

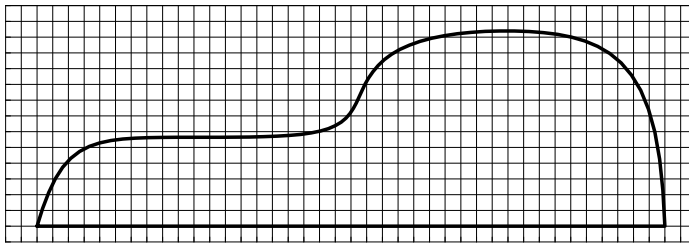
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΕΜΠ**  
**ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**  
**Ακαδημαϊκό Έτος 2024-2025**  
**Κ. Γιαννάκογλου**

**ΘΕΜΑ ΓΙΑ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΤΟ ΣΠΙΤΙ**

Το θέμα είναι **ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΟ και ΑΤΟΜΙΚΟ**. Κάθε αποδεκτή εργασία βαθμολογείται πάντα με 10 και συμμετέχει στον τελικό βαθμό με ποσοστό μέχρι 30% (ή ακόμη μεγαλύτερο για εξαιρετικές εργασίες). Ο τελικός βαθμός συμπληρώνεται αναλογικά από τον βαθμό της γραπτής εξέτασης. Αυτό το θέμα γίνεται δεκτό μέχρι και πριν την εξεταστική του Σεπτ. 2025. Τα θέματα παραδίδονται και, στη συνέχεια, εξετάζονται (υποχρεωτική **τελική προφορική εξέταση**) πριν τη γραπτή εξέταση στην οποία θα προσμετρήσουν. Παρακαλούμε να **παρακολουθείτε τις σχετικές ανακοινώσεις στον ιστότοπο του μαθήματος**. Ο βαθμός αυτής της εργασίας έχει ισχύ για τις εξεταστικές Ιουνίου/Σεπτεμβρίου 2025 και την πτυχιακή Φεβρουαρίου 2026). Ο βαθμός της εργασίας δεν μεταφέρεται σε επόμενα ακαδημαϊκά έτη. **Deadline παράδοσης (για την εξεταστική 6/2025) στο Helios: 25 Μάη 2025**. Φροντίστε, αρκετά νωρίς, και αφού έχετε κάνει τα πρώτα βήματα, να δούμε μαζί την πρόδοό σας ώστε να σας δοθούν πιθανόν διορθώσεις πορείας και συμβουλές για τη συνέχεια. **Αυτή η "ενδιάμεση επαφή με τον διδάσκοντα" είναι υποχρεωτική. Άρα, συνολικά, πρέπει να συναντηθείτε με τον διδάσκοντα τουλάχιστον δύο φορές, πριν την παράδοση.**

**Σημαντικό:** μπορείτε να προγραμματίσετε σε όποια γλώσσα προγραμματισμού γνωρίζετε. Αυτό που δεν είναι αποδεκτό (γιατί δεν έχει εκπαιδευτική αξία!) είναι να χρησιμοποιήσετε έτοιμα tools (ως black box) για να κάνετε μια ολοκλήρωση ή να λύσετε μια εξίσωση κλπ.

Σχεδιάστε, ενδεχομένως με κάποιο λογισμικό, ένα σκαρίφημα αυτοκινήτου (σε πλάγια όψη), όπως αυτό που φαίνεται στο τέλος του κειμένου. Αυτοσχεδιάστε ώστε να δουλέψετε σε ένα σχήμα αυτοκινήτου που σας προκαλεί ενδιαφέρον. Μας ενδιαφέρει πρακτικά μόνο η πάνω πλευρά, όχι το κάτω κομμάτι του περιγράμματος (που είναι μια "αδιάφορη" ευθεία γραμμή). Μόλις το σχεδιάσετε, με οποιονδήποτε τρόπο, ψηφιοποιήστε αυτή τη γραμμή (με περίπου 50 σημεία, από αριστερά προς τα δεξιά – θα βρείτε εύκολα λογισμικό να κάνει την ψηφιοποίηση). **Προσοχή:** φροντίστε η  $y(x)$  να είναι συνάρτηση, δηλαδή να μην υπάρχουν περισσότερα του ενός σημεία με ίδιο  $x$  αλλά διαφορετικές τιμές του  $y$ .



(1) Πρώτο ζητούμενο είναι να δημιουργήσετε μέθοδο και λογισμικό (σε όποια γλώσσα προγραμματισμού θέλετε - βλ. παραπάνω) το οποίο, όταν δοθεί η προηγούμενη καμπύλη (το "αυτοκίνητο"), θα βρίσκει την πλησιέστερη καμπύλη ("προσέγγιση αυτοκινήτου") η οποία περιγράφεται στη μορφή  $y=f(x)$ , όπου  $f$  είναι ένα άθροισμα ενός σταθερού όρου, 3-4 μονωνύμων (του  $x$ , του  $x^2$ , κλπ, καθένα με τον δικό του συντελεστή), 3-4 όρων τριγωνομετρικής μορφής (λχ.  $\sin a_1 x$ ,  $\cos(a_2 x)$ ,  $\tan^2(a_3 x)$ , καθένα με τον δικό του συντελεστή) και ενός εκθετικού όρου (λχ. του  $e^{kx}$ , όπου  $k$ =συντελεστής που θα υπολογιστεί). Χρησιμοποιήστε τη θεωρία ελάχιστων

τετραγώνων, ώστε να βρείτε τους άγνωστους συντελεστές της παραπάνω έκφρασης), υπό την προϋπόθεση ότι το πρώτο (φροντίστε να είναι το  $(0,0)$ ) και το τελευταίο σημείο της προκύπτουσας καμπύλης να ταυτίζονται με το πρώτο και το τελευταίο σημείο του "αυτοκινήτου". Τελειώστε τη μαθηματική σας απάντηση σχεδιάζοντας, προφανώς, την "προσέγγιση αυτοκινήτου" μαζί με το "αυτοκίνητο". Είναι σημαντικό να παρουσιάσετε έναν μικρό ενδιάμεσων βημάτων όπου θα εμπλέκετε διαδοχικά περισσότερους όρους – σκοπός είναι να φανεί ποιοι όροι είναι αυτοί που βοηθούν να υλοποιηθεί ο στόχος.

(2) Βρείτε το εμβαδόν της πλάγιας όψης της "προσέγγισης αυτοκινήτου", δηλ. το εμβαδόν που βρίσκεται κάτω από την καμπύλη που βρήκατε. Χρησιμοποιήστε μέθοδο Romberg (δεν χρειάζεται να βάλετε ένα πολύ αυστηρό κριτήριο σύγκλισης).

(2) Ξεχάστε ότι πρόκειται για μορφή αυτοκινήτου και περιστρέψτε την καμπύλη "προσέγγισης αυτοκινήτου" περί τον άξονα των  $x$  και υπολογίστε τον όγκο του εκ περιστροφής σχήματος χρησιμοποιώντας (α) μέθοδο τραπεζίου και (β) ολοκλήρωση κατά Gauss. Διερευνήστε το πλήθος των σημείων ολοκλήρωσης, σε κάθε μέθοδο και συγκρίνετε.