οι τιμές του προβλεπόμενου φορτίου δίνονται στρογγυλοποιημένες ανά MW [45]

δεδομένων με προϋπολογισμένους πίνακες αναφοράς.

5.3 Λύση του EDP για κυρτές συναρτήσεις κόστους με τη μέθοδο της λ-επανάληψης

5.3.1 Διατύπωση του προβλήματος για κυρτές συναρτήσεις κόστους

Η διατύπωση του EDP επαναλαμβάνεται προς διευκόλυνση του αναγνώστη:

$$\begin{aligned} \min C_{tot} &= \sum_{i=1}^{N_u} C_i(P_i) \\ \text{υ.π.:} \quad &\sum_{i=1}^{N_u} P_i - D = 0 \\ &\text{και } P_{i,min} \leq P_i \leq P_{i,max} \end{aligned}$$

Σε αυτή την ενότητα η επίλυση του προβλήματος αναφέρεται σε κυρτές $C_i(P_i)$. Η συνάρτηση κόστους που χρησιμοποιείται κατά την περιγραφή του αλγορίθμου και κατά τη δοκιμή του είναι ένα πολυώνυμο δευτέρου βαθμού, το οποίο συνηθίζεται στη βιβλιογραφία:

$$C_{tot} = \sum_{i=1}^{N_u} (a_i \cdot P_i^2 + b_i \cdot P_i + c_i) \quad (26)$$

όπου για κυρτές συναρτήσεις κόστους $a_i \geq 0$.

5.3.2 Ελαχιστοποίηση υπό περιορισμούς - Συνθήκες KKT - Εισαγωγή των μεταβλητών Lagrange

Σε μια κυρτή συνάρτηση υπό ισοτικούς και ανισοτικούς περιορισμούς αναγκαία και ικανή συνθήκη ώστε ένα σημείο να αποτελεί το ολικό ελάχιστο εντός του αποδεκτού χώρου αποτελεί η ικανοποίηση των συνθηκών Karush-Kuhn-Tucker ή KKT [26].

Οι ανισοϊσοτικοί περιορισμοί μπορούν να γραφούν στη μορφή $g(P_i) \leq 0$, όπου

$$g^+(P_i) \equiv P_i - P_{i,max} \leq 0 \quad (27)$$

$$\text{ή } g^-(P_i) \equiv -P_i + P_{i,min} \leq 0 \quad (28)$$

Σχηματίζεται η επαυξημένη συνάρτηση κόστους C_{KKT} , που έχει την ίδια βέλτιστη λύση με την αρχική συνάρτηση C_{tot} :

$$\min C_{KKT} = \sum_{i=1}^{N_u} C_i(P_i) - \lambda \cdot \sum_{i=1}^{N_u} (P_i - D) - \sum_{i=1}^{N_u} \mu_i^+ \cdot g^+(P_i) - \sum_{i=1}^{N_u} \mu_i^- \cdot g^-(P_i) \quad (29)$$

Ο πρώτος όρος που προστέθηκε είναι ο περιορισμός ισότητας της κάλυψης της ζήτησης πολλαπλασιασμένος με τη μεταβλητή λ και ο δεύτερος οι ανισοϊσοτικοί περιορισμοί πολλαπλασιασμένοι με τις μεταβλητές μ_i . Οι μεταβλητές αυτές ονομάζονται συντελεστές KKT, ενώ σε προβλήματα χωρίς ανισοϊσοτικούς περιορισμούς, ο συντελεστής λ ονομάζεται συντελεστής Lagrange.

Η μεταβλητή λ είναι η *οριακή τιμή του συστήματος* και έχει κεντρικό ρόλο κατά τη βελτιστοποίηση κυρτών προβλημάτων οικονομικής ανάθεσης.

Οι συνθήκες KKT, για το παρόν πρόβλημα, ορίζουν πως για τη βέλτιστη λύση ισχύει [44]:

$$\nabla_P \cdot C_{KKT}(\vec{P}^*, \lambda^*, \vec{\mu}^*) = 0 \quad (30)$$

$$\lambda^* \cdot \left(\sum_{i=1}^{N_u} P_i^* - D \right) = 0 \quad (31)$$

$$g(\vec{P}^*) \leq 0 \quad (32)$$

$$\mu^* \leq 0 \quad (33)$$

$$\mu^* \cdot g(\vec{P}^*) = 0 \quad (34)$$

Η πρώτη συνθήκη KKT (30) ονομάζεται συνθήκη στασιμότητας (stationarity) και σε ένα πρόβλημα χωρίς περιορισμούς θα αντιστοιχούσε στη συνήθη απαίτηση $\nabla C(\vec{P}^*) = 0$. Η δεύτερη και η τρίτη συνθήκη απαιτούν, απλά, την τήρηση των περιορισμών.

Η συνθήκη (34) ονομάζεται συμπληρωματική συνθήκη (complimentary slackness condition) και δηλώνει πως στο βέλτιστο σημείο μόνο όταν ένας περιορισμός g είναι μη-ενεργός η μεταβλητή μ_i μπορεί να πάρει την τιμή 0. Αντίστοιχα, η συνθήκη (33) ορίζει πως μόνο όταν ο περιορισμός g είναι ενεργός, μπορεί η μεταβλητή μ_i να είναι διαφορετική του μηδενός.

Οι τελευταίες δύο συνθήκες έχουν ιδιαίτερη σημασία για τη μέθοδο της λ επανάληψης, η οποία χειρίζεται τους ανισοϊσοτικούς περιορισμούς ξεχωριστά από τους περιορισμούς ισότητας, λύνοντας με αυτό τον τρόπο ένα ευκολότερο πρόβλημα και επεμβαίνοντας αργότερα με διορθώσεις. Επισημαίνονται τρία σημαντικά συμπεράσματα:

- Όταν $\mu_i^* > 0$, $g = 0$, και άρα μπορεί να προσδιοριστεί η βέλτιστη τιμή της ισχύος για τη μονάδα i που αντιστοιχεί ο περιορισμός μ . Θα είναι $P_i^* = P_{i,min}$ ή $P_i^* = P_{i,max}$, ανάλογα με τον περιορισμό στον οποίο αντιστοιχεί το μ_i .
- Ως αποτέλεσμα του παραπάνω, αν είναι κάποιο $\mu_i^* > 0$, δεν έχει σημασία η ακριβής τιμή του μ_i^* για τον προσδιορισμό της βέλτιστης τιμής της ισχύος P_i στην οποία αντιστοιχεί ο περιορισμός ανισότητας.
- Η πρώτη συνθήκη παράγει ένα σύστημα N_u εξισώσεων:

$$\frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} = \lambda + \mu_i^+ - \mu_i^- \quad (35)$$

Ως εκ τούτου, στο βέλτιστο σημείο, όλες οι μονάδες i που δεν παράγουν στο τεχνικό ελάχιστο ή μέγιστο τους, έχουν

$$\begin{aligned} \mu_i^+ - \mu_i^- &= 0 \Leftrightarrow \\ \mu_i^+ = \mu_i^- &= 0 \Leftrightarrow \\ \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} &= \lambda \end{aligned} \quad (36)$$

Για τις μονάδες που παράγουν στο τεχνικό ελάχιστο ισχύει:

$$\begin{aligned}
 P_i &= P_{i,min} \Leftrightarrow \\
 \left. \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} \right|_{P_{i,min}} &= \lambda - \mu_i^- \Leftrightarrow \\
 \left. \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} \right|_{P_{i,min}} &\geq \lambda
 \end{aligned} \tag{37}$$

Ομοίως για τις μονάδες που παράγουν στο τεχνικό μέγιστο ισχύει:

$$\begin{aligned}
 P_i &= P_{i,max} \Leftrightarrow \\
 \left. \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} \right|_{P_{i,max}} &= \lambda + \mu_i^+ \Leftrightarrow \\
 \left. \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} \right|_{P_{i,max}} &\leq \lambda
 \end{aligned} \tag{38}$$

- Επειδή οι συναρτήσεις κόστους είναι κυρτές, η συνάρτηση $\sum_{i=1}^{N_u} P_i^*(\lambda)$ είναι αύξουσα. Αυτό προκύπτει από τις παραπάνω εξισώσεις, όπου για αύξηση του λ το $\frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i}$ αυξάνεται (εξίσωση 36), ή μένει σταθερό (εξισώσεις 37 και 38)

Γενικότερα ισχύει ο εξής κανόνας κατά τον προσδιορισμό του βέλτιστου επιπέδου παραγωγής P_i , που προκύπτει ως άμεση συνέπεια των εξισώσεων (36), (37) και (38):

$$MC_i(P_{i,min}) \leq \lambda \leq MC_i(P_{i,max}) \Leftrightarrow P_i \text{ τέτοιο ώστε } \frac{\partial C(P_i)}{\partial P_i} = \lambda \tag{39}$$

$$\lambda < MC_i(P_{i,min}) \Leftrightarrow P_i = P_{i,min} \tag{40}$$

$$MC_i(P_{i,max}) < \lambda \Leftrightarrow P_i = P_{i,max} \tag{41}$$

Για συναρτήσεις κόστους που είναι πολυώνυμα δευτέρου βαθμού η εξίσωση (39) γράφεται:

$$2 \cdot a \cdot P_i + b = \lambda \tag{42}$$

5.3.3 Η μέθοδος της λ -επανάληψης

Σε κυρτά προβλήματα EDP, η τιμή της μεταβλητής λ μπορεί να καθορίσει, μέσω των εξισώσεων (39), (40) και (41), πλήρως τη βέλτιστη λύση \vec{P}^* . Αυτό συμβαίνει επειδή η συνάρτηση $MC(\lambda)$ είναι γνησίως αύξουσα, δηλαδή “1-1”, και μπορεί να αντιστραφεί.

Η μέθοδος της λ επανάληψης συνίσταται στην εύρεση της βέλτιστης λύσης μέσω επαναληπτικής προσέγγισης της τιμής του βέλτιστου λ^* . Η μέθοδος αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα:

Το σύμβολο $\hat{}$ αναφέρεται σε προσέγγιση της βέλτιστης λύσης, ενώ ο αστερίσκος * αναφέρεται στη βέλτιστη λύση.

1. Υπόθεση της τιμής του βέλτιστου λ , έστω $\hat{\lambda}$.
2. Υπολογισμός της βέλτιστης λύσης, που θα προέκυπτε αν $\lambda^* = \hat{\lambda}$. Χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις (39), (40) και (41).
3. Ελέγχεται αν ικανοποιείται ο περιορισμός ισότητας,

$$\sum_{i=1}^{N_u} \hat{P}_i = \hat{P}_{tot} = D \quad (43)$$

4. Αν $\hat{P}_{tot} - D \leq \epsilon$, όπου ϵ μία μικρή θετική σταθερά (π.χ. $10^{-3}[MW]$) ο αλγόριθμος τερματίζεται και αποθηκεύονται τα \hat{P}_i ως η βέλτιστη λύση.
5. Αν η συνολική παραγωγή δεν είναι ίση με τη ζήτηση επιλέγεται μία νέα καλύτερη προσέγγιση του βέλτιστου, έστω $\hat{\lambda}_{new}$. Η νέα υπόθεση για το λ επιλέγεται ώστε να μειωθεί το σφάλμα $(\hat{P}_{tot} - D)$. Επειδή η συνολική παραγωγή είναι αύξουσα συνάρτηση του λ , αν $\hat{P}_{tot} < D$ επιλέγεται $\hat{\lambda}_{new} < \hat{\lambda}$ ενώ αντίστοιχα, αν $\hat{P}_{tot} > D$ επιλέγεται $\hat{\lambda}_{new} > \hat{\lambda}$.
6. Η μέθοδος επαναλαμβάνεται από το βήμα 2, για $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}_{new}$.

Παραδείγματα

Για την καλύτερη κατανόηση των μεταβλητών KKT και του τρόπου που προκύπτει η βέλτιστη λύση, ακολουθούν δύο παραδείγματα.

Παράδειγμα Α Έστω δύο μονάδες με συναρτήσεις κόστους

$$C_1(P_1) = 0.01P_1^2 + 7P_1 + 300, \text{ με } 10 \leq P_1 \leq 50$$

$$\text{και } C_2(P_2) = 0.02P_2^2 + 7.2P_2 + 200, \text{ με } 10 \leq P_2 \leq 50$$

με C σε $[\$]$ και P σε $[MW]$, όπως απεικονίζονται στο Σχήμα 18. Αν $D = 50[MW]$, ελέγχοντας το Σχήμα 18 θα περίμενε κανείς πως η μονάδα 2, ως “φθηνότερη” πρέπει να παράξει το μεγαλύτερο κομμάτι της απαιτούμενης ισχύος. Η λύση του προβλήματος ελαχιστοποίησης, όμως, θα φανερώσει πως η βέλτιστη λύση δεν είναι η αναμενόμενη.

Στη μέθοδο της λ -επανάληψης, αρχικά υποτίθεται ένα $\hat{\lambda}$. Έστω $\hat{\lambda} = 7.8$. Η πρώτη συνθήκη KKT (30) δημιουργεί το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$\frac{\partial C_{tot}(P_i)}{\partial P_i} - \lambda - \mu^- + \mu^+ = 0 \Rightarrow$$

$$2 \cdot 0.01 \cdot P_1 + 7 = \hat{\lambda} + \mu^- - \mu^+$$

$$2 \cdot 0.02 \cdot P_2 + 7.2 = \hat{\lambda} + \mu^- - \mu^+$$

Για να λυθεί αυτό το πρόβλημα, στη μέθοδο της λ -επανάληψης, αρχικά υποτίθεται ότι $\mu = 0$, το οποίο συμβαίνει όταν οι περιορισμοί είναι μη-ενεργοί. Η λύση των εξισώσεων για $\mu = 0$ δίνει

$P_1 = \frac{\hat{\lambda}-7}{2 \cdot 0.01} = 40[MW]$, $P_2 = \frac{\hat{\lambda}-7.2}{2 \cdot 0.02} = 15[MW]$. Τα P_1, P_2 προκύπτουν και γραφικά μέσω της συνάρτησης $MC(P_i) = \frac{\partial C(P_i)}{\partial P_i}$, Σχήμα 19. Οι περιορισμοί είναι όντως μη-ενεργοί, άρα για αυτή τη λύση καλύπτονται όλες οι συνθήκες ΚΚΤ, εκτός από τον περιορισμό ισότητας.

Στη συνέχεια, ελέγχεται το άθροισμα $\sum P_i = 40 + 15 < D$. Συνεπώς ο περιορισμός ισότητας δεν ικανοποιείται. Η μέθοδος της λ επανάληψης συνίσταται στη διαδοχική επιλογή νέων λ , μέχρι να ικανοποιηθεί ο περιορισμός της κάλυψης της ζήτησης. Αν $\sum P_i - D > 0$ επιλέγεται μεγαλύτερο λ , ενώ αν $\sum P_i - D < 0$ επιλέγεται μικρότερο λ .

Δίνονται ως παράδειγμα μερικές επαναλήψεις στον παρακάτω πίνακα:

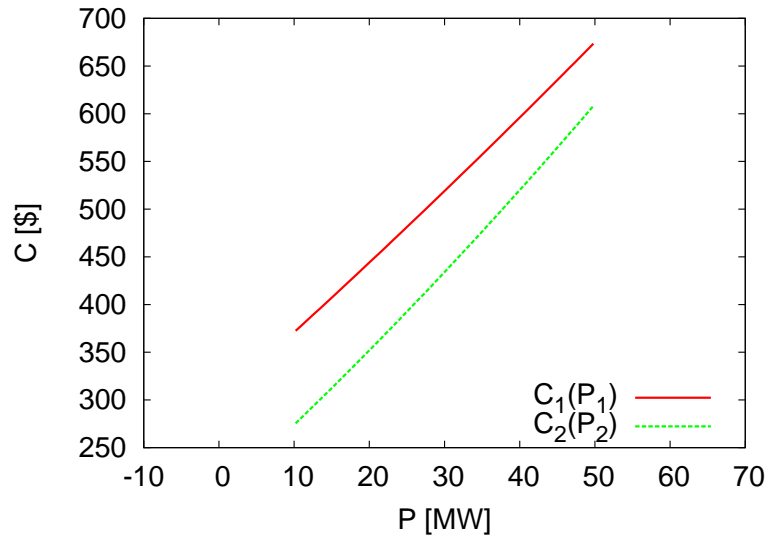
$\hat{\lambda}$	$P_1[MW]$	$P_2[MW]$	$\sum P_i[MW]$	$\sum P_i - D[MW]$
7.8	40	15	55	-5.00
7.9	45	17.5	62.5	2.50
7.85	42.5	16.25	58.75	-1.25
7.86	43	16.5	59.5	-0.50
7.867	43.35	16.675	60.03	0.03

Στην τελευταία επανάληψη η ζήτηση καλύπτεται με αρκετή ακρίβεια και, συνεπώς, μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει βρεθεί η βέλτιστη λύση.

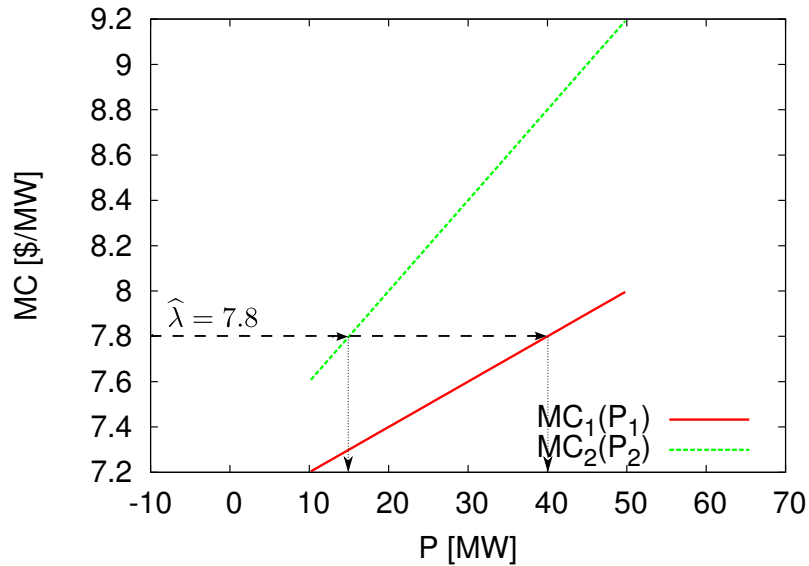
Τελικά, η μονάδα 2, στη βέλτιστη κατανομή της παραγόμενης ισχύος παράγει πολύ λιγότερο από τη μονάδα 1, παρόλο που έχει χαμηλότερο μέσο κόστος ανά [KW] (Σχήμα 20). Το ποια μονάδα είναι φθηνότερη προκύπτει από τη συνάρτηση του οριακού κόστους της (Σχήμα 19). Γι' αυτό το λόγο η οριακή τιμή του συστήματος λ έχει τόσο κεντρικό ρόλο στον καθορισμό της βέλτιστης λύσης.

Όπως δείχθηκε σε αυτό το παράδειγμα και ως απόρεια των συνθηκών ΚΚΤ, σε προβλήματα που οι περιορισμοί τεχνικών ελαχίστων και μεγίστων των μονάδων δεν είναι ενεργοί, το οριακό κόστος κάθε μονάδας, $\frac{\partial C(P_i)}{\partial P_i}$, προκύπτει ίσο με λ . Στο παράδειγμα που ακολουθεί λύνεται το πρόβλημα βελτιστοποίησης για μία περίπτωση όπου οι ανισοϊσοτικοί περιορισμοί είναι ενεργοί και το τελευταίο δεν ισχύει.

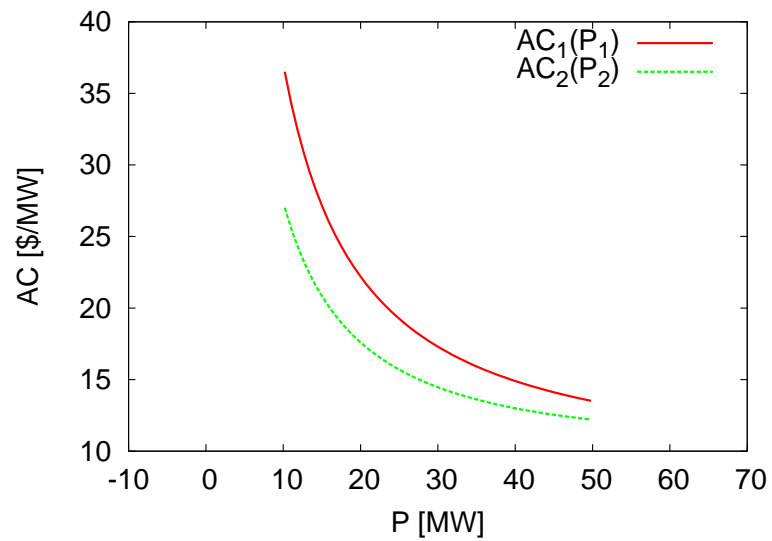
Ας σημειωθεί πως οι συναρτήσεις κόστους που χρησιμοποιήθηκαν είναι κοντά στις τυπικές για (φθηνές) θερμικές μονάδες. Η συνάρτηση του μέσου κόστους είναι, συνήθως, *φθίνουσα* συνάρτηση της παραγόμενης ισχύος. Για την επίλυση του EDP, δεδομένου των μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία δεν έχει σημασία το μέσο κόστος (ανά [KWh]) αλλά το οριακό κόστος.



Σχήμα 18: Οι συναρτήσεις κόστους των μονάδων του παραδείγματος Α.



Σχήμα 19: Οι συναρτήσεις του οριακού κόστους (Marginal Cost), $\frac{\partial C(P_i)}{\partial P_i}$, των μονάδων του παραδείγματος Α. Για $\hat{\lambda} = 7.8$ προκύπτουν οι τιμές του P_i , $P_1 = 40[MW]$ και $P_2 = 15[MW]$, μέσω των διακεκομένων γραμμών.



Σχήμα 20: Οι συναρτήσεις του μέσου κόστους (Average Cost), $\frac{C(P_i)}{P_i}$, των μονάδων του παραδείγματος Α.

Παράδειγμα Β Έστω οι ίδιες ακριβώς μονάδες με το προηγούμενο παράδειγμα, αλλά με το φορτίο να είναι $D = 30[MW]$. Το ελάχιστο οριακό κόστος της μονάδας 2 είναι

$$MC_{2,min} = \left. \frac{\partial C_2(P_2)}{\partial P_2} \right|_{P_2=P_{2,min}} = 7.6$$

που αντιστοιχεί στο τεχνικό της ελάχιστο. Για $\hat{\lambda} = 7.6$, όμως προκύπτει $\sum P_i = 30[MW] \Rightarrow \sum P_i < D$. Άρα το $\hat{\lambda}$ πρέπει να μειωθεί¹ για να προσεγγιστεί η βέλτιστη λύση.

Για λ χαμηλότερα από το ελάχιστο οριακό κόστος μιας μονάδας, η βέλτιστη παραγωγή μιας μονάδας προκύπτει από την εξίσωση (37), δηλαδή $P_2 = P_{2,min}$. Ακολουθούν διαδοχικές επαναλήψεις για τον προσδιορισμό της βέλτιστης λύσης σε αυτό το παράδειγμα:

$\hat{\lambda}$	$P_1[MW]$	$P_2[MW]$	$\sum P_i[MW]$	$\sum P_i - D[MW]$
7.7	35	12.5	47.5	17.50
7.6	30	10	40	10.00
7.5	25	10	35	5.00
7.4	20	10	30	0.00

Στο παραπάνω παράδειγμα η τιμή της P_2 παρέμεινε στο P_{min} για $\hat{\lambda} < MC_2(P_2, min)$.

5.3.4 Φυσική ερμηνεία της μεταβλητής λ

Η τιμή της μεταβλητής λ έχει ιδιαίτερο φυσικό νόημα. Είναι η “σκιά της τιμής του περιορισμού” [20], δείχνει δηλαδή την αύξηση που θα έχει το κόστος αν αυξηθεί επιπλέον η ζήτηση, D , για μία μονάδα ενέργειας (π.χ. 1MW). Αν οι ανισοτικότικοί περιορισμοί δεν είναι ενεργοί στο υπολογισθέν βέλτιστο, τότε δεν έχει σημασία ποια μονάδα θα παράξει την επιπρόσθετη μονάδα ενέργειας ή αν θα συμβάλλουν όλες αθροιστικά για να την καλύψουν. Η εξίσωση $\frac{\partial C}{\partial P_i} = \lambda$ ορίζει πως μια μικρή αύξηση της παραγωγής στο βέλτιστο σημείο θα έχει το ίδιο επιπλέον κόστος για κάθε μονάδα, ίσο με λ .

Όπως έγινε φανερό από τα παραδείγματα, στο πρόβλημα της οικονομικής ανάθεσης του φορτίου η σημαντικότερη παράμετρος που ορίζει αν μια μονάδα είναι οικονομικότερη μιας άλλης δεν είναι το μέσο κόστος ανα kWh, αλλά η παράγωγος του συνολικού κόστους, $\frac{\partial C_{tot}}{\partial P_i}$, που ονομάζεται και οριακό κόστος. Άμεσα συνδεδεμένη με το οριακό κόστος είναι η οριακή τιμή του συστήματος λ . Αν υποθεθεί η τιμή της οριακής τιμής συστήματος, προσδιορίζεται άμεσα η βέλτιστη λύση, μέσω των εξισώσεων (39), (40) και (41). Στη μέθοδο της λ -επανάληψης, αντί να λύνεται το πρόβλημα ελαχιστοποιώντας τη συνάρτηση κόστους ως προς τις N_u μεταβλητές P_i , το πρόβλημα λύνεται προσδιορίζοντας μόνο μία μεταβλητή, τη λ .

¹Υπενθυμίζεται πως η $P_{tot}^*(\lambda)$ είναι αύξουσα συνάρτηση

5.3.5 Περιγραφή του προτεινόμενου αλγορίθμου λ-επανάληψης

Ακολουθεί αναλυτική περιγραφή του προτεινόμενου αλγορίθμου, που χρησιμοποιεί τη μέθοδο της λ-επανάληψης για τη λύση του EDP. Το διάγραμμα ροής του αλγορίθμου απεικονίζεται στο Σχήμα 21.

Αρχικοποίηση Αρχικά επιλέγονται δύο τιμές του $\hat{\lambda}$, η $\hat{\lambda}_{min}$ για την οποία σίγουρα προκύπτει $\sum P_i(\hat{\lambda}_{min}) \leq D$ και η $\hat{\lambda}_{max}$ για την οποία προκύπτει πάντα $\sum P_i(\hat{\lambda}_{max}) \geq D$. Τα $\hat{\lambda}_{min}$, $\hat{\lambda}_{max}$ προκύπτουν από τις σχέσεις:

$$\hat{\lambda}_{min} = \min \left(\left. \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} \right|_{P_i=P_{i,min}} \right), i \in \{1, 2, \dots, N_u\}$$

$$\hat{\lambda}_{max} = \max \left(\left. \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} \right|_{P_i=P_{i,max}} \right), i \in \{1, 2, \dots, N_u\}$$

Για τις δύο τιμές του $\hat{\lambda}$ υπολογίζεται η τιμή της συνάρτησης $g(\hat{\lambda})$:

$$g(\hat{\lambda}) = D - \sum_{i=1}^{N_u} C_i(\hat{P}_i) \quad (44)$$

Στη συνέχεια, επιλέγονται κατάλληλες τιμές του $\hat{\lambda}$, με τελικό σκοπό την εύρεση της ρίζας (το μηδενισμό) της συνάρτησης $g(\hat{\lambda})$. Η επιλογή των νέων τιμών του λ γίνεται χρησιμοποιώντας μια παραλλαγή της μεθόδου της τέμνουσας (secant method). Σε αυτή τη μέθοδο, η ρίζα προσεγγίζεται χρησιμοποιώντας μια γραμμική παρεμβολή ανάμεσα σε ένα γνωστό σημείο όπου $g(\hat{\lambda}_+) > 0$ και ένα άλλο σημείο όπου $g(\hat{\lambda}_-) < 0$.

Ο τρόπος που επιλέγεται η νέα τιμή από τις ήδη γνωστές τιμές απεικονίζεται στο Σχήμα 5.3.5. Η εξίσωση που χρησιμοποιείται είναι:

$$\hat{\lambda}_{new} = \frac{g(\hat{\lambda}_+) \cdot \hat{\lambda}_+ + g(\hat{\lambda}_-) \hat{\lambda}_-}{g(\hat{\lambda}_+) - g(\hat{\lambda}_-)} \quad (45)$$

Ανάλογα με το πρόσημο της $g(\hat{\lambda}_{new})$ η νέα προσέγγιση του λ αντικαθιστά το προηγούμενο $\hat{\lambda}_+$, ή $\hat{\lambda}_-$.

Επειδή οι συναρτήσεις κόστους των μονάδων είναι κυρτές συναρτήσεις του κόστους, μεγαλύτερες τιμές του λ οδηγούν σε μεγαλύτερες τιμές της παραγωγής και το αντίστροφο. Αναγκαστικά, λοιπόν, ισχύει πως $g(\hat{\lambda}_{min}) \leq 0 \leq g(\hat{\lambda}_{max})$ γιατί, σε αντίθετη περίπτωση, το συγκεκριμένο αδυνατεί να καλύψει τη ζήτηση, άρα δεν είναι αποδεκτό σενάριο και τα μη-αποδεκτά σενάρια έχουν απορριφθεί σε προηγούμενο στάδιο του αλγόριθμου.

Εύρεση του βέλτιστου επίπεδου παραγωγής για την τρέχουσα προσέγγιση του λ . Το επίπεδο της παραγωγής σε κάθε μονάδα με κυρτές συναρτήσεις κόστους ορίζεται αμφιμονοσήμαντα από

την επιλεγμένη τιμή του $\hat{\lambda}$.

Αν υπάρχουν και γραμμικές συναρτήσεις κόστους, η συνάρτηση $\lambda(P_i)$, οριακά, δεν μπορεί να αντιστραφεί και γι' αυτό χρησιμοποιείται το ακόλουθο τέχνασμα. Θεωρείται ότι μια γραμμική συνάρτηση κόστους είναι πολυώνυμο δευτέρου βαθμού με ένα πάρα πολύ μικρό δευτεροβάθμιο όρο, π.χ. $a_i = 10^{-8}$ (κόστος σε \$ και ισχύς σε [MW]). Αυτή η αλλαγή δεν λαμβάνεται υπόψη κατά τον υπολογισμό του κόστους $C_i(P_i)$, αλλά μόνο για τον προσδιορισμό του βέλτιστου P_i . Το σφάλμα είναι αμελητέο.

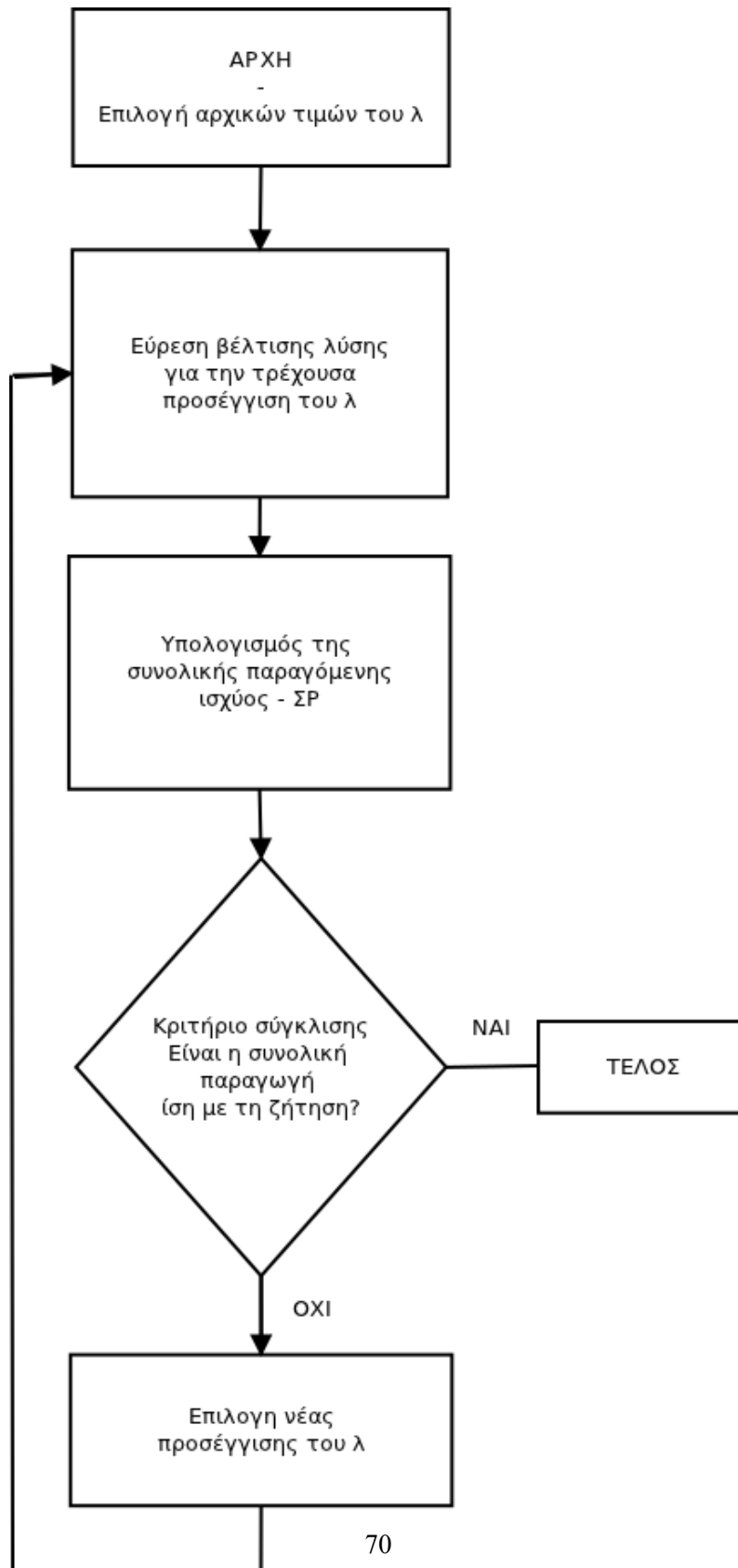
Η επίλυση των εξισώσεων (39), (40) και (41) δίνει την τιμή της παραγωγής \hat{P}_i κάθε μονάδας. Στην προτεινόμενη μέθοδο αρχικά υπολογίζεται η ισχύς που προκύπτει από τη σχέση (39). Στη συνέχεια, ελέγχεται αν $P_{i,min} \leq \hat{P}_i \leq P_{i,max}$, και αν δεν ικανοποιείται ο περιορισμός, τότε χρησιμοποιούνται οι εξισώσεις (40) και (41) για να τεθεί ανάλογα $\hat{P}_i = P_{i,min}$, ή $\hat{P}_i = P_{i,max}$.

Για πολυωνυμικές, δευτεροβάθμιες συναρτήσεις κόστους, από την εξίσωση (39) προκύπτει η σχέση:

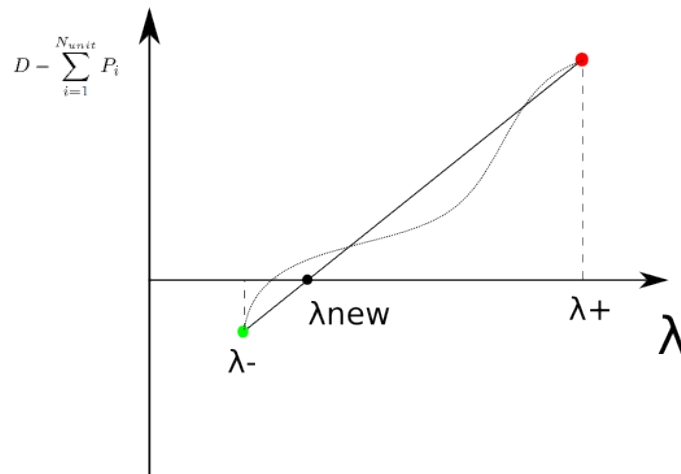
$$P_i^* = \frac{\hat{\lambda} - a_{1,i}}{2a_{2,i}}$$

Η μέθοδος της λ -επανάληψης μπορεί να υποστηρίξει πολλές κυρτές συναρτήσεις πέρα από πολυωνυμικές δευτέρου βαθμού. Ο τρόπος που προκύπτει η βέλτιστη παραγωγή κάθε μονάδας από την προσέγγιση $\hat{\lambda}$ διαφέρει ανάλογα με τη συνάρτηση κόστους των μονάδων. Στην περίπτωση πολυωνύμου τρίτου βαθμού, για παράδειγμα, λύνεται αντίστοιχη δευτεροβάθμια εξίσωση και επιλέγεται η μεγαλύτερη ρίζα¹. Είναι δυνατό, επίσης, η εξίσωση (39) να μη λύνεται αναλυτικά και να απαιτείται επαναληπτική διαδικασία.

¹Η μικρότερη ρίζα είτε βρίσκεται στην κοίλη περιοχή της συνάρτησης και άρα δεν είναι στο πεδίο ορισμού της, είτε είναι στην κυρτή περιοχή αυτής όπου η συνάρτηση είναι φθίνουσα, κάτι που δεν έχει φυσικό νόημα για το EDP. Φθίνουσα συνάρτηση κόστους υπονοεί ότι η παραγωγή περισσότερης ενέργειας μειώνει το κόστος.



Σχήμα 21: Διαγραμμα ροής της μεθόδου της λ-επανάληψης



Σχήμα 22: Σκοπός είναι ο μηδενισμός της απόκλισης της συνολικής παραγωγής από τη ζήτηση. Χρησιμοποιείται γραμμική παρεμβολή ανάμεσα στα πλησιέστερα $\hat{\lambda}$ με θετικές και αρνητικές αποκλίσεις για να βρεθεί μια νέα υπόθεση για το λ .

5.3.6 Αποτελέσματα

Η εφαρμογή της παραπάνω μεθόδου επιτάχυνε σε μεγάλο βαθμό τον αλγόριθμο επίλυσης του EDP, για την περίπτωση όπου οι συναρτήσεις κόστους των μονάδων θεωρούνται κυρτές.

Ο αλγόριθμος εφαρμόστηκε αρχικά σε διάφορα υποσύνολα των ηλεκτροπαραγωγικών μονάδων εικονικού Ελληνικού νησιού, όπως αυτά παρουσιάζονται και μοντελοποιούνται στο [7]. Η επίλυση του EDP για κάθε σενάριο γίνεται πλέον ταχύτατα, αλλά το σημαντικότερο είναι ότι πλέον ο χρόνος που απαιτείται για την επίλυση του EDP δεν αυξάνεται σημαντικά καθώς αυξάνεται ο αριθμός των μονάδων.

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 5. Στα αποτελέσματα παρουσιάζονται ο χρόνος δημιουργίας 9 πινάκων αναφοράς χρησιμοποιώντας τις M πρώτες μονάδες από τον πίνακα χαρακτηριστικών των μονάδων που παρουσιάζονται στη δημοσίευση [7], ο μέσος αριθμός επαναλήψεων για κάθε αποδεκτό σενάριο και ο μέσος χρόνος επίλυσης ανά σενάριο.

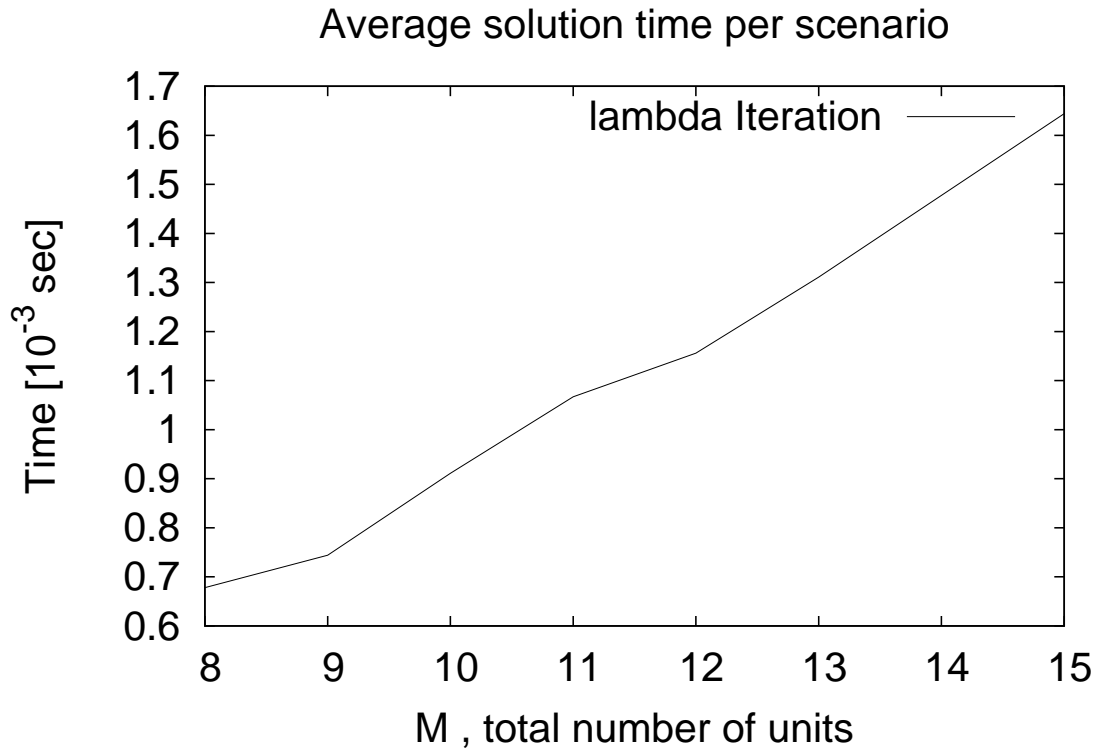
Το ίδιο πρόβλημα λύθηκε και με τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο επίλυσης του EDP που παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.3.

M	Αλγόριθμος λ-επανάληψης		Προϋπάρχων αλγόριθμος	
	Χρόνος[sec]	Χρόνος/σενάριο [10^{-3} sec]	Χρόνος[sec]	Χρόνος/σενάριο [10^{-3} sec]
5	0.132	4.1	0.54	188
6	0.200	3.1	8.03	1394
7	0.261	2.0	27.06	2349
8	1.55	0.69	1028.11	44623
9	3.45	0.74	-	-
10	8.386	0.91	-	-
11	19.59	1.07	-	-
12	42.74	1.16	-	-
13	96.43	1.31	-	-
15	483.4	1.64	-	-

Πίνακας 5: Χρόνος επίλυσης του EDP, ανάλογα με τον αριθμό των μονάδων, N_u , με τη χρήση της μεθόδου της λ-επανάληψης. Για κάθε επιπλέον μονάδα, ο αριθμός των σεναρίων αυξάνεται εκθετικά, αλλά ο μέσος χρόνος επίλυσης του κάθε EDP (χρόνος επίλυσης ανά σενάριο) δεν επηρεάζεται ιδιαίτερα.

5.3.7 Συμπεράσματα

Σε μία πρώτη σύγκριση ο προτεινόμενος αλγόριθμος της λ-επανάληψης, σε κυρτά προβλήματα, είναι μερικές τάξεις μεγέθους ταχύτερος από τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο. Η επιτάχυνση του αλγορίθμου εξαρτάται από τον αριθμό των μονάδων. Για $M = 8$, για παράδειγμα, λύνει το πρόβλημα σε χρόνο χαμηλότερο κατά πέντε τάξεις μεγέθους. Αυτό που είναι, όμως, σημαντικότερο είναι πως ο μέσος χρόνος επίλυσης ανά σενάριο δεν αυξάνεται πλέον εκθετικά αυξανόμενου του αριθμού των σεναρίων. Φυσικά, ο συνολικός χρόνος δημιουργίας των πινάκων αναφοράς εξακολουθεί να είναι



Σχήμα 23: Ο χρόνος επίλυσης του EDP ανά σενάριο, με τη χρήση της μεθόδου της λ επανάληψης, ως προς τον αριθμό των μονάδων M .

εκθετική συνάρτηση του M , όπως είναι και ο αριθμός των αποδεκτών σεναρίων ανά πίνακα αναφοράς.

Ο κώδικας της λ -επανάληψης έχει πλέον τη δυνατότητα να λύσει, σε λίγο χρόνο, προβλήματα EDP για μεγαλύτερο αριθμό μονάδων (Σχήμα 23), κάτι που θα ήταν υπολογιστικά ασύμφορο με τον προϋπάρχοντα κώδικα.

5.4 Λύση του EDP για κυρτές τετραγωνικές συναρτήσεις κόστους χρησιμοποιώντας ταξινομημένους πίνακες λ

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, το βέλτιστο επίπεδο της παραγωγής μπορεί να καθοριστεί πλήρως μέσω της οριακής τιμής του συστήματος, λ . Αν οι συναρτήσεις κόστους είναι πολυώνυμα δευτέρου βαθμού, τότε το πρόβλημα μπορεί να λυθεί αναλυτικά ανά διαστήματα και να δημιουργηθεί μια κατά τμήματα γραμμική συνάρτηση της παραγωγής συναρτήσει του λ .

Αρχικά δημιουργείται ένας μικρός πίνακας μεγέθους $\Theta(M)$, όπου το Θ αναφέρεται στον χώρο της μνήμης που απαιτείται. Ο μικρός αυτός πίνακας, που ονομάζεται ταξινομημένος πίνακας λ , περιέχει την παραγόμενη ισχύ κάθε μονάδας P_i που προκύπτει για κάποιες κρίσιμες τιμές του λ .

Οι κρίσιμες τιμές του λ είναι όλες οι τιμές του οριακού κόστους των μονάδων όταν λειτουργούν στα τεχνικά μέγιστα και ελάχιστα τους. Δηλαδή:

$$\lambda_{crit} = \left. \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i} \right|_{P_i=P_{min} \text{ ή } P_{max}} \quad (46)$$

Συνολικά, δηλαδή, υπάρχουν $N_{crit} = 2 \cdot M$ κρίσιμες τιμές του λ . Δημιουργείται, στην αρχή και μόνο μία φορά για κάθε πίνακα αναφοράς, ένας πίνακας με αύξουσα διάταξη των λ_{crit} , που περιέχει τα λ_{crit} και τα αντίστοιχα $P_{i,crit} = P_i(\lambda_{crit})$. Τα $P_i(\lambda_{crit})$ προκύπτουν, όπως έχει παρουσιαστεί στην ενότητα 5.3.2, σύμφωνα με τις εξισώσεις (39), (40) και (41). Κάθε κρίσιμη τιμή, λ_{crit} ορίζει ένα “κρίσιμο σημείο”. Δύο διαδοχικά κρίσιμα σημεία ορίζουν ένα “κρίσιμο διάστημα”, $[\lambda_{crit-1}, \lambda_{crit}]$.

Κατά την επίλυση κάθε σεναρίου υπολογίζεται διαδοχικά η τιμή της συνάρτησης $g(\lambda) = \sum_{i=1}^{N_u} P_{i,crit} - D$, δηλαδή η συνολική παραγωγή μείον τη ζήτηση, μόνο των μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία, στα κρίσιμα σημεία. Κατ’ ανάγκη, πάντα εντοπίζονται δύο διαδοχικά κρίσιμα σημεία (n_{crit} και n_{crit-1}) για τα οποία ισχύει $g(\lambda_{crit-1}) \leq 0$ και $0 \leq g(\lambda_{crit})$. Αυτά τα δύο σημεία ορίζουν το “βέλτιστο κρίσιμο διάστημα λ ”.

Υπενθυμίζεται ότι στη μέθοδο της λ -επανάληψης γίνονταν διαδοχικές επαναλήψεις για την εύρεση της οριακής τιμής του συστήματος στη βέλτιστη λύση. Σε αυτή τη μέθοδο, όμως, δεν απαιτούνται επαναλήψεις. Όταν βρεθεί το βέλτιστο κρίσιμο διάστημα η βέλτιστη τιμή του λ προκύπτει από μία απλή γραμμική παρεμβολή.

Στη συνέχεια, συναρτήσει της βέλτιστης τιμής του λ προκύπτουν άμεσα οι βέλτιστες τιμές της παραγωγής κάθε μονάδας από την εξίσωση:

$$P_i(\lambda) = \begin{cases} P_{i,min} & \text{για } \lambda \leq MC_i(P_{i,min}) \\ \frac{\lambda - b_i}{2 \cdot a_i} & MC_i(P_{i,min}) \leq \lambda \leq MC_i(P_{i,max}) \\ P_{i,max} & MC_i(P_{i,max}) \geq \lambda \end{cases} \quad (47)$$

Το μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι το ελάχιστο υπολογιστικό κόστος που έχει. Το κόστος δημιουργίας του αρχικού ταξινομημένου πίνακα λ είναι αμελητέο, καθώς ο πίνακας είναι μικρός και οι τιμές της παραγωγής στα κρίσιμα σημεία προκύπτουν άμεσα. Τέλος, κατά την επίλυση του EDP για κάθε σενάριο, το μόνο σημαντικό υπολογιστικό κόστος προκύπτει κατά τον υπολογισμό της συνολικής παραγωγής σε όλα τα N_{crit} κρίσιμα σημεία.

Το μειονέκτημα της μεθόδου είναι ότι είναι εξειδικευμένη για πολυωνυμικές δευτεροβάθμιες ή γραμμικές κυρτές συναρτήσεις κόστους και δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε προβλήματα με πολυπλοκότερες ή κοίλες συναρτήσεις κόστους μονάδων.

Η μέθοδος των ταξινομημένων πινάκων λ , για ένα σενάριο, περιγράφεται στο [42]. Στην προτεινόμενη μέθοδο, ο αλγόριθμος έχει προσαρμοστεί στο πλαίσιο της δημιουργίας των πινάκων αναφοράς και εκμεταλλεύεται την επίλυση των προηγούμενων σεναρίων για την ταχύτερη επίλυση των επόμενων.

Ακολουθεί η θεμελίωση και η αναλυτική περιγραφή της προτεινόμενης μεθόδου.

5.4.1 Περιγραφή και θεμελίωση της μεθόδου

Η συνάρτηση $P_{tot}(\lambda)$. Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα από την τιμή του λ είναι δυνατό να προκύψει η συνολική παραγωγή, αν οι συνάρτησεις $\frac{\partial C}{\partial P_i}$ είναι αύξουσες συναρτήσεις της παραγωγής και άρα “1-1”.

Ορίζεται η συνάρτηση $\lambda^*(P_i)$ ως η τιμή της βέλτιστης οριακής τιμής συστήματος¹, για την οποία η μονάδα i παράγει ισχύ P_i . Στις τετραγωνικές συναρτήσεις, συγκεκριμένα, είναι δυνατό να διατυπωθεί αναλυτικά η αντίστροφη συνάρτηση $\lambda^{-1}(P_i) = P(\lambda)$, για $P_{i,min} \leq P_i \leq P_{i,max}$ καθώς:

$$\lambda = 2a_i P_i + b_i \Rightarrow P_i = \frac{\lambda - b_i}{2 \cdot a_i}$$

και συνεπώς προκύπτει η σχέση (47) :

$$P_i(\lambda) = \begin{cases} P_{i,min} & \text{για } \lambda \leq MC_i(P_{i,min}) \\ \frac{\lambda - b_i}{2 \cdot a_i} & MC_i(P_{i,min}) \leq \lambda \leq MC_i(P_{i,max}) \\ P_{i,max} & MC_i(P_{i,max}) \geq \lambda \end{cases}$$

όπου P_i η βέλτιστη παραγόμενη ισχύς για τη μονάδα i και $MC_i(P_i) = \frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i}$.

Πλέον είναι δυνατό να οριστεί η συνολική παραγωγή, P_{tot} , συναρτήσει του βέλτιστου λ . Αν UC είναι το σύνολο των μονάδων που δεν δεσμεύονται από τους περιορισμούς ανισότητας στο βέλτιστο σημείο, U_{min} το σύνολο των μονάδων που λειτουργούν στο τεχνικό τους ελάχιστο και U_{max} το σύνολο των μονάδων που λειτουργούν στο τεχνικό τους μέγιστο, τότε:

$$P_{tot}(\lambda) = \sum_{i=1}^{N_u} P_i(\lambda) = \sum_{i=1}^{N_{UC}} \frac{\lambda - a_i}{2b_i} + \sum_{i=1}^{N_{Umin}} P_{i,min} + \sum_{i=1}^{N_{Umax}} P_{i,max} \quad (48)$$

Η συνάρτηση $P_{tot}(\lambda)$ είναι κατά τμήματα συνεχής, για τα διαστήματα του λ που το σύνολο των μονάδων που δεν δεσμεύονται από τους περιορισμούς ανισότητας παραμένει σταθερό. Τα

¹Μέχρι το τέλος της ενότητας ο αστερίσκος θα παραλείπεται καθώς η παραγωγή θα αναφέρεται πάντα στο βέλτιστο σημείο

διαστήματα αυτά είναι τα κρίσιμα διαστήματα. Από τις συναρτήσεις (39), (40) και (41) προκύπτει:

$$P_{tot} = \sum_{i=1}^{N_u} P_i(\lambda) = \begin{cases} \sum P_{i,min} & \text{για } i : \lambda \leq MC_i(P_{i,min}) \\ \sum \frac{\lambda - b_i}{2 \cdot a_i} & \text{για } i : MC_i(P_{i,min}) \leq \lambda \leq MC_i(P_{i,max}) \\ \sum P_{i,max} & \text{για } i : MC_i(P_{i,max}) \geq \lambda \end{cases} \quad (49)$$

Η συνάρτηση $P_i(\lambda)$ είναι συνεχής, γραμμική, και C^2 παραγωγίσιμη στα διαστήματα όπου το λ δεν είναι ίσο με το οριακό κόστος της στο τεχνικό μέγιστο ή ελάχιστο.

Συμπερασματικά, η συνάρτηση $P_{tot}(\lambda)$, της εξίσωσης (49), ως άθροισμα των επιμέρους $P_i(\lambda)$, είναι συνεχής, γραμμική, και C^2 παραγωγίσιμη στα διαστήματα όπου $\lambda_{crit} \leq \lambda \leq \lambda_{crit+1}$, με το λ_{crit} όπως ορίζεται από την εξίσωση (46).

Σύμφωνα με όσα ειπώθηκαν στην προηγούμενη ενότητα, κατά την εφαρμογή της μεθόδου, αρχικά, προσδιορίζονται τα κρίσιμα σημεία $\lambda_{crit} = \{MC(P_{i,min}), MC(P_{i,max})\}, \forall i$.

Στα κρίσιμα σημεία προσδιορίζεται η βέλτιστη παραγωγή κάθε μονάδας, $P_{i,crit}$. Τα κρίσιμα σημεία ταξινομούνται κατά αύξουσες τιμές του λ και δημιουργείται ο πίνακας που περιέχει ταξινομημένα τα λ_{crit} και τα βέλτιστα $P_{i,crit} = P_i(\lambda_{crit})$.

Για διαφορετικά σενάρια αλλάζουν οι μονάδες που βρίσκονται σε λειτουργία, αλλά **η βέλτιστη παραγόμενη ισχύς κάθε μονάδας στα κρίσιμα σημεία $P_i(\lambda_{crit})$ παραμένει σταθερή**. Συνεπώς, για κάθε νέο σενάριο, αθροίζονται οι τιμές της παραγωγής στα βέλτιστα σημεία και υπολογίζονται οι τιμές της συνολικής παραγωγής

$$P_{tot,crit} = \sum_{i=1}^{N_u} P_{i,crit}$$

Στη συνέχεια, προσδιορίζεται το βέλτιστο κρίσιμο διάστημα $\lambda \in [\lambda_{crit-1}, \lambda_{crit}]$, τέτοιο ώστε $P_{tot}(\lambda_{crit-1}) \leq D \leq P_{tot}(\lambda_{crit})$. Στο βέλτιστο κρίσιμο διάστημα ανήκει και η βέλτιστη τιμή του λ . Υπενθυμίζεται πως η συνάρτηση $P_{tot}(\lambda)$ είναι γραμμική μέσα στα κρίσιμα διαστήματα.

Τέλος, αφού η συνάρτηση $P_{tot}(\lambda)$ είναι γραμμική στο βέλτιστο κρίσιμο διάστημα $[\lambda_{crit-1}, \lambda_{crit}]$, εξίσωση (49), το βέλτιστο λ προκύπτει από μία απλή γραμμική παρεμβολή ανάμεσα στα σημεία $P_{tot}(\lambda_{crit-1})$ και $P_{tot}(\lambda_{crit})$:

$$\lambda^* = \lambda_{crit-1} + \left(\frac{D - P_{tot}(\lambda_{crit-1})}{P_{tot}(\lambda_{crit}) - P_{tot}(\lambda_{crit-1})} \right) (\lambda_{crit} - \lambda_{crit-1}) \quad (50)$$

Τέλος, από τη βέλτιστη τιμή του λ^* προσδιορίζονται οι τιμές της βέλτιστης παραγόμενης ισχύος από την εξίσωση (47).

Ακολουθεί ο ψευδοκώδικας της μεθόδου:

Μέθοδος επίλυσης του EDP με τη χρήση ταξινομημένων πινάκων λ

```

for  $j \leftarrow 1, T$  do
  for  $n_{crit} \leftarrow 1, N_{crit}$  do                                ▷ Δημιουργία ταξ. πίνακα  $\lambda$  μία φορά για κάθε ώρα
    for  $1 \leftarrow 1, N_u$  do
      Υπολογισμός  $P_i(\lambda_{n_{crit}})$ 
5:      Αποθήκευση στον ταξινομημένο πίνακα
    end for
  end for
  ...
  for  $n_{sce} \leftarrow 1, (N_{feas} - 1)$  do
10:     $n_{crit} = 1$ 
      Εύρεση του  $P_{tot}(n_{crit}) = \sum P_i(\lambda_{n_{crit}})$ 
      while  $OptimalSegmentFound \neq 1$  do
        Εύρεση του  $P_{tot}(n_{crit} + 1) = \sum P_i(\lambda_{n_{crit}+1})$ ,
        if  $P_{tot}(n_{crit}) \leq 0 \ \& \ P_{tot}(n_{crit} + 1) \geq 0$  then
15:           $OptimalSegmentFound \leftarrow 1$ 
           $OptSegment \leftarrow n_{crit}$ 
        end if
         $n_{crit} \leftarrow n_{crit} + 1$ 
      end while
20:      Υπολογισμός του βέλτιστου  $\lambda^*$  στο  $OptSegment$ , με γραμμική παρεμβολή
      Υπολογισμός της βέλτιστης λύσης  $P_i(\lambda^*), \forall i = (1, \dots, N_u)$ 
      Αποθήκευση βέλτιστης λύσης
    end for
  end for

```

Παράδειγμα Χρησιμοποιούνται τα ίδια χαρακτηριστικά των μονάδων που χρησιμοποιήθηκαν στα παραδείγματα της ενότητας 5.3.3, συν μία νέα μονάδα. Το σύνολο των μονάδων και των χαρακτηριστικών τους είναι:

$$C_1(P_1) = 0.01P_1^2 + 7P_1 + 300, \text{ με } 10 \leq P_1 \leq 50[MW]$$

$$C_2(P_2) = 0.02P_2^2 + 7.2P_2 + 200, \text{ με } 10 \leq P_2 \leq 50[MW]$$

$$\text{και } C_3(P_3) = 0.01P_3^2 + 7.4P_3 + 200, \text{ με } 20 \leq P_3 \leq 60[MW]$$

Τα λ_{crit} προκύπτουν από την εξίσωση (46). Για τις κρίσιμες τιμές λ_{crit} , προκύπτει ο ταξινομημένος πίνακας λ :

n_{crit}	λ	P_1	P_2	P_3
1	7.2	10	10	20
2	7.6	30	10	20
3	7.8	40	15	20
4	8	50	20	30
5	8.6	50	35	60
6	9.2	50	50	60

Σημειώνεται ότι πάντα στο πρώτο κρίσιμο σημείο όλες οι μονάδες παράγουν στο τεχνικό τους ελάχιστο και στο τελευταίο όλες οι μονάδες παράγουν στο τεχνικό τους μέγιστο.

Ο ταξινομημένος πίνακας- λ δημιουργείται μία φορά για κάθε τιμή του φορτίου, πριν αρχίσει να λύνεται το EDP για κάθε σενάριο. Έστω, ότι κατά τη δημιουργία του πίνακα αναφοράς ο αλγόριθμος επίλυσης καλείται να λύσει το EDP για το σενάριο με $S = 110$ και $D = 47.5[MW]$. Αρχικά υπολογίζονται τα $P_{tot}(\lambda_{crit})$ για το σενάριο αυτό και η διαφορά της συνολικής παραγωγής από τη ζήτηση:

n_{crit}	λ	P_1	P_2	P_3	P_{tot}	$P_{tot} - D$
1	7.2	10	10	NA	20	-27.5
2	7.6	30	10	NA	40	-7.5
3	7.8	40	15	NA	55	7.5
4	8	50	20	NA	70	22.5
5	8.6	50	35	NA	85	37.5
6	9.2	50	50	NA	100	52.5

Η μονάδα 3 δεν ανήκει σε αυτό το σενάριο, συνεπώς είναι εκτός λειτουργίας και δεν συνυπολογίζεται στη συνολική παραγωγή. Το βέλτιστο κρίσιμο διάστημα είναι το $\lambda \in [7.6, 7.8]$.

Ενώ εδώ παρουσιάζονται οι τιμές του P_{tot} και για τις έξι κρίσιμες τιμές του λ , στην πραγματικότητα η τιμή του P_{tot} υπολογίζεται μόνο μέχρι να εντοπιστεί το κρίσιμο διάστημα, δηλαδή μόνο τρεις φορές, μέχρι $n_{crit} = 3$.

Πλέον μπορεί να υπολογιστεί το βέλτιστο λ^* από την εξίσωση (50). Προκύπτει $\lambda^* = 7.7$. Η βέλτιστη παραγωγή προκύπτει από την εξίσωση (47):

$$P_1 = 35[MW]$$

$$P_2 = 12.5[MW]$$

$$P_3 = 0. \text{ (εκτός λειτουργίας)}$$

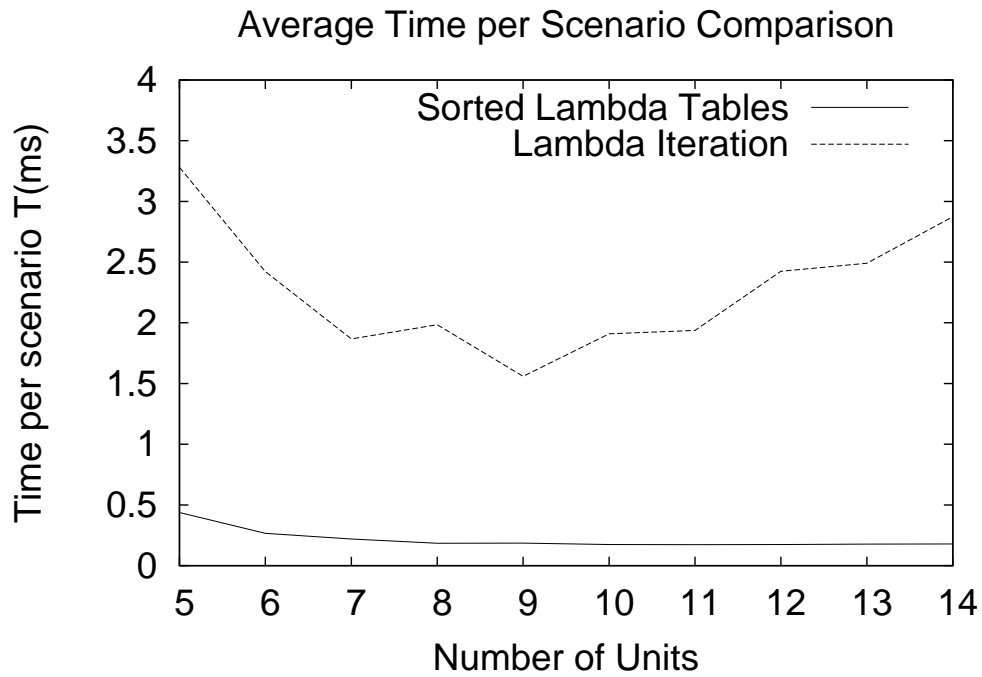
5.4.2 Σύγκριση και αποτελέσματα

Η μέθοδος των ταξινομημένων πινάκων λ εκμεταλλεύεται τη γραμμικότητα της πρώτης παραγώγου των συναρτήσεων κόστους, $\frac{\partial C_i(P_i)}{\partial P_i}$, για τον γρήγορο εντοπισμό της βέλτιστης λύσης. Για αυτό, υπερέχει των άλλων μεθόδων σε προβλήματα που έχουν αποκλειστικά κυρτές τετραγωνικές συναρτήσεις $C_i(P_i)$. Η μέθοδος χρησιμοποιείται στον προτεινόμενο αλγόριθμο και συγκρίνεται απευθείας με τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο στην επόμενη ενότητα 6.2 για πρόβλημα με κυρτές, τετραγωνικές συναρτήσεις κόστους μονάδων.

Σε αυτή την ενότητα ο αλγόριθμος των ταξινομημένων πινάκων λ θα συγκριθεί απευθείας με τον αλγόριθμο της λ επανάληψης για να γίνει εμφανής η μείωση του υπολογιστικού κόστους που προκαλεί για προβλήματα κυρτών, τετραγωνικών συναρτήσεων κόστους μονάδων. Το πρόβλημα που θα λυθεί, χρησιμοποιεί χαρακτηριστικά μονάδων από τη δημοσίευση [7], για χρονικό ορίζοντα 24 ωρών, με δεδομένα που περιγράφονται αναλυτικά στην ενότητα 6.2.

Τα αποτελέσματα συνοψίζονται στον ακόλουθο πίνακα. Η μέθοδος των ταξινομημένων πινάκων λ μειώνει το υπολογιστικό κόστος κατά μία τάξη μεγέθους σε σχέση με τη μέθοδο της λ επανάληψης, σε προβλήματα με κυρτές, τετραγωνικές συναρτήσεις κόστους. Το υπολογιστικό κόστος ανά σενάριο δεν αυξάνεται σημαντικά όπως αυξάνεται ο αριθμός των μονάδων (σχήμα 24).

Χρησιμοποιούμενη Μέθοδος				
Ταξινομημένοι πίνακες λ			λ επανάληψη	
M	Συνολικός χρόνος δημιουργίας πιν. αναφοράς [msec]	Μέσος χρόνος επίλυσης του EDP ανά σενάριο [msec]	Συνολικός χρόνος δημιουργίας πιν. αναφοράς [msec]	Μέσος χρόνος επίλυσης του EDP ανά σενάριο [msec]
5	14	0.438	105	3.28
6	17	0.266	155	2.42
7	28	0.219	239	1.87
8	47	0.184	508	1.98
9	95	0.186	798	1.559
10	178	0.174	1956	1.910
11	355	0.173	3970	1.938
12	713	0.174	9927	2.424
13	1446	0.177	20404	2.491
14	2936	0.179	47081	2.874



Σχήμα 24: Σύγκριση των μεθόδων λ επανάληψης και ταξινομημένων πινάκων λ ως προς τον χρόνο επίλυσης του EDP ανά σενάριο. Για τη μέθοδο των ταξινομημένων πινάκων λ η αύξηση του χρόνου επίλυσης είναι πολύ μικρή όσο αυξάνεται ο αριθμός των μονάδων.

5.5 Λύση του EDP για κοίλες συναρτήσεις κόστους μονάδων

5.5.1 Η μέθοδος της πλήρους απαρίθμησης στις κορυφές του αποδεκτού χώρου

Το πρόβλημα της οικονομικής ανάθεσης είναι ακριβώς το ίδιο όπως περιγράφεται στην εξίσωση (29) της ενότητας 5.3.1, μόνο που οι συναρτήσεις κόστους είναι αυστηρά κοίλες.

Αξιοποιείται η ιδιότητα ότι σε ένα πρόβλημα με αποκλειστικά κοίλες συναρτήσεις κόστους και γραμμικούς ανισοϊσοτικούς περιορισμούς που συνθέτουν ένα κυρτό σύνολο, το ολικό ελάχιστο εντός του αποδεκτού χώρου εντοπίζεται αναγκαστικά σε κάποια από τις κορυφές αυτού [11].

Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε ονομάζεται “πλήρης απαρίθμηση” και αναφέρεται στον υπολογισμό της τιμής της συνάρτησης κόστους C_{tot} σε όλες τις κορυφές του αποδεκτού χώρου. Η κορυφή με τη μικρότερη τιμή C_{tot} αποτελεί και το ζητούμενο ελάχιστο.

Η σημαντικότερη δυσκολία στην εφαρμογή του αλγορίθμου είναι ο εντοπισμός των κορυφών του αποδεκτού χώρου. Χωρίς τον περιορισμό ισότητας ($\sum P_i = D$) οι κορυφές εντοπίζονται εύκολα στο σύνολο των σημείων όπου η παραγωγή κάθε μονάδας είναι είτε στο μέγιστο είτε στο ελάχιστο επίπεδο της παραγωγής της.

Για να εντοπιστούν οι κορυφές του αποδεκτού χώρου, ελέγχεται αν αντιπροσωπεύει αποδεκτή λύση κάθε σημείο ενός υπερσύνολου σημείων που τις περιέχει και, στη συνέχεια, για κάθε αποδεκτό σημείο υπολογίζεται η τιμή του $C_{tot} = \sum C_i(P_i)$. Το υπερσύνολο αυτό αποτελείται από όλα τα σημεία στα οποία ικανοποιείται ο περιορισμός κάλυψης της ζήτησης (περιορισμός ισότητας - $\sum P_i = D$) και παράλληλα $N_u - 1$ ανισοϊσοτικοί περιορισμοί είναι ενεργοί ($P_i = P_{i,max}$ ή $P_i = P_{i,min}$). Υπενθυμίζεται πως N_u είναι ο αριθμός των μονάδων που βρίσκονται σε λειτουργία για το συγκεκριμένο σενάριο. Αν όλα τα P_i βρίσκονται ανάμεσα στο τεχνικό ελάχιστο και μέγιστο, δηλαδή τηρούνται οι ανισοϊσοτικοί περιορισμοί, τότε το εν λόγω σημείο αποτελεί κορυφή του αποδεκτού χώρου. Αν το σημείο που ελέγχεται είναι αποδεκτό, τότε υπολογίζεται η τιμή του C_{tot} για αυτό το επίπεδο της παραγωγής.

Από τα παρακάτω επιχειρήματα, που βασίζονται σε ένα αξίωμα της γεωμετρίας και ένα θεώρημα της βελτιστοποίησης αποδεικνύεται ότι η προτεινόμενη μέθοδος εντοπίζει πάντοτε τη βέλτιστη λύση.

- i Οι κορυφές του αποδεκτού χώρου (πρόκειται για κυρτό υποχώρο) ορίζονται από την τομή N υπερεπιπέδων που βρίσκονται στο σύνορό του (βλ. ορισμούς στην αρχή του κεφαλαίου). Συνεπώς μια κορυφή του αποδεκτού χώρου ορίζεται από N ενεργούς περιορισμούς.
- ii Η συνάρτηση κόστους εξακολουθεί να είναι κοίλη συνάρτηση σε οποιοδήποτε υποσύνολο του εφικτού χώρου. Το ελάχιστο μιας κοίλης συνάρτησης, που το πεδίο ορισμού της περιορίζεται από γραμμικούς περιορισμούς, βρίσκεται σε μία κορυφή αυτού [11].
- iii Συνεπώς στο βέλτιστο σημείο N περιορισμοί είναι ενεργοί. Επειδή ο περιορισμός ισότητας ($\sum P_i = D$) είναι πάντοτε ενεργός συνεπάγεται πως στο βέλτιστο σημείο όλες οι μονάδες παράγουν είτε στη μέγιστη είτε στην ελάχιστη παραγωγικότητα τους, εκτός από μία.

Στην τελευταία παρατήρηση βασίζεται ο προτεινόμενος αλγόριθμος που βρίσκει το βέλτιστο επίπεδο παραγωγής για μονάδες με κοίλες συναρτήσεις κόστους:

- Αρχικά επιλέγεται μια μονάδα i από τις N_u μονάδες για την οποία δεν θα είναι ενεργός ο ανισοϊσοτικός περιορισμός.

- Στη συνέχεια, ελέγχονται όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί όπου

$$P_j = P_{j,min}, P_{j,max}, j \in (1, N_u)/i$$

Η παραγωγή της μονάδας i προκύπτει από τον τύπο $P_i = D - \sum P_j$. Δηλαδή, η βέλτιστη παραγωγή της μονάδας, που δεν δεσμεύεται από τους ανισοτικούς περιορισμούς, προκύπτει από την εξίσωση του περιορισμού ισότητας.

- Αν για κάποιο από τα σημεία που ελέγχονται υπολογισθεί ότι $P_i \notin [P_{i,min}, P_{i,max}]$, τότε μπορεί να βγει με ασφάλεια το συμπέρασμα ότι εκείνο το σημείο δεν αποτελεί κορυφή του αποδεκτού χώρου. Το σημείο απορρίπτεται από πιθανή βέλτιστη λύση και δεν υπολογίζεται το κόστος C_{tot} σε εκείνο το σημείο. Αν αντίθετα $P_i \in [P_{i,min}, P_{i,max}]$ υπολογίζεται το C_{tot} για την υποψήφια λύση που αντιπροσωπεύει το συγκεκριμένο σημείο.
- Στη συνέχεια, επιλέγεται η επόμενη μονάδα i για την οποία οι περιορισμοί ανισότητας δεν είναι ενεργοί ώσπου να επιλεγούν όλες οι μονάδες N_u . Η λύση για την οποία προκύπτει το ελάχιστο C_{tot} αποθηκεύεται.

Με την προτεινόμενη μέθοδο ελέγχονται συνολικά $N_u \cdot 2^{N_u-1}$ σημεία που ανήκουν στο υπερ-σύνολο που περιέχει τις κορυφές του αποδεκτού χώρου, όπως αυτό ορίστηκε προηγουμένως. Το C_{tot} υπολογίζεται σε λιγότερα από τα σημεία του υπερσυνόλου. Το πόσο λιγότερα εξαρτάται από τη σχετική θέση του περιορισμού ισότητας (βλ. Σχήμα 25 για 3 μονάδες σε λειτουργία).

Προτεινόμενος αλγόριθμος επίλυσης του EDP για κοίλες συναρτήσεις κόστους μονάδων

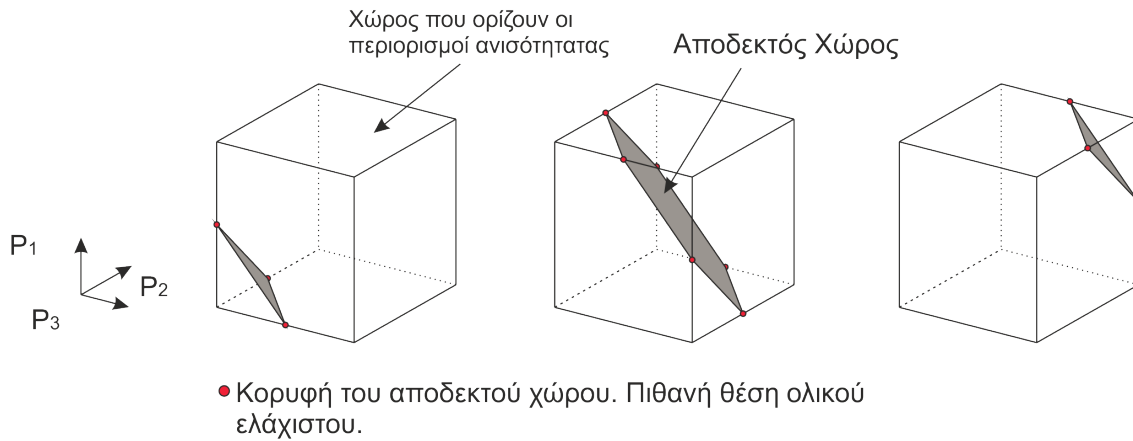
```

for  $i \leftarrow 1, N_u$  do
  for  $n \leftarrow 1, 2^{N_u}$  do
    if  $j \neq i$  then
      5:  $P_j = \{P_{j,min} \text{ ή } P_{j,max} \text{ ανάλογα με την τιμή του } n\}$ 
    end if
     $P_i = D - \sum P_j$ 
    if  $P_{i,min} \leq P_i \leq P_{i,max}$  then
      Το σημείο αποτελεί κορυφή του αποδεκτού χώρου
      Υπολογισμός  $C_{tot}$ 
    10: else
      Το σημείο δεν αποτελεί κορυφή του αποδεκτού χώρου και απορρίπτεται
    end if
  end for
end for

```

Τα σημεία που ελέγχονται είναι σε σύνολο όσα και οι ακμές του παραλληλεπίπεδου, $N_u \cdot 2^{N_u-1}$. Σε όσα από αυτά τα σημεία η δεσμευμένη μεταβλητή P_i είναι εκτός των αποδεκτών ορίων $P_{i,min} \leq P_i \leq P_{i,max}$ η συνάρτηση του κόστους δεν υπολογίζεται και τα σημεία απορρίπτονται από πιθανές λύσεις.

Σημαντικό είναι να αναφερθεί πως σε προβλήματα με κοίλες συναρτήσεις κόστους χρήση της παραγώγου για εύρεση του ελαχίστου δεν βοηθάει καθώς υπάρχει πληθώρα τοπικών ελαχίστων στις κορυφές του αποδεκτού χώρου.



Σχήμα 25: Απεικόνιση του αποδεκτού χώρου για 3 μονάδες σε λειτουργία και διαφορετικές τιμές του φορτίου. Το παραλληλεπίπεδο σχηματίζεται από τους ανισοϊσοτικούς περιορισμούς ενώ το τέμνον επίπεδο απεικονίζει τον περιορισμό κάλυψης του φορτίου. Η τομή τους δημιουργεί τον αποδεκτό χώρο οι κορυφές του οποίου αποτελούν πιθανά ολικά ελάχιστα. Στις κορυφές N_u αριθμός περιορισμών είναι ενεργοί. Ο συνολικός αριθμός των σημείων που ελέγχεται είναι $N_u \cdot 2^{N_u - 1} = 12$ αλλά μόνο 6 ή 3 από αυτά είναι κορυφές του αποδεκτού χώρου και μόνο σε αυτές θα χρειαστεί να υπολογιστεί η τιμή του κόστους C_{tot} . Ο αριθμός των κορυφών του αποδεκτού χώρου εξαρτάται από τη θέση του υπερεπιπέδου που αντιστοιχεί στον περιορισμό ισότητα σε σχέση με τη θέση του παραλληλεπίπεδου που παράγεται από τα υπερεπίπεδα που αντιστοιχούν στους ανισοϊσοτικούς περιορισμούς.

Το μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου είναι πως σε ένα πρόβλημα μόνο με κοίλες συναρτήσεις κόστους μονάδων ο προϋπάρχων αλγόριθμος ελέγχει κάθε σημείο ενός πλέγματος 10 διακριτών τιμών ανά μεταβλητή P_i , ενώ ο προτεινόμενος αλγόριθμος, ελέγχει μόνο τις κορυφές του αποδεκτού χώρου (αριθμού $N_u \cdot 2^{N_u-1}$). Η μείωση στον αριθμό των υποψήφιων λύσεων που ελέγχονται είναι δραστική και παρουσιάζεται στον ακόλουθο πίνακα για διαφορετικό αριθμό μονάδων σε λειτουργία, N_u .

Αριθμός μονάδων σε λειτουργία N_u	Σύνολο σημείων σε πλέγμα με 10 διακριτές τιμές ανά μεταβλητή P_i που ελέγχεται στον προϋπάρχοντα αλγόριθμο	Αριθμός σημείων του υπερσύνολου των κορυφών του αποδεκτού χώρου που ελέγχεται στον προτεινόμενο αλγόριθμο
1	10	1
2	10^2	4
3	10^3	12
4	10^4	32
5	10^5	80
6	10^6	192
7	10^7	448
8	10^8	1024
9	10^9	2304

Τέλος, σημειώνεται πως η προτεινόμενη μέθοδος για κοίλα EDP βρίσκει με βεβαιότητα τη βέλτιστη λύση, χωρίς να χρειάζεται περαιτέρω τοπική βελτίωση/διόρθωση, για παράδειγμα με τη χρήση απότομης καθόδου.

5.5.2 Εφαρμογή της μεθόδου πλήρους απαρίθμησης σε πρόβλημα μόνο με κοίλες συναρτήσεις κόστους μονάδων

Στην πράξη είναι σπάνια τα ηλεκτροπαραγωγικά συστήματα που έχουν μονάδες αποκλειστικά με κοίλες συναρτήσεις κόστους. Παρόλα αυτά, στον προτεινόμενο αλγόριθμο χρησιμοποιείται μια μέθοδος επίλυσης του συγκεκριμένου τύπου προβλήματος οικονομικής ανάθεσης.

Για αυτού του είδους τα προβλήματα δοκιμάστηκαν συγκριτικά ο προτεινόμενος και ο προϋπάρχων αλγόριθμος. Ο χρονικός ορίζοντας του δοκιμαστικού προβλήματος είναι 24 ώρες και οι συναρτήσεις κόστους των μονάδων είναι πολυώνυμα δευτέρου βαθμού ως προς την παραγόμενη ισχύ και κοίλες, δηλαδή έχουν αρνητικό το συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου. Τα δεδομένα του προβλήματος ως προς τις συναρτήσεις κόστους των τριών πρώτων μονάδων προέρχονται από την δημοσίευση [21].

Επειδή στη δημοσίευση αυτή δίνονται τα χαρακτηριστικά μόνο των τριών πρώτων μονάδων (1 έως 3), σε μια προσπάθεια να χρησιμοποιηθούν δεδομένα κοντά στην πραγματικότητα, τα χαρακτηριστικά των υπολοίπων έχουν ληφθεί όμοια με αυτά των τριών πρώτων πραγματικών μονάδων, συν πλην μια μικρή (εώς 10%) τυχαία διακύμανση. Η τυχαία διακύμανση δημιουργείται χρησιμοποιώντας μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Τα χαρακτηριστικά των μονάδων συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα.

Χαρακτηριστικά μονάδων
με κοίλες συναρτήσεις κόστους

A/A	P_{min}	P_{max}	a_i	b_i	c_i
1	100	300	-0.04084	70.73	-5488
2	100	300	-0.03454	72.15	-5690
3	100	150	-0.01027	50.42	-1348
4	95	291	-0.03888	70.14	-5232
5	103	304	-0.03290	71.54	-5590
6	104	157	-0.01024	48.16	-1400
7	101	298	-0.04235	72.86	-5631
8	99	311	-0.03466	69.96	-5719
9	98	321	-0.03921	73.35	-5027
10	103	290	-0.03744	69.12	-5980
11	100	148	-0.00973	54.50	-1394
12	86	270	-0.03530	66.28	-4782
13	95	321	-0.03043	73.40	-5445
14	111	163	-0.01062	44.74	-1501

Εφαρμογή 3η

Η ζήτηση για το χρονικό ορίζοντα των 24 ωρών προσαρμόστηκε ανάλογα με την παραγωγική δυνατότητα των μονάδων. Ο τρόπος προσδιορισμού της ζήτησης είναι αυτός που περιγράφεται στην ενότητα 6.2.

5.5.3 Αποτελέσματα - συμπεράσματα

Όπως έχει προαναφερθεί το “κοίλο” EDP είναι δυσμενέστερο από το αντίστοιχο “κυρτό”, δεν μπορεί να λυθεί σε πολυωνυμικό χρόνο και ο χρόνος επίλυσης του αυξάνεται εκθετικά με την αύξηση του αριθμού M των μονάδων. Αυτή η προσδοκία αντανακλάται και στον χρόνο που απαιτήθηκε για να λυθεί το παρόν πρόβλημα από τον προτεινόμενο και το προϋπάρχοντα αλγόριθμο:

Χρησιμοποιούμενη Μέθοδος επίλυσης EDP				
Προτεινόμενη μέθοδος: Πλήρης απαρίθμηση στις κορυφές του αποδεκτού χώρου		Προϋπάρχουσα μέθοδος: Πλήρης απαρίθμηση σε πλέγμα 10 διακριτών σημείων ανά μεταβλητή		
M	Συνολικός χρόνος δημιουργίας πιν. αναφοράς [sec]	Μέσος χρόνος επίλυσης του EDP ανά σενάριο [msec]	Συνολικός χρόνος δημιουργίας πιν. αναφοράς [sec]	Μέσος χρόνος επίλυσης του EDP ανά σενάριο [msec]
5	0.015	0.47	1.86	58.219
6	0.019	0.30	18.22	284.686
7	0.052	0.41	229.95	1796.484
8	0.191	0.75	2860.10	11171.875
9	0.587	1.15	-	-
10	2.038	1.99	-	-
11	6.918	3.38	-	-
12	24.395	5.96	-	-
13	83.179	10.15	-	-
14	285.692	17.47	-	-

Η εκθετική αύξηση του υπολογιστικού κόστους σε σχέση με τον αριθμό των μονάδων είναι φανερή. Στον προτεινόμενο αλγόριθμο αύξηση του αριθμού μονάδων του προβλήματος κατά περίπου τέσσερις αυξάνει τον απαιτούμενο υπολογιστικό χρόνο ανά σενάριο κατά μία τάξη μεγέθους. Στον προϋπάρχοντα αλγόριθμο το υπολογιστικό κόστος αυξάνεται ταχύτερα.

Τα αποτελέσματα αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να δείξουν τα συγκριτικά πλεονεκτήματα του προτεινόμενου αλγόριθμου. Στον προτεινόμενο αλγόριθμο το πρόβλημα “σπάει” σε δύο υποπροβλήματα. Το κυρτό υποπρόβλημα λύνεται γρήγορα και ο χρόνος λύσης του δεν επηρεάζεται από τον αριθμό των μονάδων. Το κοίλο υποπρόβλημα λύνεται για αριθμό μονάδων $M_{cnc} < M$. Αυτό δημιουργεί μεγάλη εξοικονόμηση υπολογιστικού χρόνου, καθώς για παράδειγμα, αν το M μειωθεί από 14 σε 8, στον προτεινόμενο αλγόριθμο ο χρόνος δημιουργίας των πινάκων αναφοράς, για όλο τον χρονικό ορίζοντα, μειώνεται κατά τρεις τάξεις μεγέθους.

Τέλος, επειδή ο προτεινόμενος αλγόριθμος λύνει αποκλειστικά προβλήματα κοίλων συναρτήσεων κόστους, περιορίζει τη βέλτιστη λύση σε πολύ λιγότερα σημεία του πλέγματος και παρουσιάζει βελτιωμένη απόδοση σε σχέση με τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο.

5.6 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα της προτεινόμενης μεθόδου

Η μέθοδος είναι ιδιαίτερα γρήγορη καθώς παρουσιάζει αρκετά πλεονεκτήματα.

- Αντί να επιλυθεί ένα μεγάλο, δύσκολο (NP-hard), μεικτό (κοίλες και κυρτές συναρτήσεις κόστους) πρόβλημα ED, λύνονται ένα εύκολο πρόβλημα κυρτών συναρτήσεων κόστους σε πολυωνυμικό χρόνο και ένα δύσκολο πρόβλημα κοίλων συναρτήσεων κόστους, *με μικρότερο όμως αριθμό μονάδων*. Ένα NP-hard πρόβλημα για να λυθεί απαιτεί στη χειρότερη περίπτωση χρόνο που είναι εκθετική συνάρτηση του μεγέθους του προβλήματος και επομένως ένα πρόβλημα μικρότερης διάστασης λύνεται πολύ γρηγορότερα.
- Σε ένα πρόβλημα με μεικτές μονάδες η πλήρης καταμέτρηση αναφέρεται σε πλέγμα που καλύπτει όλο το δυνατό χώρο, ενώ σε ένα πρόβλημα που περιέχει μόνο κοίλες συναρτήσεις κόστους η πλήρης καταμέτρηση αναφέρεται στην αναζήτηση της βέλτιστης λύσης στο περιορισμένο υποσύνολο των κορυφών του δυνατού χώρου.

Το μειονέκτημα της μεθόδου είναι πως είναι αναγκαία η επίλυση του προβλήματος για κάθε σημείο που προκύπτει από τη διακριτοποίηση-επιμερισμό της ζήτησης στα δύο σύνολα. Ο αριθμός των σημείων της διακριτοποίησης για καλή ακρίβεια σε πρακτικά προβλήματα είναι της τάξης του 10^3 . Παρόλα αυτά, το όφελος από την αποδοτική επίλυση του EDP για τα δύο σύνολα ξεχωριστά υπερνικά αυτό το μειονέκτημα, με αποτέλεσμα ο προτεινόμενος αλγόριθμος να αποφέρει μεγάλη μείωση του υπολογιστικού κόστους, όπως παρουσιάζεται στην ενότητα 6, όπου η προτεινόμενη μέθοδος πιστοποιείται και συγκρίνεται με την προϋπάρχουσα.

Τέλος, ως μειονέκτημα της προτεινόμενης όσο και της προϋπάρχουσας μεθόδου μπορεί να αναφερθεί πως η αποθήκευση των πινάκων αναφοράς απαιτεί σημαντική μνήμη.

6 Πιστοποίηση της προτεινόμενης μεθόδου

Η προτεινόμενη μέθοδος εφαρμόζεται σε τρία διαφορετικά προβλήματα, με σκοπό να πιστοποιηθούν τα αποτελέσματα της και να μετρηθεί το κόστος της σε υπολογιστικό χρόνο σε σύγκριση με την αρχική μέθοδο επίλυσης του EDP.

Η ορθότητα των αποτελεσμάτων του αλγόριθμου επίλυσης του UCP έχει πιστοποιηθεί σε παλαιότερες εργασίες του ΕΘΣ/ΕΜΠ [46]. Επίσης, εκτός από την τροποποίηση του κώδικα επίλυσης του EDP, ο υπόλοιπος κώδικας συμπεριλαμβανομένου του EA έμεινε αναλλοίωτος.

Αυτό σημαίνει, πως αν η προτεινόμενη μέθοδος παράγει τους ίδιους ακριβώς πίνακες αναφοράς με τον αρχικό αλγόριθμο, τότε παράγεται η πιστοποιημένα σωστή λύση του UCP, δηλαδή ο βέλτιστος προγραμματισμός των μονάδων στο χρονικό ορίζοντα του προβλήματος.

Παρόλα αυτά, στην πρώτη εφαρμογή, η μέθοδος επιλύεται στο ίδιο πρόβλημα που χρησιμοποιήθηκε σε προηγούμενη διπλωματική εργασία και συγκρίνονται τα αποτελέσματα, καθώς και ο απαιτούμενος υπολογιστικός χρόνος.

6.1 1η Εφαρμογή - Επίλυση του UCP σε πρόβλημα 5 μονάδων - 72 ωρών

Επιλύεται πρόβλημα UCP συνολικά 5 μονάδων, σε χρονικό ορίζοντα 72 ωρών (3 ημέρες). Τα χαρακτηριστικά των μονάδων, καθώς και οι τιμές της ζήτησης για κάθε ώρα προέρχονται από τη διπλωματική εργασία [46].

Πρόκειται για μοντελοποίηση ενός απομονωμένου συστήματος, με 5 συνολικά μονάδες. Η μοντελοποίηση των συναρτήσεων κόστους των αεριοστροβίλων έγινε στην παλαιότερη εργασία του εργαστηρίου [48], χρησιμοποιώντας μια πολυωνυμική παρεμβολή δευτέρου βαθμού πάνω στα τεχνικά χαρακτηριστικά των αεριοστροβίλων που προέρχονταν από την κατασκευάστρια εταιρία.

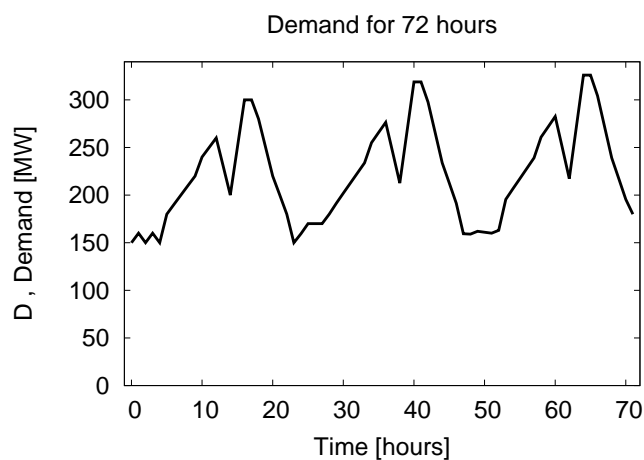
Οι μονάδες 1 και 2, είναι μονάδες αιχμής και αντιστοιχούν σε αεριοστροβίλους που είναι παράγωγα αεροπορικών κινητήρων. Η μονάδα 3 είναι μια μονάδα συνδυασμένου κύκλου που αποτελεί τη κύρια μονάδα βάσης του συστήματος, ενώ οι μονάδες 4 και 5 είναι αεριοστροβίλοι βαρέως τύπου και αποτελούν τις δευτερεύουσες μονάδες βάσεις του συστήματος. Τα τεχνικά χαρακτηριστικά των μονάδων συνοψίζονται στον Πίνακα 8.

Το κόστος της ηλεκτροπαραγωγής μετριέται σε [MW] του καυσίμου που καταναλώνεται και όχι σε χρηματικές μονάδες. Για τη μοντελοποίηση των συναρτήσεων κόστους έχουν χρησιμοποιηθεί πολυώνυμα δευτέρου βαθμού. Από το πρόσημο του συντελεστή a προκύπτει ότι οι μονάδες 1,2 και 4,5 έχουν κοίλες συναρτήσεις κόστους και η μονάδα 3 κυρτή συνάρτηση κόστους.

Η δεύτερη σημαντική παράμετρος του προβλήματος, μετά τα χαρακτηριστικά των μονάδων είναι η χρονοσειρά της ζήτησης. Ο χρονικός ορίζοντας του προβλήματος είναι 72 ώρες, όπως φαίνεται στο Σχήμα 26.

Μονάδα	1	2	3	4&5
Τεχνικό μέγιστο, $P_{i,max}$ [MW]	50	30.5	132.3	75
Τεχνικό ελάχιστο, $P_{i,min}$ [MW]	5	2	3	7
Χρόνος εκκίνησης T_{STUP}	1	1	3	1
Χρόνος Σβέσης	0	0	1	1
$T_{RAMP-ON}$	0	0	1	1
$T_{RAMP-OFF}$	0	0	1	1
Κόστος εκκίνησης [MWh] (Cstup)	14	8.5	278	14
Κόστος σβέσης [MW] (Cshdn)	7	4.5	116	7
a [MWh καυσίμου / MW_{el}^2]	-0.037	-0.062	0.0001	-0.004
b [MWh καυσίμου / MW_{el}]	3.546	3.674	2.268	2.584
c [MWh καυσίμου]	37.875	23.937	6.414	38.326

Πίνακας 6: Τα χαρακτηριστικά των 5 μονάδων της 1ης εφαρμογής [46]. Οι συντελεστές a,b,c καθορίζουν τη συνάρτηση κόστους κάθε μονάδας, $C_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i$



Σχήμα 26: Η ζήτηση D για κάθε ώρα του χρονικού ορίζοντα του προβλήματος στην 1η εφαρμογή.

Αποτελέσματα Το ίδιο πρόβλημα λύθηκε και με τον προϋπάρχοντα και με τον προτεινόμενο αλγόριθμο. Αρχικά οι δύο μέθοδοι επίλυσης του EDP κλήθηκαν για να δημιουργήσουν τους πίνακες αναφοράς. Ο προτεινόμενος αλγόριθμος εντόπισε ελαφρώς καλύτερες λύσεις για κάθε σενάριο. Στη συνέχεια κλήθηκε ο Εξελικτικός Αλγόριθμος που είναι κοινός και για τους δύο ώστε να βρει τη βέλτιστη λύση του UCP.

Χρησιμοποιώντας τις ίδιες παραμέτρους του EA, ο αλγόριθμος με την προτεινόμενη μέθοδο επίλυσης του EDP εντόπισε λύση συνολικού κόστους 39958.47[MWh καυσίμου], ενώ ο προϋπάρχων αλγόριθμος εντόπισε λύση συνολικού κόστους 39967.22[MWh καυσίμου]. Η μικρή βελτίωση στη λύση οφείλεται στο ότι ο προϋπάρχων αλγόριθμος κατά την τοπική βελτίωση της βέλτιστης λύσης προϋποθέτει κυρτή συνάρτηση κόστους, (βλ. ενότητα 4.2.2) με αποτέλεσμα ο προτεινόμενος αλγόριθμος να παρουσιάζει μεγαλύτερη ακρίβεια.

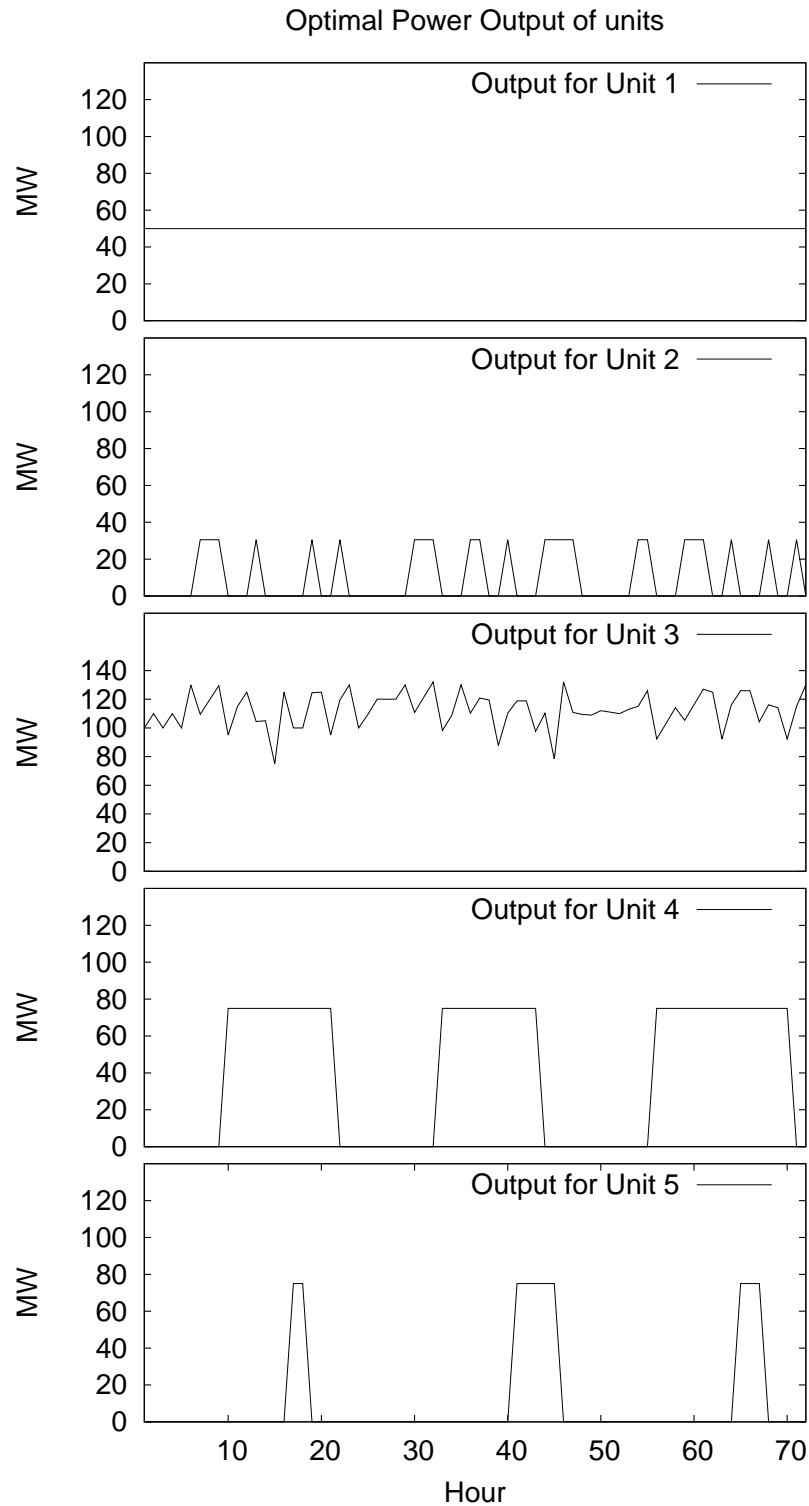
Η βέλτιστη λύση του EDP που βρέθηκε από τον προτεινόμενο αλγόριθμο παρουσιάζεται στον πίνακα 7 και στο Σχήμα 27.

Ωρα	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	$\sum P_i$	$\sum P_i - D$
1	50	0	100	0	0	150	0
2	50	0	110	0	0	160	0
3	50	0	100	0	0	150	0
4	50	0	110	0	0	160	0
5	50	0	100	0	0	150	0
6	50	0	130	0	0	180	0
7	50	30.5	109.5	0	0	190	0
8	50	30.5	119.5	0	0	200	0
9	50	30.5	129.5	0	0	210	0
10	50	0	95	75	0	220	0
11	50	0	115	75	0	240	0
12	50	0	125	75	0	250	0
13	50	30.5	104.5	75	0	260	0
14	50	0	105	75	0	230	0
15	50	0	75	75	0	200	0
16	50	0	125	75	0	250	0
17	50	0	100	75	75	300	0
18	50	0	100	75	75	300	0
19	50	30.5	124.5	75	0	280	0
20	50	0	125	75	0	250	0
21	50	0	95	75	0	220	0
22	50	30.5	119.5	0	0	200	0
23	50	0	130	0	0	180	0
24	50	0	100	0	0	150	0
25	50	0	109.45	0	0	159.45	0

Ωρα	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	$\sum P_i$	$\sum P_i - D$
26	50	0	120.08	0	0	170.08	0
27	50	0	120	0	0	170	0
28	50	0	120.08	0	0	170.08	0
29	50	0	130	0	0	180	0
30	50	30.5	110.84	0	0	191.34	0
31	50	30.5	121.47	0	0	201.97	0
32	50	30.5	132.1	0	0	212.6	0
33	50	0	98.23	75	0	223.23	0
34	50	0	108.86	75	0	233.86	0
35	50	0	130.12	75	0	255.12	0
36	50	30.5	110.25	75	0	265.75	0
37	50	30.5	120.88	75	0	276.38	0
38	50	0	119.49	75	0	244.49	0
39	50	0	87.6	75	0	212.6	0
40	50	30.5	110.25	75	0	265.75	0
41	50	0	118.9	75	75	318.9	0
42	50	0	118.9	75	75	318.9	0
43	50	0	97.64	75	75	297.64	0
44	50	30.5	110.25	0	75	265.75	0
45	50	30.5	78.36	0	75	233.86	0
46	50	30.5	132.1	0	0	212.6	0
47	50	30.5	110.84	0	0	191.34	0
48	50	0	109.45	0	0	159.45	0
49	50	0	109	0	0	159	0
50	50	0	112	0	0	162	0
51	50	0	111	0	0	161	0
52	50	0	110	0	0	160	0
53	50	0	112.99	0	0	162.99	0
54	50	30.5	115.09	0	0	195.59	0
55	50	30.5	125.96	0	0	206.46	0
56	50	0	92.32	75	0	217.32	0
57	50	0	103.19	75	0	228.19	0
58	50	0	114.06	75	0	239.06	0
59	50	30.5	105.29	75	0	260.79	0
60	50	30.5	116.15	75	0	271.65	0
61	50	30.5	127.02	75	0	282.52	0
62	50	0	124.92	75	0	249.92	0

Ωρα	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	$\sum P_i$	$\sum P_i - D$
63	50	0	92.32	75	0	217.32	0
64	50	30.5	116.15	75	0	271.65	0
65	50	0	125.98	75	75	325.98	0
66	50	0	125.98	75	75	325.98	0
67	50	0	104.25	75	75	304.25	0
68	50	30.5	116.15	75	0	271.65	0
69	50	0	114.06	75	0	239.06	0
70	50	0	92.32	75	0	217.32	0
71	50	30.5	115.09	0	0	195.59	0
72	50	0	130	0	0	180	0

Πίνακας 7: Η βέλτιστη λύση για την 1η εφαρμογή που προκύπτει από τις λύσεις του EDP που παρήγαγε ο προτεινόμενος αλγόριθμος. Η βέλτιστη λύση στο ίδιο πρόβλημα από τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο μπορεί να βρεθεί στη διπλωματική εργασία [46].



Σχήμα 27: Το βέλτιστο επίπεδο παραγωγής για κάθε μονάδα.

6.2 Εφαρμογή 2η - Εικονικό ελληνικό νησί - EDP μονάδων με κυρτές συναρτήσεις κόστους

Σε αυτή την εφαρμογή, λύνεται το EDP για το σύστημα ενός εικονικού ελληνικού νησιού για το χρονικό ορίζοντα 24 ωρών. Οι συναρτήσεις κόστους των μονάδων που χρησιμοποιούνται έχουν ληφθεί από τη δημοσίευση [7]. Το πρόβλημα λύνεται σταδιακά για αυξανόμενο αριθμό μονάδων, για να μελετηθεί το υπολογιστικό κόστος του αλγορίθμου, αυξανόμενου του αριθμού των μονάδων, M .

Σε αυτό το πρόβλημα, οι συναρτήσεις κόστους όλων των μονάδων είναι κυρτές και πολυώνυμα δευτέρου βαθμού. Γι' αυτό το λόγο, χρησιμοποιήθηκε ο προτεινόμενος αλγόριθμος που επιλύει το κυρτό EDP χρησιμοποιώντας ταξινομημένους πίνακες λ .

Οι συναρτήσεις κόστους των μονάδων παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

A/A μονάδας	$P_{min}[MW]$	$P_{max}[MW]$	$a_i[€/MW^2]$	$b_i[€/MW]$	$c_i[€]$
1	7	15	0.603	22.455	85.7
2	7	45	0.603	22.455	85.7
3	13	25	0.214	22.528	108.98
4	16	25	0.0778	26.753	49.06
5	16	25	0.0778	26.753	49.06
6	3	14.75	0.07348	80.3935	677.73
7	3	14.75	0.07348	80.3935	677.73
8	3	12.28	0.51447	13.1947	44.39
9	3	12.28	0.51447	13.1947	44.39
10	3	12.28	0.51447	13.1947	44.39
11	3	12.28	0.51447	13.1947	44.39
12	3	24	0.65707	56.7095	574.96
13	3	16.2	1.23637	84.6758	820.38
14	3	36.2	0.39457	59.5902	603.02
15	3	45	0.42079	56.7095	567.94
16	3	37	0.42079	55.965	567.94
17	3	45	0.42079	55.965	567.94
18	3	16.2	1.23647	84.6758	820.38

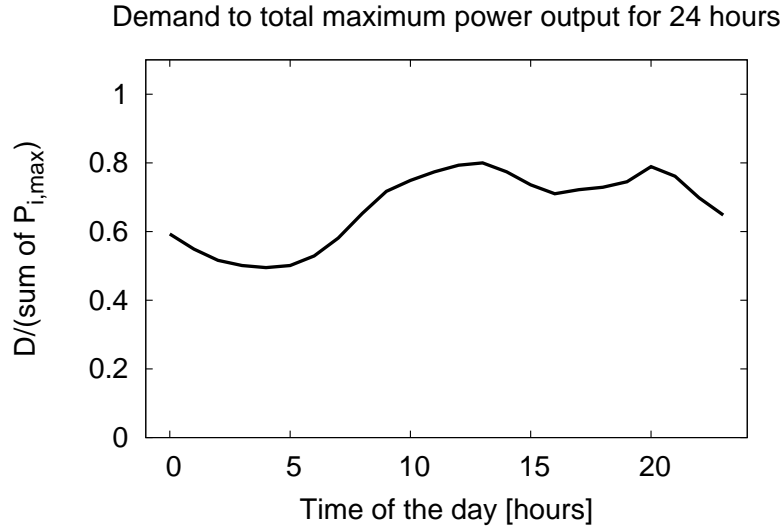
Πίνακας 8: Τα χαρακτηριστικά των 18 μονάδων της 2ης εφαρμογής, που προέρχονται από τη δημοσίευση [7]. Οι συντελεστές a_i , b_i , c_i καθορίζουν τη συνάρτηση κόστους κάθε μονάδας, $C_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i$

Για τη δημιουργία των προβλημάτων της 2ης εφαρμογής αρχικά επιλέγονται οι M πρώτες μονάδες από τον πίνακα των μονάδων. Στη συνέχεια, επιλέγεται κατάλληλη χρονοσειρά ζήτησης για αυτό το πρόβλημα. Αν χρησιμοποιείτο η ίδια χρονοσειρά ζήτησης για όλα προβλήματα με διαφορετικό αριθμό μονάδων, μεγάλος αριθμός σεναρίων θα αποδεικνυόταν μη-αποδεκτός και τα αποτελέσματα δεν θα είχαν την ίδια ισχύ. Αυτό θα συνέβαινε, για παράδειγμα, επειδή η ζήτηση σε προβλήματα με λίγες μονάδες θα ήταν ιδιαίτερα μεγάλη με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατό να καλυφθεί από μεγάλο αριθμό σεναρίων.

Αυτό το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπιστεί αδιαστατοποιώντας μια πραγματική χρονοσειρά ζήτησης ως προς το άθροισμα των τεχνικών μεγίστων των μονάδων, έτσι ώστε η αιχμή της ζήτησης να είναι το 80% του αθροίσματος:

$$D_{max} = 0.8 \cdot \sum_i^M P_{i,max} \quad (51)$$

Η χρονοσειρά της ζήτησης D που αδιαστατοποιήθηκε είναι η ζήτηση του ελληνικού διασυνδεδεμένου συστήματος την Πέμπτη 2/11/2011. Η ζήτηση για κάθε ώρα και η αδιάστατη μορφή της παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα και διαγραμματικά στο σχήμα 28.



Σχήμα 28: Η ανηγμένη ζήτηση $\frac{D_j}{\sum_i^M P_{i,max}}$ για τις 24 ώρες του χρονικού ορίζοντα του προβλήματος στη 2η εφαρμογή.

Ωρα	Ζήτηση D σε [MW]	D/D_{max}	$D/\sum_i^M P_{i,max}$
0	5547	0.741	0.593
1	5135	0.686	0.549
2	4829	0.645	0.516
3	4681	0.626	0.501
4	4634	0.619	0.495
5	4686	0.626	0.501
6	4949	0.661	0.529
7	5437	0.727	0.581
8	6109	0.816	0.653
9	6708	0.897	0.717
10	7003	0.936	0.749
11	7238	0.967	0.774
12	7415	0.991	0.793
13	7482	1.000	0.800
14	7243	0.968	0.774
15	6882	0.920	0.736
16	6640	0.887	0.710
17	6755	0.903	0.722
18	6817	0.911	0.729
19	6965	0.931	0.745
20	7375	0.986	0.789
21	7119	0.951	0.761
22	6526	0.872	0.698
23	6058	0.810	0.648

Η ζήτηση, D , για κάθε ώρα στα διαφορετικά προβλήματα που λύθηκαν παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα:

Ωρα	D_5	D_6	D_7	D_8	D_9	D_{10}	D_{11}	D_{12}	D_{13}	D_{14}	D_{15}	D_{16}
1	80	89	98	105	112	119	127	141	151	172	199	221
2	74	82	90	97	104	111	117	130	139	159	184	204
3	70	77	85	91	98	104	110	123	131	150	173	192
4	68	75	82	88	95	101	107	119	127	145	168	186
5	67	74	82	88	94	100	106	118	126	144	166	184
6	68	75	82	89	95	101	107	119	127	145	168	186
7	71	79	87	94	100	107	113	126	134	153	177	197
8	78	87	96	103	110	117	124	138	148	169	195	216
9	88	98	107	115	123	132	140	155	166	189	219	243
10	97	107	118	127	136	144	153	170	182	208	240	267
11	101	112	123	132	142	151	160	178	190	217	251	279
12	104	116	127	137	146	156	165	184	196	224	259	288
13	107	119	130	140	150	160	169	188	201	230	266	295
14	108	120	132	141	151	161	171	190	203	232	268	298
15	105	116	127	137	146	156	165	184	197	225	259	288
16	99	110	121	130	139	148	157	175	187	213	247	274
17	96	106	117	126	134	143	152	169	180	206	238	264
18	98	108	119	128	137	145	154	172	183	209	242	269
19	98	109	120	129	138	147	156	173	185	211	244	271
20	101	112	123	132	141	150	159	177	189	216	249	277
21	106	118	130	139	149	159	168	187	200	229	264	293
22	103	114	125	135	144	153	163	181	193	221	255	283
23	94	104	115	123	132	140	149	166	177	202	234	260
24	87	97	107	115	122	130	138	154	164	188	217	241

Η ζήτηση σε [MW], για κάθε ώρα, των προβλημάτων της 2ης εφαρμογής.

Ο δείκτης του D αναφέρεται στον αριθμό των μονάδων του εκάστοτε προβλήματος.

Αποτελέσματα Στο παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιήθηκαν ο προϋπάρχων και ο προτεινόμενος αλγόριθμος με στόχο τη σύγκρισή τους. Αρχικά οι αλγόριθμοι έλυσαν το πρόβλημα για το σύστημα 5 μονάδων, ύστερα αυτό για το σύστημα με $M = 6$, κ.ο.κ.

Ο προϋπάρχων αλγόριθμος επίλυσης του EDP παρουσίασε εκθετική αύξηση του συνολικού υπολογιστικού χρόνου και του απαιτούμενου υπολογιστικού χρόνου ανά σενάριο. Επειδή για προβλήματα με $M > 9$ ο προϋπάρχων αλγόριθμος απαιτεί πάρα πολύ χρόνο, δεν χρησιμοποιήθηκε για την επίλυση μεγαλύτερων προβλημάτων.

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος, για τη συγκεκριμένη, ευνοϊκή περίπτωση, όπου όλες οι συναρτήσεις κόστους των μονάδων είναι κυρτές, λύνει το πρόβλημα σε πολύ χαμηλότερο χρόνο από τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο. Για μεγάλο αριθμό μονάδων ($M \geq 17$), όμως, η μνήμη που απαιτούν οι πίνακες αναφοράς ξεπερνά τη διαθέσιμη μνήμη του υπολογιστή και ο αλγόριθμος δεν είναι δυνατό να εκτελεστεί.

Τα αποτελέσματα της επίλυσης του συγκεκριμένου προβλήματος για διαφορετικούς αριθμούς μονάδων παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

M	Προτεινόμενος αλγόριθμος		Προϋπάρχων αλγόριθμος	
	Συνολικός χρόνος δημιουργίας πιν. αναφοράς [msec]	Μέσος χρόνος επίλυσης του EDP ανά σενάριο [msec]	Συνολικός χρόνος δημιουργίας πιν. αναφοράς [msec]	Μέσος χρόνος επίλυσης του EDP ανά σενάριο [msec]
5	14	0.44	1533	110
6	17	0.27	19938	1173
7	28	0.22	251666	8988
8	47	0.18	3170567	67459
9	95	0.19	41024194	431834
10	178	0.17	-	-
11	355	0.17	-	-
12	713	0.17	-	-
13	1446	0.18	-	-
14	2936	0.18	-	-
15	8870	0.27	-	-
16	29421	0.45	-	-

Συμπεράσματα Είναι εμφανές πως έχει επιτευχθεί σημαντική επιτάχυνση του αλγόριθμου επίλυσης του EDP, κατά τη δημιουργία των πινάκων αναφοράς, για την ευνοϊκή περίπτωση των κυρτών συναρτήσεων κόστους. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος είναι μερικές τάξεις μεγέθους χαμηλότερος, με τη μείωση του υπολογιστικού κόστους να εξαρτάται από τον αριθμό των μονάδων.

Αυτό συμβαίνει επειδή ο αλγόριθμος επίλυσης του EDP μέσω ταξινομημένων πινάκων λ έχει, θεωρητικά, πολυπλοκότητα $O(M)$, για την επίλυση του EDP ανά σενάριο, ενώ ο προϋπάρχων αλγόριθμος επίλυσης του EDP έχει υπολογιστικό κόστος ανά σενάριο που είναι εκθετική συνάρτηση του αριθμού των εν λειτουργία μονάδων N_u . Συνεπώς, το ανά σενάριο υπολογιστικό κόστος του προτεινόμενου αλγόριθμου δεν αυξάνεται υπερβολικά καθώς αυξάνεται ο αριθμός των μονάδων του προβλήματος.

6.3 3η Εφαρμογή - Μεικτό πρόβλημα EDP, κοίλων και κυρτών συναρτήσεων κόστους

Στην προηγούμενη ενότητα ο προϋπάρχων αλγόριθμος συγκρίθηκε με τον προτεινόμενο, αλλά σε μία ευνοϊκή για τον τελευταίο περίπτωση, όπου οι μονάδες είχαν κυρτές δευτεροβάθμιες συναρτήσεις κόστους. Σε αυτή την ενότητα, οι δύο αλγόριθμοι συγκρίνονται για ένα μεικτό πρόβλημα που περιέχει και κοίλες και κυρτές συναρτήσεις κόστους των μονάδων.

Είναι αναμενόμενο πως ο προτεινόμενος αλγόριθμος θα παρουσιάσει σχετικά μειωμένη απόδοση σε αυτή την εφαρμογή, καθώς ελέγχει διαδοχικά 10^3 δυνατές διαμερίσεις της ζήτησης D στα δύο σύνολα των μονάδων, λύνοντας στην ουσία $2 \cdot 10^3$ διαφορετικά προβλήματα EDP, για κάθε σενάριο. Τα προβλήματα αυτά, είναι όμως μικρότερης διάστασης και οι εξειδικευμένοι αλγόριθμοι που εφαρμόζεται σε κάθε σύνολο είναι ιδιαίτερα γρήγοροι.

Στην εφαρμογή αυτή, τα χαρακτηριστικά των μονάδων προέρχονται από δύο δημοσιεύσεις. Τα χαρακτηριστικά των μονάδων με κοίλες συναρτήσεις κόστους προέρχονται από τη δημοσίευση [21]. Στη συγκεκριμένη δημοσίευση χρησιμοποιούνται τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις κόστους για τις υπόλοιπες μονάδες. Επειδή ο προτεινόμενος αλγόριθμος δεν υποστηρίζει τμηματικά γραμμικές συναρτήσεις κόστους ως είσοδο του προβλήματος, για το “κυρτό σύνολο” μονάδων χρησιμοποιήθηκαν χαρακτηριστικά που προέρχονται από μία δεύτερη δημοσίευση, την [3], που περιέχει πίνακα με χαρακτηριστικά μονάδων αντίστοιχου μεγέθους.

Τα χαρακτηριστικά των μονάδων που χρησιμοποιήθηκαν στην 3η εφαρμογή παρουσιάζονται στους παρακάτω πίνακες. Στα χαρακτηριστικά των μονάδων με κοίλες συναρτήσεις κόστους, τα χαρακτηριστικά των κοίλων μονάδων 4 έως 8 έχουν παραχθεί από τα χαρακτηριστικά των μονάδων 1 έως 3 [21] χρησιμοποιώντας μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών για να προκληθούν μικρές (εώς 10%) αλλαγές στην τιμή της κάθε σταθεράς.

Χαρακτηριστικά μονάδων
με κοίλες συναρτήσεις κόστους μονάδων

A/A	P_{min}	P_{max}	a_i	b_i	c_i
1	100	300	-0.04084	70.73	-5488
2	100	300	-0.03454	72.15	-5690
3	100	150	-0.01027	50.42	-1348
4	95	291	-0.03888	70.14	-5232
5	103	304	-0.03290	71.54	-5590
6	104	157	-0.01024	48.16	-1400
7	101	298	-0.04235	72.86	-5631
8	99	311	-0.03466	69.96	-5719

Εφαρμογή 3η

Χαρακτηριστικά μονάδων
με κυρτές συναρτήσεις κόστους μονάδων

A/A	P_{min}	P_{max}	a_i	b_i	c_i
1	40	80	0.09219	25.008	511.32
2	60	120	0.06084	21.2118	928.62
3	80	190	0.02826	24.5451	1107.09
4	24	42	0.25446	20.8401	406.44
5	26	42	0.29079	19.6785	405.57
6	68	140	0.03426	24.1629	666.99
7	110	300	0.01071	24.0969	863.13
8	135	300	0.01476	20.997	1175.94

Εφαρμογή 3η

Για τον καθορισμό της ζήτησης, D , ακολουθήθηκε η ίδια τακτική με τη 2η εφαρμογή. Χρησιμοποιήθηκε πάλι η ίδια πραγματική καμπύλη ζήτησης του ελληνικού συστήματος (βλ. ενότητα 6.2) ως βάση για την αδιαστατοποίηση της ζήτησης κάθε προβλήματος ως προς τη συνολική παραγωγική δυναμικότητα κάθε προβλήματος.

Στην 3η εφαρμογή λύνονται προβλήματα με αυξανόμενο αριθμό μονάδων ώστε να ελεγχθεί το υπολογιστικό κόστος των δύο αλγορίθμων καθώς αυξάνεται το M . Το πρώτο πρόβλημα που λύθηκε είχε $M = 5$, το δεύτερο $M = 6$, μέχρι $M = 8$ για τον προϋπάρχοντα αλγόριθμο και $M = 16$ για τον προτεινόμενο αλγόριθμο. Οι μονάδες του κάθε προβλήματος είναι κατά το δυνατόν ισομοιρασμένες ανάμεσα στο κοίλο και το κυρτό σύνολο μονάδων.

Συγκεκριμένα στο πρόβλημα για $M = 5$ χρησιμοποιούνται οι 3 πρώτες “κοίλες” μονάδες και οι δύο πρώτες “κυρτές”, όπως περιγράφονται στους αντίστοιχους πίνακες χαρακτηριστικών μονάδων για την 3η εφαρμογή. Στη συνέχεια, κατασκευάζονται μεγαλύτερα προβλήματα επιλέγοντας εναλλάξ μία κυρτή και μία κοίλη μονάδα που προστίθενται στις προηγούμενες.

Ακολουθεί συγκεντρωτικός πίνακας των αποτελεσμάτων της σύγκρισης των δύο αλγορίθμων ως προς τον απαιτούμενο υπολογιστικό χρόνο για την επίλυση των προβλημάτων που περιγράφηκαν:

M	Προτεινόμενος αλγόριθμος		Προϋπάρχων αλγόριθμος	
	Συνολικός χρόνος δημιουργίας πιν. αναφοράς [sec]	Μέσος χρόνος επίλυσης του EDP ανά σενάριο [sec]	Συνολικός χρόνος δημιουργίας πιν. αναφοράς [sec]	Μέσος χρόνος επίλυσης του EDP ανά σενάριο [sec]
6	1.473	0.0230	19.231	0.3005
7	5.765	0.0450	249.542	1.9495
8	11.853	0.0463	3130.23	12.2275
9	46.042	0.0899	-	-
10	92.083	0.0899	-	-
11	352.771	0.1723	-	-
12	682.176	0.1665	-	-

Συμπεράσματα Παρότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος δεν παρουσιάζει ξεκάθαρο πλεονέκτημα για μικρά M , η διαφορά είναι εμφανής καθώς το M αυξάνεται. Ο λόγος είναι πως ο μέσος χρόνος επίλυσης του EDP (δηλαδή ο συνολικός χρόνος προς τον αριθμό των 2^M σεναρίων) δεν αυξάνεται στον προτεινόμενο αλγόριθμο με την ίδια ταχύτητα που αυξάνεται στον προϋπάρχοντα αλγόριθμο επίλυσης του EDP.

Παρατηρείται πως, στον προϋπάρχοντα αλγόριθμο, όταν προστίθεται μια μονάδα κυρτής συνάρτησης κόστους στις μονάδες του συστήματος, ο μέσος χρόνος επίλυσης του EDP ανά σενάριο παραμένει πρακτικά σταθερός (βλ. πίνακα αποτελεσμάτων για $M = 8, 10, 12$). Αυτό σημαίνει πως ο χρόνος επίλυσης του προτεινόμενου αλγόριθμου δεν επηρεάζεται ιδιαίτερα από τον αριθμό των μονάδων κυρτών συναρτήσεων κόστους του προβλήματος.

7 Ανακεφαλαίωση, συμπεράσματα και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία υλοποιήθηκε, ως προσθήκη σε υπάρχοντα κώδικα του ΕΘΣ/ΕΜΠ, μια βελτιωμένη αιτιοκρατική μέθοδος επίλυσης του EDP με σκοπό την υπολογιστικά οικονομικότερη δημιουργία των πινάκων αναφοράς, τους οποίους χρησιμοποιεί ο ΕΑ για την ταχύτερη επίλυση του UCP.

Κεντρική ιδέα της μεθόδου είναι ο διαχωρισμός των μονάδων του προβλήματος σε δύο σύνολα (ένα με μονάδες κυρτών ή γραμμικών συναρτήσεων κόστους και ένα, αντίστοιχα, κοίλων), σε κάθε ένα από τα οποία το EDP μπορεί να λυθεί πολύ αποδοτικότερα. Αυτός ο διαχωρισμός εισάγει ένα επιπλέον πρόβλημα βελτιστοποίησης, αυτό της εύρεσης του βέλτιστου επιμερισμού της ζήτησης στα δύο σύνολα. Συνολικά το όφελος, όμως, υπερνικά το επιπρόσθετο υπολογιστικό κόστος του επιπλέον προβλήματος εύρεσης του βέλτιστου επιμερισμού. Το τελευταίο είναι εμφανές από τις συγκριτικές εφαρμογές των δύο αλγορίθμων στην ενότητα 6.

Συγκεκριμένα, για να υλοποιηθεί ο προτεινόμενος αλγόριθμος, προγραμματίστηκαν δύο κώδικες ελαχιστοποίησης για προβλήματα κυρτών συναρτήσεων κόστους - ο αλγόριθμος της λ επανάληψης [38] και ο αλγόριθμος των ταξινομημένων πινάκων λ [42] - και ένας κώδικας πλήρους καταμέτρησης των κορυφών του αποδεκτού χώρου για προβλήματα μη-κυρτών συναρτήσεων κόστους. Τέλος, προγραμματίστηκε και ένας κώδικας που διακριτοποιεί, επιμερίζει τη λύση στα δύο σύνολα και, τέλος αποθηκεύει τη βέλτιστη λύση για το συνολικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης.

Κατά τη συγκριτική εφαρμογή του προϋπάρχοντος και του προτεινόμενου αλγορίθμου επίλυσης του EDP στην ενότητα 6, η προτεινόμενη μέθοδος επίλυσης του EDP παρουσίασε σημαντική μείωση του υπολογιστικού κόστους τόσο για κάθε σενάριο, όσο και για τη συνολική δημιουργία των πινάκων αναφοράς. Ο νέος αλγόριθμος επίλυσης του EDP αποδείχτηκε τουλάχιστον μία τάξη μεγέθους γρηγορότερος και μπορεί πλέον να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά σε προβλήματα με μεγαλύτερο αριθμό μονάδων.

Μειονέκτημα του παρόντος κώδικα επίλυσης του UCP είναι πως η αποθήκευση των πινάκων αναφοράς έχει ιδιαίτερα μεγάλες απαιτήσεις σε μνήμη, ειδικά για μεγάλο αριθμό μονάδων ($\Theta(2^M)$). Σε ένα αλγόριθμο υπάρχει μια αντιστάθμιση (trade-off) ανάμεσα στη χρήση της επεξεργαστικής ισχύος και της μνήμης. Ο παρών αλγόριθμος εξοικονομεί σε μεγάλο βαθμό επεξεργαστική ισχύ (είναι ιδιαίτερα γρήγορος), δημιουργώντας μεγάλες απαιτήσεις σε μνήμη (αποθήκευση των πινάκων αναφοράς). Σε μελλοντικές εργασίες θα μπορούσε να υλοποιηθεί ένας κώδικας με διαφορετική αντιστάθμιση επεξεργαστικής ισχύος/μνήμης, που κάνοντας μικρές υποχωρήσεις στην ταχύτητα, θα εξοικονομεί μνήμη και θα μπορεί, έτσι, να λύσει μεγαλύτερα προβλήματα.

Επίσης, ο κώδικας μπορεί να επεκταθεί ώστε να υποστηρίζει τη μοντελοποίηση του κόστους μονάδων από μεγαλύτερο εύρος συναρτήσεων (πχ. να υποστηρίζει ημιτονοειδείς συναρτήσεις κόστους). Τέλος, από τη στιγμή που ο κώδικας είναι ιδιαίτερα γρήγορος, μπορεί να βελτιωθεί το μοντέλο, θεωρώντας πως η ζήτηση για κάθε ώρα είναι μια στοχαστική μεταβλητή που ακολουθεί μια κανονική κατανομή γύρω από μια μέση τιμή και με συγκεκριμένη τυπική απόκλιση. Στη συνέχεια, μέσω μεθόδου Monte-Carlo μπορεί να υπολογιστεί το αναμενόμενο (expected) κόστος και η πιθανότητα (το ρίσκο) η διατηρούμενη εφεδρεία να μην επαρκέσει για την κάλυψη της ζήτησης.

Αναφορές

- [1] Wikipedia articles. Marginalism, utility frequency, electrical power transmission, list of power outages.
- [2] V.G. Asouti and K.C. Giannakoglou. A low-cost evolutionary algorithm for the unit commitment problem considering probabilistic unit outages. *International Journal of Systems Science*.
- [3] P.H. Chen and H.C. Chang. Large-scale economic dispatch by genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, pages 1919–1926, 1995.
- [4] F. Albuyeh C.K. Pang, G.B. Sheble. Evaluation of dynamic programming based methods and multiple area representation for thermal unit commitment. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100, 1981.
- [5] L.S. Coelho, R.C.T. Souza, and V.C. Mariani. Improved differential evolution approach based on cultural algorithm and diversity measure applied to solve economic load dispatch problems. *Mathematics and Computers in Simulation, Volume 79*, pages 3136–3147, 2009.
- [6] T.H. Cormen. *Introduction to algorithms*. The MIT press, 2001.
- [7] I.G. Damousis, A.G. Bakirtzis, and P.S. Dokopoulos. Network-constrained economic dispatch using real-coded genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems, Volume 18*, pages 198–205, 2003.
- [8] Eugene A. Feinberg and Dora Genethliou. Chapter 12 load forecasting, 2005.
- [9] F. Gao and G.B. Sheble. Economic dispatch algorithms for thermal unit system involving combined cycle units. *IEEE and Gerald Bushel IEEE Iowa State University Ames, IA, USA, IEEE Transactions on Power Systems*, pages 1066–1072, 2003.
- [10] T. Usami H. Mori. Unit commitment using Tabu search with restricted neighborhood. *Intelligent Systems Applications to Power Systems, 1996. Proceedings, ISAP '96., International Conference on*, pages 422–427, 1996.
- [11] R. Horst, P.M. Pardalos, and N.V. Thoai. *Introduction to global optimization*. Springer Netherlands, 2000.
- [12] Electricity Analysis Office, California Energy Commission J.B. Klein. The use of heat rates in production cost modelling and market modelling - Πηγή: energy.ca.gov.
- [13] K. A. Juste, H. Kita, E. Tanaka, and J. Hasegawa. An evolutionary programming solution to the unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, pages 1452–1459, 1999.
- [14] S.S. Kumar and V. Palanisamy. A dynamic programming based fast computation hopfield neural network for unit commitment and economic dispatch. *Electric power systems research, Volume 77*, pages 917–925, 2007.

- [15] V.C. Mariani L. Santos. Combining of chaotic differential evolution and quadratic programming for economic dispatch optimization with valve-point effect. *IEEE Transactions on Power Systems, Volume 21, No. 2*, 2006.
- [16] F.N. Lee. An intelligent dynamic programming for unit commitment application. *IEEE Transactions on Power Systems*, 3(2):421–428, 1988.
- [17] F.N. Lee and A.M. Breipohl. Reserve constrained economic dispatch with prohibited operating zones. *IEEE Transactions on Power Systems, Volume 8, No. 1*, pages 246–254, 1993.
- [18] M. and Basu. A simulated annealing-based goal-attainment method for economic emission load dispatch of fixed head hydrothermal power systems. *International Journal of Electrical Power; Energy Systems, Volume 27, No. 2*, pages 147 – 153, 2005.
- [19] M.T. Tsay M.W. Lin, F.S. Cheng. An improved tabu search for economic dispatch with multiple minima. *IEEE Transactions on Power Systems, Volume 17, No. 1*, pages 108–112, 2002.
- [20] Walter Nicholson. *Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions*. Norton, 8th edition, 1984.
- [21] W. Ongsakul. Real-time economic dispatch using merit order loading for linear decreasing and staircase incremental cost functions. *Electric Power Systems Research, Volume 51, No. 3*, pages 167 – 173, 1999.
- [22] Z. Ouyang and S.M. Shahidepour. An intelligent dynamic programming for unit commitment application, volume 6, no. 6. *IEEE Transactions on Power Systems*, pages 1203 –1209, 1991.
- [23] T.E. O’Neil and S. Kerlin. A simple $2\sqrt{x}$ algorithm for partition and subset sum. *Target, Volume 1*.
- [24] P.M. Pardalos and G. Schnitger. Checking local optimality in constrained quadratic programming is np-hard. *Operations Research Letters, Volume 7, No. 1*, pages 33–35, 1988.
- [25] W.L. Peterson and S.R. Brammer. Crew constraints in lagrangian relaxation unit commitment. In *Southeastcon ’95. ’Visualize the Future’., Proceedings., IEEE*, pages 381–384. IEEE, 1995.
- [26] M. Ç. Pinar. Sufficient global optimality conditions for bivalent quadratic optimization. *Journal of Optimization Theory and Applications, Volume 122, Issue 2*, pages 433–440, 2004.
- [27] Y. Rebours and D. Kirschen. What is spinning reserve? *The University of Manchester*, 2005.
- [28] K. Imhof S. Mukherjee S. Virmani, E.C. Adrian. Implementation of a lagrangian relaxation based unit commitment problem. *IEEE Transactions on Power Systems, Volume 4*, pages 1373–1380, 1989.
- [29] Nordhaus Samuelson. *Microeconomics*. McGraw Hill, 2001.

- [30] Subir Sen and D.P. Kothari. Optimal thermal generating unit commitment: a review. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Volume 20, No. 7, pages 443 – 451, 1998.
- [31] S.J.W.S.M. Shahidehpour. Short-term generation scheduling with transmission and environmental constraints using an augmented lagrangian relaxation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 10(3), 1995.
- [32] G.B. Sheble. Module E3 - Economic Dispatch calculation. *Power Learn Education*, pages 205–229, 2000.
- [33] SP Simon, NP Padhy, and RS Anand. Solution to unit commitment problem with spinning reserve and ramp rate constraints using ant colony system. *J Energy Environ*, Volume 4, pages 21–35, 2005.
- [34] J. Valenzuela and A.E. Smith. A seeded memetic algorithm for large unit commitment problems. *Journal of Heuristics*, Volume 8, No. 2, pages 173–195, 2002.
- [35] H.R. Varian. *Microeconomic analysis*. Norton, 3 edition, 1984.
- [36] D.C. Walters and G.B. Sheble. Genetic algorithm solution of economic dispatch with valve point loading. *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 8, No. 3, pages 1325–1332, 1993.
- [37] PJM website. <http://www.pjm.com/>.
- [38] A. J. Wood and B. F. Wollemborg. *Power Generation Operation and Control*. Wiley, 2nd edition, 1996.
- [39] Έκθεση του αμερικανικού οργανισμού “Energy Information Administration” URL: www.eia.gov. Levelized cost of new generation resources in the annual energy outlook 2011.
- [40] D. Ben Attous Y. Labbi. A hybrid ga-ps method to solve the economic load dispatch problem. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, 2005.
- [41] X. Yan and V. Quintana. An efficient predictor-corrector interior point algorithm for security-constrained economic dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, Volume 12, No. 2, pages 803–810, 1997.
- [42] C. Yingvivananpong. Multi-area unit commitment and economic dispatch with market operation components. 2007.
- [43] Χαρίκλεια Α. Γεωργοπούλου. Τεχνικές βελτιστοποίησης για τον προγραμματισμό λειτουργίας αεριο/ατμοστροβιλικών μονάδων και το σχεδιασμό συνιστωσών τους. *Διδακτορική Διατριβή, ΕΜΠ*, 2009.
- [44] Κ.Χ. Γιαννάκογλου. *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*. Εκδόσεις ΕΜΠ, 2005, τρίτη έκδοση.

- [45] ΔΕΣΜΗΕ. Εγχειρίδιο Λειτουργίας Αγοράς, Έκδοση 1.0.
- [46] Ι.Κ. Δολιανίτης. Βελτιστοποίηση προγράμματος λειτουργίας θερμικών μονάδων ηλεκτροπαραγωγής με χρήση εξελικτικών αλγορίθμων και μιας νέας παραμετροποίησης. *EMPI*, 2011.
- [47] Νόμος 3468/2006, Φ.Ε.Κ. Α' 129/27.06.2006. Παραγωγή Ηλεκτρικής Ενέργειας από Ανανεώσιμες Πηγές Ενέργειας και Συμπαράγωγή Ηλεκτρισμού και Θερμότητας Υψηλής Απόδοσης και λοιπές διατάξεις. Υπουργείο Ανάπτυξης.
- [48] Κ. Τσιάκας. Μέθοδος προγραμματισμού και υπολογισμού της βέλτιστης ανάθεσης φορτίου σε μονάδες απομονωμένων συστημάτων ηλεκτροπαραγωγής με πιθανοτικές βλάβες. *EMPI*, 2011.

