ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
Πρώτο μέρος του Προαιρετικού Homework στην Αριθμητική Ανάλυση (4ου Εξαμήνου)
Ακαδημαϊκό Έτος 2023-2024 (Απρίλης 2024)
Με μικρές διορθώσεις (6 Απρ. 2024). Οι διορθώσεις έχουν σημειωθεί με κόκκινο χρώμα.

Η εργασία επιλέχθηκε με βάση την ύλη που έχετε διδαχθεί μέχρι τώρα.

Δημιουργείστε μια έλλειψη με ημιάξονα κατά x μήκους 6+(Κ1)/5 και ημιάξονα κατά y μήκους 4+(Κ2)/5. Μας ενδιαφέρει μόνο το πάνω μισό της έλλειψης, η οποία ας έχει την αφετηρία των αξόνων (σημείο (0,0)) ως αριστερό της άκρο (άρα το μισό της έλλειψης που μας ενδιαφέρει είναι στο πρώτο τεταρτημόριο του τριγωνομετρικού κύκλου. Από την παραπάνω έλλειψη κρατήστε 6 σημεία (συνολικά - συμπεριλαμβανομένων των δύο άκρων, δηλ. του (0,0) και του (2*(6+(Κ1)/5),0) σημείου) πάνω στην έλλειψη. Ας τα λέμε Α, Β, Γ, Δ, Ε και Ζ, όπως τα βλέπουμε από τα αριστερά προς τα δεξιά.

(Κ1) και (Κ2) είναι το τελευταίο και προτελευταίο ψηφίο του Αριθμού Μητρώου σας στη Σχολή. Αν συμπίπτουν, για να μην εκφυλιστεί η έλλειψη σε κύκλο, προσθέστε μια μονάδα σε ένα από τα δύο.

Ζητούνται 3 πράγματα:

1. Βρείτε ένα πολυώνυμο 3ου βαθμού που περνά από το Α και το Ζ και, στη λογική των ελαχίστων τετραγώνων, προσεγγίζει βέλτιστα τα άλλα 4 σημεία (Β, Γ, Δ, Ε). Σχεδιάστε το μαζί με την έλλειψη ώστε δείτε πόσο καλά την προσεγγίζει.
2. Βρείτε μια καμπύλη Bezier που περνά από τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε και Ζ και σέβεται τις εφαπτόμενες της έλλειψης στην αρχή και στο τέλος. Να έχει τα ελάχιστα δυνατά σημεία ελέγχου. Σχεδιάστε την μαζί με την έλλειψη, αλλά δείξτε επίσης και το πολύγωνο (ελέγχου) της Bezier.
3. Κάντε ξανά ότι και το προηγούμενο ερώτημα αλλά αυτή τη φορά προκαθορίζοντας "αυθαίρετα" ότι στα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε και Ζ έχει συγκεκριμένες τιμές της παραμέτρου t. Θα κάνετε δύο δοκιμές: μια φορά με ισαπέχοντα t και μια δεύτερη φορά με t μονότονα μεν αλλά ορισμένα αυθαίρετα. Σχεδιάστε (πάντα μαζί με την έλλειψη) και συγκρίνετε. Για να καταλάβετε ποια η έννοια του ερωτήματος αυτού, αν βάλετε «κάπως αφύσικες τιμές» (αλλά μονότονες) στα t, θα δείτε την προκύπτουσα καμπύλη να κάνει «ταλαντώσεις» από σημείο σε σημείο της έλλειψης. Αξίζει να κάνετε αυτό που ζητά το ερώτημα αυτό 3-4 φορές, με άλλα σύνολα τιμών του t, και να συγκρίνετε σε γραφήματα με χρώμα.

Μη-γραμμικές εξισώσεις τρίτου βαθμού ή υψηλότερου να λύνονται άλλες φορές με αλγόριθμο σταθερού σημείου και άλλες φορές με Newton-Raphson.

Η εργασία είναι **προαιρετική και ατομική**. Έχει προφορική παρουσίαση στο τέλος της στον διδάσκοντα. Θα έχετε βοήθεια σε θέματα αριθμητικής ανάλυσης όπου την χρειαστείτε. Αξιοπρεπείς εργασίες βαθμολογούνται πάντα με 10 και συμμετέχουν ως και 20% στον τελικό βαθμό σας (ουσιαστικά, η βαθμολόγηση της εργασίας αντιστοιχεί στον καθορισμό του ποσοστού συμμετοχής στον τελικό βαθμό).

Η εργασία απαιτεί να δημιουργήσετε λογισμικό σε οποιαδήποτε γλώσσα γνωρίζετε (C, C++, Matlab, Python, Fortran - αν σκέφτεστε για άλλη γλώσσα, απλώς ενημερώστε τον διδάσκοντα πριν αρχίσετε να δουλεύετε). Σκοπός της άσκησης είναι να προετοιμαστείτε στα σχετικά κεφάλαια. άρα, το να φέρετε μια εργασία που την έλυσε η "μαγική εντολή solve", σε οποιαδήποτε γλώσσα δεν εξυπηρετεί τις ανάγκες του μαθήματος.

Προθεσμία παράδοσης Σάββατο 20/4/2024. Στο Helios.

Η υποχρεωτική προφορική παρουσίαση θα γίνει ατομικά την τελευταία εβδομάδα πριν τις διακοπές του Πάσχα.

Η παράδοση περιλαμβάνει τεχνική έκθεση (όχι αναγκαστικά δακτυλογραφημένη μιας και θα έχει πράξεις - μπορείτε να την έχετε γράψει σε χαρτί, εννοείται με τρόπο που να διαβάζεται εύκολα, δηλαδή καθαρά, και να τη σκανάρετε), ολοσέλιδα σχήματα με τα αποτελέσματα κάθε ερωτήματος αλλά και λεζάντα σε κάθε σχήμα για το τι βλέπουμε, και τους κώδικες που κάνατε (με μια φράση πριν από κάθε κώδικα που να εξηγεί τι κάνει αυτός ο κώδικας). Όλα αυτά σε ένα αρχείο pdf.