

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΕΜΠ
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ
Ακαδημαϊκό Έτος 2025-2026
Κ. Γιαννάκογλου, Καθηγητής ΕΜΠ
Β. Ασούτη, Εντεταλμένη Διδάσκουσα

ΘΕΜΑ ΓΙΑ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΟ ΣΠΙΤΙ

Το θέμα είναι **ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΟ και ΑΤΟΜΙΚΟ**. Κάθε αποδεκτή εργασία βαθμολογείται πάντα με 10 και συμμετέχει στον τελικό βαθμό με ποσοστό μέχρι 30% (ή ακόμη μεγαλύτερο για εξαιρετικές εργασίες). Δηλαδή, η βαθμολόγησή της δίνει το ποσοστό συμμετοχής στον τελικό βαθμό, ο οποίος συμπληρώνεται αναλογικά από τον βαθμό της γραπτής εξέτασης. Εργασίες σε αυτό το θέμα γίνονται δεκτές μέχρι και πριν την εξεταστική του Σεπτ. 2026. Τα θέματα παραδίδονται και, στη συνέχεια, εξετάζονται (υποχρεωτική **τελική προφορική εξέταση**) πριν τη γραπτή εξέταση στην οποία θα προσμετρήσουν. Παρακαλούμε να **παρακολουθείτε τις σχετικές ανακοινώσεις στον ιστότοπο του μαθήματος**. Ο βαθμός αυτής της εργασίας έχει ισχύ για τις εξεταστικές Ιουνίου/Σεπτεμβρίου 2026 και την πτυχιακή Φεβρουαρίου 2027. Ο βαθμός της εργασίας δεν μεταφέρεται σε επόμενα ακαδημαϊκά έτη. **Deadline παράδοσης (για την εξεταστική 6/2026) στο Helios: 25 Μάη 2026**. Φροντίστε, αρκετά νωρίς, και αφού έχετε κάνει τα πρώτα βήματα, να δούμε μαζί την πρόοδό σας ώστε να σας δοθούν πιθανόν διορθώσεις πορείας και συμβουλές για τη συνέχεια. **Αυτή η "ενδιάμεση επαφή με τους διδάσκοντες" είναι υποχρεωτική. Άρα, συνολικά, πρέπει να συναντηθείτε με τους διδάσκοντες τουλάχιστον δύο φορές, πριν την παράδοση.**

[K3], [K2], [K1] είναι τα τελευταία 3 ψηφία του Αριθμού Μητρώου σας στη Σχολή (αντιπροτελευταίο, προτελευταίο και τελευταίο, αντίστοιχα). Γράψτε, στο εξώφυλλο της εργασίας σας τις δικές σας τιμές των [K1], [K2] και [K3] (μαζί με το ονοματεπώνυμό σας!).

ΑΠΟΔΟΧΗ ΕΡΓΑΣΙΑΣ: Εργασίες χωρίς απάντηση σε όλα τα ερωτήματα δεν γίνονται αποδεκτές. Οι μη-αποδεκτές εργασίες ανακοινώνονται στην ιστοσελίδα του μαθήματος.

Σημαντικό: μπορείτε να προγραμματίσετε σε όποια γλώσσα προγραμματισμού γνωρίζετε. Αυτό που δεν είναι αποδεκτό (γιατί δεν έχει εκπαιδευτική αξία!) είναι να χρησιμοποιήσετε έτοιμα tools (ως black box) για να κάνετε μια ολοκλήρωση ή να λύσετε μια εξίσωση κλπ.

ΤΡΟΠΟΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ: Οι παραδόσεις εργασιών γίνονται στο Helios – μην τις στέλνετε με email. Μια χειρόγραφη, αλλά καλογραμμένη-διαβάσιμη, τεχνική έκθεση (scanned, μειώστε όμως το μέγεθος του αρχείου-χρησιμοποιήστε το iloverpdf, ή κάτι αντίστοιχο, αν πρέπει) είναι αρκετή – δεν χρειάζεται να δακτυλογραφείτε. Παραδίνετε ΕΝΑ ΑΡΧΕΙΟ (pdf – ενώστε εσείς σε ένα PDF ότι έχετε: σκαναρισμένα χειρόγραφα, σχήματα σε ΗΥ, κώδικες σε Παράρτημα κλπ).

1. Δημιουργήστε καμπύλη Bezier με τα εξής 6 σημεία ελέγχου:

(i=) 0	1	2	3	4	5
(X=) 0.	3.	4.+([K1]/10)	5.5	6.	7.
(Y=) 0.	4.+([K2]/12)	10.	3.	5.+([K3]/8)	0.

Γράψτε τις τελικές μαθηματικές εξισώσεις που διέπουν αυτήν την παραμετρική καμπύλη και σχεδιάστε την με σωστή κλίμακα στους δύο άξονες. Για τη σχεδιάσή της, χρησιμοποιήστε περίπου 100 σημεία (αφού διαλέξετε μια κατανομή του t, στο διάστημα που αυτό ορίζεται).

2. Υπολογίστε και σχεδιάστε, σε ένα αντίστοιχο διάγραμμα, την κατανομή της εφαπτόμενης της καμπύλης (λχ. στα προηγούμενα σημεία που βρήκατε επ' αυτής). Καλό είναι την εφαπτόμενη να την παρουσιάσετε ως γωνία (μετρούμενη σε μοίρες).

3. Βρείτε τον όγκο του εκ περιστροφής (της προκύπτουσας καμπύλης Bezier γύρω από τον άξονα των x) σώματος. Για την ολοκλήρωση χρησιμοποιήστε τη μέθοδο ολοκλήρωσης κατά Gauss (Gauss Quadrature), με 2, 3, 4 και 5 κόμβους Gauss. Πινακοποιήστε τα αποτελέσματά σας και σχολιάστε για την ακρίβεια αυτών. Οι πράξεις που κάνετε να φαίνονται αναλυτικά.

4. Βρείτε 8 ισαπέχοντα κατά x σημεία επί της καμπύλης Bezier (το πρώτο και το τελευταίο θα είναι, προφανώς, η αρχή και το τέλος της καμπύλης). Μη-γραμμικές εξισώσεις λύνονται με μέθοδο Newton-Raphson. Για δύο από τα σημεία αυτά παρουσιάστε στο κείμενό σας την εξίσωση της Newton-Raphson και τη σύγκλισή της. Πινακοποιήστε τις συντεταγμένες των 8 αυτών σημείων. Σχεδιάστε τα πάνω στην προκύπτουσα καμπύλη Bezier.

5. Παρεμβάλετε τα 8 σημεία που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα με (φυσικές) κυβικές splines. Σχεδιάστε την καμπύλη των κυβικών splines με ικανό αριθμό σημείων και, στο ίδιο σχήμα, παραθέστε και τα 8 σημεία που παρεμβάλατε. Δώστε τις μαθηματικές πράξεις που κάνετε και εξηγήστε πως βρήκατε τα σημεία που ορίζουν την καμπύλη αυτή. Σε ένα διαφορετικό σχήμα, συγκρίνετε την καμπύλη Bezier με αυτήν των κυβικών splines που μόλις βρήκατε (σχολιάστε).

6. Παρεμβάλετε με κυβικές b-splines τα παρακάτω 5 σημεία με συντεταγμένες:

(i=) 0	1	2	3	4
(x=) 0.5	2.	4.+($[K1]/10$)	5	6.
(y=) 6	2.+($[K2]/12$)	1.	4.	8.+($[K3]/8$)

Γράψτε τις τελικές μαθηματικές εξισώσεις που διέπουν αυτήν την κυβική b-spline καμπύλη, χωριστά για καθένα από τα 4 τμήματά της (μην δώσετε μόνο τους γενικούς τύπους από το βιβλίο) και σχεδιάστε την με σωστή κλίμακα στους δύο άξονες. Για τη σχεδιάσή της, χρησιμοποιήστε ικανό πλήθος σημείων.

7. Βρείτε όλες τις τομές αυτής της κυβικής b-spline καμπύλης με την κυβική spline καμπύλη του ερωτήματος 5. Στο ερώτημα αυτό, μη-γραμμικές εξισώσεις λύνονται με τη μέθοδο των διαδοχικών επαναλήψεων (αλγόριθμο σταθερού σημείου).

Οι διδάσκοντες είναι στη διάθεσή σας για απορίες και διευκρινήσεις.